

# Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen

Klasse

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften

zu München

---

Jahrgang 1948

---

München 1949

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

In Kommission beim Biederstein Verlag München

# Strahlwege von Radiowellen in der Ionosphäre.

(Erste Mitteilung).

Von Hermann Poeverlein in München.

Mit 6 Abbildungen.

Vorgelegt von Herrn J. Zenneck am 14. Mai 1948.

## A. Einleitung.

Radiowellen, die von einem Sender zur Ionosphäre laufen, in der Ionosphäre reflektiert werden und schließlich zu einem Empfänger gelangen, legen in der Ionosphäre einen gekrümmten Weg zurück. In der vorliegenden Arbeit ist danach gefragt, wie dieser gekrümmte Strahlweg nach der Theorie aussieht. Das Erdmagnetfeld hat auf den Verlauf des Wegs wesentlichen Einfluß.

Allgemein bekannt ist, daß das Erdmagnetfeld in der Ionosphäre Doppelbrechung verursacht; ein ankommender Strahl wird in zwei Komponenten aufgespalten. Man denkt aber meist nicht daran, daß infolge des Erdmagnetfelds sogar ein senkrecht in die Ionosphäre eintretender Strahl (bzw. jede seiner beiden Komponenten) nach einer Seite hin abgelenkt wird, also nicht im Zenit, sondern in einem anderen Punkt reflektiert wird. Über die Wege schief einfallender Strahlen weiß man noch weniger. Es ist demnach wohl wünschenswert, einmal ein genaueres Bild des Strahlverlaufs zu bekommen. Die theoretische Ermittlung der Strahlwege unter Berücksichtigung des Erdmagnetfelds liefert tatsächlich einige überraschende Ergebnisse.

Im folgenden wird zunächst ein Verfahren erläutert, mittels dessen Strahlwege konstruiert werden konnten. Der Hauptabschnitt der Arbeit bringt typische Beispiele der Strahlwege, einiges über Verhalten und Besonderheiten der Wege und über Fragen, die damit in Zusammenhang stehen (unter anderem über die tote Zone und über das Reziprozitätsgesetz für elektrische Wellen). In einem Beispiel wird die Polarisierung der Welle und

die Richtung der Wellennormalen für die einzelnen Stellen eines Strahlwegs anschaulich dargestellt.

Die Abhandlung ist eine vorläufige Mitteilung des Verfahrens und der Hauptergebnisse. In einer weiteren Veröffentlichung soll verschiedenes ausführlicher behandelt werden.

Eine Theorie des vorliegenden Problems gab schon H. G. Booker [3] [4]<sup>1</sup>. Er fand auch schon manche der Besonderheiten. Nach seiner Methode Strahlwege wirklich zu errechnen, wäre aber recht mühevoll.

## **B. Methode zur Ermittlung des Strahlwegs und der für die Welle charakteristischen Größen.**

Zur Bestimmung der Strahlwege, die sich in der Ionosphäre unter dem Einfluß des Erdmagnetfelds ergeben, wurde ein graphisches Verfahren verwendet. Das Verfahren ermöglicht auch die Berechnung aller etwa interessierenden Größen der Welle (Wellenlänge, Polarisierung usw.) für die einzelnen Stellen des Wegs. Die Krümmung der Ionosphäre infolge der Krümmung der Erdoberfläche wird nicht berücksichtigt. Auch die Absorption der Wellen in der Ionosphäre soll vernachlässigt werden.

Das Verfahren baut auf der reinen Strahltheorie auf. Es versagt also, wenn sich der Brechungsindex oder irgendwelche Größen der Welle auf dem Weg der Welle rasch ändern. Wo dieser Fall vorliegt und welche Folgen das haben kann, wird später erwähnt werden (S. 197).

Zunächst seien die bekannten Grundtatsachen und Formeln der Brechungstheorie der Ionosphäre zusammengestellt.

### **Grundtatsachen und Formeln [1] [7].**

Die Brechungseigenschaften der Ionosphäre rühren her von den in dieser vorhandenen freien Elektronen, die dem Wechselfeld der durchlaufenden elektrischen Welle unterliegen. Das Erdmagnetfeld verursacht eine Ablenkkraft auf die bewegten Elektronen und beeinflusst auf diese Weise die Brechungseigenschaften der Ionosphäre.

---

<sup>1</sup> Die Ziffern in eckigen Klammern weisen auf das Literaturverzeichnis am Ende hin.

Diese Vorstellung führt zu folgender Formel für den Brechungsindex  $n$ :

$$(1) \quad n^2 = 1 - \frac{\frac{\omega_N^2}{\omega^2}}{1 - \frac{\omega_H^2 \sin^2 \alpha}{2(\omega^2 - \omega_N^2)} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_H^2 \sin^2 \alpha}{2(\omega^2 - \omega_N^2)}\right)^2 + \frac{\omega_H^2}{\omega^2} \cos^2 \alpha}}.$$

Darin ist

$\omega_N^2 = 4\pi \frac{e^2}{m} N$  eine Hilfsgröße,

$\omega_H = \frac{|e|}{mc} H$  eine Hilfsgröße,

$\omega$  die Kreisfrequenz der Welle,

$\alpha$  der Winkel zwischen Wellennormale<sup>1</sup> und Richtung der erdmagnetischen Feldstärke,

$e = -4,80 \cdot 10^{-10}$  absolute elektrostatische Einheiten die Elektronenladung (positiver Wert  $|e|$ ),

$m$  die Elektronenmasse  $\left(\frac{e}{m} = -5,27 \cdot 10^{17} \text{ absolute elektrostatische Einheiten}\right)$ ,

$c = 3,00 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit,

$N$  die Zahl der Elektronen je  $\text{cm}^3$ ,

$H$  die erdmagnetische Feldstärke (in unseren geographischen Breiten etwa 0,5 Oersted).

Die Formel zeigt, daß  $n$  nicht nur eine Funktion der Elektronenkonzentration  $N$  ist, die von der Höhe in der Ionosphäre abhängt, sondern auch eine Funktion der Richtung der Wellennormalen (Winkel  $\alpha$ ).

Weiter fällt auf, daß es, wenn alle Größen (insbesondere  $N$  und  $\alpha$ ) festliegen, mehr Werte des Brechungsindex gibt. Man braucht nur jeweils den positiven Wert für  $n$  zu wählen<sup>2</sup> – das bedeutet keine Einschränkung –; dann gibt es aber immer noch

<sup>1</sup> Die Wellennormale, d. i. die Normale zur Wellenfläche, soll stets in die Richtung weisen, in der die Welle fortschreitet.

<sup>2</sup> Wenn  $n$  komplex ist, wählt man den Wert mit positivem reellen Teil, wenn es rein imaginär ist, auch nur eines der beiden möglichen Vorzeichen.

zwei Lösungen für  $n$ , da vor der Wurzel in (1) zweierlei Vorzeichen stehen kann. Infolgedessen gibt es in der Ionosphäre zu einer gegebenen Einfallsrichtung zwei verschiedene Wellen, die sich verschieden ausbreiten. Man nennt die eine die ordentliche Welle, die andere die außerordentliche, und zwar versteht man im Bereich  $\omega_N^2 < \omega^2$ , der vor allem interessiert, unter der ordentlichen Welle die, zu der das positive Vorzeichen vor der Wurzel gehört<sup>1</sup>. „Ordentliche“ und „außerordentliche“ Welle bedeutet etwas anderes als in der Kristalloptik. Die ordentliche Welle ist die, die bei senkrechtem Einfall in die Ionosphäre in der gleichen Höhe reflektiert wird, wie wenn kein Erdmagnetfeld vorhanden wäre. Außerdem ist für sie bei transversalem Magnetfeld ( $\alpha = 90^\circ$ ) der Brechungsindex der gleiche wie ohne Magnetfeld. Ganz allgemein ist für sie der Brechungsindex weniger verschieden von dem des magnetfeldfreien Falls als für die außerordentliche Welle.

Eine beliebige in die Ionosphäre einfallende Welle wird in zwei Komponenten aufgespalten, in eine ordentliche und eine außerordentliche Komponente.

Ordentliche und außerordentliche Welle haben nach der Theorie eine ganz bestimmte Polarisation. Um diese angeben zu können, sei ein rechtwinkliges Koordinatensystem (Rechtssystem) so gelegt, daß die  $z$ -Achse die Richtung der Wellennormalen hat und die Richtung des Erdmagnetfelds in die  $yz$ -Ebene fällt. Dann gilt für die Komponenten der elektrischen Feldstärke  $\mathcal{E}$  und der magnetischen Feldstärke  $\mathcal{H}$  der Welle

$$(2) \quad \begin{cases} \mathcal{H}_x = -n \mathcal{E}_y \\ \mathcal{H}_y = n \mathcal{E}_x \end{cases}$$

$$(3) \quad \frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_y} = -\frac{\mathcal{H}_y}{\mathcal{H}_x} = i \frac{1 - n^2 - \frac{\omega_N^2}{\omega^2}}{(1 - n^2) \frac{\omega_H}{\omega} \cos \alpha}.$$

$i$  bedeutet die imaginäre Einheit. Wenn der rechts stehende Ausdruck positiv imaginär ist, ist der Umlaufsinn der Polari-

<sup>1</sup> Wenn  $\omega < \omega_H$  ist, dringt die außerordentliche Welle in Höhen vor, wo  $\omega_N^2 > \omega^2$  ist. Es zeigt sich dann, daß man für  $\omega_N^2 > \omega^2$  das positive Zeichen vor der Wurzel der außerordentlichen Welle zuordnen muß.

sation rechtsdrehend, d. h. im Uhrzeigersinn für einen Beobachter, der in der Fortschrittingsrichtung der Welle blickt. Setzt man für  $n^2$  den oben angegebenen Ausdruck ein, so sieht man: Bei der außerordentlichen Welle ist der Umlaufsinn der Polarisierung entgegengesetzt zu dem der ordentlichen Welle und das Achsenverhältnis der Polarisationsellipse reziprok zu dem der ordentlichen Welle, wenn  $\alpha$  für beide gleich ist.

Das Erdmagnetfeld verursacht eine Longitudinalkomponente der elektrischen Feldstärke:

$$(4) \quad \frac{\mathcal{E}_z}{\mathcal{E}_y} = -\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1 - n^2 - \frac{\omega_N^2}{\omega^2}}{1 - \frac{\omega_N^2}{\omega^2}}.$$

$\alpha$  ist positiv zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  zu nehmen, wenn die  $y$ -Komponente der Erdmagnetfeldstärke positiv ist.

Infolge der Longitudinalkomponente  $\mathcal{E}_z$  hat der Poyntingsche Vektor nicht mehr die Richtung der Wellennormalen. Seine Richtung ändert sich außerdem im Lauf der Schwingungsperiode. Das zeitliche Mittel des Poyntingschen Vektors gibt die Strahlrichtung. Die Strahlrichtung weicht also von der Wellennormalen ab. Diese Tatsache ist sehr wichtig für den Verlauf der Strahlwege in der Ionosphäre.

### Graphisches Verfahren.

Wenn die Elektronenkonzentration als Funktion der Höhe bekannt ist, so ist die Richtung der Wellennormalen für jede Höhe gegeben durch das Brechungsgesetz

$$(5) \quad n \sin \varphi = \sin \varphi_0,$$

$\varphi$  = Winkel der Wellennormale gegen die Vertikale,

$\varphi_0$  = Einfallswinkel,

und durch die zusätzliche Bedingung, daß die Richtung stets in der Einfallsebene bleibt. Da  $n$  nach (1) selbst von der Richtung abhängt, bereitet es Schwierigkeiten,  $\varphi$  aus (5) zu berechnen. Man kommt dabei auf eine Gleichung vierten Grads.

Einfacher erhält man  $\varphi$  und das zugehörige  $n$  graphisch: Für eine bestimmte Frequenz, eine bestimmte Einfallsebene und eine gewisse Elektronenkonzentration stellt man  $n$  als Funktion von  $\varphi$  in Polarkoordinaten dar. Zu beachten ist dabei, daß Formel (1)  $n$  als Funktion von  $\alpha$  (Winkel gegen die Richtung des Erdmagnetfelds), und nicht unmittelbar von  $\varphi$  gibt. Die gezeichnete Kurve ( $r$  = Radiusvektor)

$$r = n(\varphi)$$

(Abb. 1 zeigt mehrere solche Kurven) bringt man zum Schnitt mit einer vertikalen Geraden

$$r = \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi},$$

die den Abstand  $\sin \varphi_0$  vom Ursprungspunkt hat. Dann ist in den Schnittpunkten

$$n(\varphi) = \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi},$$

also das Brechungsgesetz (5) erfüllt.  $\varphi$  und  $n$  der Schnittpunkte sind daher die gesuchten Werte. Im allgemeinen gibt es zwei Schnittpunkte, einen für die aufsteigende Welle und einen für die absteigende.

Zur ordentlichen und zur außerordentlichen Welle (zweierlei Vorzeichen in (1)) gehören verschiedene  $n(\varphi)$ -Kurven, ebenso zu verschiedenen Einfallsebenen. Hat man sich für eine Frequenz und für einen dieser möglichen Fälle entschieden, so faßt man vorteilhafterweise die  $n(\varphi)$ -Kurven für viele aufeinanderfolgende Werte der Elektronenkonzentration in einer Abbildung zusammen (in Abb. 1 nur für vier Werte getan). Zeichnet man dann die vertikale Gerade zu irgendeinem  $\varphi_0$  im entsprechenden Abstand ( $\sin \varphi_0$ ) vom Ursprung ein, so geben die Schnittpunkte dieser Geraden sofort  $n$  und  $\varphi$  für die verschiedenen Elektronenkonzentrationen, also für verschiedene Höhen in der Ionosphäre.

Wollte man alle Einfallsebenen gleichzeitig erfassen, so müßte man  $n$  im Raum in Polarkoordinaten darstellen. Das gäbe  $n$ -Flächen, und zwar Rotationsflächen mit der Erdmagnetfeldrichtung als Achse. Zu jeder Einfallsrichtung wäre dann wieder eine bestimmte vertikale Gerade anzunehmen.

Das Verfahren ist in der Kristalloptik schon lange bekannt [6] [8] [11]. Es wird dort auf die Brechung an einer Berührungsfläche zweier Kristalle, nicht auf ein geschichtetes Medium angewandt.

Hat man  $n$  und  $\varphi$  ermittelt, so kann man alle weiteren gewünschten Größen berechnen, aus den Verhältnissen der Feld-

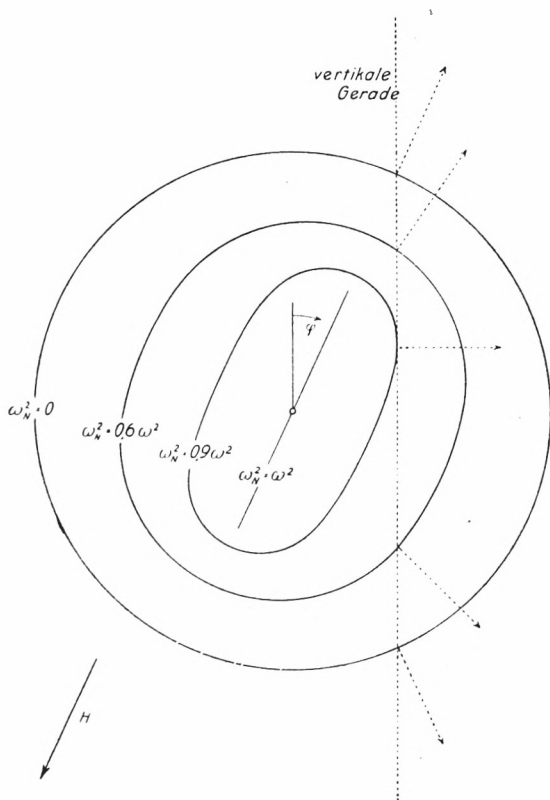


Abb. 1. Brechungsindex in Abhängigkeit von der Richtung der Wellennormalen,  $n(\varphi)$

Ordentlicher Strahl

Wellenlänge 80 m

Erdmagnetfeld  $H = 0,5$  Oersted

Maßstab:  $n = 1$  für  $\omega_N^2 = 0$

In den Schnittpunkten mit der vertikalen Geraden sind die Kurvennormalen eingezeichnet.

stärkekomponenten (Formel (2) bis (4)) auch das zeitliche Mittel des Poyntingschen Vektors. Die Strahlrichtung läßt sich aber einfacher unmittelbar der graphischen Darstellung entnehmen.

Um dies zu zeigen, soll die Strahlrichtung ganz anders definiert werden, ähnlich wie bei Booker [3] [4]. Man denke sich einen einigermaßen scharfen Strahl, wie von einem Scheinwerfer erzeugt. Dieser Strahl kann analytisch dargestellt werden durch Superposition homogener ebener Wellen mit ein wenig voneinander abweichenden Normalenrichtungen, aber gleicher Frequenz.

Zunächst betrachte man eine Wellenfläche einer einzigen homogenen ebenen Welle. In dieser Wellenfläche ist die elektrische Feldstärke (oder die magnetische Feldstärke oder eine Feldstärkekomponente) überall dieselbe. Jetzt sei eine zweite homogene ebene Welle der gleichen Frequenz mit ein wenig

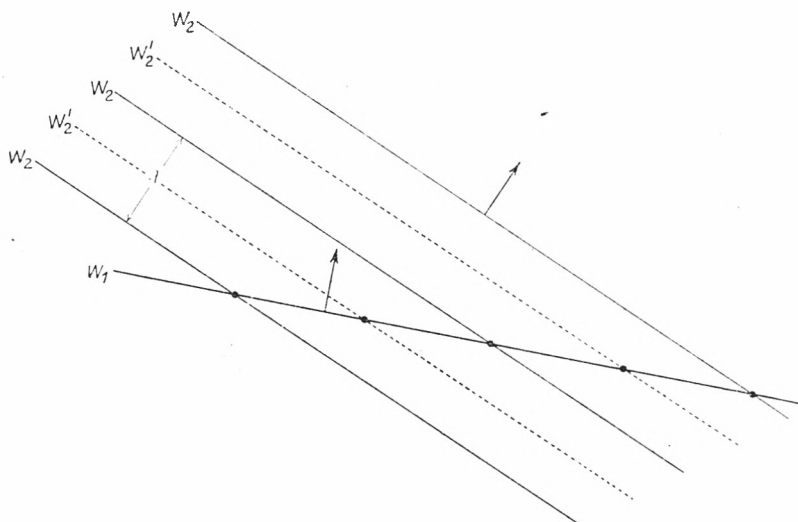


Abb. 2. Zur Superposition zweier ebener Wellen

$W_1$  eine Wellenfläche der ersten Welle,  
 $W_2, W_2'$  Wellenflächen der zweiten Welle, und zwar  
 $W_2$  Wellenflächen mit maximaler Feldstärke,  
 $W_2'$  Wellenflächen mit maximaler entgegengesetzt gerichteter Feldstärke  
 $\lambda$  = Wellenlänge

verschiedener Normalenrichtung hinzugefügt (Abb. 2). Die Feldstärke der zweiten Welle verläuft in der Wellenfläche der ersten Welle ( $W_1$ ) periodisch. Durch geeignete Wahl der Normalenrichtung der zweiten Welle kann man beliebige Größe und Lage der Periode in der Ebene ( $W_1$ ) erhalten. Wenn man Wellen

mit allen möglichen Normalenrichtungen zusammensetzt, kann man daher ein zweidimensionales Fourierintegral bilden, d. h. jeden gewünschten Feldstärkeverlauf in der Wellenfläche der zuerst allein angenommenen Welle darstellen. Um die Feldstärken der verschiedenen Wellen einfach addieren zu können, wird man aber nur Wellen zulassen, deren Normalenrichtung so wenig von der der ersten Welle abweicht, daß man die Richtungen von  $\mathfrak{E}$  bzw.  $\mathfrak{H}$  aller Wellen als gleich ansehen darf. Das Fourierintegral enthält dann keine sehr kurzen Perioden mehr.

Durch das Fourierintegral soll folgender Feldstärkeverlauf wiedergegeben werden: In der Wellenfläche ist ein kleines Gebiet mit nennenswerter Feldstärke, sonst Feldstärke Null. Das Gebiet kann infolge der Beschränkung auf nicht zu kurze Perioden im Fourierintegral nicht beliebig klein sein; das macht aber nichts aus. Alle homogenen ebenen Wellen, die in dem Fourierintegral superponiert werden, haben in der Mitte des kleinen Gebiets gleiche Phase. Wenn nun außerhalb der betrachteten Wellenfläche ebenfalls Punkte mit gleicher Phase, also Gebiete mit nennenswerter Feldstärke, existieren und diese Gebiete sich kontinuierlich aneinanderreihen, so bilden sie alle zusammen einen Strahl. Aus dieser Strahldefinition ist jetzt die Strahlrichtung abzuleiten.

In einem Koordinatensystem  $xyz$  (das nicht wie früher nach der Welle orientiert ist) wird eine homogene ebene Welle dargestellt durch

$$A e^{i \left\{ \omega t - \frac{n \omega}{c} (x \cos(n, x) + y \cos(n, y) + z \cos(n, z)) + \psi \right\}}.$$

$A$  bedeutet irgendeine Feldstärke oder Feldstärkekomponente,  $(n, x)$ ,  $(n, y)$ ,  $(n, z)$  die Winkel zwischen Wellennormale und Koordinatenachsen,

$\psi$  einen Phasenwinkel.

Es ist zweckmäßig, einen Vektor  $n$  einzuführen, dessen Richtung die Wellennormale und dessen Betrag der Brechungsindex ist. Dann wird der Ausdruck für die Welle, vektoriell geschrieben,

$$A e^{i \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} (n, r) + \psi \right\}},$$

wobei  $(\mathbf{n}, \mathbf{r})$  das skalare Produkt von  $\mathbf{n}$  mit dem Koordinatenvektor  $\mathbf{r}$  (Komponenten  $x, y, z$ ) bedeutet. Eine homogene ebene Welle mit etwas abweichender Normalenrichtung ist

$$A e^{i \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} (\mathbf{n} + d\mathbf{n}, \mathbf{r}) + \varphi + d\varphi \right\}}.$$

Der Punkt, in dem alle zu superponierenden Wellen gleiche Phase haben, soll der Koordinatenursprung ( $\mathbf{r} = 0$ ) sein. Dann kann man  $\psi = 0$  und  $d\psi = 0$  setzen und für die beiden Wellen folgende Ausdrücke schreiben:

$$A e^{i \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} (\mathbf{n}, \mathbf{r}) \right\}}$$

und

$$A e^{i \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} (\mathbf{n} + d\mathbf{n}, \mathbf{r}) \right\}}.$$

Gesucht sind nun weitere Punkte mit gleicher Phase der verschiedenen Wellen. Gleiche Phase bedeutet gleichen imaginären Exponenten<sup>1</sup>

$$i \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} (\mathbf{n}, \mathbf{r}) \right\} = i \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} (\mathbf{n} + d\mathbf{n}, \mathbf{r}) \right\}$$

oder

$$(d\mathbf{n}, \mathbf{r}) = 0.$$

Um diese Bedingung geometrisch auszulegen, trage man alle möglichen Vektoren  $\mathbf{n}$  von einem Punkt aus auf. Die Endpunkte der Vektoren ergeben dann gerade die räumliche Darstellung des Brechungsindex  $n$  in Polarkoordinaten, die  $n$ -Fläche (S. 180).  $d\mathbf{n}$ , die Verbindungslinie der Endpunkte zweier benachbarter Vektoren, ist stets tangential zur Fläche.  $\mathbf{r}$  muß senkrecht stehen auf jedem  $d\mathbf{n}$ , das von dem angenommenen  $\mathbf{n}$  ausgeht, d. h. es muß normal zur Fläche gerichtet sein. Die Punkte, in denen die Phasenbeziehung erfüllt ist, bilden demnach eine Gerade von der Richtung der Flächennormale. Die Flächennormale in einem Punkt der  $n$ -Fläche ist daher die Strahlrichtung, die zu den Daten des Punkts gehört. In

<sup>1</sup> Phasenverschiebungen  $2\pi$ ,  $4\pi$  usw. bringen keine Lösung der vorliegenden Aufgabe.

der Kristalloptik ist dieses Gesetz auch schon zusammen mit dem oben (S. 180) beschriebenen graphischen Verfahren angegeben worden [6] [8] [11].

Man wird fragen, ob andere Strahlvorstellungen als die hier gewählte die gleiche Strahlrichtung ergeben. Es läßt sich zeigen, daß dies tatsächlich der Fall ist, daß beispielsweise bei allseitiger (d. h. nicht gerichteter) Ausbreitung von Wellen die einzelne Wellenpartie stets in der gleichen Richtung läuft wie der hier angenommene scharfe Strahl. Das Zeitmittel des Poyntingschen Vektors hat ebenfalls diese Richtung, wie man beweisen kann.

Die Projektion der Strahlrichtung in die Einfallsebene der Welle ist die Projektion der  $n$ -Flächen-Normale in die Einfallsebene, das ist die Normale zu der  $n(\varphi)$ -Kurve in der Einfallsebene. Das graphische Verfahren (S. 180) ist daher so fortzusetzen:

In jedem Schnittpunkt der vertikalen Geraden mit einer  $n(\varphi)$ -Kurve (Abb. 1) ermittelt man die Kurvennormale. Diese stellt für die Elektronenkonzentration der Kurve die Projektion der Strahlrichtung in die Einfallsebene dar. Im allgemeinen gibt es für eine Elektronenkonzentration zwei Strahlrichtungen (zu jedem der beiden Schnittpunkte eine): eine aufsteigende und eine absteigende.

Die Projektion der gesamten Kurve, die der Strahl in der Ionosphäre beschreibt, erhält man näherungsweise als Polygonzug. Man muß dazu eine bestimmte Abhängigkeit der Elektronenkonzentration von der Höhe zugrunde legen. Dann reiht man (in einem verkleinerten Bild) die aufsteigenden Strahlrichtungen (richtiger gesagt, deren Projektionen in die Einfallsebene) als Geradenstücke so aneinander, daß jede in die richtige Höhe kommt. Von der größten erreichten Höhe ab setzt man die absteigenden Strahlrichtungen ebenso an. Wenn der Strahl horizontal wird, wie dies beim Übergang des aufsteigenden in den absteigenden Strahlverlauf zu erwarten ist, so versagt das Zusammensetzverfahren; denn es bleibt unbestimmt, wie lang das horizontale Geradenstück zu nehmen ist. In dieser Gegend genügt daher die Gerade als Näherung nicht mehr; man braucht eine Näherungskurve zweiten Grads, etwa eine Parabel. Doch soll darauf sowie auf einige Nebensachen bei der Durchführung des Verfahrens hier nicht näher eingegangen werden. Den Polygonzug ersetzt man nachträglich durch eine Kurve.

Das Ergebnis des Verfahrens ist die Projektion des Strahlwegs in die Einfallsebene. Will man wissen, wie weit der Strahlweg an jeder Stelle aus der Einfallsebene heraustritt, so muß man sich die  $n(\varphi)$ -Kurven ergänzt denken zu  $n$ -Flächen, d. h. zu Rotationsflächen (Erdmagnetfeldrichtung soll Achse sein). Man kann dann die Lage der Flächennormalen im Raum ermitteln und daraus zu jedem Geradenstück des Näherungspolygonzugs die Verschiebung senkrecht zur Einfallsebene bestimmen. Ist die Einfallsebene die Meridianebene, so tritt der Strahlweg nicht aus ihr heraus, da jetzt die Rotationsachse der  $n$ -Flächen (Erdmagnetfeldrichtung) parallel zur Einfallsebene ist.

In welcher Höhe wird der Strahl reflektiert? Die Reflexionshöhe ist die Höhe, in der der aufsteigende Teil des Strahlwegs in den absteigenden übergeht. Unterhalb der Reflexionshöhe gibt es in jeder Höhe zwei Strahlrichtungen, eine aufsteigende und eine absteigende. Oberhalb der Reflexionshöhe gibt es keinen Strahl. In Abb. 1 gehören daher die  $n(\varphi)$ -Kurven, die zweimal von der vertikalen Geraden geschnitten werden, zu Höhen unter der Reflexionshöhe, dagegen die  $n(\varphi)$ -Kurven, die die Gerade nicht trifft, zu Höhen über der Reflexionshöhe. Die letzte  $n(\varphi)$ -Kurve, die noch von der Geraden erreicht wird, ist die der Elektronenkonzentration  $N$ , bei der Reflexion eintritt.

Die letzte erreichte  $n(\varphi)$ -Kurve wird in dem in Abb. 1 wiedergegebenen Fall von der vertikalen Geraden berührt. Die Normale zur Kurve im Berührungspunkt ist horizontal. Hieraus folgt, daß die Strahlrichtung bei der Reflexion horizontal ist. Das ist einleuchtend, und es ist so in den meisten Fällen. Aber es gibt noch eine andere Möglichkeit, wie man aus Abb. 1 sehen kann: Vertikale Gerade, die nahe beim Koordinatenursprung liegen, erreichen als letzte  $n(\varphi)$ -Kurve die, die zu einer Geraden entartet ist ( $\omega_N^2 = \omega^2$ ). Sie berühren diese nicht, sondern schneiden sie. In diesen Fällen ist der Strahlverlauf bei der Reflexion anders. Beide Arten des Strahlverlaufs bei der Reflexion werden im folgenden Kapitel gezeigt werden (S. 189).

### C. Ergebnisse.

Es wurden die Wege ermittelt von Strahlen, die einen Sender in verschiedenen steilen Richtungen verlassen. Die dabei voraus-

gesetzten Bedingungen entsprechen normalen Verhältnissen. Da die Strahlen beim Eintritt in die Ionosphäre in eine ordentliche und eine außerordentliche Strahlkomponente aufgespalten werden, die beide verschiedene Wege beschreiben, mußten sowohl die Wege der ordentlichen Strahlen als auch die der außerordentlichen Strahlen bestimmt werden. Charakteristische Beispiele bringt dieses Kapitel.

### Vorausgesetzte Daten und Annahmen.

Die vorausgesetzten Daten und Annahmen sind:

Erdmagnetfeld:  $H = 0,5$  Oersted, Inklination  $65^\circ$ , Richtung von  $H$  zur Erde hin (das sind ungefähr die Daten für Süddeutschland),

Wellenlänge 80 m, Frequenz 3,75 MHz,

Ionosphäre:

in 200 km Höhe unterer Rand (Elektronenkonzentration  $N = 0$ ), von da ab lineare Zunahme der Elektronenkonzentration mit der Höhe,

in 250 km Höhe Elektronenkonzentration so groß, daß der ordentliche Vertikalstrahl reflektiert wird ( $\omega_N^2 = \omega^2$ , S. 177),

Einfallsebene der Strahlen: magnetische Meridianebene.

Die Wellenlänge von 80 m liegt unterhalb der „Gyro“-Wellenlänge. Die Gyrowellenlänge (Kreisfrequenz  $\omega_H$ , S. 177) ist bei der angenommenen Magnetfeldstärke 214 m.

Lineare Zunahme der Elektronenkonzentration mit der Höhe kann man im unteren Teil der Ionosphärenschicht annehmen, aber selbstverständlich nicht mehr in der Nähe der maximalen Elektronenkonzentration der Schicht („Scheitel“ der Schicht). Die Voraussetzung linearer Zunahme der Elektronenkonzentration bedeutet daher Beschränkung auf einen Fall, in dem die Strahlen beliebiger Richtung genügend weit unter dem Scheitel der Ionosphärenschicht reflektiert werden. Die Höhenangaben darf man abändern, indem man alle Höhen und Entfernungen mit einem Faktor multipliziert. An den erhaltenen Kurven braucht man dann nichts zu ändern. Beispielsweise kann man annehmen, der untere Rand der Ionosphäre befinde sich in 300 km Höhe (statt 200 km) und der ordentliche Vertikalstrahl werde in 375 km Höhe (statt 250 km) reflektiert.

Die Strahlwege sind nur für eine Einfallsebene ermittelt, damit die Zeichenarbeit nicht zu viel wurde – für jede Einfallsebene ist ja eine Darstellung der  $n(\varphi)$ -Kurvenschar erforderlich –. Die magnetische Meridianebene ist als Einfallsebene gewählt, weil in ihr der Einfluß des Erdmagnetfelds in mancher Hinsicht am stärksten ist und weil die Strahlwege in ihr verschiedene Besonderheiten aufweisen.

Was ein Abgehen von den angenommenen Voraussetzungen ausmacht, wird in vielen Fällen erörtert werden.

### Strahlverlauf, wenn kein Erdmagnetfeld vorhanden wäre.

Bevor Ergebnisse gebracht werden, sei zum Vergleich angegeben, was man erhält, wenn man vom Erdmagnetfeld abieht ( $H = 0$ ,  $\omega_H = 0$  in (1)).

Ohne Erdmagnetfeld sind die Strahlwege in der Ionosphäre Parabeln (bei dem vorausgesetzten linearen Verlauf der Elektronenkonzentration). Die Reflexionshöhe (Scheitel der Parabel), vom unteren Rand der Ionosphäre aus gemessen, ist proportional  $\cos^2 \varphi_0$  ( $\varphi_0$  = Einfallswinkel, Winkel zwischen Vertikale und Strahlrichtung unterhalb der Ionosphäre).

### Beispiele von Strahlwegen.

Abb. 3 und 4 zeigen einige typische Beispiele von Strahlwegen, Abb. 3 des ordentlichen Strahls, Abb. 4 des außerordentlichen.

Der vertikal einfallende Strahl verläuft beidemale gekrümmt, wird also außerhalb des Zenits reflektiert. Er geht den gleichen Weg, den er aufwärts beschreibt, auch wieder zurück. Er kehrt demnach zum Ausgangspunkt zurück. Man beobachtet daher bei Ionosphärenregistrierungen, bei denen Sender und Empfänger am gleichen Ort stehen, wirklich den vertikal zur Ionosphäre laufenden Strahl<sup>1</sup>.

Der ordentliche Vertikalstrahl wird nach Norden abgelenkt, der außerordentliche nach Süden. Die Ablenkung des ordent-

---

<sup>1</sup> Die Wellennormale des Strahls ist überall vertikal. Die Laufzeit eines Signals ist in diesem Fall so zu berechnen, wie es immer gemacht wird; man braucht die seitliche Ablenkung des Strahls dabei nicht zu beachten.

lichen Strahls ist größer. Sie beträgt in Abb. 3 im Reflexionspunkt 11 km und wäre noch viel größer, wenn der Strahl in der Nähe des Scheitels einer Schicht reflektiert würde.

Bei schiefem Einfall gibt es zwei Arten von Strahlkurven mit ganz verschiedenem Aussehen an der Reflexions-

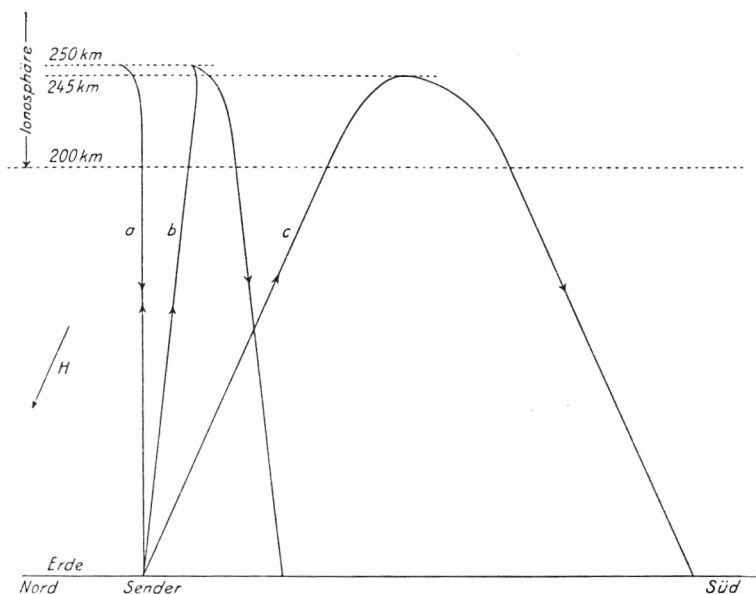
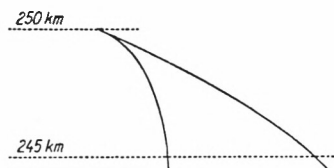


Abb. 3. Strahlwege des ordentlichen Strahls (Daten S. 187)

$H$  = Richtung des Erdmagnetfelds



Zu Abb. 3. Vergrößerte Darstellung der Spitze von Strahlweg b

stelle (Abb. 3, b und c): Die Strahlkurve kann stetig von aufsteigender Richtung in die horizontale und schließlich in absteigende Richtung übergehen, nach Art einer Parabel (Abb. 3, c). Sie kann aber auch eine Spitze an der Reflexionsstelle haben (Abb. 3, b). Die Strahlrichtung kehrt in der Spitze plötzlich um in die entgegengesetzte Richtung (siehe die vergrößerte Dar-

stellung der Spitze, Zusatz zu Abb. 3). Die erste Art des Strahlverlaufs (Abb. 3, c) ist die normale, die man meist findet, und die ohne Erdmagnetfeld allein möglich wäre. Die zweite, ungewohnte Art des Strahlverlaufs tritt nur unter speziellen Bedingungen auf (ordentlicher Strahl, gewisse steile Richtungen; siehe unten).

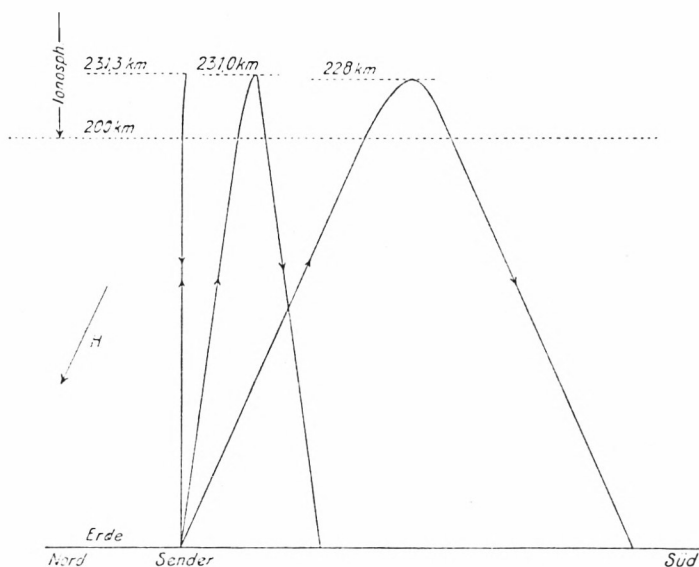


Abb. 4. Strahlwege des außerordentlichen Strahls (Daten S. 187)  
H = Richtung des Erdmagnetfelds

Die dargestellten Strahlkurven (Abb. 3 und 4) kann man sich auch umgekehrt durchlaufen denken, so daß jeweils am rechten Ende der Sender und links der Empfänger steht. Sie gelten auch für diesen Fall.

Wenn man beim ordentlichen Strahl von vertikalem Einfall ausgehend zu immer mehr nach N oder S geneigten Einfallsrichtungen übergeht, so erhält man zunächst Strahlen mit Spitze (Abb. 3, b), die alle in der gleichen Höhe reflektiert werden wie der vertikal einfallende Strahl (Reflexionsbedingung  $\omega_N^2 = \omega^2$ ). Das geht so bis zu einem Einfallswinkel von  $12,7^\circ$ . Von da ab sind die Strahlkurven bei der Reflexion parabelartig, und die Reflexionshöhe nimmt ab mit zunehmendem Einfallswinkel (Abb. 3, c). Die Strahlkurven sind dann immer noch unsymmetrisch, doch um so weniger, je größer der Einfallswinkel ist.

Strahlen mit Spitze kommen nur in der magnetischen Meridianebene vor. In allen anderen Einfallsebenen sind schief einfallende Strahlen bei der Reflexion immer parabelartig, und die Reflexionshöhe nimmt mit zunehmendem Einfallswinkel schon von Anfang an ab.

Bei vertikalem Einfall ist die Reflexionshöhe des ordentlichen Strahls die gleiche, wie wenn kein Magnetfeld vorhanden wäre, bei schiefer Einfall etwas größer als ohne Magnetfeld.

Der außerordentliche Strahl wird in wesentlich niedrigerer Höhe reflektiert als der Strahl im magnetfeldfreien Fall. Der schief einfallende außerordentliche Strahl ist bei der Reflexion stets parabelartig; er hat nie eine Spitze an der Reflexionsstelle.

Beim außerordentlichen Strahl ist das Aussehen der Strahlkurven und die Abhängigkeit der Reflexionshöhe vom Einfallswinkel einigermaßen normal. Die eigentümlichen Strahlkurven mit Spitze und mit ihrer Unabhängigkeit der Reflexionshöhe vom Einfallswinkel werden nur beim ordentlichen Strahl gefunden, der doch seinen Namen daher hat, daß er dem Strahl des magnetfeldfreien Falls näherkommt oder unter gewissen Bedingungen gleichkommt. Das ist so zu erklären: Die Besonderheiten treten nur in der Höhe ein, in der  $\omega_N^2 = \omega^2$  ist<sup>1</sup>, und nur der ordentliche Strahl kann in diese Höhe vordringen.

Die Tatsache, daß steile ordentliche Strahlen in der magnetischen Meridianebene in der gleichen Höhe reflektiert werden wie der Vertikalstrahl, hat eine Folge für die tote Zone des ordentlichen Strahls: Die maximale Elektronenkonzentration der Ionosphärenschicht sei so, daß der Vertikalstrahl gerade nicht mehr reflektiert wird, sondern die Schicht durchsetzt. Dann durchsetzen alle Strahlen bis zu einem Einfallswinkel von  $12,7^\circ$  in der Meridianebene, die ja die gleiche Elektronenkonzentration zur Reflexion benötigen würden wie der Vertikalstrahl, ebenfalls die Schicht. In anderen Einfallsebenen dagegen benötigen geneigte Strahlen geringere Elektronenkonzentration und werden daher reflektiert, wenn die erforderlichen Elektronenkonzentrationen noch vorhanden sind. Das Gebiet auf der Erde, zu dem keine reflektierten Strahlen gelangen, ist dann eine Linie in der magnetischen N-S-Richtung. Das ist die kleinste mögliche

<sup>1</sup> Nur für  $\omega_N^2 = \omega^2$  kann die  $n(\varphi)$ -Kurve zu einer Geraden entarten (Abb. 1).

Form der toten Zone des ordentlichen Strahls. Würde die maximale Elektronenkonzentration der Ionosphärenschicht weiter abnehmen, so würde die linienförmige tote Zone zu einer Fläche anwachsen.

Die Strahlen, die den Sender in anderen Einfallsebenen als der Meridianebene verlassen, erfahren eine Ablenkung aus der Einfallsebene heraus. Der einfallende und der reflektierte Strahl liegen daher im allgemeinen nicht genau in einer Ebene. Nur, wenn die Einfallsebene die magnetische Meridianebene oder die dazu senkrechte W-E-Ebene ist, liegt der reflektierte Strahl in der Einfallsebene. Strahlen in der Meridianebene bleiben auf ihrem ganzen Weg in der Meridianebene. Strahlen in der W-E-Ebene treten im aufsteigenden Wegstück aus der Einfallsebene heraus, kommen jedoch beim Absteigen wieder in die Einfallsebene zurück. Ihr Weg ist symmetrisch.

Die Strahlkurven in der magnetischen Meridianebene sind stärker unsymmetrisch als die in allen anderen Einfallsebenen. Strahlkurven mit Spitze im Reflexionspunkt kommen, wie schon gesagt, überhaupt nur in der magnetischen Meridianebene vor.

Der Strahlverlauf hängt selbstverständlich von der Wellenlänge des Senders ab. Der Einfluß des Erdmagnetfelds ist um so stärker, je größer die Wellenlänge ist (es kommt auf  $\frac{\omega H}{\omega}$  an). Der Bereich des Einfallswinkels, in dem der ordentliche Strahl mit Spitze und in konstanter Höhe reflektiert wird, ist bei größeren Wellenlängen größer; er reicht bei 214 m Wellenlänge bis  $17,3^\circ$  (N und S) und bei immer größeren Wellenlängen immer näher bis an  $25^\circ$  ( $= 90^\circ - \text{Inklinationswinkel}$ )<sup>1</sup>. Die Unsymmetrie des Wegstücks in der Ionosphärenschicht ist bei gegebenem Einfallswinkel um so stärker, je größer die Wellenlänge ist. Aber bei großer Wellenlänge dringt der Strahl weniger tief in die Schicht ein. Das Wegstück in der Schicht ist dann kleiner und macht weniger für den Gesamtweg aus.

Der außerordentliche Strahl verhält sich nur unterhalb der Gyrowellenlänge (214 m) ähnlich wie im Beispiel (Abb. 4). Wenn

<sup>1</sup> Abzuleiten aus der Länge der  $n(\varphi)$ -Kurve, die zu einer Geraden entartet ist (Abb. 1).

man sich der Gyrowellenlänge nähert, rückt seine Reflexionshöhe bereits an den unteren Rand der Ionosphäre. Bei Wellenlängen über 214 m wird der außerordentliche Strahl in größerer Höhe reflektiert als der ordentliche und geht bei schiefem Einfall häufig einen komplizierten Weg. Er wird dann allerdings wohl meist stark absorbiert werden und nicht mehr aus der Ionosphäre zurückkehren.

Ordentlicher und außerordentlicher Strahl, die von einem Sender zu einem Empfänger laufen.

In Abb. 5 sind die Strahlwege für zwei verschiedene Richtungen gezeichnet ( $24,1^\circ$  und  $28,7^\circ$  gegen die Vertikale), und

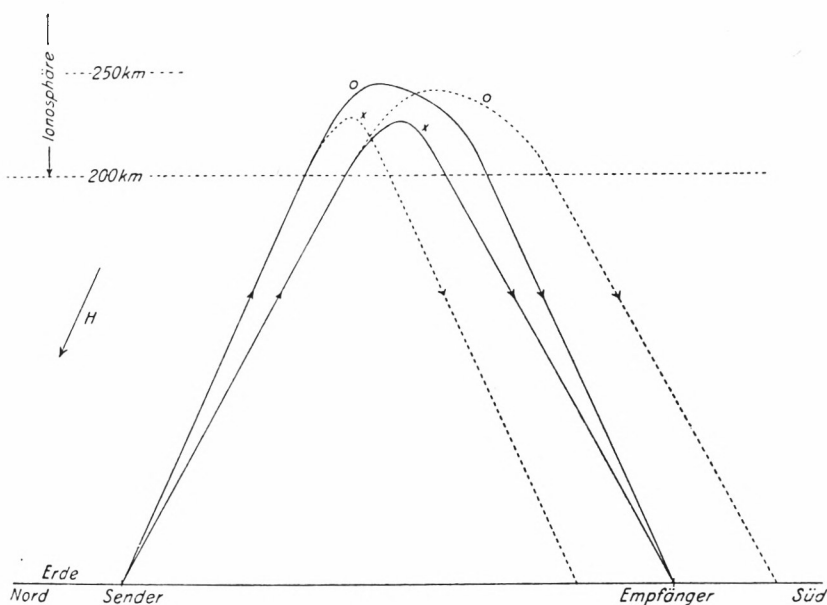


Abb. 5. Zwei Strahlwege von einem Sender zu einem Empfänger

o ordentliche Strahlen  
x außerordentliche Strahlen

zwar für jede Richtung der des ordentlichen und der des außerordentlichen Strahls. Die Richtungen sind so gewählt, daß der Weg des ordentlichen Strahls der einen Richtung und der Weg des außerordentlichen Strahls der anderen Richtung zum gleichen

Punkt der Erdoberfläche gelangen (268 km vom Sender entfernt). Diese beiden Strahlwege sind infolgedessen die beiden Wege, die die Wellen durchlaufen, wenn sie vom Sender zu einem Empfänger am angegebenen Ort gehen.

### Ein Sonderfall.

Die theoretische Entwicklung der Strahlkurven bedarf noch einer Ergänzung. An der Reflexionsstelle entsteht wie bei jeder Totalreflexion eine inhomogene Welle, die nach oben abklingt (darstellbar durch komplexe Größen  $n, \varphi$ ). Sie macht sich im allgemeinen nicht bemerkbar, und man braucht sie daher nicht näher zu betrachten. Aber man muß sich überlegen, ob die aufsteigende, die absteigende und die inhomogene Welle zusammen die Stetigkeitsbedingungen erfüllen können, die für die Feldstärken an der Reflexionsstelle gelten müssen. Phase und Amplitude der Wellen kann man dazu entsprechend annehmen; aber die Polarisierung der Wellen und das Verhältnis der Longitudinalkomponente der elektrischen Feldstärke zu den anderen Komponenten sind vorgeschrieben ((2) bis (4), S. 178).

Eine Nachprüfung ergibt, daß sowohl für die parabelartigen Strahlkurven als auch für die Strahlen mit Spitze die Stetigkeitsbedingungen erfüllbar sind, daß also die bisherigen Vorstellungen vom Strahlverlauf richtig sind. Aber es gibt eine Ausnahme. Das ist der Grenzfall zwischen den Strahlkurven mit Spitze und den parabelartigen Strahlkurven des ordentlichen Strahls, in dem bei den vorausgesetzten Daten der Strahl unter einem Einfallswinkel von  $12,7^\circ$  nach S oder nach N geht. Aufsteigender und absteigender Strahl für jede dieser beiden Richtungen sind in der zu erwartenden Reflexionshöhe<sup>1</sup> so beschaffen, daß sie zusammen mit einer etwaigen inhomogenen Welle die Stetigkeitsbedingungen vermutlich nicht erfüllen können.

Aus einer weiteren Untersuchung folgt: Der ordentliche Strahl kann in dem Sonderfall in eine größere Höhe aufsteigen, noch über die Reflexionshöhe des vertikal einfallenden ordentlichen

---

<sup>1</sup> Zu erwarten wäre Reflexion bei  $\omega_N^2 = \omega^2$ , ebenso wie im Fall der Strahlen mit Spitze.

Strahls. Für solche Höhen lassen sich nämlich auch Wellen und Strahlen konstruieren (Formel (1), positive Wurzel). Diese treten aber im allgemeinen nicht auf, da sie nicht an Wellen oder Strahlen, die vom Erdboden kommen, stetig anschließen. Nur bei den beiden speziellen Einfallsrichtungen  $12,7^\circ$  S und N schließt der ordentliche Strahl des unteren Gebiets an den Strahl an, den man für große Höhen theoretisch ermittelt, und zwar so, daß an der Anschlußstelle (bei  $\omega_N^2 = \omega^2$ ) alle Stetigkeitsbedingungen erfüllt sind.

Die genauere Untersuchung des Sonderfalls führt schließlich zu folgendem Ergebnis:

Bei einem Einfallswinkel von  $12,7^\circ$  S oder N, in dem Grenzfall zwischen den Strahlkurven mit Spitze und den parabelartigen Strahlkurven, hat der ordentliche Strahl einen besonderen Verlauf. Der Strahl der Richtung  $12,7^\circ$  S wird in wesentlich größerer Höhe reflektiert als die Strahlen aller anderen Richtungen<sup>1</sup> und wird auf seinem weiteren Weg stark absorbiert, auch wenn sonst die Absorption vernachlässigbar klein ist. Der Strahl kehrt daher vermutlich überhaupt nicht zur Erde zurück.

Für den Einfallswinkel von  $12,7^\circ$  N ist die Strahlvorstellung in der Gegend der zu erwartenden Reflexion (bei  $\omega_N^2 = \omega^2$ ) unbrauchbar aus Gründen, wie sie im nächsten Abschnitt besprochen werden. Wahrscheinlich wird der Strahl aufgespalten, ein Teil des Strahls so, wie man es erwarten sollte, reflektiert (bei  $\omega_N^2 = \omega^2$ ), und ein Teil in ein klein wenig größerer Höhe reflektiert und schließlich absorbiert. Der zuerst genannte Teil kehrt zur Erde zurück, der andere dagegen nicht.

Würde der  $12,7^\circ$  S-Strahl sich stetig in das Bild der übrigen Strahlen einfügen, so würde er einen bestimmten Punkt der Erdoberfläche südlich des Senders erreichen. So aber kommt zu diesem Punkt kein Strahl. In diesem einen Punkt südlich des Senders ist daher kein Empfang eines einmal in der Ionosphäre reflektierten ordentlichen Strahls zu erwarten.

---

<sup>1</sup> Reflexion bei  $\omega_N^2 = 1,34\omega^2 \approx \omega^2 + \omega\omega_H$ . - Legt man andere Daten als hier zugrunde, so tritt der Sonderfall (Grenzfall) statt bei  $12,7^\circ$  bei einem anderen Wert des Einfallswinkels ein (S. 192).

Eine Folge der großen Reflexionshöhe des ordentlichen  $12,7^\circ$  S-Strahls ist<sup>1</sup>: Die maximale Elektronenkonzentration einer Ionosphärenschicht kann bei weitem ausreichen zur Reflexion aller anderen Strahlen (auch des Vertikalstrahls) und trotzdem vielleicht nicht ausreichen zur Reflexion des ordentlichen  $12,7^\circ$  S-Strahls. Dann durchsetzt dieser als einziger die Ionosphärenschicht, während die Strahlen aller anderen Richtungen reflektiert werden.

### Partielle Reflexion. Aufspaltung von Strahlen.

Wie eben auseinandergesetzt, wird der ordentliche Strahl der Richtung  $12,7^\circ$  S in größerer Höhe reflektiert als Strahlen der benachbarten Richtungen. Das ist eine Unstetigkeit, gegen die man Bedenken hat. Prüft man die Erscheinungen bei der Reflexion der benachbarten Richtungen, so findet man, daß für diese Richtungen die Reflexion keine Totalreflexion mehr ist, sondern nur eine partielle Reflexion: Nur ein Teil des Strahls wird reflektiert, der andere Teil steigt weiter aufwärts und verläuft ungefähr so wie der  $12,7^\circ$  S-Strahl. Je näher die Strahlrichtung bei  $12,7^\circ$  S liegt, desto kleiner ist der reflektierte Bruchteil und desto größer der weiterlaufende. Bei stärkerer Abweichung von  $12,7^\circ$  S geht die partielle Reflexion in die totale über.

Die partielle Reflexion bei Einfallswinkeln nahe  $12,7^\circ$  S kommt folgendermaßen zustande: Über der Reflexionsstelle breitet sich die inhomogene (abklingende) Welle aus. Die Schicht, in der die inhomogene Welle möglich ist, ist aber nach oben hin begrenzt. Sie ist für Einfallsrichtungen, die nahe bei  $12,7^\circ$  S liegen, nur sehr dünn und ist um so dünner, je näher die Einfallsrichtung bei  $12,7^\circ$  S liegt. Für  $12,7^\circ$  S verschwindet sie völlig. Wenn aber die Schicht, in der die inhomogene Welle möglich ist, sehr dünn ist, so ist an ihrem oberen Rand die inhomogene Welle noch nicht abgeklungen. Dort entsteht dann wieder eine aufwärts fortschreitende homogene Welle. Das bedeutet, daß außer dem reflektierten Strahl noch ein aufwärts

---

<sup>1</sup> Große Reflexionshöhe bedeutet ja bei der vorausgesetzten Zunahme der Elektronenkonzentration mit der Höhe, daß zur Reflexion hohe Elektronenkonzentration erforderlich ist.

weiterlaufender Strahl existiert, also partielle Reflexion vorliegt. Der Strahl ist in zwei Strahlen aufgespalten worden.

Abspaltung eines Strahls von einem anderen kann auch bei Versagen der Strahltheorie eintreten. Die Strahltheorie versagt, wenn irgendeine Größe der Welle, wie z. B. die Wellenlänge, die Richtung der Wellennormalen, die Polarisierung, sich sehr rasch ändert; sehr rasch, das heißt auf Strecken, die mit der Wellenlänge vergleichbar sind. Man findet so rasche Änderungen nur ganz in der Nähe von Reflexionsstellen, außer in dem früher schon besprochenen Fall  $12,7^\circ$  N hauptsächlich bei den Strahlen mit Spitze. Es wäre daher denkbar, daß von jedem Strahl mit Spitze ein Strahl abgespalten wird, ähnlich wie in der Nachbarschaft des Einfallswinkels  $12,7^\circ$  S.

### Polarisation und Richtung der Wellennormale.

Die Polarisation der Strahlen, die aus Formel (3) errechnet werden kann, ist von Stelle zu Stelle verschieden. Sie ändert sich demnach fortlaufend auf dem Weg eines Strahls [2] [5]. Vor dem Eintritt in die Ionosphäre gehen ordentlicher und außerordentlicher Strahl denselben Weg. Die Polarisation ist dann die resultierende Polarisation der beiden und kann beliebig sein. Beim Eintritt in die Ionosphäre tritt die Aufspaltung in ordentlichen und außerordentlichen Strahl ein. Jeder der beiden hat die ihm eigene Polarisation, die sich also auf dem weiteren Weg fortlaufend ändert. Ein anschauliches Bild der Polarisation auf dem ganzen Weg eines Strahls bietet Abb. 6.<sup>1</sup>

Die Polarisation eines nicht zu flach einfallenden ordentlichen Strahls ist beim Eintritt in die Ionosphäre nahezu rechtszirkular, beim Austritt dagegen nahezu linkszirkular. Rechtszirkular (linkszirkular) bedeutet dabei Umlaufsinn im Uhrzeigersinn (Gegenuhrzeigersinn) für einen Beobachter, der in der Fortschreitungsrichtung der Welle blickt. Der nicht zu flach laufende außerordentliche Strahl ist beim Eintritt ungefähr linkszirkular, beim Austritt ungefähr rechtszirkular. Auf der Südhalbkugel der Erde ist es umgekehrt.

---

<sup>1</sup> Abb. 6 stellt den oberen Teil des Strahlwegs  $c$  von Abb. 3 dar.

Der Umlaufsinn der Polarisation nicht zu flach gehender Strahlen muß sich demnach auf dem Weg durch die Ionosphäre einmal umkehren. Dies tritt an einer Stelle ein, wo der Strahl gerade senkrecht zur Erdmagnetfeldrichtung läuft (Abb. 6). An

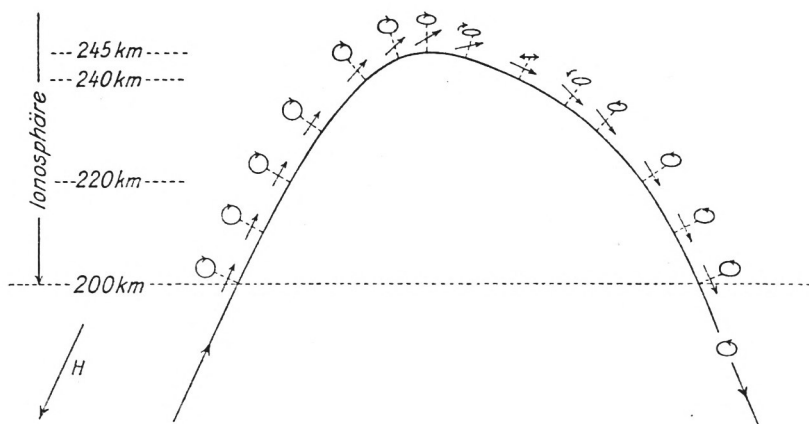


Abb. 6. Polarisation und Richtung der Wellennormalen (kleine Pfeile) für die gekennzeichneten Stellen des Strahlwegs

Ordentlicher Strahl

Polarisationsellipsen der magnetischen Feldstärke

Umlaufsinn für einen Beobachter, der in der Fortschreitungsrichtung blickt

Die große Ellipsenachse ist senkrecht zur Zeichenebene zu denken

$H$  = Richtung des Erdmagnetfelds

dieser Stelle ist die Polarisation linear. Der Umlaufsinn bleibt stets derselbe für einen Beobachter, der in Richtung der Erdmagnetfeldstärke blickt (nicht in der jeweiligen Fortschreitungsrichtung der Welle).<sup>1</sup> Für diesen Beobachter ist der Umlaufsinn der ordentlichen Welle stets Gegenuhrzeigersinn, der der außerordentlichen Welle Uhrzeigersinn [2] [5].<sup>2</sup>

Sehr flach laufende Strahlen werden an keiner Stelle ihres Wegs senkrecht zum Erdmagnetfeld. Ihre Polarisation kehrt sich daher nicht um. Bei flach, ganz ungefähr nach S gehenden ordentlichen Strahlen ist sie bei der Ankunft noch rechtsdrehend;

<sup>1</sup> Zu beachten ist, daß die Erdmagnetfeldstärke auf der Nordhalbkugel zur Erde hin, auf der Südhalbkugel von der Erde weg gerichtet ist.

<sup>2</sup> Eine Ausnahme macht der außerordentliche Strahl bei Wellenlängen über der Gyrowellenlänge (214 m). Sein Umlaufsinn ist für  $\omega_N^2 > \omega^2$ , d. i. im oberen Teil seiner Bahn, umgekehrt.

bei Strahlen, die gerade senkrecht zum Erdmagnetfeld laufend ankommen, linear.

Der Polarisationsumlaufsinn der in einem Empfänger aufgenommenen Wellen ist im allgemeinen der des ordentlichen Strahls, da der außerordentliche Strahl unterwegs stärker absorbiert wird. Daß dieser Umlaufsinn auf der Nordhalbkugel der Erde linksdrehend ist, ist bekannt und durch Meßergebnisse bestätigt. Es gibt aber nach dem, was eben gesagt wurde, auch Fälle, in denen rechtsdrehende oder lineare Polarisation eintreten kann.<sup>1</sup>

Abb. 6 zeigt überall auch die Richtung der Wellennormalen. Aus deren Abweichung von der Strahlrichtung kann man Schlüsse ziehen auf das Verhältnis der Longitudinalkomponente der elektrischen Feldstärke zu den Transversalkomponenten.

### Über das Reziprozitätsgesetz.

Für elektrische Wellen gilt das Reziprozitätsgesetz [2] [9] [10], das besagt: Man kann die Rolle von Sender und Empfänger vertauschen, d. h. man kann die Sendeantenne als Empfangsantenne und die Empfangsantenne zum Senden verwenden; wenn dann die Sendestärke (etwa der Antennenstrom) und die Frequenz die gleichen sind, ist auch die Empfangsintensität (etwa die in der Antenne induzierte Spannung) die gleiche. Es ist bekannt, daß dieses Reziprozitätsgesetz nicht mehr aufrecht zu halten ist, wenn die Wellenausbreitung über die Ionosphäre erfolgt und dabei der Einfluß des Erdmagnetfelds berücksichtigt wird [9] [10].

Beim Anblick von Abb. 5 wird das einleuchtend. Solange man nur eine einzelne Strahlkurve betrachtet, kann man sie immer auch umgekehrt durchlaufen denken, ohne etwas daran ändern zu müssen. Will man aber in Abb. 5 Empfänger und Sender vertauschen und die Laufrichtung der Strahlkurven umkehren, so muß man die gestrichelten Strahlwege verschoben einzeichnen,

---

<sup>1</sup> Allerdings nur in großer Entfernung (ungefähr südlich) vom Sender. Man muß damit rechnen, daß man vielleicht vorwiegend Wellen empfängt, die mehrmals in der Ionosphäre und an der Erdoberfläche reflektiert sind. Die flach laufenden Strahlen sind dann erst in sehr großer Entfernung vorherrschend.

da sie ja vom jetzigen Sender kommen müssen. Alle Strahlwege müssen vom Sender ausgehen; die Aufspaltung in ordentlichen und außerordentlichen Strahl erfolgt immer beim Eintritt in die Ionosphäre. Das ist jetzt am rechten Ende der Strahlkurve in der Ionosphäre (vorher war es am linken Ende).

Die Polarisierung der einzelnen Strahlen ist, wenn diese umgekehrt durchlaufen werden, auch einfach umgekehrt (statt rechtsdrehend z. B. linksdrehend, von einem Beobachter aus, der jeweils in der Strahlrichtung blickt); aber im linken (ursprünglich aufsteigenden) Teil der Strahlwege kann sie ganz anders sein als im rechten (ursprünglich absteigenden) Teil. Infolgedessen kann die Aufspaltung des Strahls in zwei Komponenten in dem Fall, wo der Sender links steht und die Aufspaltung links erfolgt, zu einem anderen Intensitätsverhältnis der beiden Komponenten führen als in dem anderen Fall, auch wenn die Polarisierung der ausgesandten Wellen als gleich oder irgendwie einander entsprechend angenommen wird. Die Zusammensetzung der beiden Wellen am Empfangsort wird dann in beiden Fällen auch etwas Verschiedenes ergeben.

Man kann wohl für die einzelnen Strahlkomponenten noch ein Reziprozitätsgesetz in mehr spezieller Fassung aufstellen. Aber auch das muß versagen, wenn beispielsweise der ordentliche Strahl selbst nochmals aufgespalten wird (S. 195 und S. 197); denn auch diese Aufspaltung wird beim umgekehrten Durchlaufen des Strahlwegs nicht in gleicher Weise vor sich gehen. So ist es z. B. bei dem Strahl, der den Sender unter  $12,7^\circ$  gegen die Vertikale nach N oder S verläßt. Im Fall  $12,7^\circ$  N gelangt nach dem, was früher (S. 195) gesagt wurde, noch eine nennenswerte Strahlintensität zum Empfänger, im reziproken Fall  $12,7^\circ$  S dagegen nicht.

In der Praxis wird eine Abweichung vom Reziprozitätsgesetz wohl nur stören, wenn dadurch die Empfangsstärke um einen beachtlichen Zahlenfaktor falsch ermittelt wird.

#### D. Schluß.

Rückblickend auf die Ergebnisse kann man sagen, daß die Strahlwege durchaus nicht immer so normal aussehen, wie man sie sich ohne genauere Überlegung vorstellt. In manchen Fällen

haben die Strahlkurven merkwürdige Formen und merkwürdiges Verhalten. Die Eigentümlichkeiten kommen daher, daß in der Ionosphäre infolge des Erdmagnetfelds der Brechungsindex in gewisser Weise von der Richtung der Wellennormalen abhängt und die Strahlrichtung nicht mit der Wellennormalen übereinstimmt.

Es wäre wünschenswert, daß einmal Messungen der Reflexionshöhe durchgeführt werden, ähnlich wie bei Ionosphärenregistrierungen, aber mit Empfängern, die, vom Sender entfernt, an verschiedenen Orten in der Nord- oder Südrichtung stehen. Manches von den theoretisch abgeleiteten Ergebnissen müßte dann zu beobachten sein.

Herrn Geheimrat Professor Dr. J. Zenneck danke ich für die Anregung zu der Arbeit, für wertvolle Diskussionen und stete Unterstützung bei der Durchführung der Arbeit.

### E. Literatur.

- [1] E. V. Appleton, Journ. Inst. Electr. Engrs. **71**, 642 (1932).
- [2] L. Bergmann u. H. Lassen, Ausstrahlung, Ausbreitung und Aufnahme elektromagnetischer Wellen. Lehrbuch der drahtlosen Nachrichtentechnik (hrsg. von N. v. Korshenewsky u. W. T. Runge) Bd. 2. Berlin 1940.
- [3] H. G. Booker, Proc. Roy. Soc. London (A) **155**, 235 (1936).
- [4] H. G. Booker, Phil. Trans. Roy. Soc. London **237**, 411 (1939).
- [5] K. Försterling u. H. Lassen, Hochfrequenztechn. u. Elektroak. **42**, 158 (1933).
- [6] W. R. Hamilton, Transactions Roy. Irish Acad. **17**, 144 (1837).
- [7] H. Lassen, Ann. d. Phys. [6] **1**, 415 (1947).
- [8] J. MacCullagh, Transactions Roy. Irish Acad. **17**, 252 (1837) und Collect. Works S. 36. London 1880.
- [9] W. O. Schumann, Elektrische Wellen, S. 333. München 1948.
- [10] A. Sommerfeld, Zeitschr. f. Hochfrequenztechn. **26**, 93 (1925) und **37**, 167 (1931).
- [11] G. Szivessy, Kristalloptik. Handbuch der Physik (hrsg. von H. Geiger und K. Scheel) Bd. 20, S. 680 u. 707. Berlin 1928.