

Bav. 2469

Bibl. 1

Sitzungsberichte

der

königl. bayer. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Jahrgang 1866. Band I.

München.

Druck von F. Straub (Wittelsbacherplatz 3).

1866.

In Commission bei G. Franz.

530

ung der stickstoffhaltigen Substanzen des Guano's einwirkt und hiemit einen nicht unerheblichen Einfluss auf die Quantität des erhaltenen Ammoniaks bedingt, oder andererseits daher, dass unter diesen Verhältnissen vielleicht die Magnesia nicht die ganze Menge der vorhandenen Ammoniaksalze gänzlich zu zerlegen im Stande ist. Letzterer Fall scheint insofern der unwahrscheinlichere zu sein, als wie schon anfangs erwähnt wurde, eine gewogene Menge Salmiaks durch Magnesia ebenso vollständig wie durch Kalk zersetzt worden war. Da wir bekanntlich bis jetzt keine Methode besitzen, welche es gestattet, den Ammoniakgehalt eines Bodens mit absoluter Genauigkeit zu bestimmen, so dürfte die Anwendung der gebrannten Magnesia bei dieser Art der Untersuchung, namentlich bei der Bestimmung des Ammoniakgehaltes einer Ackererde, des Thones, und anderer in diese Gruppe gehörender Körper, besondere Berücksichtigung verdienen.

Herr Bauernfeind sprach:

„Ueber terrestrische Strahlenbrechung“.

Im Anschlusse an meine in den Nummern 1478—1480 der „Astronomischen Nachrichten“ gedruckte Abhandlung über den Theil der atmosphärischen Strahlenbrechung, welcher die astronomische Refraction genannt wird, habe ich kürzlich für dieselbe Zeitschrift eine grössere Arbeit über den anderen Theil der Lichtbrechung in der Atmosphäre, welcher die terrestrische Refraction heisst, vollendet, und da die Ergebnisse dieser Arbeit, wie mir scheint, nicht bloss für die trigonometrische Höhenmessung, sondern auch

für die Physik der Atmosphäre von Wichtigkeit sind, so erlaube ich mir, hierüber Folgendes mitzutheilen.

Man nimmt bis heute an, dass die Correctionen der scheinbaren Zenithdistanzen an zwei ungleich hoch gelegenen Punkten dann einander gleich seien, wenn diese Distanzen gegenseitig und gleichzeitig genommen werden, und eliminiert hienach die Refraction aus dem Messungsergebnisse. Die Annahme gleicher Correctionen der Zenithdistanzen kann aber nur bei kleinen Entfernungen, für welche die Refractionen an und für sich unbedeutend sind, zugelassen werden: bei grösseren ist sie und die darauf gegründete Elimination nicht richtig.

Dass die genannten Correctionen theoretisch niemals gleich sein können, mag wohl von Niemand bezweifelt worden sein, der sich klar gemacht hat, dass in Folge der abnehmenden Luftdichtigkeit ein von der Erdoberfläche ausgehender und durch die atmosphärischen Schichten gebrochener Lichtstrahl eine um so flachere Curve beschreiben muss, je höher er aufsteigt, und dass demnach auch die Neigung dieser Curve gegen die durch den Ausgangspunkt gelegte Sehne fortwährend abnimmt. Die Neigungen der Lichtcurve gegen die ihre Endpunkte verbindende Sehne sind aber die fraglichen Correctionen, und desshalb ist die obere derselben nothwendig kleiner als die untere. Worüber man sich bis jetzt getäuscht hat, ist jedenfalls nur die Grösse des Unterschieds der Verbesserungen beider Zenithdistanzen, und man hat diesen Unterschied vernachlässigen zu dürfen geglaubt, was eben so viel als Gleichsetzung beider Correctionen bedeutet.

Diese Correctionen können indessen merklich von einander abweichen, da nach meinen Entwicklungen der Krümmungshalbmesser der Lichtcurve an der Erdoberfläche bis auf 5 Erdhalbmesser herabsinken kann, während er an der oberen Atmosphärengrenze jederzeit unendlich gross ist.

Innerhalb des Bereichs terrestrischer Messungen findet allerdings nur eine mässige Zunahme des Krümmungshalbmessers statt, gleichwohl kann dieser Halbmesser am oberen Endpunkt der Lichtcurve zwischen zwei irdischen Gegenständen doppelt so gross als am unteren werden.

So berechnet sich beispielsweise der Unterschied beider Correctionen in dem Falle, dass die Amplitude beider Endpunkte $\frac{1}{2}$ Grad (deren Horizontalabstand also $7\frac{1}{2}$ Meilen) und die Zenithdistanz 80° beträgt, schon auf 8 Sekunden, und es steigt diese Differenz, unter sonst gleichen Umständen, stärker als im quadratischen Verhältnisse der Amplitude. Bei der Horizontalrefraction wächst der Unterschied der Correctionen sogar mit dem Cubus der Amplitude beider Endpunkte.

Am auffallendsten zeigt sich die in Rede stehende Differenz, wenn man das eine Object auf der Erdoberfläche und das andere an die obere Atmosphärenengrenze versetzt annimmt. In diesem Falle ist die Summe beider Correctionen offenbar der astronomischen Refraction gleich, und es beträgt dieselbe bei 90° Zenithdistanz, $7^\circ,44$ R. Lufttemperatur und $751^{\text{m.m.}}$, 71 Barometerstand $34' 50''$. Die Rechnung zeigt nun, dass hier die untere Zenithdistanz um $27' 10''$ und die obere um $7' 50''$ zu corrigiren ist.

Wenn meine Behauptung von der Ungleichheit der Correctionen gegenseitiger Zenithdistanzen richtig ist, so muss dieselbe einen entschiedenen Einfluss auf die Berechnung der trigonometrischen Höhenmessungen äussern. Es bedarf dieselbe daher auch einer Bestätiguug durch die Erfahrung; diese kann aber beigebracht werden. Ich will nicht von meinen eigenen Beobachtungen sprechen, und auch nicht den Umstand als Beweis anführen, dass ich die Correctionen aus derselben Lichtcurve brechne, welche die astronomischen Refractionen in so auffallender Uebereinstimmung mit den Bessel'schen Tafeln geliefert hat, sondern ich erlaube mir,

einfach auf die Refractionsbeobachtungen hinzuweisen, die General Baeyer im Jahre 1849 bei einem Nivellement am Harz angestellt und in den Denkschriften der Petersburger Akademie vom Jahre 1861 mitgetheilt hat¹⁾. Diese mit 13 zölligen Höhenkreisen ausgeführten Messungen haben am 1. September (andere Beobachtungen sind nicht veröffentlicht) für die beiden Stationen Kupferkuhle und Brocken, die 24547 Toisen oder nahezu $6\frac{1}{2}$ Meilen von einander entfernt sind und beziehlich 88,2 und 586,4 Toisen über der Ostsee liegen, laut Seite 54 der Denkschrift „über die Strahlenbrechung in der Atmosphäre“ nachstehend verzeichnete Resultate geliefert:

No.	Zeit.	Untere	Obere	Differenz
		Station.		
		Corr. der Zenithdistanz.		
		"	"	"
1	6h 35m	184,43	137,77	46,66
2	7 34	174,73	133,48	31,25
3	8 34	148,08	116,05	32,03
4	9 34	127,40	117,04	10,36
5	10 34	117,26	107,73	9,53
6	11 34	113,05	98,96	14,09
7	12 34	107,06	95,11	11,95
8	1 34	106,08	93,97	12,11
9	2 34	105,93	94,11	11,82
10	3 34	110,60	97,72	12,88
11	4 34	113,47	100,87	12,60
12	5 34	118,32	105,56	12,76

1) Mémoires de l'Acad. de St. Pétersb. VII. S. T. III. Nr. 5.

Aus dieser Tafel ist zunächst zu entnehmen, dass bei keiner einzigen Messung die beiden Correctionen gleich sind, sondern dass die obere Correction stets weniger beträgt als die untere; ferner, dass von 9 Uhr an bis gegen 6 Uhr die Differenzen nicht stark von einander abweichen und für diesen Zeitraum im Mittel $12''$ betragen; endlich, dass um 10 Uhr 34 Min. die geringste Differenz stattfand. (Die ersten drei Beobachtungen liefern wohl nur deshalb so bedeutende Unterschiede der Correctionen, weil in der Zeit von 6 bis 9 Uhr ein rascher Temperaturwechsel in der Luftschichte zwischen beiden Stationen stattfand; denn während das Thermometer um $6^h 35^m$ in Kupferkuhle $+ 8^{\circ},4$ und auf dem Brocken $+ 8^{\circ},8$ zeigte, stand es zwei Stunden später, um $8^h 34^m$, unten auf $+ 14^{\circ},3$ und oben auf $11^{\circ},4$ R.)

Auffallend ist, dass General Baeyer die durch obige Tafel constatirte Ungleichheit der Correctionen der scheinbaren Zenithdistanzen nicht beachtet, mindestens nicht hervorgehoben hat, und dass er auf S. 52 seiner Abhandlung bei Berechnung des Coefficienten der Strahlenbrechung auch die Voraussetzung der Gleichheit jener Correctionen gemacht hat.

Wie dem aber auch sei, so glaube ich, geht aus diesen Messungsergebnissen jedenfalls das hervor, was ich behauptet habe, dass nemlich die Correction der oberen Zenithdistanz kleiner ist als die der unteren, und zwar um so viel kleiner, dass der Unterschied beider Correctionen nicht mehr übersehen werden darf.

Einen wesentlichen Theil meiner Arbeit über Strahlenbrechung machen die Untersuchungen über die Veränderlichkeit des sogenannten Refractions-Coefficienten und der terrestrischen Refraction selbst aus, und auch diese Entwicklungen liefern, nach meiner Ansicht, mehrere sehr beachtenswerthe Resultate.

Dass die terrestrische Strahlenbrechung ebenso wie die astronomische mit der Temperatur und dem Luftdruck veränderlich sei, hat sicherlich keiner der grossen Mathematiker und Physiker, welche diesem Gegenstande ihre Aufmerksamkeit gewidmet haben, bezweifelt, da sofort in die Augen fällt, dass beide Refractionen eine und dieselbe Erscheinung, also nur quantitativ, nicht qualitativ verschieden sind, und dass folglich auch beide Refractionen, nicht bloss die astronomische, von dem Dichtigkeitszustande der Luft abhängen müssen. Aber diese Heroen der exacten Wissenschaften hielten wiederum die durch die Temperatur und den Luftdruck hervorgebrachten Aenderungen der terrestrischen Strahlenbrechung wegen der geringen Ausdehnung des Messungsbereiches für so gering, dass sie es ausreichend fanden, für den Coefficienten einen mittleren constanten Werth anzunehmen. Ueber den Betrag dieser constanten Grösse hat man sich aber nicht geeinigt, und so kommt es, dass das messende Publikum noch immer seine Refractions-Coefficienten nach Bedarf zwischen 0,13 und 0,20 wählen und dadurch übereinstimmende Resultate herbeiführen kann.

W. Struve war meines Wissens der Erste, welcher die Veränderlichkeit des terrestrischen Coefficienten durch eine Formel ausdrückte²⁾, worin der Barometer- und Thermometerstand, sowie die mittlere Höhe der Visirlinie vorkamen. Er leitete indessen diese Formel nicht aus irgend einer Hypothese über die physikalische Constitution der Atmosphäre ab, sondern construirte sie empirisch und passte sie, nach mehrfachen Abänderungen, einer grösseren Zahl von Refractions-Beobachtungen, die unter seiner Leitung in Transkaukasien gemacht wurden, möglichst gut an. Zur endgiltigen

2) „Recherches sur la réfraction terrestre“. Bulletin phys. math. de l'Acad. de St. Pétersb. T. VIII. Nr. 22 und 23.

Feststellung eines Ausdrucks für den Coefficienten hielt Struve noch weitere Beobachtungen für nöthig, welche gleichzeitig an zwei Punkten von sehr verschiedener Höhe gemacht werden, nachdem vorher diese Höhe durch ein trigonometrisches Nivellement mit vielen Zwischenstationen bestimmt ist. Diese Beobachtungen werden die bis in die neueste Zeit fortgesetzten trigonometrischen Operationen der transkaukasischen Vermessungskammer sicherlich liefern, aber Struve kann sie leider nicht mehr wissenschaftlich verwerthen.

Eine Beobachtungsreihe, wie sie dieser hervorragende Geometer wünschte, wenn auch nicht für einen sehr bedeutenden Höhenunterschied, hat General Baeyer im Jahre 1849 durchgeführt, und ich habe aus derselben bereits die beobachteten Correctionen der scheinbaren Zenithdistanzen mitgetheilt. In seiner schon genannten Abhandlung über die Strahlenbrechung in der Atmosphäre entwickelt Baeyer auf theoretischem Wege einen Ausdruck für den terrestrischen Coefficienten, welcher von der Dichtigkeit der Luft oder dem Barometer- und Thermometerstande und ausserdem noch von der „Wärmeabnahme“ in der Atmosphäre abhängig ist. Die Einführung dieser Wärmeabnahme, welche in der Regel von unten nach oben, manchmal aber auch von oben nach unten stattfindet, scheint mir der wesentlichste Grund zu sein, warum der vollständige Ausdruck des Coefficienten sehr zusammengesetzt wird, während andererseits die Annahme über die Constitution der Atmosphäre verhindert, dass die theoretisch abgeleiteten astronomischen Refractionen mit den Bessel'schen Beobachtungen so übereinstimmen, wie es mit meinen Rechnungsergebnissen der Fall ist.

Ich bin der Meinung, dass sich Refractions- und Barometer-Formeln nur für einen normalen oder mittleren Zustand der Atmosphäre, wobei Temperatur und Dichtigkeit der Luft regelmässig abnehmen, und wie er bei guter Witterung gegen 10 Uhr Vorm. und 4 Uhr Nachm. stattfindet,

aufstellen lassen, und dass eben desshalb auch nur bei einem solchen Luftzustande, d. h. an sonst geeigneten Tagen von 9—11 Uhr Morgens und von 3—5 Uhr Abends genaue Höhenmessungen, trigonometrische und barometrische, gemacht werden können. Diese Ansicht habe ich schon früher ausgesprochen³⁾, und ich finde sie wiederholt bestätigt bei den oben mitgetheilten Baeyer'schen Refractions-Beobachtungen, sowie bei den noch anzuführenden barometrischen Messungen des Montblanc, welche ebenfalls zur Vergleichung meiner Theorie mit der Erfahrung dienen sollen. Die Relationen zwischen Temperatur, Dichtigkeit, Druck und Höhe der Atmosphäre, welche ich früher aus Beobachtungen abgeleitet habe, und worauf alle meine Entwicklungen über astronomische und terrestrische Refraction beruhen, beziehen sich nur auf einen solchen normalen Zustand der Atmosphäre und können desshalb nicht angewendet werden, wenn (wie es am Morgen öfter der Fall ist und auch bei Baeyer's Messungen am Harz vorkam) die Temperatur der Luft von unten nach oben zu- statt abnimmt.

Unter den oben ausgesprochenen Bedingungen finde ich, dass sich der terrestrische Coefficient mit mehreren Grössen ändert: mit der Temperatur der Luft, dem Barometerstand, der Höhe und Breite des Standorts, sowie mit der Höhe und Entfernung des Objects. So wird, unter übrigens gleichen Umständen, der genannte Coefficient kleiner, wenn die horizontale Entfernung oder die scheinbare Höhe des Objects wächst, und grösser, wenn die geographische Breite des Messungsbezirks zunimmt. Diese Aenderungen sind indessen, wenn auch der Berücksichtigung werth, doch nicht bedeutend: den grössten Einfluss üben Temperatur, Barometerstand und Höhenlage des Beobachtungsorts.

3) Vergl. meine Beobb. und Unters. s. über die Genauigkeit barom. Höhenmessungen. München, 1862.

Was die Temperatur und den Barometerstand anbelangt, welche zusammen die Dichtigkeit der Luft bestimmen, so zeigt sich, dass unter sonst gleichen Umständen der Coefficient der terrestrischen Strahlenbrechung nahezu dem Quadrat der Luftdichtigkeit proportional ist. Berechnet man hienach den Coefficienten für zwei extreme Fälle von Thermo- und Barometerständen, z. B. für 25° R. und $761^{\text{mm}},71$ Quecksilber von 0° , sowie für $+ 25^{\circ}$ R. und $741^{\text{mm}},71$ Quecksilber, so findet man, dass dieser Coefficient für die höchsten Temperaturen und kleinsten Barometerstände fast nur halb so viel beträgt, als bei den niedrigsten Temperaturen und höchsten Barometerständen.

Fast eben so gross können die Aenderungen des Coefficienten werden, welche von der Höhe des Standorts herühren. Die Theorie fordert nemlich, dass der Coefficient, unter sonst gleichen Umständen, mit der Höhe kleiner wird, und zwar nahezu im biquadratischen Verhältnisse der über den beiden Standorten noch verbleibenden Atmosphärenhöhen. Wenn demnach der Coefficient auf einer Station, die 100^{m} über Meer und unter 40° n. Breite liegt, bei einer Lufttemperatur von $10^{\circ},3$ R., einem Barometerstand von $751^{\text{mm}},71$, einer Amplitude von $26' 40''$ und bei einer Zenithdistanz von $88^{\circ} 54' 40''$ gleich $0,17$ ist, so wird er auf einer andern Station, die 4000^{m} über Meer liegt, bei gleichzeitiger Messung, wobei die Amplitude ebenfalls $26' 40''$, dagegen die Zenithdistanz nur $88^{\circ} 6' 20''$ beträgt, auf $0,116$ herabsinken, und es beträgt alsdann der Coefficient der höheren Station nur $0,6823$ oder etwa zwei Drittel des Coefficienten der unteren Station.

Diese zwei wichtigen Sätze über den Einfluss der Luftdichtigkeit und der Höhe des Standorts auf die Grösse des terrestrischen Coefficienten habe ich ebenfalls mit den Ergebnissen der Beobachtungen verglichen. Für den ersteren war dieses nur dadurch möglich, dass ich ihn auf die Be-

rechnung grosser Berghöhen anwandte und dann zusah, wie dieses Rechnungsergebniss mit den durch trigonometrisches Nivellement oder durch sorgfältige Barometermessungen gefundenen Höhen übereinstimmte. Ich hätte hiebei eigene Messungen am Miesing im bayerischen Hochgebirge benutzen können; allein es schien mir zweckmässiger, meine Theorie der terrestrischen Refraction, ebenso wie die der astronomischen, an fremden Beobachtungen zu prüfen, und darum wählte ich als Prüfstein Baeyers bereits genannte Messungen am Harz und die Höhenbestimmungen des Montblanc, von denen die barometrischen die Herren Bravais und Martins, die trigonometrischen Carlini und Plana ausgeführt haben, und deren Resultate Delcros ⁴⁾ veröffentlicht hat.

Diese Vergleichen fielen zu Gunsten der genannten beiden Sätze aus, und ich bin überzeugt, dass alle weiteren Prüfungen, von wem sie auch vorgenommen werden mögen, ein ähnliches günstiges Resultat liefern müssen. Bezüglich des letzten Satzes aber, der die Abnahme des terrestrischen Coefficienten mit der Höhe formulirt, habe ich bereits eine gewichtige Bestätigung in Händen. Im vorigen Jahre übersandte mir nemlich Herr Obristlieutenant Stebnizki, welcher bei der Leitung der trigonometrischen Vermessung Kaukasiens betheiligt ist, aus freiem Antriebe eine schätzbare Zusammenstellung von baro- und thermometrischen, in grossen Höhen angestellten Beobachtungen mit einem sehr freundlichen Schreiben d. d. Tiflis ^{16/28.} April 1865, das unter Anderem folgende Notiz enthält: „Die Berechnung der Data der kaukasischen Triangulation ist noch nicht ganz beendigt, dem ohnerachtet erhielten wir mehrere sehr interessante Resultate: so fanden wir, dass der Coefficient der Refraction mit der Höhe abnimmt, und dass er z. B. auf der Höhe

4) „Notice sur les altitudes du Mont-Blanc et du Mont-Rose“. *Annuaire météor. de la France.* 1851.

von 100 Metern 0,085 und auf der Höhe von 4000 Metern 0,058 beträgt“.

Fast genau diese Zahlen giebt aber meine Theorie, wie aus dem Beispiele hervorgeht, womit ich den in Rede stehenden Satz (Seite 321) erläutert habe, und wozu ich nur noch zu bemerken brauche, dass viele Geodäten unter dem terrestrischen Coefficienten die Hälfte der Zahl verstehen, welche sonst und auch hier so genannt wird. (Es beruht dieser Gebrauch auf der Voraussetzung gleicher Correctionen, und es bezeichnet in diesem Falle das Product aus dem halben Coefficienten und der Amplitude beider Objecte die an jeder Zenithdistanz anzubringende Correction.)

Wenn ich im Eingange dieses Berichts davon sprach, dass die neue Bearbeitung der terrestrischen Strahlenbrechung auch eine Bedeutung für die Physik der Erde haben werde, so wollte ich damit lediglich andeuten, dass meine Aufstellung über die physikalische Constitution der Atmosphäre (wonach sich bei einem mittleren Zustande der letzteren an zwei Stationen die absoluten Temperaturen, die sechsten Wurzeln der Drückungen und die fünften Wurzeln der Dichtigkeit der Luft wie die über diesen Stationen verbleibenden Atmosphärenhöhen verhalten) eine neue Bestätigung erhalten hat, indem ich nunmehr auch an terrestrischen Messungen deren Uebereinstimmung mit den aus jener Aufstellung abgeleiteten Ergebnissen nachgewiesen habe, und dass demnach diese Aufstellung der genaue oder doch sehr genäherte Ausdruck der physischen Gesetze sein muss, nach denen bei normalem Zustande der Atmosphäre, Temperatur, Druck und Dichtigkeit mit der Höhe derselben abnehmen.
