

2

Die statischen Momente
der
menschlichen Gliedmassen.

Von
Professor Dr. Harless.

Ans den Abhandlungen der k. bayer. Akademie d. W. II. Cl. VIII. Bd. I. Abth

München 1857.

V e r l a g d e r k. A k a d e m i e,
in Commission bei G. Franz.



Die statischen Momente
der
menschlichen Gliedmassen.

Von
Prof. Dr. Harless.

Borelli war der Erste, welcher den Schwerpunkt des menschlichen Körpers experimentell zu bestimmen suchte. Er bediente sich hiezu eines Brettes, auf welchen der Leichnam gelagert über der abgerundeten Kante eines untergeschobenen dreiseitigen Pflockes äquilibrirte.

Die ungenaue Angabe, welche *Borelli* über die Lage des Schwerpunktes machte (er bezeichnet sie mit den Worten „inter nates et pubin“), veranlasste die Gebrüder *Weber* bei ihren Untersuchungen „der Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge“ das Experiment zu wiederholen und jenen Ort des allgemeinen Schwerpunktes genau zu ermitteln.

Ihre Methode war im Wesentlichen die gleiche, nur suchten sie durch eine geringe Abänderung des Verfahrens die möglichen, ja unvermeidlichen Fehler auf die kleinsten Grenzen einzuengen.

Dies erreichten sie auf folgende Weise ¹⁾: Sie nahmen ein 7' langes, 1' breites Brett, legten dasselbe horizontal auf die abgerundete

1) l. c. pg. 114.

Kante eines zweiten senkrecht gestellten, so dass jenes genau balancirte. Mit zwei Linien an den Seiten des horizontalen Brettes da, wo dieses die Kante des vertikal stehenden berührte, bezeichneten sie diese Lage und versicherten sich während des Experimentes öfter, dass sie sich dabei nicht änderte. Nun wurde die eine Hälfte des horizontalen Brettes unterstützt. Der entkleidete Mensch legte sich der Länge nach ausgestreckt auf das Brett, so dass der Schwerpunkt des Körpers eben noch auf die unterstützte Hälfte desselben fiel. Auf dieser befand sich auch der Kopf. Dann schob er sich durch kleine Bewegungen im Rückgrat so vorsichtig als möglich und mit Beibehaltung der gegenseitigen Lage aller Glieder gegen das Ende der nicht unterstützten Hälfte des Brettes, bis diese eben das Uebergewicht gewann. Weil das Brett für sich schon balancirte, mit dem Körper aber eben nach der nicht unterstützten Seite hin überkippte, so war dabei nothwendig der Schwerpunkt jenseits der Drehungsaxe des Brettes angelangt. Nun wurde der Versuch wiederholt; der Kopf kam aber auf die Seite zu liegen, wo sich vorher die Füße befunden hatten; der Schwerpunkt fiel anfänglich wiederum auf die unterstützte Hälfte des Brettes. Wie früher verschob der Mensch auf dem Brett seinen Körper so weit, dass der Schwerpunkt auf die andere Hälfte fiel, und das Brett nach dieser Seite hin wieder eben umkippte. In beiden Versuchen ward ein Perpendikel vom Scheitel aus auf das Brett gefällt und der Ort bezeichnet, wohin er dort fiel. Die Hälfte der Entfernung dieser beiden Punkte gab den Abstand des Schwerpunktes vom Scheitel. Die Sicherheit des Verfahrens leuchtet ein, wenn man bedenkt, dass das so schwierig zu erreichende Aequilibrium nicht vollkommen hergestellt werden musste, und sich die entgegengesetzten Fehler der Messung aufheben.

Als Mittel aus mehreren Versuchen an einem und demselben Menschen fanden die Gebrüder Weber für den Abstand des Schwerpunktes vom Scheitel

721,5 Millimeter.

Die Totalhöhe des liegenden Körpers betrug 1669,2 Millimeter;
der Abstand des Schwerpunktes von der Ferse war demnach

947,7 Millimeter.

Setzt man die Totalhöhe = 1000 so ist:

der Abstand des Gesamtschwerpunktes vom Scheitel = 432,24

von der Ferse = 567,76

Durch vergleichende Messungen an dem Skelet einer ebenso grossen Leiche kamen sie zu der mehr anatomischen Ortsbestimmung des allgemeinen Schwerpunktes: sie fanden ihn in einem 8,7 Millimeter betragenden Vertikal-Abstand von dem promontorium.

Es bedarf keiner Erwähnung, dass auch in ganz gleicher Lage der Glieder diese Ortsbestimmung Schwankungen bei demselben Individuum unterworfen seyn muss, wenn man die wechselnden Grade der Füllung unserer Eingeweide in Betracht zieht, wenn man ausserdem die Veränderungen in den Rückgratskrümmungen bei dem Uebergang der aufrechten Stellung in die horizontale Rückenlage ¹⁾ in Anschlag bringt.

Das nächste Interesse richtet sich aber darauf, wie gross wohl die Schwankungen dieser Ortsbestimmung in verschiedenen Individuen seyn mögen. Ich erwähne zuerst einen von mir angestellten Versuch, weil er genau nach den Vorschriften der Gebrüder *Weber* an einem 24 jährigen sehr schön gewachsenen Mann angestellt wurde.

Die Totalhöhe betrug 1655 Millimeter.

Der Abstand des Schwerpunktes im Mittel 370 Millim. von der Sohle.

Dies entspricht für die Totalhöhe 1000:

1) Fr. Horner: Ueber die Krümmung der Wirbelsäule im aufrechten Stehen.
Inauguraldissertation. Zürich 1854. pg. 22.

586,102 von der Sohle
413,898 vom Scheitel.

Die Differenz zwischen meiner und der Weber'schen Bestimmung beträgt demnach 1,83 Procent der Totalhöhe.

Valentin ¹⁾ fand seinen Abstand vom Scheitel = 429,19.

Diese Art der Messung lässt nur die horizontale Ebene auffinden, in welcher der Schwerpunkt des ganzen Körpers liegt, aber nicht seinen Ort auf dieser Ebene. Gerade aber für das Balanciren zwischen den Ebenen, welche parallel der von rechts nach links durch den Körper gelegten sind, ist die Ermittlung seines Abstandes von der vorderen oder hinteren Begrenzungslinie der Profilansicht von Wichtigkeit.

H. Meyer hat hiezu einen sicheren Weg in seinen schätzenswerthen „Beiträgen zur Mechanik des menschlichen Knochengerüsts“ ²⁾ eingeschlagen. Er misst direkt an einem Maasstab mit beweglichen Schenkeln und einer Kreistheilung den Winkel, welchen die ganze Beinaxe und der in sich steif gehaltene Rumpf auf ihr mit dem Fuss bildet, wenn sich der Mensch auf die Zehen erhebt, und notirt bei bekannter Beinlänge und bekanntem Neigungswinkel der Beinaxe im aufrechten Stehen erstens den Moment, in welchem sich die Ferse vom Boden löst, zweitens den Moment, in welchem der ganze Körper um den Mittelpunkt des Metatarsusköpfchen I. nach vorn umschlägt. Ebenso wird die Winkelgrösse bestimmt, bei welcher das Metatarsusköpfchen der grossen Zehe sich vom Boden löst, wenn der in sich steif gehaltene Körper im Fussgelenk rückwärts bewegt wird.

Hieraus lässt sich bei dem bestimmbaren Abstand des promontoriums von dem Trochanter die Grösse der Horizontalverschiebung des

1) Lehrbuch der Physiologie des Menschen. Bd. II a. pg. 331.

2) Veröffentlicht in J. Müllers Archiv 1853.

Schwerpunktes ableiten und sein Abstand von diesem oder jenem Punkt des Beines, oder eines anderen Körpertheiles berechnen. In dem von Meyer untersuchten Individuum lag bei aufrechter Stellung der Schwerpunkt in einem horizontalen Abstand von 3,28 Cent. vor dem äusseren Knöchel, von 10,72 Cent. hinter dem Metatarsusköpfchen der grossen Zehe und von 5,22 Cent. hinter dem vorderen Rand des Trochanters. Der Schwerpunkt liegt nach ihm 9,5 Cent. über der Drehungsaxe der Hüftgelenke, welche die Gipfelpunkte der beiden grossen Rollhügel trifft. Zieht man zur Mitte dieser Axe von dem Schwerpunkt aus eine Linie, so hat dieselbe im aufrechten Stehen eine Neigung von $52^{\circ} 23'$ gegen den Horizont.

Anatomisch hat Meyer als den Ort des Schwerpunktes den canalis sacralis über dem zweiten Kreuzbeinwirbel bezeichnet.

Bei ihm steht in dem 1897 Millimeter hohen Körper der Schwerpunkt um 768 Millimeter vom Scheitel ab. Dies beträgt aber für die Totalhöhe 1000

404,96 Abstand vom Scheitel
595,14 Abstand von der Sohle.

In diesem Fall beträgt die Abweichung von der Bestimmung bei Weber 2,73 Procent der Totalhöhe.

Aus den vier Beobachtungen an verschiedenen Individuen ergibt sich als Mittel für den Abstand von dem Scheitel 420,07 auf 1000 Totalhöhe.

Der Gesamtschwerpunkt des Körpers wird durch die Abstände der Schwerpunkte aller einzelnen Glieder an diesen bestimmten Ort verlegt. Wollen wir uns ein Bild von seiner Verschiebung in den verschiedenen Stellungen unseres Körpers machen, so ist es nothwendig, dass wir für eine möglichst grosse Anzahl beweglicher Massen einzeln die Schwerpunkte suchen. Zu bestimmten Zwecken wurde für einige Theile, wie z. B. für den Kopf, die untere Extremität und für den Rumpf allein der

Ort ihres Schwerpunktes annähernd berechnet. In jüngster Zeit geschah dies von *Horner* ¹⁾. Ich übergehe indessen hier vorläufig diese Angaben, weil sie vereinzelt gewonnen wurden, weil zur Berechnung theils Mittelzahlen, theils individuelle Werthe benützt worden sind, ohne damit ihren Werth für die betreffenden Untersuchungen in Abrede stellen zu wollen.

Herr Professor Dr. *Bischoff* hatte die Güte mir die Leiche des jüngst Hingerichteten, Graf, zu meinen Untersuchungen zu überlassen.

Ich muss zuerst Einiges in Betreff der Methode vorausschicken. Meine Absicht war, die Horizontalebene, in welchen die Schwerpunkte der einzelnen Gliedmassen gelegen sind, zu finden. Als die beste Methode muss hiebei die des Balancirens betrachtet werden. Die Vorrichtung hiezu war folgende. Eine getheilte Latte wurde in absolut horizontaler Lage befestigt. Auf ihrer ebenen Schmalseite lief eine Rolle, deren Ausschnitt der Dicke der Latte gleich war. An die Axe, um welche sich die Rolle drehte, war eine breite Messinggabel genietet, deren Höhe der Breite der Latte gleich war. Die Gabel hatte auf der einen Seite einen Ausschnitt, durch welchen man auf die Theilung der Latte sehen konnte, und in seiner Mitte einen zungenförmigen Zeiger, dessen Spitze senkrecht unter der Drehungsaxe der Rolle stand.

In der Ebene der Axe war an das untere Ende dieser Gabel ein eiserner Bügel befestigt, welcher unten eine horizontale Eisenstange trug. Der Bogen war so gross gewählt, dass er einen Oberschenkel bequem umfassen konnte. Auf der unteren horizontalen Stange balancirte ein Brett, auf welches die einzelnen Theile gelegt wurden. Zweimaliges Umlegen und Umkippen nach der gleichen Seite wurde wie in dem Weber'schen Versuch zur Beschränkung der Fehler angewendet.

1) l. c.

Durch die Rolle konnten sehr feine Verschiebungen der Unterlage unter dem Präparat erzielt werden, wobei der Zeiger unmittelbar auf die betreffende Zahl wies, während verschiebbare rechte Winkel an die betreffenden Grenzen des Gliedes angelegt oben sofort die Entfernungen derselben von einander angaben, sobald das untere Brett parallel der oberen Latte wieder eingestellt war. Das Mittel aus den Ablesungen ergab die Entfernung des Schwerpunktes von den beiden Enden des untersuchten Gliedes.

Am wichtigsten ist die Art, wie die einzelnen Glieder von einander getrennt werden müssen.

Kommt es darauf an, die Grösse des statischen Momentes in jeder einzelnen Stellung zu bestimmen, so muss die Grenze der Masse mit der des Hebelarmes zusammenfallen. Die Trennungsflächen der Glieder müssen also deren Gelenkflächen berühren. Demnach wurde zur Ablösung des Oberarmes der Schnitt durch die Wände der Achselgrube hart neben dem Rumpf, parallel dessen Mittelebene geführt, dann exartikuliert, und darüber wieder der Schnitt durch die Schulterdecke unter dem Akromion rechtwinklich zur ersten Fläche nach aussen geführt.

Im Ellbogengelenk trennte ein Zirkelschnitt in der Ebene der Drehungsaxe Ober- und Vorderarm. Ebenso ein Zirkelschnitt in der Höhe des processus styloideus ulnae die Hand vom Vorderarm.

Am Oberschenkel wurde von der symphysis ossium pubis der Schnitt hart an den Knochen des Beckens fortgeführt, der Kopf des Oberschenkelknochens exartikuliert, und über ihm sofort die Fleischmasse in horizontaler Richtung nach aussen durchschnitten. Die übrigen Theile der unteren Extremität sind in ähnlicher Weise wie die entsprechenden der oberen von einander getrennt worden.

Um das ungleichmässige Zurückziehen der Weichtheile an den beiden Enden nicht zu nachtheilig auf die Schwerpunkts-Bestimmung wirken zu lassen, wurden sie über diesen ungefähr wie die Hautlappen eines Amputation-Stumpfes zusammengenäht.

Unmittelbar nachher wurde jedes Präparat auf einer genauen Decimalwaage gewogen.

Die Längenmaasse waren folgende:

Die Totalhöhe war 172,685 Centimeter.

Die Einzelmaasse ergaben:

Fusshöhe	6 Centim.
Länge des Unterschenkels	42,9 "
Länge des Oberschenkels	44,9 "
Abstand der Trochanterlinie von dem Gipfel der crista ossis ilei	14 "
Abstand der Hüftbeinebene von der Akromialebene	39 "
Kopfhöhe vom Kinn bis Scheitel	21,2 "
Vordere Halshöhe	4,7 "
	172,7 Centim.

Die Länge des Fusses 25,369 Centim.

Die ganze Armlänge betrug 86,6 Centim.

Die Länge des Oberarmes . . . 36,4 "

Die Länge des Vorderarmes . . . 29,889 "

Die Länge der Hand 20,314 "

86,603 Centim.

Nimmt man für die Totalhöhe des ganzen Körpers 1000, so gewinnt man noch folgende fernere Maasse:

Länge von Kopf und Hals zusammen . . . 149,97

Länge des Rumpfes 306,9

Länge des ganzen Beines 543,1300

100,000

Späterer Bestimmungen wegen ist der Rumpf in zwei Abtheilungen gebracht worden, wovon die grössere obere Parthie von dem Hüftbeinkamm bis zur Schulterhöhe 225,82 Länge hat, die untere kleinere bis zum mons 81,1.

Die Länge des ganzen Armes beträgt 501,75.

Die Länge des Oberarmes . . . 211,06.

Die Länge des Vorderarmes . . . 173,07.

Die Länge der Hand . . . 117,62.

Die Länge des Fusses . . . 147.

Die Länge des Unterschenkels . . . 248,405.

Die Länge des Oberschenkels . . . 259,99.

Wählt man die Länge eines der Glieder als Maasseinheit zur Vergleichung mit allen übrigen, z. B. die Handlänge, so erhält man die nachstehenden Werthe

Hand . . .	= 1
Kopf und Hals . . .	1,2749
Rumpf . . .	2,6090
Ganzes Bein . . .	4,6175
Obere Rumpfparthie	1,9
Untere Rumpfparthie	0,69
Ganzer Arm . . .	4,263
Oberarm . . .	1,7918
Vorderarm . . .	1,471
Fusslänge . . .	1,243
Unterschenkel . . .	2,111
Oberschenkel . . .	2,2102
Ganzer Körper . . .	8,50

Die Gewichte der einzelnen Theile waren folgende:

Das Totalgewicht . . .	63,97 Kilogr. (vor der Hinrichtung)
Das Gewicht des Kopfes .	4,555 „
Das Gewicht des Rumpfes	29,608 „
Das Gewicht beider Arme	7,54 „
Das Gewicht beider Beine	22,27 „

Das Gewicht je einer Hand im Mittel	540 Gramm.
— — des Vorderarmes .	1160 „
— — des Oberarmes .	2070 „
— — des Oberschenkels .	7165 „
— — des Unterschenkels .	2800 „
— — des Fusses .	1170 „

Da der Rumpf in sich selbst gegliedert ist, so war es wünschenswerth, ihn wenigstens in einige Stücke zu zerlegen, deren Bewegungsformen ohne zu grosse Fehler auf gegenseitige Winkelbiegungen zurückgeführt werden konnten. Die Wirbelsäule als ein weniger gegliederter Stab betrachtet, lässt sich seiner wirklichen Beweglichkeit nach am geeignetsten in drei Stücke zerlegen, welche in den verschiedenen Stellungen Winkel mit einander bilden. Das unterste Stück bestünde aus dem Kreuzbein und ersten Lendenwirbel, das mittlere aus den übrigen Lenden- und Brustwirbeln, das oberste aus den Halswirbeln und dem Kopf.

Ich verkenne nicht, dass diese Eintheilung etwas Willkürliches hat, und dass es natürlicher wäre, wenigstens noch ein Glied, nämlich das der Lendenwirbelsäule einzuschalten, allein wegen der nicht genau zu bestimmenden Formen von Massen, welche von den Horizontalebene dieser Grenzen eingeschlossen werden, würde die Berechnung unsicherer, und an der überhaupt hiebei möglichen Genauigkeit nichts Wesentliches gewonnen.

Es ist begreiflich, dass zur Gewichtsbestimmung der einzelnen Rumpfabschnitte an die Stelle der direkten Wägung Rechnungen treten müssen, weil man keine anatomischen Trennungsebenen dabei verfolgen kann.

Der obere Theil des Rumpfes bis herab unter die Hüftbeinkämme darf als ein abgekürzter Kegel betrachtet werden. Aus den mittleren Tiefen- und Breitenmaassen berechnete sich für ihn oben ein Durchmesser von 24,9 Cent., unten ein Durchmesser von 26,3 Centimeter. Die Höhe dieses Kegels belief sich auf 41 Centimeter.

Nun gilt für den Inhalt des abgekürzten Kegels die Formel:

$$V = \pi (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) \frac{h}{3}$$

wobei r_1 der grössere r_2 der kleinere Halbmesser, h die Höhe ist.

Wir gewinnen dadurch für unseren Fall folgende Berechnung:

$$R_1 = 13,15 \quad \lg R_1 = 1,1189258$$

$$R_2 = 12,45 \quad \lg R_2 = 1,0951694$$

$$\lg R_1 R_2 = 2,2140952 = 163,72$$

$$\lg R_1^2 = 2,2378516 = 172,92$$

$$\lg R_2^2 = 2,1903388 = 154,89$$

$$\lg R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2 = \lg 491,53 = 2,6915500$$

$$\lg \frac{h}{3} = 1,1335389$$

$$\lg \pi = 0,49715$$

$$\lg V = 4,3222389 \quad V = 21100$$

Dieser Werth von V bezeichnet die Cubikcentimeter; entspricht also einem Gewicht von eben so viel Gramm. Wasser.

Das specifische Gewicht des ganzen Menschen darf nach den Bestimmungen von Harkness und Baumgartner zu 1,066 angenommen werden. Mit dieser Zahl muss demnach obiger Werth multiplicirt werden.

$$\begin{aligned}\lg 1,066 &= 0,0277572 \\ \lg V &= 4,3222389 \\ 4,3499961 &= 22,387 \text{ Kilogramm.}\end{aligned}$$

Der untere Theil des Rumpfes, also das Becken muss als ein Raum mit annähernd elliptischen Flächen angesehen werden, dessen Inhalt nach der Formel

$$V = \frac{\pi h}{6} [2(ab + a_1 b_1) + ab_1 + a_1 b]$$

berechnet werden kann. Dabei sind a und b die Halbaxen der grösseren, a_1 und b_1 die Halbaxen der kleineren elliptischen Fläche, und zwar a und a_1 die längeren, b und b_1 die kürzeren Halbaxen; h bezeichnet die Höhe.

Die Messungen an der untersuchten Leiche ergaben nachstehende Werthe:

$$\begin{array}{llll} a = 17 & \lg = 1,2304489 & & \\ b = 11 & \lg = 1,0413927 & \lg ab = 2,2718416 = \text{num. } 187 & \\ a_1 = 10 & \lg = 1,000000 & & \\ b_1 = 8,9 & \lg = 0,9493900 & \lg a_1 b_1 = 1,9493900 = \text{num. } 89 & \\ & & \text{Summe } 276,0 \times 2 = & \\ & & 552,0 & \\ h = 13,5 & \lg = 1,1303338 & \lg a_1 b = 2,0413927 = \text{num. } 110,00 & \\ & & \lg ab_1 = 2,1798389 = \text{num. } 151,30 & \\ & & \text{Summe} = 813,30 = & \\ & & 2(ab + a_1 b_1) + ab_1 + a_1 b & \\ \lg \pi h &= 1,6274838 & & \\ \lg 6 &= 0,7781513 & & \\ \lg \frac{\pi h}{6} &= 0,8493325 & & \\ \lg 813,3 &= 2,9102508 & & \\ 3,7595833 &= \text{num. } 5768,9 = V & & \end{array}$$

Der Werth von N mit 1,066 multiplicirt gibt das Gewicht:
 6,1283 Kilogramm für den unteren Theil des
 Rumpfes. Das Gewicht des
 oberen war 22,387, also das Gewicht des ganzen Rumpfes
 28,5153 Kilogramm. Durch die Waage war
 sein Gewicht zu 29,608 Kilogramm bestimmt.

Dies ergibt eine Differenz von 1,0927 Kilogramm. Entsprechend
 den beiden Massen wird die Differenz so vertheilt werden dürfen, dass
 man zu dem berechneten Gewicht des oberen Stückes 0,668, zu dem
 unteren 0,4000 addirt, woraus sich das Gewicht der oberen Rumpf-
 parthie zu 23,055 Kilogramm, das der unteren zu
 6,553 Kilogramm als der Wahrheit am Nächsten kommend
 annehmen lässt.

Auf diese Weise war der *eine* Faktor für die Berechnung des sta-
 tischen Momentes je eines Gliedes gewonnen.

Der zweite Faktor ist die Länge des Hebels, an welchem diese
 Massen wirken, also die Entfernung des Schwerpunktes von den Gren-
 zen der Glieder.

Die direkten Messungen nach der oben mitgetheilten Methode er-
 gaben als Ort des Schwerpunktes im Mittel

- | | |
|---|--|
| 1) für den 36,4 Cent. langen Oberarm | 17,621 von dem oberen,
18,779 v. d. unteren Ende; |
| 2) für den 29,889 Cent. langen Vorderarm | 13,122 von dem oberen,
16,767 v. d. unteren Ende; |
| 3) für die 20,314 Cent. lange Hand | 9,623 von dem oberen,
10,691 v. d. unteren Ende; |
| 4) für den 44,9 Cent. langen Oberschenkel | 20,995 von dem oberen,
23,905 v. d. unteren Ende; |

- 5) für den 42,9 Cent. langen Unterschenkel 15,455 von dem oberen,
27,445 v. d. unteren Ende;
6) für den 25,369 Cent. langen Fuss 11,664 von dem hinteren,
13,705 v. d. vorderen Ende;
7) für den 21,2 Cent. hohen Kopf 7,7 vom Scheitel,
13,5 vom Kinn.

Für die im Obigen bezeichneten beiden Rumpfparthien musste der Schwerpunkt durch Rechnung gefunden werden.

Bei dem abgekürzten Kegel gilt für den senkrechten Abstand des Schwerpunktes (z) von der Basis die Formel:

$$z = \frac{R_1^2 + 2R_1R_2 + 3R_2^2}{R_1^2 + R_1R_2 + R_2^2} \cdot \frac{h}{4}$$

Nun haben wir, wie oben

$$R_1 = 13,15 \quad \lg R_1 = 1,1189258 \quad \lg R_1^2 = 2,2378516 = \text{num. } 172,92$$

$$R_2 = 12,45 \quad \lg R_2 = 1,0951694 \quad \lg R_1R_2 = 2,2140952 = \text{num. } 163,72$$

$$h = 41 \quad \lg h = 1,6127839 \quad 2R_1R_2 = 327,44$$

$$\lg R_2^2 = 2,1903388 = \text{num. } 155,00$$

$$\frac{h}{4} = 10,25 \quad \lg \frac{h}{4} = 1,0086002 \quad 3R_2^2 = 465,00$$

Demnach:

$$\frac{172,92 + 327,44 + 465,00}{172,92 + 163,72 + 155} = \frac{965,36}{491,64} \quad \lg = 2,9846893$$

$$\frac{172,92 + 163,72 + 155}{491,64} = \frac{491,64}{491,64} \quad \lg = 2,6228769 -$$

$$0,3618124$$

$$\lg \frac{h}{4} = 1,0086002 +$$

$$\lg z = 1,3704126 = \text{num. } 23,465.$$

Der Schwerpunkt des oberen Rumpftheiles liegt demnach

23,465 Centim. von der unteren,

17,53 Centim. von der oberen Grenze entfernt.

Nach der gleichen Formel ist auch der Schwerpunkt für den unteren Theil des Rumpfes zu berechnen erlaubt:

dabei ist der mittlere obere Radius = R_1 ,

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 14, \lg R_1 = 1,1461280 \quad \lg R_1 R_2 = 2,1215598 = \text{num. } 132,30 \\
 R_2 &= 9,43 \lg R_2 = 0,9734318 \quad \lg 2 = 0,3010300 \\
 &\quad \lg 2R_1 R_2 = 2,4225898 = \text{num. } 264,60 \\
 h &= 13,5 \lg = 1,1303338 \quad \lg R_1^2 = 2,2922560 = \text{num. } 196,0 \\
 &\quad \lg 4 = 0,60206 \quad \lg R_2^2 = 1,9508636 = \text{num. } 89,143 \\
 &\quad \lg \frac{h}{4} = 0,5282738 \quad \lg 3 = 0,4771213 \\
 &\quad \lg 3R_2^2 = 2,4279849 = \text{num. } 267,905 \\
 \frac{196 + 264,60 + 267,905}{196,0 + 132,30 + 89,143} &= \frac{728,505}{417,443} \lg = 2,8624296 \\
 &\quad \lg = 2,6205941 - \\
 &\quad \quad \quad 0,2418355 \\
 &\quad \lg \frac{h}{4} = 0,5282738 \\
 &\quad \lg z = 0,7701093 = \text{num. } 5,8899 \text{ C.} \\
 &\quad \text{Abstand von der oberen Grenze, und } 7,6101 \text{ C.} \\
 &\quad \text{von der unteren Grenze.}
 \end{aligned}$$

Setzt man die Länge je eines Gliedes, dessen Schwerpunkts-Lage bestimmt worden ist = 1, so gewinnt man folgende Uebersicht:

Bezeichnung des Körpertheiles	Abstand des Schwerpunktes	
	von der oberen Grenze des Theiles.	von der unteren
Kopf	0,36667	0,63333
Oberer Theil des Rumpfes	0,42756	0,57244
Unterer Theil des Rumpfes	0,43629	0,56371
Oberarm	0,48521	0,51479
Vorderarm	0,43887	0,56113
Hand	0,47371	0,52629
Oberschenkel	0,46760	0,53240
Unterschenkel	0,36025	0,63975
Fuss (von der Ferse)	0,45977 (v. d. Zehe)	0,54023
Das Mittel für alle Theile ist =	0,435	0,565
Die grösste Differenz ist =	0,125	

Nachdem für alle die benannten Stücke die beiden Faktoren ihrer statischen Momente in der angegebenen Weise gewonnen waren, kam es darauf an, zu prüfen, wie die Benützung dieser Werthe mit den direkten Messungen harmonire.

Ich habe bei einem vier Wochen früher hingerichteten Verbrecher, welcher ebenfalls einen sehr kräftigen Körperbau hatte, den Schwerpunkt des ganzen Armes und des ganzen Beines für sich nach der Weber'schen Methode bestimmt. Die Abtrennung dieser Glieder von dem Rumpf war genau in eben der Weise geschehen, welche oben beschrieben wurde. Ferner war die Todtenstarre abgewartet worden, wodurch die Verschiebungen auf dem Brett sicherer wurden.

Für die untere Extremität fand ich auf diesem Weg die vertikale Ebene des Schwerpunktes (das ganze Bein horizontal liegend gedacht und vollkommen ausgestreckt) unmittelbar über dem oberen Rand der Kniescheibe.

Für die obere Extremität $\frac{1}{2}$ Centim. über dem condylus internus humeri.

Bei der Bestimmung des Schwerpunktes zusammengesetzter Körper hat man von der Formel Gebrauch zu machen, welche für die Bestimmung der Resultirenden aus Parallelkräften gilt. Da wir uns hier nur mit *einer* Projectionsebene beschäftigen, so kommt auch nur die eine Formel in Anwendung, nämlich:

$$X = \frac{Px + P_1x_1 + P_2x_2 \dots}{P + P_1 + P_2 \dots}$$

wobei X der Abstand des Schwerpunktes von der fraglichen Projectionsebene, P, P₁, P₂ ... die respektiven Gewichte der Massen und x, x₁, x₂ ... die dazu gehörigen Abstände von der Projectionsebene bedeuten.

Für den gegenwärtigen Fall sind die Entfernungen der Schwerpunkte von der oberen Trennungsebene

$$\begin{aligned}
 &\text{für den Oberschenkel } 20,995 \text{ Centim.} = x \\
 &\text{für den Unterschenkel } 60,355 \text{ Centim.} = x_1 \\
 &\text{für den Fuss } 91,800 \text{ Centim.} = x_2 \\
 &\text{also } X = \frac{(20,995 \cdot 7,165) + (60,355 \cdot 2,800) + (91,800 \cdot 1,170)}{11,135} = \\
 &\quad \frac{426,835}{11,135} = \\
 &\quad X = 38,332 \text{ Centim. (SS in der Figur)}
 \end{aligned}$$

Nun war die Länge des Oberschenkels 44,9; die Höhe der patella über der Grenze vom Unter- und Oberschenkel darf in der ausgestreckten Lage zu 5 Centim. angenommen werden, was ich zwar nicht an dieser Leiche, aber an anderen Individuen bestimmt habe; dann erhalten wir als Abstand der oberen Grenze der patella von unserer Projectionsebene 39,9 Centim.

Der Unterschied in der berechneten und direkt bestimmten Entfernung des gesuchten Schwerpunktes für das ganze Bein beträgt somit 1,6 Centim., was sicherlich, auch bei der Voraussetzung ganz gleicher Schnittführung, noch in das Bereich der individuellen Schwankungen fällt.

Für den ganzen Arm haben wir in unserem Fall folgende Zahlenwerthe zur Berechnung

$$\begin{aligned}
 &\frac{(2,07 \cdot 17,621) + (1,16 \cdot 49,522) + (0,54 \cdot 75,9118)}{3,77} = \\
 &\quad \frac{134,911}{3,77} = z = 35,785 \text{ Centimeter}
 \end{aligned}$$

Abstand von der oberen Trennungsebene. (AS in der Figur)

Die Länge des Oberarmes maass aber 36,4. Der gemeinsame Schwerpunkt der oberen Extremität fällt also circa 1 Centim. über die untere Grenze des Oberarmes, also in den condylus internus. ¹⁾

1) Valentin verlegt ihn „in die Nähe des Ellbogengelenkes.“ l. c. pg. 201.

Berechnung und Beobachtung stimmt bei den beiden Leichen auch in diesem Punkt so genau, als hier nur zu erwarten ist.

Nun haben wir weiter gesehen, dass die Schwankungen im Ort des allgemeinen Schwerpunkt des Körpers für verschiedene Individuen verhältnissmässig sehr gering sind. Die Probe auf die Richtigkeit obiger Angaben in Beziehung auf die statischen Momente der einzelnen Gliedmassen wird die seyn, dass wir sie bei der constructiven Zusammensetzung des ganzen Leichnames benützen, und untersuchen, wohin der gesammte Schwerpunkt fällt.

Zur Vereinfachung der Rechnung habe ich sämmtliche Gewichte auf das der Hand als Einheit zurückgeführt und dabei nachstehende Werthe erhalten:

Gewicht der Hand	= 1
— des Kopfes	8,4352
— des oberen Theiles vom Rumpf	42,6940
— des unteren Theiles vom Rumpf	12,1450
— des Oberschenkels	13,2520
— des Unterschenkels	5,1852
— des Fusses	2,1667
— des Oberarmes	3,8333
— des Vorderarmes	2,1482

Statt der obigen Gleichung $\frac{Px + P_1x_1 + P_2x_2 \dots}{P + P_1 + P_2} = X$ lässt sich setzen,

wenn man $P + P_1 + P_2$ mit S bezeichnet:

$$\frac{P}{S}x + \frac{P_1}{S}x_1 + \frac{P_2}{S}x_2 \dots = X$$

bezeichnet man $\frac{P}{S}$ mit Q, $\frac{P_1}{S}$ mit Q₁ etc., so erhält man:

$$X = Qx + Q_1x_1 + Q_2x_2 \dots$$

oder logarithmisch Num. (lg Q + lg x) + Num. (lg Q₁ + lg x₁) = X.

Nun findet man bei den benannten Körpertheilen in unserem Fall folgende logarithmische Werthe, wobei das Gewicht der Hand = 1 gesetzt ist:

Kopf	8,8525238 - 10
Obere Rumpfsportion	9,5567951
Untere Rumpfsparthie	9,0008258
Oberarm	8,5100011
Vorderarm	8,2585030
Hand	7,9264283
Oberschenkel	9,0487425
Unterschenkel	8,6411938
Fuss	8,2622271.

Als Projectionsebene nehmen wir die den Scheitel berührende; dann erhalten wir als Abstände von ihr

a) für den Kopf-Schwerpunkt	8
b) für den Schwerpunkt der oberen Rumpfsparthie	43,7
c) für den Schwerpunkt der unteren Rumpfsparthie	73,6
d) für den Schwerpunkt des Oberarmes	45,2
e) für den Schwerpunkt des Vorderarmes	75
f) für den Schwerpunkt der Hand	100,05
g) für den Schwerpunkt des Oberschenkels	99
h) für den Schwerpunkt des Unterschenkels	137,9
i) für den Schwerpunkt des Fusses	169,2

Die Logarithmen für die Werthe von Qx stehen in der nächsten Tabelle in der ersten Reihe, ihre Zahlen in der zweiten, die Buchstaben beziehen sich auf die eben angeführten Namen der Glieder.

		Numeri
a)	9,7556137 - 10 . . .	0,56966
b)	11,1972765 . . .	15,75000
c)	10,8677036 . . .	7,37400
d)	{ 10,1651395 . . .	1,46150
	{ 10,1651395 . . .	1,46150
e)	{ 10,1335643 . . .	1,36000
	{ 10,1335643 . . .	1,36000
f)	{ 9,9266454 . . .	0,84459
	{ 9,9266454 . . .	0,84459
g)	{ 11,0443777 . . .	11,07550
	{ 11,0443777 . . .	11,07550
h)	{ 10,7807581 . . .	6,03610
	{ 10,7807581 . . .	6,03610
i)	{ 10,4906275 . . .	3,09477
	{ 10,4906275 . . .	3,09477

Summe 71,43858 = X (HS in der Figur)

Nun maass aber die Entfernung des Scheitels von der Berührungsebene der Hüftbeinkämme 64,885 Centimeter, der gefundene Schwerpunkt lag also 6,55 Centim. unter dieser Ebene. Nachträgliche Messungen an dem Becken dieses Hingerichteten zeigten, dass der Abstand des promontorium (oberer vorderer Rand des ersten Kreuzbeinwirbels) 6,4 Centimeter betrug. Die Entfernung des oberen Randes des II. Kreuzbeinwirbels war 8. Wir haben also in Beziehung auf den anatomischen Ort dieser Horizontalebene eine vollkommene Uebereinstimmung mit der Angabe von Weber. Ferner ergibt sich in Beziehung auf den Abstand des Schwerpunktes von der Trochanterlinie in unserem Fall der Werth von 10 Centimeter; Meyer bestimmte ihn, wie oben erwähnt, zu 9,5 Cent. Endlich finden wir in Beziehung auf die Totalhöhe, diese zu 1000 angenommen, den Abstand des gemeinsamen Schwerpunktes

vom Scheitel = 413,65
 von der Sohle = 586,35.

Vergleicht man damit die entsprechenden Abstände, welche direkt bestimmt wurden, und oben aufgezeichnet sind, so darf angenommen werden, dass die von mir gefundenen Grössen für die statischen Momente der einzelnen Körpertheile so genau sind, als sie überhaupt sich bestimmen lassen.*)

Um sich eine leichter übersichtliche Anschauung von den Massen und ihrer mechanischen Gegenwirkung zu verschaffen, habe ich sie in Kugeln verwandelt, und deren Radien berechnet. Es sind nämlich die Gewichte der einzelnen Theile mit 1,066 dividirt, um das Volum zu gewinnen, und aus diesem nach der Formel

$$R = 0,62035 \sqrt[3]{V}$$

die Radien abgeleitet worden.

Dabei haben sich folgende Zahlen ergeben:

	R in Centimeter.
für die Hand . . .	4,9453
für den Vorderarm . .	6,3808
für den Oberarm . . .	7,7394
für den Kopf	10,066
für die obere Rumpfparchie	17,283

*) Die hier mitgetheilten Zahlen gelten stricte natürlich nur für den einzelnen Fall. Da aber auch bei dem Lebenden die Volumina der Extremitäten messbar und bei der Kenntniss des specifischen Gewichtes ihrer Abschnitte wenigstens sehr annähernd wägbare gemacht werden können, worüber indessen meine Untersuchungen noch nicht beendigt sind, so lässt sich bei der durch die Aehnlichkeit der Form ziemlich gesicherten Schwerpunktslage der einzelnen Theile der Werth der hier in Betracht kommenden Faktoren, wenn es verlangt wird, bis zu einem gewissen Grad von Genauigkeit für jedes andere Individuum ebenfalls finden.

	R in Centimeter.
für die untere Rumpfparchie	11,364
für den Oberschenkel .	10,842
für den Unterschenkel .	8,559
für den Fuss	6,3990.

Zeichnet man die entsprechenden Kugeln in ein Skelet ein, was besonders für demonstrative Zwecke dienlich seyn kann, so hat man den Uebelstand, dass die Peripherien oft weit über die seitlichen Begrenzungen der Weichtheile hinausragen, und ineinander übergreifen. Ich habe mir deswegen die Mühe genommen, die Radian für entsprechende Gipskugeln zu berechnen und auch in Verhältniss zur Masse der Hand zu setzen.

In der ersten Columnne stehen die relativen Werthe der Radian, den der Masse der Hand = 1 gesetzt; in der zweiten die Werthe für die Radian der den wirklichen Massen entsprechenden Gipskugeln, wie sie an die angegebenen Orte in einem lebensgrossen Skelet oder mit Verrückung des Komma bei 10maliger Verkleinerung aufgetragen werden können:

	R	R für entsprechende Gipskugeln
Hand	1	3,7979
Vorderarm . .	1,2903	4,9004
Oberarm . . .	1,5650	5,9439
Kopf	2,0356	7,7311
Obere Rumpfparchie .	3,4951	13,274
Untere Rumpfparchie	2,2980	8,7276
Oberschenkel . .	2,1925	8,3269
Unterschenkel . .	1,7308	6,5735
Fuss	1,2910	4,9145.

Setzt man wieder die Totalhöhe = 1000, so gewinnt man folgende Abstände der Schwerpunkte von der oberen und unteren Grenze je eines Körpertheiles

	Abstand von der oberen	von der unteren
	Grenze.	
Kopf	44,591	105,38
Obere Rumpfsparthie	101,516	135,909
Untere Rumpfsparthie	34,108	44,07
Oberschenkel	121,58	138,43
Unterschenkel	89,499	158,931
Fuss	67,545 (von der Ferse)	79,365 (von der Zehe)
Oberarm	102,27	108,52
Vorderarm	75,98	97,152
Hand	55,725	61,914

Durch diese Berechnungen sind die vertikalen Abstände der einzelnen Schwerpunkte von der horizontalen Projectionsebene bestimmt. Für den Rumpf und den Kopf darf vorausgesetzt werden, dass die Schwerpunkte gleichzeitig in der Ebene sich befinden, welche durch die Mitte der *linea alba* und die *processus spinosi* gelegt werden kann. In Beziehung auf die dritte Ebene, welche parallel der Halbirungsebene der Profilansicht ist, wurde durch die Versuche von Meyer der Ort für den Gesamtschwerpunkt bestimmt, was bereits oben erwähnt ist. *Horner*¹⁾ bezeichnet, auf seine Berechnungen gestützt, als Ort für den gemeinschaftlichen Schwerpunkt des Kopfes und Rumpfes mit den Armen den oberen Punkt am vorderen Rand des IX. Brustwirbels, also in der von Meyer construirten Vertikalen, welche beim aufrechten Stehen die Drehungsaxe des oberen Atlasgelenkes und die Steissbeinspitze verbindet. In dieselbe Linie darf auch der Schwerpunkt des Rumpfes allein verlegt werden, dessen Abstand von der Trochanterlinie nach den oben gefundenen statischen Momenten seiner beiden Theile

29,267 Centim. beträgt. (RS in der Figur)

1) l. c.

Dies entspricht ohngefähr dem unteren hinteren Rand des letzten (XII.) Brustwirbel-Körpers. Für die Extremitäten und ihre einzelnen Abschnitte darf angenommen werden, dass die Schwerpunkte in deren Constructionsaxen gelegen sind.

Diese Untersuchungen über die statischen Momente unserer Gliedmassen sind von meiner Seite aus praktischer Zwecke wegen angestellt worden. Der Ort des Gesamtschwerpunktes wechselt mit den verschiedenen Stellungen, in welche wir die Glieder zu einander bringen, mit den Lasten, welche wir gleichzeitig auf die eine oder andere Weise tragen u. s. f. Ueber jenen Wechsel gegenüber der Unterstützungsfläche, also den Ort, an welchem der von dem Schwerpunkt herabgefällte Perpendikel (die Schwerlinie) die Unterstützungsfläche trifft, konnten bisher keine genauen Angaben gemacht werden, weil man die Werthe der einzelnen Parallelkräfte noch nicht hinreichend genau kannte. Deswegen beruhten auch die von Ch. Dupin ¹⁾ mitgetheilten Zeichnungen mehr auf Schätzung als wissenschaftlicher Untersuchung. Und doch ist für die darstellende Kunst nichts wichtiger als die richtige Abwägungen dieser Verhältnisse. Wenn man bedenkt, dass durch die Verlegung des Schwerpunktes höher oder weniger hoch über die Unterstützungsfläche, näher oder entfernter von ihrer Grenze bald der Schein der sicheren, ruhigen Haltung, bald der einer Bewegung nach dieser oder jener Richtung, mit dieser oder jener Beschleunigung erzeugt werden kann, weil jeder Beschauer von Jugend auf reich an Erfahrungen über das Aequilibrium an sich selbst geworden ist, so sieht man leicht ein, dass der darstellende Künstler mit diesen Gesetzen vertraut seyn muss, wenn er die richtige Wahl der Stellung nicht blos von einem unsichern Umhertappen abhängen lassen will. Um die Schätzung zu erleichtern, habe

1) Ch. Dupin, Géométrie et Mécanique des arts et métiers et des beaux-arts. Tome II. Tab. I.

ich deshalb auch die Massen als Kugeln berechnet, mit welchen sich ein Schema, etwa aus Draht verfertigen lässt, an welchem das Auge allein schon leichter den Ort für den allgemeinen Schwerpunkt zu bestimmen vermag (vergl. die beigegebene Tafel).

Es lässt sich übrigens noch auf einem anderen Weg die oft ziemlich verwickelte Berechnung desselben umgehen, ohne dass sehr viel an der mathematischen Genauigkeit eingebüsst wird.

Es geschieht dies mittelst eines Apparates nach dem Princip der Wägung.

Ich will denselben schliesslich beschreiben.

Eine ebene viereckige Platte ist auf ihren vier Rändern in Millimeter getheilt. Ein Kreuz theilt sie in vier gleiche Quadrate. Die Nullpunkte der Randtheilung entsprechen den äusseren Enden des Kreuzes.

Eine Messingzwinge, von gehörigen Dimensionen, deren Zeiger sich auf der Randtheilung verschiebt, trägt einen in Millimeter getheilten senkrechten viereckigen Metallstab, an welchem eine Hülse auf- und abgeschoben werden kann; in dieser findet ein ebenfalls getheilter viereckiger Stab seine Führung. Wie der erstere bei angezogener Schraube an der Zwingen immer genau senkrecht steht, so liegt der zweite immer genau parallel der horizontalen Grundfläche. An dem senkrechten Stab liegt der Nullpunkt in der horizontalen Grundfläche; an dem horizontalen am Kreuzungspunkt der beiden Linien, welche auf jener Fläche angebracht sind. Auf diesem Punkt ist eine Figur so befestigt, dass die von Meyer construirte Senkrechte bei der aufrechten Stellung ihn trifft. Dadurch, dass man die Spitze des horizontalen Stabes nach und nach den Ort des Schwerpunktes jedes einzelnen Gliedes berühren lässt, erhält man für jeden gleichzeitig die Ablesungen für die Abstände von den drei Ebenen.

Nun hat man einen zweiten Apparat, welcher die Resultirende für je eine Ebene angiebt. Er besteht in einem etwa 5 Centimeter breiten

Metallbalken von beträchtlicher Länge, welcher auf Schneiden balancirt, und arretirt werden kann wie bei einer empfindlichen Waage.

So viele Schwerpunkte als an der Figur verrückbar sind, so viele Gewichte hat man je von dem Werth eines zugehörigen Q unserer Formel.

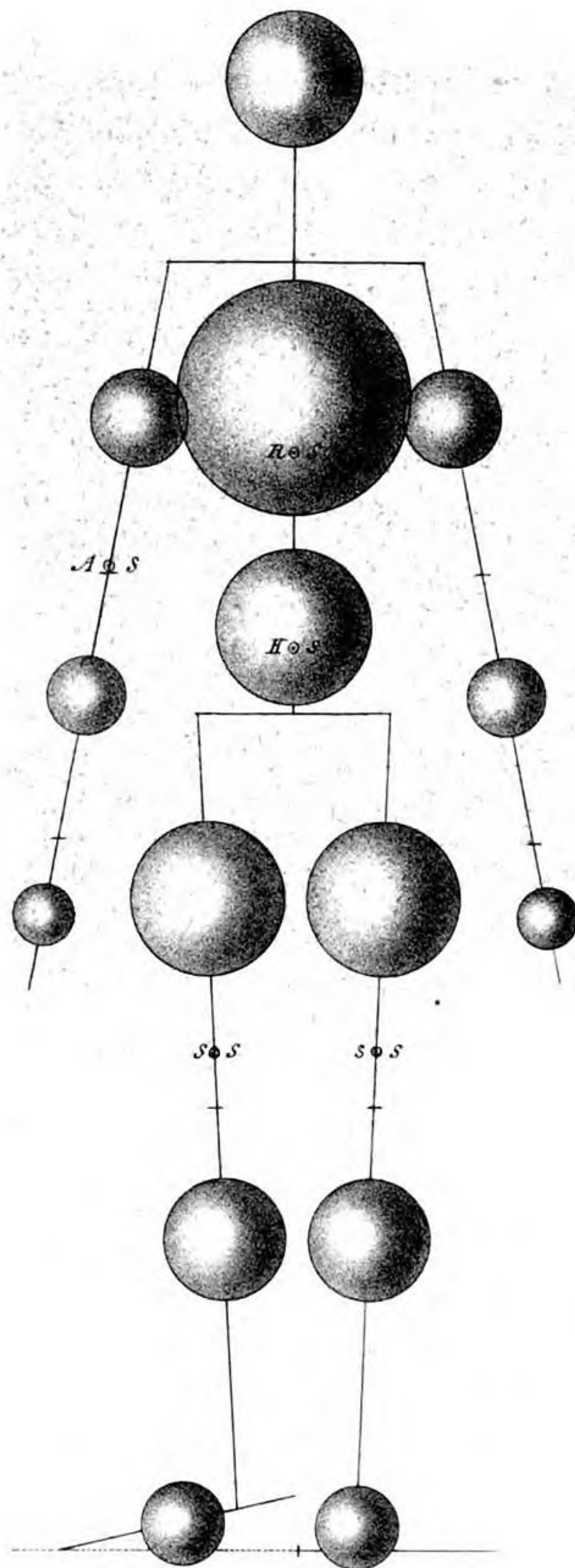
Diese Gewichte haben Marken, so dass ihr Schwerpunkt über den Strich der Theilung auf den Waagbalken gebracht werden kann, welcher der Ablesung für die Entfernung des Schwerpunktes von der fraglichen Ebene entspricht.

Sind so auf der einen Seite des Waagbalkens alle einzelnen Gewichte an ihre betreffenden Orte gestellt, so wird ein Gewicht, welches kleiner ist als die Summe von $Q + Q_1$ etc., so weit von dem Hypomochlion auf der anderen Hälfte des Balkens verschoben, bis derselbe im Gleichgewicht ist.

An diesem Ort liegt der Nullpunkt für die Hälfte des Waagbalkens, auf welchem das Gegengewicht ruht.

Verändert man nun die Stellung der Figur, und verschiebt die Gewichte, wie es die Ablesungen an dem Coordinaten-Index verlangen, so ist auch eine Verschiebung des Gegengewichtes auf der anderen Hälfte des Waagbalkens nöthig, deren Grösse von dem Verhältniss der resultirenden Wirkung jener einzelnen Verschiebungen und der Differenz zwischen dem absoluten Werth des Gegengewichtes und der Summe der Q abhängt. Je grösser man diese Differenz wählt, desto grösser wird der Ausschlag, desto sicherer wird nach Ermittlung der Constanten, mit welchen die Verschiebung des Gegengewichtes zu dividiren ist, die Ortsbestimmung des allgemeinen Schwerpunktes.

Je eine solche Wägung bestimmt den Abstand von einer der drei Ebenen; ihre Combination, die Lage des Gesamtschwerpunktes im Raum bei dieser oder jener Stellung, in welche man die Figur oder ihr Schema bringt.



Schema der Massen-Vertheilung.