

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1998–2000

MÜNCHEN 2000

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission beim Verlag C. H. Beck oHG München

BERLIN-BRANDENBURGISCHE
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
VERLAG C. H. BECK

Constantin Carathéodory Leben und Werk

Roland Bulirsch

Gesamtsitzung am 2. Juni 2000

An ein herausragendes Mitglied unserer Akademie aus der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts soll erinnert werden, wahrscheinlich der Mathematiker in Bayern, der weltweit die größte Wirkung entfaltet hat, bis heute.

Vor genau 100 Jahren, im Jahre 1900, begann Constantin Carathéodory das Studium der Mathematik in Berlin. Er war damals schon 27 Jahre alt, und er war Bauingenieur, Bauingenieur mit Offizierspatent.

13 Jahre später wird Carathéodory Ordinarius für Mathematik in Göttingen sein; 1916 schreibt ihm jemand aus Berlin.

Berlin, Sonntag.

Lieber Herr Kollege!

Ihre Ableitung finde ich wundervoll.

Zuerst hatte mir ein auf der zweiten Seite befindlicher kleiner Schreibfehler Schwierigkeiten verursacht. Nun aber verstehe ich alles. Sie sollten die Theorie in dieser Form in den Annalen der Physik publizieren; denn die Physiker wissen gewöhnlich nichts von diesem Gegenstand, wie dies auch bei mir der Fall war. Ich muss Ihnen mit meinem Briefe erschienen sein, wie ein Berliner, der soeben den Grunewald entdeckt hat und fragt, ob darin schon Menschen gewesen sind.

Wenn Sie sich die Mühe geben wollen, mir auch noch die kanonischen Transformationen darzulegen, werden Sie einen dankbaren und gewissenhaften Zuhörer finden. Wenn Sie aber die Frage nach den geschlossenen Zeitlinien lösen, werde ich mich mit gefalteten Händen vor Sie hinstellen. Hier steht etwas dahinter, des Schweisses der besten würdig.

Beste Grüsse, Ihr Albert Einstein

Baher: Sonntag.

Lieber Herr Kollege!

Ihre Abkürzung finde ich wundervoll.
Zuerst hatte mich ein auf der zweiten Seite befind-
licher kleiner Feinspitzer Salzwassergestein
verirrt. Nun aber verstehe ich alles. Sie soll-
ten die Theorie in dieser Form in den Annalen
der Physik publizieren; denn die Physiker wissen
gewöhnlich nichts von diesem Gegenstand,
was das auch bei mir der Fall war. Sie
muss Ihnen mit meinem Briefe erscheinen
was wie ein Berliner, der seinen den
Grußwald entdeckt hat und fragt, ob dieser
schon Menschen gewesen sind.

Wenn Sie sich die Mühe geben wollen,
mir auch noch die Riemannsche Transfor-
mation darzulegen, werden Sie einen dankbaren
und gewissenhaften Zuhörer finden. Wenn
Sie aber die Frage nach den geschlossenen
Zeitlinien lösen, was ich mich mit gefalteten
Händen vor Sie hinstellen..... Hier steht etwas
dahinter, das Schweisses der Arbeit würdig.

Beste Grüsse

Ihr A. Einstein.

Abb. 1: Einsteins Brief vom Dezember 1916

Albert Einstein mit gefalteten Händen vor Carathéodory; das war nicht nur so hingeschrieben.

Einsteins Brief drückt aus, was über Carathéodory zu sagen ist. Bei der Aufnahme Carathéodorys in die Preußische Akademie der

Wissenschaften in Berlin 1919, hatte kein Geringerer als Max Planck die Laudatio gesprochen. Im Jahre zuvor, 1918, war Carathéodory wieder nach Berlin zurückgekehrt, in seine Geburtsstadt. Von Berlin nach Berlin aber auf welchen Wegen. Und was für ein ungewöhnliches Leben.

Am 13. September 1873 wird er in Berlin als Sohn des türkischen Gesandtschaftsattachés geboren. Schon ein Jahr später kehren die Eltern an die Hohe Pforte nach Konstantinopel zurück. Kurz darauf, 1875, wird der Vater türkischer Botschafter in Brüssel. Die osmanischen Sultane schenken den Carathéodorys ihr Vertrauen, das war nicht selbstverständlich, denn die Carathéodorys waren Griechen, stammten aus Vissa in Thrazien. Carathéodorys Vorfahren hatten hohe staatliche Positionen inne. Ein Großonkel, Alexander Carathéodory Pascha war türkischer Botschafter in Rom, später sogar Außenminister, und hatte als türkischer Delegierter auf dem Berliner Kongreß 1878 das Osmanische Reich vertreten, das durch den Kongreß aufgefordert worden war, seine Grenzen zugunsten von Griechenland zu revidieren. 1881 wurden Thessalien und der Arta Distrikt von Epirus an Griechenland abgetreten. Für den Außenminister Carathéodory Pascha war es das Ende seiner Karriere: er wurde nach seiner Rückkehr nach Konstantinopel entlassen.

Constantin Carathéodory wächst in Brüssel in der Obhut seiner Großmutter auf; Griechisch und Französisch sind seine Sprachen. Deutsch lernt er erst später von einer deutschen Erzieherin. Die Urgroßeltern leben in Marseille, der junge Carathéodory trifft dort viele der väterlichen und mütterlichen Verwandten, die über den ganzen europäischen Kontinent verstreut sind. In Brüssel geht er zur Schule. 1886, dreizehn Jahre ist er alt, schickt man ihn aufs französische Gymnasium, *Athénée Royal d'Ixelles*. Im Geometrie-Unterricht entdeckt er seine Liebe zur Mathematik, und er gewinnt bei den im französischen Schulsystem üblichen Wettbewerben, den *Concours generaux*, mehrere Male den ersten Preis für Mathematik.

1891 legt er das belgische Abitur ab und tritt als *élève étranger* in die *École Militaire de Belgique* ein, eine Art Militärkadettenanstalt. Vier Jahre bleibt er dort. Die Schüler sind kaserniert, der Tag beginnt um fünf Uhr morgens, zum Unterricht gehören Exerzieren,

Reiten, Leibesübungen. Der technische Unterricht wird von Offizieren des Pionierwesens, die große Erfahrung im Bauen hatten, erteilt. Carathéodory lobt die Schule: in Darstellender Geometrie lernt er die geometrische Anschauung zu schätzen, als eine Art Spiel zu betätigen, mit dessen Hilfe er die verschiedensten Probleme lösen kann. Er rühmt die Vorlesungen über Mechanik und Thermodynamik; Carathéodory hatte viele Freundschaften in der Schule geschlossen, immer wieder hat er seine Freunde vom Militär in Belgien aufgesucht, vierzig Jahre später, um 1936, da wird er schon Geheimrat in München sein, trifft er seine alten Bekannten in Belgien ein letztes Mal. Einige waren inzwischen zu Armee-korps-Kommandanten, Generalinspektoren der Artillerie und des Pionierwesens avanciert; sein alter Freund Neefs kommandierte jetzt als General die Militärschule.

1895 begibt sich der junge Carathéodory mit seinem Offizierspatent – Bauingenieur im Offiziersrang – in die Türkei nach Mytilene (Lesbos), sein Vetter Aristarchi ist der Ingenieur der Provinz und hat dort das gesamte Straßennetz gebaut. Carathéodory hilft ihm bei der Planung der Straßen von Samos, das Projekt wird aber nicht ausgeführt, der Griechisch-Türkische Krieg 1896/97 hat es verhindert. Carathéodory begibt sich nach London, wenig später, 1898, nach Ägypten, nach Assuan und Assiout. In Assiout arbeitet er zwei Jahre als Assistant-Engineer beim Bau der Staudämme für die Nil-Regulierung. Tag und Nacht wurde dort gegraben und gebaut, Carathéodory verbringt viele Nächte auf dem durch die Pumpenanlagen trockengelegten Boden des Nils. Am Abend und in der Nacht liest er bei brütender Hitze mathematische Lehrbücher, die Vorlesungen über Analysis von Camille Jordan liebt er ganz besonders. Nebenbei verfaßt er auch eine Arbeit über die Cheopspyramide.

Im Jahre 1900 entschließt sich Carathéodory wieder nach Europa zurückzukehren, um sich ganz der Mathematik zu widmen. Seine Familie, seine griechischen Freunde fanden die Idee, eine gesicherte, hochangesehene Position, die Carathéodory alle Möglichkeiten bot, zu verlassen um, wie Carathéodory es nennt, einen romantischen Trieb zu befriedigen, nicht nur komisch, sie waren außer sich, waren entsetzt, und Carathéodory selbst war nicht überzeugt, daß es gelingen würde. Aber er stand unter einer Zwangs-



Abb. 2: Carathéodory in Göttingen, um 1904

vorstellung, daß erst die Beschäftigung mit Mathematik seinem Leben Sinn und Inhalt geben würde. Offen war für ihn nur, wo er studieren sollte. Sollte er nach Paris gehen, das wäre nur natürlich gewesen, denn er war im französischen Kulturkreis aufgewachsen. Oder sollte er vielleicht in Berlin studieren? In seiner Antrittsrede 1919 vor der Preußischen Akademie der Wissenschaften sprach er darüber: ... *In unserem Hause befand sich ein vor mehr als 60 Jahren eigenhändig gewidmetes Bild Alexander von Humboldts, das ich immer noch mit Stolz in meinem Arbeitszimmer aufbewahre ... für mich [blieb] eine Tradition lebendig, die mich fast unbewußt nach ... der Stätte führte, in*

der dieser greise Fürst im europäischen Geistesleben, die Summe seiner Lebensarbeit gezogen hat ...

1900, Carathéodory in Berlin. Den Vorlesungen des bekannten Mathematiker Frobenius folgt er mit Enthusiasmus, aber er schließt sich dann lieber Herrmann Amandus Schwarz an, dem Nachfolger von Weierstraß, und er lernt bei ihm und von ihm Funktionentheorie. Er erfährt an sich, und er sagt es auch immer wieder, daß man in der Mathematik eine allgemeine Theorie am besten verstehen kann, wenn man spezielle Beispiele von Grund auf beherrscht – wenn man das nur immer beherzigen wollte, fast die ganze Misere heutiger Mathematikausbildung ist damit erklärt.

Carathéodory freundet sich mit Erhard Schmidt und Fejér an. Er trifft Hartogs – Herr F. L. Bauer hat vor einiger Zeit über das tragische Ende Hartogs' berichtet – Carathéodory trifft Koebe, Hill. 1902 übersiedelt Carathéodory nach Göttingen in die damalige Hochburg der Mathematik, die vom Licht der mathematischen Doppelsonne Felix Klein, David Hilbert erleuchtet wird. Seinen Vater in Brüssel besucht er häufig, gelegentlich fährt er zu seinem Bruder Telemachos, der ist Direktor des Kanals von Korinth. Dort, am Saronischen Meer, schreibt Carathéodory seine erste mathematische Arbeit: *Die Charakteristikentheorie der partiellen Differentialgleichung 1. Ordnung*. Ein Göttinger Vortrag von Hans Hahn aus Wien über die 2. Variation regte ihn an, sich mit einem Problem der Variationsrechnung zu beschäftigen. Carathéodory: Eine Lampe, umgeben von einem halbkugelförmigen Globus, projiziert Punkte des Globus auf den Fußboden. Gesucht eine Kurve vorgegebener Länge auf dem Globus so, daß ihr Schatten auf dem Fußboden möglichst lang oder kurz ist. Er findet die Lösung: Zwei Strecken, die eine Ecke bilden, und nur wenig später hat er seine Doktorarbeit über die *Diskontinuierlichen Lösungen der Variationsrechnung* fertig. Er überreicht sie Hermann Minkowski, einem der Begründer der speziellen Relativitätstheorie, als Dissertation, besteht nur wenig später das Rigorosum, wird in angewandter Mathematik von Felix Klein, in Astronomie von dem nicht minder berühmten Schwarzschild geprüft.

1903, Carathéodory will sich jetzt nicht mehr länger in Deutschland aufhalten und das Land verlassen. Vielleicht hat er gefühlt, daß

A. DISKONTINUIERLICHE LÖSUNGEN

I

Über die diskontinuierlichen Lösungen
in der Variationsrechnung*

[Doktor-Dissertation, Universität Göttingen 1904, S. 1-71]

Einleitung

§ 1. Die Fragestellung. Der Zweck der vorliegenden Arbeit besteht darin, die einfachsten Probleme der Variationsrechnung, sowohl die gewöhnlichen als auch die isoperimetrischen, in Bezug auf ihre *diskontinuierlichen Lösungen* zu untersuchen.

In den klassischen Problemen der Variationsrechnung sind Unstetigkeiten in der Fortschrittingsrichtung der Lösungen meistens nur in solchen Stellen aufgetreten, wo die Lagrangesche Differentialgleichung oder die Funktion unter dem betrachteten Integral nicht mehr alle Bedingungen erfüllen, vermöge deren die Aufstellung der allgemeinen Theorie ermöglicht wird.

So besteht zum Beispiel die Meridiankurve der Rotationsminimalfläche zwischen zwei Punkten manchmal nicht aus einer Kettenlinie, sondern aus zwei zu der Rotationsachse senkrechten Geraden und aus einem Stück der Achse selbst.¹

Nun lautet aber die Differentialgleichung dieses Problems folgendermaßen:

$$(1) \quad yy'' - (1 + y'^2) = 0.$$

Die Rotationsachse $y = 0$ ist also keine Lösung der Differentialgleichung und kann nur deswegen gelegentlich einen Bestandteil des Kurvenzuges bilden, für welchen das Minimum erreicht wird, weil wegen der Natur der Fragestellung diese Kurve ganz auf der einen Seite der Achse liegen muß.²

¹ *Benj. Goldschmidt*, Determinatio superficiei minimae rotatione curvae data duo puncta jungentis circa datum axem ortae. Preisschr. Göttingen 1831.

² *I. Todhunter*, Researches in the Calculus of Variations. London 1871. § 68.

* [Berichtigungen, die noch vom Autor selbst vorgenommen wurden (nur auf S. 1-60) sind durch den Zusatz „A.“ gekennzeichnet.]

Abb. 3: Dissertation

er doch mehr Grieche und Franzose ist. Da macht ihm Felix Klein den Vorschlag, sich in Göttingen zu habilitieren, und das Gespräch mit Klein entscheidet über das Schicksal seines ganzen weiteren Lebens. David Hilbert drängt ihn, sofort seine Habilitationsschrift

A. Diskontinuierliche Lösungen

Die Möglichkeit dieser Darstellung wird im § 29 des Lehrbuchs von *Kneser* (S. 108) bewiesen, und es lassen sich diese Entwicklungen in der Umgebung jedes regulären Anfangselementes $a_0, b_0, \alpha_0, \beta_0$ bewerkstelligen.

Es sei jetzt eine im Punkte o reguläre Kurve

$$(15) \quad \Gamma(a, b) = 0$$

gegeben, deren Tangente in diesem Punkte im Inneren des Winkels 102 liegt, den die Zweige einer diskontinuierlichen Lösung bilden, die also keine der beiden Extremalen in o berührt.

Es ist daher

$$\Gamma(a_0, b_0) = 0$$

und mindestens eine der Größen

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial a}, \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial b}$$

für $a = a_0, b = b_0$ von Null verschieden; wir haben also zum Beispiel

$$(16) \quad \Gamma_b^0 = \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial b} \right)_{a=a_0, b=b_0} \neq 0.$$

Die gebrochenen Extremalen $1' o' 2'$, deren Knickpunkte auf der Kurve $\Gamma(a, b) = 0$ liegen, bilden in der Umgebung von a_0, b_0 ein Feld, das den Kurvenzug 102 umgibt (Fig. 8).

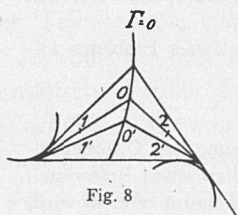


Fig. 8

Wir wollen dies zunächst für denjenigen Teil der Ebene beweisen, welcher, in der Umgebung von o , auf derselben Seite der Kurve $\Gamma = 0$ liegt wie das Extremalenstück 10. Da $\Gamma_b^0 \neq 0$ ist, kann man die Gleichung (15) nach b auflösen und bekommt:

$$b - b_0 = \mathfrak{P}(a - a_0).$$

Setzt man diesen Wert von b in die aus (13) gewonnenen Potenzreihen*

$$\alpha - \alpha_0 = \mathfrak{P}_1(a - a_0, b - b_0), \quad \beta - \beta_0 = \mathfrak{P}_2(a - a_0, b - b_0)$$

* [In den folgenden Formeln wurde gegenüber dem Original ein Druckfehler berichtigt und die Bezeichnungsweise der Deutlichkeit halber geändert.]

noch Abb. 3: Dissertation

zu schreiben, und die Philosophische Fakultät erlaubt ihm, auf Vorschlag Hilberts, die Habilitationsschrift gleich nach Erwerb des Doktorgrades einzureichen.

Fünf Jahre bleibt er als Privatdozent in Göttingen. Er trifft Ludwig

II

Über die starken Maxima und Minima bei einfachen Integralen

[Habilitationsschrift, Universität Göttingen 1905;
erschieden in: Mathematische Annalen 62
(1906) S. 449–503]

Einleitung

Bei der Untersuchung von Variationsproblemen kann man sich auf drei voneinander prinzipiell verschiedene Standpunkte stellen.

Mathematisch am einfachsten zu behandeln ist die Frage nach dem Verschwinden der ersten Variation. Diese Art, das Problem zu stellen, steht im Vordergrund in der Mechanik, der Optik und der Charakteristikentheorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Durch die Arbeiten von *Euler* und *Lagrange* ist diese Theorie der ersten Variation entstanden und in erschöpfender Weise ausgebaut worden.

In zweiter Linie kommt die Frage nach den Extremumseigenschaften dieser „stationären“ Kurven und Flächen (d. h. derjenigen, die durch die Euler-Lagrangesche Methode geliefert werden). Die analytische Behandlung dieses Problems, die durchweg auf der Berücksichtigung der ersten Glieder von Taylorschen Entwicklungen beruht, hat zur naturgemäßen Folge, daß die bezüglichlichen Aussagen auf die Nachbarschaft der stationären Gebilde beschränkt werden müssen. Nach den Untersuchungen von *Legendre* und *Jacobi* sind es bekanntlich diejenigen von *Weierstraß*, welche diese Fragen, mindestens bei der Variation eines Kurvenintegrals in der Ebene, vollkommen erledigt haben.

Die Weierstraßsche Theorie führt dazu, zwei Arten von Nachbarschaften von Kurven zu unterscheiden, die man als die *weitere* und die *engere* Nachbarschaft bezeichnet.¹ Hierunter ist folgendes

¹ *A. Kneser*, Lehrbuch der Variationsrechnung (Braunschweig 1900) S. 54.

Abb. 4: Habilitationsschrift

Prandtl, Herglotz, Toeplitz und auch Koebe wieder. Der Mathematiker Runge imponiert ihm besonders. Carathéodory: *Die Art wie Runge die Mechanik handhabte war staunenswert. Als die Brüder Wright ihre ersten Flugversuche unternahmen, konnte Runge mit Hilfe*

von Modellen, die er aus Papierschnitzeln anfertigte und die er mit einer Stecknadel belastete und im Gleitflug herunterfallen ließ, die Leistung des Motors über welche die Angaben geheim waren, ziemlich genau abschätzen. Diese Fähigkeit hat mich am meisten beeindruckt. Daneben war er ... auch ein erstklassiger reiner Mathematiker.

Aber inzwischen gab es einen weiteren Stern am Himmel der Mathematik: *Carathéodory*.

1908 wechselt er als Privatdozent nach Bonn, ein Jahr später, 1909, wird er ordentlicher Professor an der Technischen Hochschule Hannover, und im Jahr darauf wird er an die neugegründete Technische Hochschule Breslau berufen. Göttingen holt ihn 1913 zurück, als Nachfolger des großen Felix Klein.

Carathéodory wird in Göttingen hoch verehrt. 1918 erhält er das Angebot nach Berlin. Er nimmt an. Bei seinem Weggang dichteten Studenten und Doktoranden:

*Prof. Carathéodory
Geht fort nach Berlin.
Und wär' hier nicht Göttingen,
Auch wir zögen hin.*

Weitere 35 Strophen folgen, mit manchen Spitzen gegen die damaligen Göttinger Größen der Mathematik, nur *Carathéodory* erfährt uneingeschränktes Lob:

*Und nimmt nun statt Cara
Ein andrer den Platz
Und ist es auch Hecke,*
's ist nur Cara-Ersatz.*

*Und unserem Cara
Dem wünschen wir Glück,
Gefällt ihm Berlin nicht,
Kehr' zu uns er zurück!*

Zwei Jahre bleibt *Carathéodory* in Berlin. 1920 verläßt er die Stadt. *Carathéodory* folgt einem Ruf der griechischen Regierung; die will in Smyrna eine Universität errichten, die *Carathéodory*

* ein hochangesehener Mathematiker.



Abb. 5: Carathéodory um 1922

von Grund auf gestalten soll. Ihm schwebte die Idee einer ganz besonderen Universität vor, eine Universität, in der Orient und Okzident „vereint“ sein, morgenländisches und abendländisches Denken eine Heimstätte haben sollten, was immer das auch heißen mag. Zwei Jahre bleibt Carathéodory in Smyrna – und endete in einer Katastrophe.

1920 hatte das Osmanische Reich in Sèvres kapituliert. Den Griechen war ein Gebiet im Umkreis des Hafens Smyrna in der Ost-Ägäis zugesprochen worden. Aber dem damaligen Ministerpräsidenten Griechenlands Venizelos genügte das nicht, er wollte ein hellenisches Großreich, das nach der Wiedergewinnung Konstantinopels über weite Teile Anatoliens herrschen sollte. Von Smyrna ausgehend, rückten gut ausgerüstete griechische Divisionen nach Osten, stießen tief ins Innere Anatoliens vor, gelangen bis 100 km vor Ankara. Das Kriegsglück war auf ihrer Seite. Doch der General Mustafa Kemal Pascha, der spätere Atatürk, kann die schlecht ausgerüsteten, versprengten und demoralisierten türkischen

Soldaten wieder in einem schlagkräftigen Heer zu sammeln. Die Griechen ahnen nichts und veranstalten am 25. August 1922 in Afyon sogar ein großes Tanzfest. Mitten in diesen Ball hinein beginnt der türkische Angriff. Die Türken treiben die völlig überraschten griechischen Soldaten vor sich her, gelangen in wenigen Tagen bis Smyrna und werfen die griechischen Divisionen dort buchstäblich ins Meer. Es soll unglaublich hohe Verluste gegeben haben.

Dem ehemaligen Militär Carathéodory kann die unverständliche Strategie in West-Anatolien nicht verborgen geblieben sein. Er muß Schlimmes geahnt und wahrscheinlich mehr gewußt haben als die anderen, dem *multilingualen* Carathéodory – er sprach neben allen westlichen Sprachen auch noch türkisch – müssen so manche Dinge zugetragen worden sein. Noch vor dem türkischen Angriff bringt er seine Familie, Frau und zwei Kinder, auf der vorgelagerten griechischen Insel Samos in Sicherheit. Allein bleibt er in Smyrna zurück, hat aber alles für eine eventuelle Evakuierung vorbereitet und harrt in den Kriegswirren bis in die letzten Sekunden aus. Er bringt – die Türken sind bereits in Smyrna – kaltblütig Inventar und kostbares Schrifttum auf Booten nach Griechenland in Sicherheit, gerät selbst in Lebensgefahr, kann sich aber noch aus dem an allen Ecken und Enden brennenden Smyrna retten. Der ehemalige Militär und Offizier Carathéodory rettet den Mathematiker Carathéodory.

Er findet Zuflucht an der Universität Athen. Er hält Vorträge in der griechischen mathematischen Gesellschaft, spricht dort über den Mathematikunterricht an den Höheren Schulen, verfaßt Rezensionen über griechische Mathematikbücher und arbeitet an einer Axiomatik für Einsteins Relativitätstheorie. Doch es war keine gute Zeit für Carathéodory, nicht wenige Griechen sollen ihm offen ihre Ablehnung gezeigt haben. Endlich kann ihn Deutschland und Bayern zurückholen. 1924 wird er Nachfolger von Ferdinand Lindemann an der Universität München. 1925 wird er zum ordentlichen Mitglied unserer Akademie gewählt. Ein Glücksfall.

Noch einmal erhält er einen Ruf der griechischen Regierung. Sein Münchner Kollege, der große Physiker Sommerfeld, mit dem Carathéodory eng befreundet war, beschwor ihn, nicht zu gehen, „er müsse sich doch nicht schon wieder eine Dornenkrone aufsetzen“, meinte Sommerfeld. Aber Carathéodory geht, pflichtbewußt, 1930,

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} (10,1) \quad \bar{y}_1 &= -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\beta_0 \dots \dots \dots -(\bar{p}^2+q_1)\gamma_1 -(\frac{1}{2}\bar{p}^3+q_1)\delta_1 & -q_1\beta_1 -\frac{1}{2}q_1\delta_1 \\ (10,2) \quad \bar{y}_2 &= -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\beta_0 -(\bar{p}^2+q_1)\gamma_1 \dots \dots \dots -\frac{1}{2}(\bar{p}^3+q_1)\delta_1 & +\frac{1}{2}q_1\beta_1 -3q_1\gamma_1 -3q_1\delta_1 +\frac{3}{2}q_1\delta_1 \\ (10,3) \quad \bar{y}_3 &= \dots \dots \dots -(\bar{p}+q_1)\gamma_1 -\frac{1}{2}(\bar{p}^2+q_1)\delta_1 & -(\frac{1}{2}\bar{p}^3+q_1)\delta_1 \dots \dots \dots +\dots -5q_1\delta_1 +3q_1\delta_1 \\ (10,4) \quad \bar{y}_4 &= \dots \dots \dots -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\delta_1 \dots \dots \dots & -\frac{1}{2}(\bar{p}^2+q_1)\delta_1 \dots \dots \dots & -\frac{1}{2}q_1\delta_1 +\frac{1}{2}q_1\delta_1 \end{aligned} \right. \quad /B. \\
 \\
 & \left\{ \begin{aligned} (10,1) \quad \bar{y}_1 &= -(\bar{p}+q_1)\gamma_1 -\frac{1}{2}(\bar{p}^2+q_1)\delta_1 & -\frac{1}{2}q_1\gamma_1 -3q_1\delta_1 \\ (10,2) \quad \bar{y}_2 &= & -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\delta_1 & -q_1\delta_1 +\frac{1}{2}q_1\delta_1 \end{aligned} \right. \\
 \\
 & \left\{ \begin{aligned} (10,12) \quad \bar{y}_1 &= -\frac{3}{2}q_1\beta_0 \dots \dots \dots -\frac{1}{2}(\bar{p}^2+q_1)\beta_1 -(\frac{1}{2}\bar{p}^3+q_1)\gamma_1 & +q_1\gamma_1 \\ (10,13) \quad \bar{y}_2 &= -2q_1\beta_0 -3q_1\gamma_1 \dots \dots \dots -2(\frac{1}{2}\bar{p}^2+q_1)\beta_1 -2(\frac{1}{2}\bar{p}^3+q_1)\gamma_1 & +q_1\gamma_1 \\ (10,14) \quad \bar{y}_3 &= -\frac{1}{2}q_1\beta_0 -q_1\gamma_1 -\frac{3}{2}q_1\delta_1 -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\beta_1 & -(\frac{1}{2}\bar{p}^2+q_1)\gamma_1 -\frac{1}{2}(\bar{p}^3+q_1)\delta_1 +q_1\gamma_1 +q_1\delta_1 \\ (10,15) \quad \bar{y}_4 &= & -q_1\gamma_1 -q_1\delta_1 & -(\bar{p}+q_1)\gamma_1 -(\bar{p}^2+q_1)\delta_1 +q_1\gamma_1 +q_1\delta_1 \\ (10,16) \quad \bar{y}_5 &= & -\frac{1}{2}q_1\delta_1 & -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\delta_1 & +q_1\delta_1 \end{aligned} \right. \\
 \\
 & \left\{ \begin{aligned} (10,18) \quad \bar{y}_3 &= -\frac{1}{2}q_1\beta_0 \dots \dots \dots -2q_1\gamma_1 & -\frac{3}{2}q_1\delta_1 -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\beta_1 -\frac{1}{2}(\bar{p}^2+q_1)\gamma_1 \dots \dots \dots -\frac{3}{2}(\bar{p}^3+q_1)\delta_1 \\ (10,19) \quad \bar{y}_4 &= \dots \dots \dots -q_1\gamma_1 \dots \dots \dots +q_1\gamma_1 & -q_1\delta_1 \dots \dots \dots -(\bar{p}+q_1)\gamma_1 & -(\bar{p}^2+q_1)\delta_1 & -\frac{1}{2}(\bar{p}^3+q_1)\delta_1 \\ (10,20) \quad \bar{y}_5 &= \dots \dots \dots -\frac{1}{2}q_1\delta_1 \dots \dots \dots +\frac{1}{2}q_1\delta_1 & \dots \dots \dots & -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\delta_1 & -\frac{1}{2}(\bar{p}^2+q_1)\delta_1 \\ (10,21) \quad \bar{y}_6 &= \dots \dots \dots & & & & & -\frac{1}{2}(\bar{p}+q_1)\delta_1 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Abb. 6: Rechnungen zum Eikonal

bleibt aber nur für einige Monate in Athen, befaßt sich mit der Neuorganisation der Universitäten Athen und Saloniki, verfertigt Denkschriften. Daneben schreibt er für die große griechische Enzyklopädie einen Beitrag über Mathematik. Auf der Akropolis untersucht er den Parthenon. Er mißt die Kurven am Sockel und die Abstände der Säulen. Ergebnis seiner Messungen: die Kurven der östlichen und westlichen Seite des Tempels werden mit großer Genauigkeit durch Kreise von 1850 m Radius dargestellt, die Kurven der nördlichen und südlichen Seite durch Kreise, deren Radius genau 3mal so groß ist, über 5550 m.

Carathéodory hat in der Mathematik überragende Leistungen vollbracht.

Er arbeitet über Variationsrechnung, reelle Funktionen, Funktionentheorie, Maßtheorie und an der Algebraisierung des Integralbegriffs. Ihm gelingen Durchbrüche, die in der ganzen mathematischen Fachwelt Aufsehen erregen. In seinen Arbeiten verbinden sich phantasiereichste Raumanschauung mit tiefster Abstraktionskraft, sie sind meisterhaft geschrieben. Er arbeitet auch über Thermodynamik,

geometrische Optik, das Schmidtsche Spiegelteleskop, führt selbst umfangreiche numerische Rechnungen aus, berechnet die Diffraktionskurven aus dem Eikonal. Die Arbeiten finden große Anerkennung bei den Kollegen der Physik. Im Nachruf auf Felix Klein schrieb Carathéodory: *die Mathematik vervielfacht, wie der Riese Antaeus, jedesmal ihre Kraft, wo sie mit der Wirklichkeit, mit dem Erdboden, auf dem sie gewachsen ist, in Berührung kommt*

Seine besondere Liebe gehört der Variationsrechnung. Diese mathematische Disziplin geht auf Johann Bernoulli aus Basel zurück. Der hatte 1696 in den *Acta eruditorum* eine seither berühmt gewordene Aufgabe gestellt: *Man finde die Kurve kürzester Fallzeit, die zwei gegebene Punkte verbindet*. Für das 17. Jahrhundert eine schwierige Aufgabe. An ihrer Lösung haben sich Leibniz, Newton, Johann Bernoullis Bruder Jacob und auch de l'Hôpital beteiligt.

Der große Max Planck 1919 in der Preußischen Akademie der Wissenschaften: ... *Sie, Herr Carathéodory haben auf den doppelten Reiz hingewiesen, der der Variationsrechnung innewohnt ... sie lenkt den Blick von den schwer entwirrbaren Einzelnen auf das leichte überschaubare Ganze ... faßt eine Fülle von Einzelaussagen in einem einzigen einfachen Satz zusammen ... und noch merkwürdiger ... nicht nur der Mensch auch die Natur begünstigt diese besondere Art der Betrachtungsweise ... noch manche Frucht Ihrer wissenschaftlichen Tätigkeit möge unsere akademischen Schriften schmücken.*

Hierher gehört auch der erwähnte Brief Einsteins, Teil einer Korrespondenz über die Hamilton-Jacobi-Theorie. Albert Einstein hatte damals, um 1914, seine Ideen und Gedanken zur allgemeinen Relativitätstheorie niedergelegt und erhoffte sich, mit Hilfe des Mechanismus der Hamilton-Jacobi-Theorie, weitere tiefe Einblicke zu bekommen. Am 6. September 1916 hatte er Carathéodory eine diesbezügliche Abhandlung geschickt. Am Schluß dieses Schreibens bittet Albert Einstein Carathéodory: ... *Wollen Sie nicht noch etwas über das Problem der geschlossenen Zeitlinien nachdenken? Hier liegt der Kern dieses noch ungelösten Teiles des Raum-Zeit-Problems. Es grüßt Sie bestens Ihr ganz ergebener A. Einstein.*

Carathéodory antwortet am 16. Dezember 1916: *Lieber Herr Kollege, Die Hauptsachen in der Theorie der kanonischen Substitutionen kann man meines Erachtens am einfachsten folgendermaßen ableiten.* Es folgen dann mathematische Ausführungen zur Hamilton-Jacobi-Theorie.

6. IX. 16.

Lieber Herr Kollege!

Es haben mir in Aussicht gestellt, mir eine anschauliche Ableitung der Hamilton-
Fukobinschen Beziehung schreiben zu wollen.
Nun habe ich es selbst fertig gebracht, und
zeige Ihnen meine simple Überlegung,
nur um Ihnen diese Mühe zu ersparen.
Für das 'Lagrangje'sche Funktionium L gilt

$$\delta \left\{ \int L dt \right\} = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$\text{oder } \frac{\partial L}{\partial q_r} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} \right) = 0 \quad \dots\dots (1a)$$

Wobei wir setzen

$$\int L dt = J(q_r, \dot{q}_r, t, T) \dots\dots (2)$$

Hierbei sind die q_r die Anfangskoordinaten
zu einer bestimmten Anfangszeit T .

Nun betrachte ich eine ^{durch} fortwährende Krümmung
des Pfades zu gewissen Nachbarkurven. ^{(Spezialfall der Variationen (1))}
Durch Variation von (2) erhält man mit Rücksicht auf (1a)

$$\sum \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} \delta \dot{q}_r - \sum \frac{\partial L}{\partial q_r} \delta q_r = \frac{\partial J}{\partial q_r} \delta q_r + \frac{\partial J}{\partial \dot{q}_r} \delta \dot{q}_r \dots\dots (3)$$

Daraus erhält man das Fukobinsche Gleichungs-
system. Denn es ist erstens

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} = p_r = \frac{\partial J}{\partial \dot{q}_r} \quad \dots\dots (3a)$$

Zweitens ist

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \dot{q}_v} = - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_v}.$$

Für ein und dieselbe Bahn ist aber $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_v} = \dot{p}_v$ gegeben als Anfangsbedingung, gegeben, also konstant, sodass auch dass $\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \dot{q}_v}$ auf einer Bahn konstant sind. Führt man statt der q_v beliebige Funktionen α , dieser Größen ein, so hat man natürlich auch

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \alpha_v} = \dot{p}_v = \text{konst. (3b)}$$

Nach Differenzieren von (2) nach der Zeit erhält man

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t} + \sum \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \dot{q}_v} \dot{q}_v \\ &= \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t} + \sum p_v \dot{q}_v \end{aligned}$$

oder

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t} + H &= 0 \\ H &= \sum p_v \dot{q}_v - \mathcal{L} \end{aligned} \right\} (14)$$

Dies ist die Hamilton'sche Differenzgleichung, wenn man H gemischt in Funktion der q_v und p_v ausgedrückt und dann gemäss (3a) die p_v durch $\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \dot{q}_v}$ ersetzt.

Kennst du natürliches und konstruktives oder
 Jakobische Umkehrung hinweisen, aber für mich
 genügt mir die formale, weniger durchschautliche
 Beweis, wie es vom Appell gegeben wird.
 Was mir fehlt, was ein natürlicher Weg
 nur von dem Gesetze 'selben Gleichungen
 zu den Gleichungen (Ia) nach (Bb) zu gelangen.

Wollen Sie nicht noch etwas über
 das Problem der gleichläufigen Zeitlinien
 nachdenken? Hier liegt der Kern des
 noch ungelösten Teiles des Raum-Zeit-
 Problems.

Es grüßt Sie bestens

Ihr ganz ergebener
 H. Einstein.

P. S. Natürlich habe ich nur andeuten
 ein, dass diese Trivialitäten experimentell
 wären oder nicht. Es sind nur die Dinge, die
 mir das Gefühl der Vertrautheit mit
 dem Gegenstand geben.

noch Abb. 7: Einsteins Brief

Die Abhandlung endet ... Mit bestem Gruß Ihr sehr ergebener C. Carathéodory. Albert Einstein mußte dann als Antwort den eingangs erwähnten Brief an Carathéodory geschickt haben, er ist aber nicht datiert. Es gibt einen Schriftwechsel Carathéodory-Einstein; so teilt Carathéodory ihm im Oktober 1925 mit, daß sich Blumenthal – auch er später im KZ umgebracht – außerordentlich über das Geschenk zu seinem 50. Geburtstag gefreut hätte. 1928 gehen Briefe

Göttingen den 16. 12. 16

Friedländerw. 31.

Lieber Herr Kollege,

Die Hauptfrage in der Theorie der kanonischen Substitutionen,
kann man m. E. am einfachsten folgendermaßen abhaken. Set

$$(1) \quad \int_t^T \mathcal{L}(x_n, \dot{x}_n; t) dt$$

das Hamiltonsche Integral und setzt man

$$(2) \quad y_n = \dot{x}_n \quad \mathcal{H}(x_n, y_n, t) = -\mathcal{L} + \sum_n y_n \dot{x}_n \quad (n=1, \dots, n).$$

so lauten die Differentialgleichungen der Mechanik

$$(3) \quad \dot{x}_n = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial y_n} \quad \dot{y}_n = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_n} \quad (n=1, \dots, n).$$

Es sei

$$(4) \quad x_n = \bar{x}_n(\alpha_1, \dots, \alpha_n, t) \quad y_n = \bar{y}_n(\alpha_1, \dots, \alpha_n, t)$$

das allgemeine Integral von (3) mit $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ Integrationskonstanten

Ich setze

$$(5) \quad \int_t^T \mathcal{L}(\bar{x}_n, \frac{\partial \bar{x}_n}{\partial t}, t) dt = \bar{\mathcal{L}}(\alpha_1, \dots, \alpha_n, t)$$

oder, wenn ich die α_j aus (4) als Funktionen von x_n, y_n betrachte

$$\bar{\mathcal{L}}(\alpha_1, \dots, \alpha_n, t) = \mathcal{L}(x_n, y_n, t)$$

Abb. 8: Carathéodorys Antwort an Einstein

an Einstein über das außerordentlich schwierige Verhältnis zwischen den Mathematikern Brouwer und Hilbert, beide berühmt und in der Redaktion der *Mathematischen Annalen* tätig. Man liest von der Feindschaft Brouwers gegen Hilbert, erfährt von Beleidigungen

partiellen Differentialgleichung, so ist nach (10)

$$H = 0$$

und nach (11^a) für die Lösungen in den neuen Koordinaten

$$\xi_n = \text{Konst.} \quad \eta_n = \text{Konst.}$$

Die ganze Theorie ist also eine Folge der Transformation, die in der Gleichung (8) geführt hat.

Vergleichen Sie übrigens die Darstellung bei Hilberts *Analytische Dynamik* p. 292 u. f.

Mit bestem Grusse

Ihr sehr ergebener

C. Carathéodory

noch Abb. 8: Carathéodorys Antwort an Einstein

Hilberts gegenüber Brouwer. Eine delikate Angelegenheit. Der Briefwechsel Einstein-Carathéodory wird im Einstein-Zentrum in Jerusalem aufbewahrt.

Der neue Feldbegriff, den Carathéodory in die Variationsrechnung

München den 16. 10. 28

Ranchstr. 8.

Lieber Herr Einstein,

Sie werden wohl auch den Brief von Hilbert in Angelegenheit Brouwer erhalten haben. Ich habe von der ganzen Sache bis jetzt keine Kenntnis gehabt und erst gestern einen Brief von Blumenthal erhalten, der mir von dieser unangenehmen Geschichte erzählte. Ich bin der Meinung, dass man einen Brief, wie Hilbert ihn aufsetzen will, unmöglich abschicken darf, dass aber Brouwer unmöglich weiter in der Redaktion der M.A. bleiben kann.

Da ich erst vor wenigen Wochen wieder im Deutschland bin, bin ich an der ganzen Sache

Abb. 9: Carathéodory an Einstein

nung eingeführt hat, sollte große Folgen haben. Carathéodory leitete um 1935 daraus eine Ungleichung ab, die 20 Jahre später unter anderem Namen, als Bellmansche Gleichung oder Ungleichung in der mathematischen Welt Furore machte und die Grundlage

ganz unbedenklich: ich habe daher Gilbert
vorgezogen, dass ich an Brommer einen Brief
schreibe in welchem ich ihm die Lage ausser-
ordentlich und ihm nahelege mir seine
Einstellungserklärung zu schicken. Das hätte
den Vorteil, dass man ihm dann einen
Dankesbrief für die grosse Arbeit, die er
der Begutachtung von Manuskripten ge-
widmet hat, schreiben könnte. Brommer ist
einer der allerersten Mathematiker unserer
Zeit und hat von der ganzen Redaktion
am meisten für die M.A. getan. Ich
meine, dass man, ihm wenigstens ein bisschen
Höflichkeit schuldig ist.

Schreiben Sie mir bitte, wie Sie

darüber denken.

Mit bestem Gruss.

Ihr sehr ergebener

C. Carathéodory

Die Aussage

$$\bigwedge_{x' \neq \psi} S_t < L(t, x, x') - S_x x' \quad \text{und} \quad S_t = L(t, x, \psi) - S_x \psi$$

ist äquivalent zu

$$S_t = \min_{x'} \{L(t, x, x') - S_x x'\}$$

bzw.

$$\begin{aligned} S_x &= L_{\dot{x}}(t, x, \psi) \\ S_t &= L(t, x, \psi) - L_{\dot{x}}(t, x, \psi) \psi \end{aligned}$$

Keine Einbettung der Extremalen notwendig!

7

1992

Abb. 10: Carathéodorys Ungleichung (1935) aus der Variationsrechnung

abgibt für das Prinzip der *Dynamischen Optimierung*¹, und inzwischen weit über die Mathematik hinausstrahlt. Bellman ist mit seinen Arbeiten erst 1951 nach dem Tode Carathéodorys an die Öffentlichkeit getreten. Den Namen Carathéodory sucht man in diesen Arbeiten vergebens.² Eine der großen Ungerechtigkeiten in der neuzeitlichen Wissenschaftsgeschichte. Hätte sich Carathéodory damals, 1900, für Frankreich und Paris entschieden, wäre das nie passiert: für einen „Franzosen“ Carathéodory wären alle Mathematiker Frankreichs auf die Barrikaden gegangen. Bellmans eindrucksvolle, unbestreitbar eigene Leistungen haben darin bestanden, den großen praktischen Wert der Ungleichung von Carathéodory erkannt und sie für konkrete Berechnungen herangezogen zu haben. – Carathéodory schreibt auch die Einführung zu Eulers Arbeiten

¹ Aus den Carathéodoryschen Beziehungen der Variationsrechnung hat Pesch das Maximumprinzip der optimalen Steuerungen abgeleitet, JOTA 80 (1994) 199–225.

² Amerikanische Gewährsleute berichteten, daß auf Bellmans Schreibtisch in der Rand Corporation in Los Angeles Carathéodorys Arbeiten über Variationsrechnung griffbereit lagen.

Die Bellmansche Gleichung

Bellman: später als 1951; Isaacs: 1951

$$S_t + S_x \psi(t, x) = L(t, x, \psi(t, x))$$

Integration entlang der Extremale $x(t)$ definiert durch

$$\dot{x} = \psi(t, x)$$

liefert

$$S^{(2)} - S^{(1)} = \int_{t_1}^{t_2} L[t, x(t), \psi(t, x(t))] dt$$

Die Funktion

$$S^*(t, x) := S^{(2)} - S(t, x)$$

erfüllt

$$-S_t^* = \min_{x'} \{L(t, x, x') + S_x^* x'\}$$

Carathéodory $\implies$ Bellmann

Carathéodorys notwendige Bedingung:

$$S_t = \min_{x'_1, \dots, x'_n} \{L(t, x, x') - S_x x'\}$$

Nebenbedingungen

$$x'_i - h_i(t, x_1, \dots, x_m, x'_{m+1}, \dots, x'_n) = 0 \quad i = 1, \dots, m$$

noch Abb. 10: Carathéodorys Ungleichung (1935) aus der Variationsrechnung

über Variationsrechnung, und Andreas Speiser von der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich schreibt über Carathéodory: *Der Geist dieses großen Menschen und Gelehrten lebt in dieser historischen und sachlichen Einführung weiter und gereicht unserer Euler-Ausgabe zur besonderen Zierde.* Als Alfred Pringsheim, der Schwiegervater Thomas Manns, 1939 Deutschland verlassen muß, noch verlassen darf, schenkt er Carathéodory ein Kleinod, einen seltenen Druck aus dem Jahre 1700, der einen lateinischen Brief Jacob Bernoullis an Bruder Johann mit einer Lösung des Isoperimetrischen Problems enthält. Pringsheim widmet seinem treuen Freund Carathéodory den Band mit dem französischen Wortspiel *Isopérimateur incomparable*. Wie wahr: *Carathéodory der unvergleichliche Meister.*

Die Bayerische Akademie der Wissenschaften hat Carathéodorys gesammelte Werke herausgegeben. Sie umfassen 5 Bände. Federführend waren seine Münchner Kollegen, die Geheimräte Tietze, Perron und Sommerfeld. Mathematikdozenten der beiden Münchner Hochschulen haben die Korrekturen gelesen. Doktor Stephanos Carathéodory, der Sohn, hatte für die Bände mehrere griechisch geschriebene Arbeiten seines Vaters ins Deutsche übertragen.

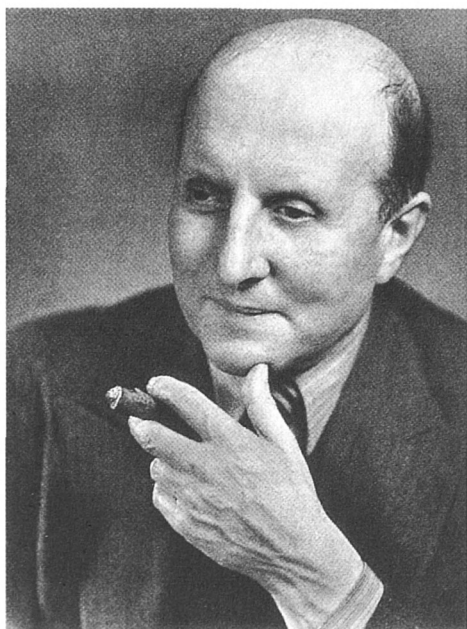


Abb. 11: Carathéodory in den Dreißiger Jahren

Nachlese

Carathéodory war ein in seiner Familie über Generationen vererbtes Sprachtalent mitgegeben. Griechisch und Französisch waren seine Muttersprachen und das Deutsche beherrscht er mit solcher Vollkommenheit, daß seine in deutscher Sprache verfaßten Schriften stilistische Meisterwerke sind. Carathéodory sprach und schrieb daneben Englisch, Italienisch, Türkisch, die antiken Sprachen las er mühelos.

Die Glückwünsche zum 80. Geburtstag seines Freundes Alfred Pringsheim stehen in den Münchener Neuesten Nachrichten. Des Griechen Carathéodory Aufsatz aus der Deutschen Allgemeinen Zeitung vom April 1929 über „Deutsches Wissen und seine Geltung“ erweckt heute nur noch Wehmut.

Carathéodorys Sprache ist die Sprache eines Vornehmen. Dem unglücklichen Georg Cantor, dem Schöpfer der Mengenlehre, schreibt er zum 70. Geburtstag, 1915.

Länge und Oberfläche, 16.12.49.

Das Problem von 1905.

Die Definition von Lebesgue: Halbsteigkeit nach unten.

" " Feicht: die Distanz.

Radó: Length & Area 1948 pp. 572.

Das Beispiel von Geiröe. 1908.

Das Beispiel von Gross. 1918. (Monatsb. 29. 1918)

Das Beispiel von Besicovitch. (Amer. J. 1945)

Oberfläche & Flächenmass.

Das Minkowskische Mass

Das lineare Mass & seine Verallgemeinerungen.

Die Arbeit von Hausdorff. (Ann. 79)

Ein Beispiel von Besicovitch. (Ann. 113-115/37-39)

Das Resultat von Nöbeling. (M.A. 118/1943)

Die neue Arbeit von Young. (Fund. 1949)

S. Banach (Fundam. 6.7. 1924/25)

Marrey (Amer. J. of Math. 57, 1935)

(C.B.)

$$c_p = \pi^{\frac{p}{2}} / 2^p \Gamma\left(\frac{p+2}{2}\right)$$

Abb. 12: Letzte Aufzeichnungen Dezember 1949

Hochgeehrter Herr!

Wir, ..., die bei unserer Arbeit so oft die von Ihnen gefertigten Werkzeuge erprobt haben, wollen Ihnen den so lang geschuldeten Dank am heutigen festlichen Tage aussprechen. ... Wer in Ihre Lehre einzudringen getrachtet hat, hat Erhabenes geschaut. Empfangen Sie unser aller Huldigung.

Erhard Schmidt, selbst ein bedeutender Mathematiker, sagt, Carathéodory sei völlig frei gewesen von den gerade in der „gelehrten Welt“ weit verbreiteten Fehlern der Eitelkeit und des Neides. An den großen Leistungen anderer nahm mit reiner Freude teil.

Die finstere Zeit in Deutschland verbringt Carathéodory zurückgezogen – er ist Kirchenvorstand der Griechischen Kirche zum Erlöser am Münchner Salvatorplatz, ist inzwischen weit über 60 Jahre alt und von Krankheit gezeichnet –. Durch seine vielfältigen Beziehungen in alle Teile der Welt kann er einigen „nicht-arischen“ Kollegen eine Existenzmöglichkeit in der Emigration zu vermitteln. Seine Kollegen Tietze, Perron und Sommerfeld haben damals vielleicht auch manches Böse von ihm ferngehalten. Ihr mannhaftes Verhalten in unserer schlimmsten Zeit ist ein Ruhmesblatt für diese Akademie. Dank Frau Syndika Störmers Nachforschungen wissen wir heute mehr darüber.

Albert Einstein 1946: *Lieber Sommerfeld, es war eine wirkliche Freude für mich, Ihre leibhaftigen Zeilen nach all den finsternen Jahren zu empfangen. So Furchtbares, wie wir erlebt haben, hätten wir uns wohl beide nicht träumen lassen Ich habe mit Freude gehört, daß Sie zu den [paar Einzelnen] gehört haben, die standhaft geblieben sind.*“

Im Dezember 1949 hält Carathéodory seinen letzten Vortrag im Münchner Mathematischen Colloquium über Länge und Oberfläche. Kurz danach erkrankt er schwer. Er stirbt am 2. Februar 1950. Begraben wird er auf dem Münchner Waldfriedhof im Feld 303.

Zu Ehren Carathéodorys erschien vor wenigen Jahren in den USA eine zweibändige Festschrift mit Beiträgen namhafter Mathematiker aus allen Teilen der Welt. Die Arbeiten zeigten den großen Einfluß Carathéodoryscher Gedanken und Ideen auf die heutige Mathematik.

Carathéodory: Griechenlands Geschenk an Deutschland.



Abb. 13: Briefmarke von 1994

Griechenland schien aber seinen großen Sohn, den größten griechischen Mathematiker seit der Antike, vergessen zu haben; da erinnert sich die griechische Post seiner und bringt ihm zu Ehren 1994 eine Sondermarke heraus: Carathéodory mit Formeln aus der Variationsrechnung, eine andere Marke zeigt Thales von Milet.



Abb. 14: Carathéodorys Grab auf den Münchener Waldfriedhof

Das Auditorium der neuen Universität in Xanthe, Thrazien, und ein Hörsaalgebäude der Universität von Thessaloniki ist nach Carathéodory benannt und auch sonst ist den Griechen heute bewußt geworden, welch außerordentliche Persönlichkeit Carathéodory gewesen ist.

Unnachahmlich hat es das Mitglied unserer Akademie, Geheimrat Oskar Perron ausgedrückt: [Carathéodory] ... *einer der glänzendsten Mathematiker, ... [er hat] die Wissenschaft um Wesentliches bereichert und entscheidend beeinflußt ... ein Mann von ungewöhnlich umfassender Bildung, ... als Angehöriger der griechischen Nation [hat er] mit dem Höhenflug seines Geistes und rastlosem Streben nach Erkenntnis Tradition und Erbe des klassischen Hellenentums fortgeführt.*

In der Diskussion nach dem Vortrag weist Herr Ernst Vogt darauf hin, daß der Klassische Philologe Kurt von Fritz 1959 anlässlich seiner Aufnahme in die Bayerische Akademie der Wissenschaften in seinem Personalebogen als seine bedeutendsten Lehrer neben dem Klassischen Philologen Eduard Schwartz und dem Physiologen und Logiker Johannes von Kries eben Constantin Carathéodory bezeichnet hat. In einer unveröffentlichten autobiographischen Skizze gedenkt von Fritz dankbar dessen, was Carathéodory für ihn bedeutet hat, und auch im Gespräch betonte von Fritz immer wieder, wieviel er Carathéodory für seinen wissenschaftlichen Weg schuldete. So ist es nicht zuletzt Kurt von Fritz zu verdanken, daß Constantin Carathéodory auch in der Klassischen Philologie nicht vergessen ist.

-1-

-2-

4. Herr Carathéodory
 Hast fort nach Berlin.
 Und war für uns Göttingen,
 Auf wir zogen für.

2). Ich kenne die Ringe
 Und Landau die Klein
 Sind nicht zu nennen;
 Denn lassen wir's sein.

3). Aber auf die Hauskapellen,
 Und auf die Erbauungen.
 Mani Sara muss fort ist,
 Wer soll sie für malen?

4). Dem Landau die Pfäfer
 Die Feingasteln nur.
 Gernach die Feingasteln
 Sind ihm seine Libellen.

5) Und Gaster zur Plankenoy,

So liegt's ihm im Magen,
 Nur sein dicker Mäpfe
 Füllt ihn so mit Abgallen.

6) Bei kenne die Ringe
 Ja alles ganz klar;
 Und wenn man's nicht einseht,
 Dann sagt er: Ja ja.

7. Und Karsten Ringe
 So ist die Paria,
 Das bei seinen Tanten
 Lerne die Dichtung.

8). Bei uns so große Hitze
 Die Pracht Ringe sind.
 Es soll an den Motor
 Und soll sich die Wind.

9). Mit Ringe Landau,
 Und kenne die Gernach,

Abb. 15: Abschiedsgedicht für Carathéodory, Original

Abschiedsgedicht für Carathéodory, Göttingen 1918

1. Prof. Carathéodory
Geht fort nach Berlin.
Und wär hier nicht Göttingen,
Auch wir zögen hin.
2. Doch Hilbert und Runge
Und Landau und Klein
Sind nicht zu verachten;
Drum lassen wir's sein.
3. Aber ach, die Transversalen,
Und auch die Extremalen.
Wenn Cara nun fort ist,
Wer soll sie hin malen?
4. Denn Landau der schätzt
Die Primzahlen nur.
Geometrie und Physik
Sind ihm schöne Literatur.
5. Und geht er zu Planckwoch',
So liegt's ihm im Magen;
Nur sein dickes Wurstbrot
Läßt ihn so was ertragen.
6. Bei Hilbert da ist
Ja alles ganz klar;
Und wenn man's nicht einsieht,
Da sagt er: „Na ja“.
7. Und Karlchen Runge
Der hat die Passion,
Daß bei seinen Formeln
Stimmt die Dimension.
8. Bei noch so großer Hitze
Der Prandtl Kühlung find't.
Er stellt an den Motor
Und fächelt sich Wind.
9. Hat Briefmarken Landau,
Und Hilbert's Gramophon,
Von weitem kennt Caras
Cigarre man schon.
10. Zum Physiker drillt
Debye seinen Sohn;
Am ersten Tag stopft er
Mit Quanten ihn schon.
11. Liegt man im Kriege
Jetzt nirgends auf Rosen,
Liebt Bernstein Göttingen
Mehr als Birnbaum in Posen.
12. 'nen Lehrstuhl schafft Hilbert
Der Emmi mit Gewalt,
Zumal der Senat
Keine Badeanstalt.
13. Die Mathemat'sche Gesellschaft
Dem Remak mißfällt,
Wenn die Bonzen nit erklär'n,
Wozu kriegens ihr Geld?
14. Frau Cara versteht
Das Hamstern sehr fein.
Und gibt's keine Eier,
Kauft sie Kaffeekannen ein.
15. Welche Uhr geht am besten?
Welche Uhr steht nimmer?
Die Jahrmarktsuhr ist's
In Caras Badezimmer.
16. Voll Dankbarkeit blicken
Zu Frau Hilbert wir hin,
Weil sie ihren David
Versorgt mit Kalorien.
17. Frau Runge voll Fleiß
Pflanzt selbst Gemüsearten;
Am Hohen Weg man sieht
Sie graben im Garten.
18. Im Mittwochs-Seminar
Ist der Wunder zu sehn:
In Göttingen Mathematik
Selbst Hunde verstehn.

19. Und die Gravitation
Kann nur dunkler noch wer'n,
Wenn Cara und Hilbert
Gleichzeitig erklär'n.
20. Und während sie streiten,
Zur Tafel im Sprunge
Über Tische und Bänke
Setzt Karlchen Runge.
21. Und wenn es am wildsten,
Dann meldet sich Klein,
Zwar seine Bemerkung
Wird praktisch sein.
22. In Ägypten da nimmt man
Chinin gegen's Fieber.
Cara tut's nicht,
Kotelett ist ihm lieber.
23. Zum Schluß des Semesters
Wird jedem bang u. bänger,
Doch Landau der liest
Noch 8 Tage länger.
24. Wenn's voll schlägt, dann fängt er
Was Neues noch an,
Beweist noch, o Schreck,
10 Hilfsätze dann.
25. Aber Cara im Kolleg
Nimmt's nicht so genau,
Wenn Lichtenstein kommt,
Oder gar seine Frau.
26. Cara der hat so
Speziell seine Freuden:
Tafelabwischen
Und recht bunte Kreiden.
27. Funktionen sind meßbar,
Und manche sind's nicht;
Den Limes vertauschen
Das darf man doch nicht.
28. Seine Doktorandinnen
Schätzt Hilbert hoch ein.
Drum tauft er seine Gänse
Kohn und Löbenstein.
29. Hat sein Anzug ein Loch,
So sei nur nicht bange;
Denn sagst du's ihm, meint er:
„Na ja, weiß ich schon lange“.
30. Physik ist was Schönes,
Doch nebenbei nur.
Viel schöner ist Garten
Und Kaktuskultur.
31. Strophe gestrichen,
unleserlich
32. Denn fährt er mal Auto,
So gibt er voll Schreck,
Dem Chauffeur die Cigarre
Wirft den Talar in' Dreck.
33. An der Grenze zeigt Hilbert
Wie sehr er gerissen:
Man läßt ihm die Brote,
Weil alle angebissen.
34. Wie schwer die kanon'sche
Transformation ist,
Das glaubt nur erst der,
Der sie 10x vergißt.
35. Und nimmt nun statt Cara
Ein anderer den Platz,
Und ist es auch Hecke,
's ist nur Cara-Ersatz.
36. Zum Schlusse nun bitten
Um Nachsicht wir noch;
Denn wenn wir auch spotten,
Respekt hab'n wir doch.
37. Und unserem Cara
Dem wünschen wir Glück,
Gefällt ihm Berlin nicht,
Kehr' zu uns er zurück!

Quellen:

Constantin Carathéodory: *Gesammelte Mathematische Schriften I–V*. München, Beck 1957.

Erhard Schmidt: *Constantin Carathéodory*, Band V, siehe oben.

Oskar Perron: *Constantin Carathéodory*. Jahresberichte der DMV 55, 39–51, 1952.

Briefe: Einstein-Center, Jerusalem.

Persönliche Mitteilungen von Frau Despina Rodopoulou-Carathéodory.