

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

zu München

1914. Heft I

Januar- bis März-sitzung

München 1914

Verlag der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth)



Das Verhältniß der bayrischen zur preussischen Landestriangulation und die Lotabweichung in München.

Von **S. Finsterwalder.**

Vorgelegt in der Sitzung am 7. Februar 1914.

Die Neutriangulierung Bayerns ist zu einer unaufschieblichen wirtschaftlichen Notwendigkeit geworden. Bayerns Vermessungswesen hat zwar lange genug als Vorbild gedient und die im Jahre 1873 erschienene vom damaligen Direktor des bayrischen topographischen Bureaus Oberstleutnant Karl v. Orff¹⁾ besorgte mustergültige wissenschaftliche Bearbeitung der den Zeitraum von 1804 — 1870 umfassenden Beobachtungen des Hauptdreiecksnetzes ließ die Sorgfalt und Beobachtungskunst, namentlich auch der älteren Zeiten in hellem Licht erscheinen, ja man konnte damals noch mit einem vielleicht ein Jahrhundert ausreichenden Bestand der Grundlagen des bayrischen Vermessungswesens rechnen, allein die Verhältnisse haben gezeigt, daß das eine Täuschung war. Der ursprüngliche Zweck der bayrischen Landesaufnahme war auf eine graphische Darstellung des Landes im Maßstab 1 : 5000 (bzw. 1 : 2500) gerichtet und nichts kann die Gründlichkeit und Vorsicht ihrer Leiter in helleres Licht setzen, als daß man ihre Arbeiten 70 Jahre nach deren Beginn auch noch für eine zahlenmäßige Aufnahme, bei der mit einzelnen Zentimetern gerechnet wird, ausreichend erachtete, obwohl sich inzwischen die Ansprüche an die Genauigkeit nahezu ver Hundertfacht hatten. Folgendes

¹⁾ Die Bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage. München 1873.

sind die Gründe, welche die Hoffnung, die alte Landestriangulation den neuen Verhältnissen anpassen zu können, zunichte machten. Es fehlte ursprünglich an einer systematischen Ausgleichung der Messungen, die erst 1873 von v. Orff für das Hauptdreiecksnetz nachgeholt wurde und es waren daher die Berechnungsergebnisse nicht so genau als es die Messungen an sich zugelassen hätten. Dann fehlte es auch beim Sekundärnetz an der engen Verbindung benachbarter Punkte, wodurch deren gegenseitige Lage für die heutigen Genauigkeitsanforderungen nicht mehr genügend zuverlässig bestimmt war und schließlich war das alte Netz in den entlegeneren, früher schwer zu bereisenden Teilen wie in der Oberpfalz nicht nur weitmaschig sondern auch mit geringerer Genauigkeit gemessen; ja es mußten sogar wegen der Schwierigkeit der Beobachtung der langen Sichten im bewaldeten Mittelgebirge an sich unzulässige Messungswidersprüche geduldet und nach Möglichkeit verteilt werden, wobei es naturgemäß auch bei besser beobachteten Netzteilen nicht ohne Schaden an Genauigkeit abging¹⁾. Alle diese Mißstände hätten sich schließlich im Laufe der Zeit ausmerzen lassen, wenn nicht von Anfang an der Grundfehler begangen worden wäre, daß man eine ausreichende Bezeichnung und Sicherung der gemessenen Punkte, insbesondere jener des Hauptdreiecksnetzes, die vielfach bei den gewöhnlichen Messungen wegen der Schwierigkeit ihrer Signalisierung und ihrer entlegenen Stellung auf bewaldeten Bergkuppen nicht gebraucht werden, unterlassen hätte. Eine in den achtziger Jahren nach den Resten der alten Signale vorgenommene Neuversicherung mußte naturgemäß allerlei Zweifeln

¹⁾ Man vergleiche hiezu und zu dem Folgenden: Die bayerische Landesvermessung in ihrer geschichtlichen Entwicklung. Im Auftrag des K. Katasterbureaus, dargestellt von Joseph A mann, K. Steuerassessor. München 1908. Insbesondere die darin enthaltene wertvolle Studie vom K. Steuerrat Dr. J. Bischoff über das Triangulierungswesen S. 417, sowie die Gelegenheitsschrift vom K. Obergemeter Clauß, Gedanken über eine Reform des bayrischen Dreiecksnetzes rechts des Rheines. Zeitschrift des Bayerischen Geometersvereins, 14. Bd., 1910, S. 251.

über das Zusammenfallen der früher gemessenen und der neuvermarkten Punkte Raum lassen; besonders dort, wo es an genügend zahlreichen und gut erhaltenen Sekundärpunkten, insbesondere Kirchtürmen zur Prüfung der neuen Versicherung fehlte, wie das im Norden und Osten Bayerns vielfach der Fall war. Allein auch bei den als Hauptdreieckspunkten benützten Kirchtürmen, die noch die besten Garantien für die dauernde Erhaltung zu bieten schienen, hat es an Veränderungen durch Winddruck, Umbau, Brand, ja sogar Einsturz nicht gefehlt und es wäre ein höchst mißliches Beginnen gewesen auf derartiger, überall schwankenden Grundlage neue Fundamente legen zu wollen. Die von maßgebender Seite lange erkannten Schäden machten sich im Messungsdienst in dem Maße mehr und mehr geltend, als die Stellen, an denen zahlenmäßige Aufnahmen größeren Umfanges, die einer trigonometrischen Grundlage nicht entbehren könnten, wie Stadtvermessungen und Flurbereinigungen sich häuften und miteinander in Verbindung traten. Es stellten sich Anschlußschwierigkeiten aller Art heraus und man mußte die leidige Erfahrung machen, daß ausgedehnte Netzteile in ungenügenden Zusammenhang mit dem Hauptnetz waren und alle Anschlüsse unsicher und widerspruchsvoll wurden. Eine Abhilfe dieser Mißstände wurde zuerst in der Rheinpfalz getroffen. Die preußische Landestriangulation hatte ihr Hauptdreiecksnetz, das die Verbindung nach Elsaß-Lothringen vermittelte, über die Pfalz gespannt und die in Bayern gelegenen Punkte Donnersberg und Calmit darin einbezogen. An diese sehr genaue und wohlversicherte Grundlage konnte die Neutriangulierung der Pfalz einfach und einwandfrei angeschlossen werden¹⁾. Ein ähnliches Verfahren kann auch für das rechtsrheinische Bayern ins Auge gefaßt werden, nachdem im Norden des Landes eine über 200 km lange Reihe preußischer Triangulationspunkte, die zum Teil sogar auf bayrischem Boden gelegen sind, vor-

¹⁾ Siehe Gustav Clauß, Das neue pfälzische Dreiecksnetz. Zeitschrift des Bayerischen Geometervereins, Bd. 12, 1908, S. 64.

handen ist. Diese bieten infolge der Genauigkeit, mit der sie gemessen und der peinlichen Sorgfalt, mit welcher sie vermarktet sind, eine ganz ausgezeichnete Stütze für die künftige Neutriangulierung von Bayern, wie sie sonst nur mit großen Opfern an Arbeitsaufwand, Zeit und Geld durch Messung einer neuen Basis im Norden Bayerns geschaffen werden könnte. Das vom K. Katasterbureau neu entworfene und erkundete trigonometrische Netz sieht infolgedessen auch den unmittelbaren Anschluß an die preußische Landestriangulation vor. Seine Punkte sind mit geringen Ausnahmen solche des alten von v. Orff bearbeiteten Netzes, das aber damals infolge der größeren territorialen Erstreckung Bayerns nach Norden (z. B. im Bezirk Orb) und der weisen Vorsicht der Entwerfer über die heutigen Landesgrenzen hinausgriff und benachbarte, günstig gelegene Aussichtswarten zur Abrundung und Festigung des Messungswerkes heranzog. Die meisten dieser außerbayrischen Netzpunkte der alten bayrischen Landestriangulation sind inzwischen in die preußische Triangulation einbezogen worden, so daß ein ziemlich ausgiebiges Vergleichsmaterial zur Prüfung der bayrischen Triangulation und zum Zusammenschluß mit der preußischen vorliegt¹⁾. Für den Zusammenschluß besteht insofern ein praktisches Bedürfnis, als man auf diesem Wege Näherungskordinaten der zukünftigen bayrischen Netzpunkte im preußischen Landesvermessungssystem erhält, was für die Berechnung und Ausgleichung des künftigen bayrischen Netzes von großem Nutzen ist. Um diesen Zusammenschluß zu bekommen, habe ich zehn gemeinsame Punkte beider Netze, deren Identität keinem ernstesten Zweifel begegnet, ausgewählt und ihre geographischen Koordinaten auf dem Besselschen Erdellipsoid miteinander verglichen. Nun sind die Ausgangspunkte

¹⁾ Die Ergebnisse der preußischen Triangulation sind in vorbildlicher Form niedergelegt in: Die Königlich preußische Landestriangulation, Abrisse, Koordinaten und Höhen sämtlicher von der trigonometrischen Abteilung der Landesaufnahme bestimmten Punkte, wovon für uns in Betracht kommen: 16. Teil, Reg.-Bez. Erfurt, Berlin 1910 und 21. Teil, Reg.-Bez. Cassel und Wiesbaden, Berlin 1913.

beiderlei Netze sehr verschieden; für das preußische Netz der trigonometrische Punkt 1. Ordnung Rauenberg bei Berlin mit der Orientierung nach dem Azimut der Marienkirche in Berlin, für das bayrische der nördliche Frauenturm in München mit dem Azimut nach Aufkirchen bei Erding. Die Lage der Ausgangspunkte auf dem Besselschen Ellipsoid wurde durch voneinander unabhängige astronomische Bestimmungen älteren Datums festgelegt, so daß es nicht wundernehmen darf, wenn beträchtliche Unterschiede in den geographischen Koordinaten der 10 Anschlußpunkte auftreten. Nun hat der wissenschaftliche Bearbeiter des bayrischen Netzes schon für den Fall vorgesorgt, daß sich eine Änderung der Ausgangswerte der bayrischen Koordinaten für nötig erweisen sollte und für jeden Netzpunkt Formeln aufgestellt, die die Änderung seiner Lage bei gegebenen kleinen Änderungen der Ausgangswerte des Koordinatensystemes zu berechnen gestatten. Für uns liegt nun eine umgekehrte Verwendung dieser Formeln näher. Wir wollen die Ausgangswerte so bestimmen, daß die damit veränderten bayrischen Koordinaten der 10 Vergleichspunkte den preußischen möglichst gleich werden. Mit diesen Ausgangswerten lassen sich dann Näherungswerte der übrigen bayrischen Koordinaten im preußischen System ableiten. Die Vergleichspunkte sind zumeist in beiden Systemen Punkte 1. Ordnung, nur Steigekoppe ist im bayrischen System 2. Ordnung und Berg im preußischen ebenfalls 2. Ordnung. Die Mitteilung der Soldnerschen Koordinaten des Punktes Steigekoppe verdanke ich Herrn Regierungsrat Dr. J. Bischoff: aus ihnen mußten die geographischen Koordinaten und die Übertragungskoeffizienten im bayrischen System erst gerechnet werden, während diese Größen für die andern Punkte im Landesvermessungswerk unmittelbar vorliegen. In folgender Tabelle I sind die Orffschen geographischen Koordinaten der 10 Vergleichspunkte mit den entsprechenden Koordinaten der preußischen Landesaufnahme zusammengestellt und zwar nach der geographischen Länge von West nach Ost geordnet. Die kleinen Änderungen $\delta\varphi$ und $\delta\lambda$ der Koordinaten φ und λ , welche eintreten, wenn der Ursprung

der bayrischen Koordinaten um $\delta\varphi_0$ in der Breite, um $\delta\lambda_0$ in der Länge geändert und das Ausgangsazimut um ϑ gedreht wird, wenn ferner die große Achse a des Referenzellipsoides (unter Beibehaltung der Abplattung) eine Änderung δa erfährt, drücken sich durch folgende Formeln¹⁾ aus:

$$\delta\varphi = f\left(\frac{\delta a}{a}\right) + h\vartheta + \delta\varphi_0;$$

$$\delta\lambda = f'\left(\frac{\delta a}{a}\right) + h'\vartheta + k'\delta\varphi_0 + \delta\lambda_0.$$

Die Einführung von $\frac{\delta a}{a}$ hat für uns den Zweck einer Maßstabverschiedenheit beider Landesvermessungen Rechnung tragen zu können.

Mittels der Näherungswerte:

$$\frac{\delta a}{a} = 0, \quad \vartheta = 14,50'', \quad \delta\varphi_0 = 2,55'', \quad \delta\lambda_0 = 12,74'',$$

wobei der Wert von ϑ die unrichtige Orientierung des bayrischen Koordinatensystems aufhebt²⁾, ergaben sich folgende Fehlergleichungen für die an den Näherungswerten anzubringenden Verbesserungen, von welchen nur die Koeffizienten tabellarisch angeführt werden (Tabelle II).

Zur Bildung der Normalgleichungen wurde den auf die Breite bezüglichen Fehlergleichungen das Gewicht $3^2:2^2$ beigelegt, entsprechend dem Verhältnis der linearen Werte der Breitensekunde zur Längensekunde in Nordbayern (genauer

¹⁾ Die bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage, S. 556, insbesondere die Tabelle S. 561. v. Orff hebt S. 558 Zeile 10 von oben ausdrücklich hervor, daß die Formeln nur für $\delta\varphi_0 \leq 2''$ auf $0,005''$ sicher genau seien, während sie im folgenden bis auf $2,63''$ ausgedehnt werden. Für den nächstliegenden Zweck der Gewinnung von Näherungswerten der geographischen Koordinaten der bayrischen Punkte im preußischen System ist dieser Umstand ganz belanglos; aber auch für die spätere Bestimmung der Lotabweichung von München dürfte er ohne sachliche Bedeutung sein.

²⁾ A. a. O. S. 635.

Tabelle I.

Bezeichnung des trigonometrischen Punktes	Geographische Breite				Geographische Länge östlich von Ferro			
	im bayrischen System	im preußischen System		Unter- schied 3—4	im bayrischen System	im preußischen System		Unter- schied 7—8
		Um- gerechnet aus 2	Amtliche Angabe gekürzt			Um- gerechnet aus 6	Amtliche Angabe gekürzt	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Melibocus	49 ⁰ 43' 29,92"	32,940	32,960	— 0,020	26 ⁰ 18' 0,68"	13,941	13,956	— 0,015
Taufstein	50 ⁰ 31' 3,01"	5,923	5,963	— 0,040	26 ⁰ 54' 8,92"	21,855	21,917	— 0,062
Steigekoppe	50 ⁰ 2' 34,41"	37,324	37,261	+ 0,063	26 ⁰ 58' 11,21"	24,605	24,621	— 0,016
Orb	50 ⁰ 11' 22,11"	25,009	24,995	+ 0,014	27 ⁰ 2' 54,11"	7,563	7,542	+ 0,021
Breitsöl	49 ⁰ 54' 11,20"	14,100	14,110	— 0,010	27 ⁰ 5' 28,62"	41,971	41,937	+ 0,034
Kreuzberg	50 ⁰ 22' 13,65"	16,457	16,447	+ 0,010	27 ⁰ 38' 39,68"	53,216	53,188	+ 0,028
Groß-Gleichberg	50 ⁰ 23' 17,07"	19,787	19,783 ¹⁾	+ 0,004	28 ⁰ 15' 22,05"	35,611	35,568 ¹⁾	+ 0,043
Coburg	50 ⁰ 15' 56,92"	59,583	59,586	— 0,003	28 ⁰ 39' 25,13"	38,659	38,649	+ 0,010
Döbra	50 ⁰ 16' 43,41"	45,977	45,979	— 0,002	29 ⁰ 18' 27,03"	40,583	40,598	— 0,015
Berg	50 ⁰ 22' 28,09"	30,635	30,647	— 0,012	29 ⁰ 26' 38,65"	52,241	52,260	— 0,019

1) Auf den bayrischen Triangulationspunkt umgerechnet.

Tabelle II.

Fehlergleichungen für die geographische Breite				Fehlergleichungen für die geographische Länge				
$\frac{\delta a}{a}$	ϑ	$\delta \varphi_0$	—	$\frac{\delta a}{a}$	ϑ	$\delta \varphi_0$	$\delta \lambda_0$	—
f	h	—	l	f'	h'	k'	—	l'
— 0,5583	0,0342	1	0,005	1,0914	0,0418	— 0,059	1	— 0,079
— 0,8489	0,0272	1	— 0,008	0,8800	0,0646	— 0,047	1	— 0,070
— 0,6781	0,0264	1	0,082	0,8473	0,0511	— 0,046	1	— 0,047
— 0,7315	0,0255	1	0,035	0,8201	0,0553	— 0,044	1	— 0,001
— 0,6285	0,0250	1	0,003	0,7998	0,0472	— 0,043	1	— 0,002
— 0,8000	0,0185	1	0,021	0,5986	0,0607	— 0,032	1	0,030
— 0,8085	0,0114	1	0,002	0,3688	0,0613	— 0,020	1	0,061
— 0,7654	0,0068	1	— 0,017	0,2177	0,0579	— 0,012	1	0,030
— 0,7705	— 0,0008	1	— 0,031	— 0,0263	0,0583	0,001	1	0,021
— 0,8049	— 0,0024	1	— 0,042	— 0,0776	0,0610	0,004	1	0,025
$p = 2,25$				$p = 1,00$				

Die konstanten Glieder l bzw. l' geben den Unterschied zwischen den mit den Näherungswerten

$$\frac{\delta a}{a} = 0, \quad \vartheta = 14,50'', \quad \delta \varphi_0 = 2,55'' \quad \text{und} \quad \delta \lambda_0 = 12,74''$$

umgerechneten bayrischen Koordinaten und den preußischen Koordinaten an.

30,1 : 19,9 m). Das Schema der so gebildeten Normalgleichungen lautet:

$$\begin{array}{rcccl}
 17,8481 & 0,00345 & - & 17,99172 & 5,5198 & - & 0,21350 \\
 & 0,04231 & & 0,39644 & 0,5592 & & 0,00795 \\
 & & & 24,01318 & - & 0,2980 & 0,13035 \\
 & & & & 10,0000 & - & 0,03600 \\
 & & & & & & 0,04758
 \end{array}$$

Die Auflösung ergibt zusammen mit den Näherungswerten folgende Werte:

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta a}{a} &= (0,0646 \pm 0,0316) 10^{-4} \\
 \vartheta &= 14,50'' - 1,985'' \pm 0,630'' \\
 \delta \varphi &= 2,55'' + 0,0768'' \pm 0,0270'' \\
 \delta \lambda &= 12,74'' + 0,0818'' \pm 0,0410'',
 \end{aligned}$$

oder abgekürzt:

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta a}{a} &= (65 \pm 32) 10^{-7} \\
 \vartheta &= 12,515'' \pm 0,630'' \\
 \delta \varphi &= 2,627'' \pm 0,027'' \\
 \delta \lambda &= 12,822'' \pm 0,041''.
 \end{aligned}$$

Rechnet man mit diesen Größen die Orffschen geographischen Koordinaten auf das preußische System um, so nähern sie sich den preußischen Koordinaten, soweit es ohne Zerstörung ihres inneren Zusammenhanges möglich ist. $\Sigma(pvv)$ ergibt sich zu 0,0251 und hieraus der mittlere Fehler für die Gewichtseinheit (Längensekunde)

$$\sqrt{\frac{0,0251}{16}} = \pm 0,0397$$

oder in linearem Maße 0,8 m. Letztere Zahl gibt den mittleren Koordinatenunterschied der bayrischen und preußischen Messungen. Die größten Differenzen finden sich in der Breite der Steigekoppe ($0,063'' = 1,9$ m linear), in der Länge des Tauf-

stein ($0,062'' = 1,2 \text{ m linear}$) und in der Breite desselben Punktes ($0,040'' = 1,2 \text{ m linear}$); sonst bleiben sie meist erheblich unter 1 m , so daß man mit ziemlicher Sicherheit erwarten kann, daß die schließlichen Koordinaten der neutriangulierten bayrischen Netzpunkte im preußischen System sich um weniger als $2-3 \text{ m}$ von den aus der alten Triangulation ermittelten Näherungskordinaten unterscheiden werden.

Die ermittelte Korrektur $\frac{\delta a}{a}$ sagt aus, daß man die große Halbachse des bayrischen Erdellipsoides um 65.10^{-7} vergrößern muß, um die bayrischen geographischen Koordinaten in die preußischen überzuführen. Statt dessen kann man auch die bayrischen Längenmaße im gleichen Verhältnis verkleinern, um sie den preußischen möglichst anzunähern. In der Tat sind die Längenmaße der preußischen Landesaufnahme zu klein und bedürfen einer Korrektur von $+58,0$ Einheiten der 7. Dezimale des Logarithmus¹⁾ zur Überführung auf das internationale Meter. Aus der Vergleichung mit den bayrischen Koordinaten hätte sich diese Korrektur zu 23 ± 14 Einheiten der 7. Dezimale des Logarithmus ergeben. Es ist also der Maßstab des alten bayrischen Netzes nicht unerheblich besser als der des neuen preußischen, was sich auch schon in der Rheinpfalz gezeigt hatte, wo Herr Obergeometer Clauß fand, daß sich die fast 36 Kilometer lange Seite Calmit-Donnersberg aus der alten bayrischen Messung bis auf 8 cm genau wie aus der um die 58 Einheiten korrigierten preußischen Messung ergab²⁾.

Der aus der Ausgleichung hervorgegangene Wert für $\theta = 12,5''$ bestätigt die Angabe des Orffschen Messungswerkes auf $2''$, welche leicht Lotabweichungen zwischen Berlin und München zur Last fallen können. Die große Differenz von $12,82''$ zwischen den bayrischen und preußischen Längen

¹⁾ Siehe das früher erwähnte Koordinatenverzeichnis der K. preußischen Landesaufnahme. Fußnote in der Einleitung S. IV bzw. V.

²⁾ Das pfälzische Dreiecksnetz, Bd. 12 der Zeitschrift des Bayerischen Geometervereins, S. 14.

rührt größtenteils von einer falschen Annahme der geographischen Länge von Berlin zur Zeit der Aufstellung des Rauenberges als Anfangspunkt des preußischen Systemes her. Eine besondere Beachtung verdient der ermittelte Wert von $\delta\varphi = 2,63''$ welche Breitendifferenz auf eine erhebliche Lotabweichung zwischen Berlin und München schließen läßt, die um so bemerkenswerter ist, als sie eine Abweichung des Lotes in München von den Alpen weg, also nach Norden bedeutet. Diese Lotabweichung soll nun genauer untersucht werden.

Im bayrischen System hat der Anfangspunkt der Landesvermessung, der nördliche Frauenturm in München, die geographischen Koordinaten ¹⁾:

$$\begin{array}{ll} \text{Nördliche Breite} & . \quad . \quad . \quad 48^{\circ} \ 8' \ 20,00'', \\ \text{Östliche Länge von Ferro} & 29^{\circ} \ 14' \ 15,00''. \end{array}$$

Mit den oben gerechneten Korrekturen

$$\delta\varphi = 2,63'' \pm 0,03 \quad \text{und} \quad \delta\lambda = 12,82'' \pm 0,04$$

werden die geographischen Koordinaten im preußischen System:

$$\varphi_0 = 48^{\circ} \ 8' \ 22,63'' \pm 0,03 \quad \lambda_0 = 29^{\circ} \ 14' \ 27,82'' \pm 0,04.$$

In ähnlicher Weise findet man aus den bayrischen Koordinaten der Westkuppel der Sternwarte in Bogenhausen

$$48^{\circ} \ 8' \ 45,18'' \quad \text{und} \quad 29^{\circ} \ 16' \ 15,70''$$

die entsprechenden Koordinaten im preußischen System:

$$\varphi = 48^{\circ} \ 8' \ 47,80'' \pm 0,03 \quad \lambda = 29^{\circ} \ 16' \ 28,52'' \pm 0,04.$$

Diese Koordinaten sind geodätisch bestimmte und zwar vom Rauenberg ²⁾ in Berlin aus. Die astronomisch bestimmten

¹⁾ Die bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage, S. 553.

²⁾ Die geographischen Koordinaten des Rauenberges sind:

$$\varphi = 52^{\circ} \ 27' \ 12,021'', \quad \lambda = 31^{\circ} \ 2' \ 4,928'' \quad \text{ö. v. F.}$$

Siehe Hegemann, Lehrbuch der Landesvermessung. Berlin 1906, S. 206.

Koordinaten für die Westkuppel der Sternwarte in Bogenhausen sind folgende. Die Breite ist nach Herrn Dr. Pummerer¹⁾ $48^{\circ} 8' 45,22'' \pm 0,01$. Um die Länge vergleichbar mit der des Rauenberges zu finden, ziehen wir von der im preußischen System angenommenen Länge dieses Punktes im Betrag von $31^{\circ} 2' 4,93''$ den aus der Albrechtschen Ausgleichung²⁾ hervorgegangenen Längenunterschied Rauenberg-Sternwarte Bogenhausen $= 1^{\circ} 45' 35,81''$ ab und erhalten so als astronomische Länge der Westkuppel der Sternwarte Bogenhausen $29^{\circ} 16' 29,12'' \pm 0,52$, wobei der mittlere Fehler nach den Ausgleichungsergebnissen des mitteleuropäischen Netzes von telegraphischen Längenbestimmungen geschätzt ist. Aus der Differenz der geodätischen und der astronomischen Koordinaten der Sternwarte Bogenhausen läßt sich die relative Lotabweichung derselben gegen den Rauenberg unter Zugrundelegung des Besselschen Erdellipsoides bestimmen, wobei aber noch die Unrichtigkeit der Längenmaße der preußischen Landesaufnahme, die sich infolge unseres Anschlusses auch voll auf den bayrischen Teil der geodätischen Verbindung übertragen hat, zu berücksichtigen ist. Ehe das geschieht, soll die Länge des geodätischen Bogens Rauenberg-München samt seinen Azimuten und den Übertragungskoeffizienten bestimmt werden, welche letztere gestatten die Wirkung einer Lotabweichung in Rauenberg und kleiner Abweichungen des Referenzellipsoides vom Besselschen Ellipsoid auf die Lotabweichung der Münchener Sternwarte zu berechnen. Die Differentialformeln hiezu sind von Herrn Helmert in den Veröffentlichungen des K. Preußischen Geodätischen Instituts, Lotabweichungen, Heft 1, Berlin 1886 gegeben. Setzt man in den Seite 2 und 3 des Tafelanhanges zusammengestellten Formeln:

$$\begin{aligned} \text{Rauenberg (i)} \quad B_i &= 52^{\circ} 27' 12,02'' \\ \text{Sternwarte Bogenhausen (k)} \quad B_k &= 48^{\circ} 8' 47,80'' \\ l &= L_k - L_i = - 1^{\circ} 45' 36,41'', \end{aligned}$$

¹⁾ Neubestimmung der Polhöhe Münchens nach der Horrebow-Methode. Inauguraldissertation 1911, S. 47.

²⁾ Astronomische Nachrichten Nr. 3993—94, Bd. 167, S. 158.

so wird die Entfernung $S = 495102,6$ m, das Azimut

$$T_{ik} = 195^{\circ} 21' 4,555''$$

(in Rauenberg) und

$$T_{ki} = 13^{\circ} 59' 45,719''$$

(in Bogenhausen).

Mit diesen Werten werden die 18 Übertragungskoeffizienten p , q , r gerechnet:

$p_1 = -1,00026$	$q_1 = -0,03421$	$r_1 = -0,06170$
$p_2 = -0,01489$	$q_2 = -0,08925$	$r_2 = -0,97199$
$p_3 = 0,03142$	$q_3 = 0,01170$	$r_3 = 0,01170$
$p_4 = -0,01878$	$q_4 = 0,11257$	$r_4 = -1,22594$
$p_5 = -15555,0$	$q_5 = -5793,9$	$r_5 = -5793,9$
$p_6 = 3443,4$	$q_6 = -3642,2$	$r_6 = -3803,5$

Zur Überführung auf internationale Meter hat man den Logarithmus von S um 58 Einheiten der 7. Dezimale zu vergrößern, was einem $\delta S = 6,55$ m gleichkommt. Diese 6,55 m bewirken eine Änderung der Breite um $\delta \varphi = -p_3 \delta S = -0,21''$ und eine solche der Länge von $\delta \lambda = -q_3 \delta S = -0,08''$, so daß die richtiggestellten, geodätisch ermittelten geographischen Koordinaten von Sternwarte Bogenhausen sind:

$$\varphi_g = 48^{\circ} 8' 47,59'' \pm 0,03'' \quad \lambda_g = 29^{\circ} 16' 28,44'' \pm 0,04''.$$

Verglichen mit den astronomisch ermittelten geographischen Koordinaten

$$\varphi_a = 48^{\circ} 8' 45,22'' \pm 0,01'' \quad \lambda_a = 29^{\circ} 16' 29,12'' \pm 0,52''$$

ergeben sich die Lotabweichungen in Breite und Länge:

$$\begin{aligned} \xi &= -2,37'' \pm 0,03 && \text{nach Norden (Zenitabweichung nach Süden)} \\ (\lambda) &= 0,68'' \pm 0,52 && \text{nach Westen (Zenitabweichung nach Osten).} \end{aligned}$$

Die ostwestliche Lotabweichungskomponente läßt sich noch auf eine zweite Art berechnen, nämlich aus der Azimutüber-

tragung. Das von Rauenberg nach der Sternwarte Bogenhausen übertragene Azimut ergab eine Verdrehung des alten bayrischen Koordinatensystems um $12,515'' \pm 0,63$ in dem Sinn, daß dadurch die neuen Azimute um diesen Betrag größer werden. Mit Rücksicht auf die Korrektur der Entfernung Rauenberg-Sternwarte um 6,55 m ändert sich diese Verdrehung um $-r_3 \delta S = -0,058''$; sie wird also $12,515'' - 0,058'' = 12,457'' \pm 0,63''$. Die astronomische Bestimmung in München hat jene Verdrehung zu $14,50'' \pm 0,73''$ ergeben. Es besteht also ein Unterschied zwischen astronomischem und geodätischem Azimut im Betrage von $2,043'' \pm 0,97''$. Diesem entspricht eine westliche Lotabweichung in Länge im Betrage von $(\lambda) = (2,43'' \pm 0,97'') : \sin \varphi = 2,74'' \pm 1,30''$. Wie man sieht, ist diese Bestimmung der Lotabweichung aus dem Azimut erheblich unsicherer als jene aus der Längenübertragung. Verbindet man beide Bestimmungen mit Rücksicht auf ihre mittleren Fehler zu einem Gesamtmittel, so wird dasselbe: $0,97'' \pm 0,48''$.

Der Widerspruch gegen die Laplacesche Bedingung, nach welcher beide Bestimmungen der ostwestlichen Lotabweichung gleiche Werte ergeben müßten, beträgt:

$$2,74'' \pm 1,30'' - 0,68'' \pm 0,52'' = 2,06'' \pm 1,40''.$$

Führt man statt der Lotabweichung in Länge jene in Zenitdistanz ein, so werden die Zahlen im Verhältnis $\cos \varphi$ kleiner und man erhält für die ostwestliche Zenitabweichung $\eta = (\lambda) \cos \varphi = 0,64'' \pm 0,32''$ (astronomischer Zenit östlich vom geodätischen). Um diesen Betrag hängt also das Lot auf der Sternwarte Bogenhausen gegen Westen unter Zugrundelegung des Besselschen Ellipsoides. Der Widerspruch gegen die Laplacesche Bedingung wird in Zenitdistanz: $1,37'' \pm 0,93''$.

Die soeben ermittelten Lotabweichungen für die Sternwarte Bogenhausen beziehen sich auf das Besselsche Ellipsoid als Referenzellipsoid und die Annahme, daß Rauenberg die Lotabweichungen Null habe. Nun hat Herr Helmert gezeigt, daß für Mitteleuropa ein besseres Referenzellipsoid erhalten

wird, wenn man unter Beibehaltung der Abplattung die große Halbachse des Besselschen Ellipsoides um 1 : 10000 vergrößert. Außerdem hat er als wahrscheinliche Werte der Lotabweichung in Rauenberg die Werte $\xi_i = 5''$ und $\lambda_i = 4''$ gefunden ¹⁾. Um nun für diese Ausgangswerte gültigen Lotabweichungen für die Sternwarte Bogenhausen zu finden, bedienen wir uns der schon erwähnten Helmertschen Übertragungsformeln ²⁾, welche ausgehend von den geodätisch ermittelten Koordinaten der Bogenhauser Sternwarte im preußischen System folgende Lotabweichungen ξ_k , λ_k liefern:

$$\begin{aligned}\xi_k &= -2,58'' - 5,00 p_1 - 4,00 p_2 + 6,55 p_3 + 3,17 p_4 + 0,0001 p_5 \\ &= -2,58'' + 5,014'' + 0,060'' + 0,206'' - 0,060'' - 1,556'' \\ &= 1,084'' \pm 0,031''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_k &= 0,60'' - 5,00 q_1 - 4,00 q_2 + 6,55 q_3 + 3,17 q_4 + 0,0001 q_5 \\ &= 0,60'' - 0,171'' - 0,537'' + 0,077'' + 0,356'' - 0,579'' \\ &= -0,354'' \pm 0,52''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda_k &= 2,666'' - 5,00 r_1 - 4,00 r_2 + 6,55 r_3 + 3,17 r_4 + 0,0001 r_5 \\ &= 2,666'' - 0,309'' + 3,888'' + 0,077'' - 3,890'' - 0,579'' \\ &= 1,853'' \pm 1,30''.\end{aligned}$$

Zur Erläuterung sei bemerkt, daß die Zahlen 2,58'' und 0,60'' aus den Differenzen der astronomischen und der geodätischen Koordinaten der Sternwarte im preußischen System herrühren. Die Zahl 2,666'' ist die entsprechende Azimutdifferenz 1,985'' dividiert durch den Sinus der Breite der Sternwarte. Die Zahl 6,55 stammt von der Verbesserung der Entfernung und 3,17 ist die zu der Lotabweichungskomponente $\lambda_i = 4''$ in Rauenberg gehörige Azimutdifferenz. Nimmt man aus den beiden Werten für λ_k das entsprechende Mittel, so findet man $\lambda_k = -0,05'' \pm 0,48''$.

Durch Einführung des Helmertschen Erdellipsoides und der Lotstörungen für Rauenberg ist die Lotstörung für München

¹⁾ Veröffentlichungen des K. Preußischen Geodätischen Instituts. Lotabweichungen, Heft IV. Berlin 1909, S. 94.

²⁾ Siehe das Zitat S. 8.

(bzw. Sternwarte Bogenhausen) nicht nur wesentlich kleiner geworden, sondern es findet jetzt auch entsprechend dem positiven Vorzeichen von $\xi_k = 1,084''$ eine schwache Ablenkung des Lotes gegen die Alpen zu statt. Eine Ost-West-Komponente der Lotabweichung ist nicht mehr vorhanden. Der Widerspruch gegen die Laplacesche Bedingung hat sich nur unbedeutend vergrößert; er beträgt jetzt in Länge: $2,207'' \pm 1,40''$, in Zenitdistanz: $1,47'' \pm 0,93''$.

Der geringe Betrag der Lotabweichung gegen die Alpen erklärt sich daraus, daß bei der Lage von München in einiger Entfernung vom Alpenfuße die Anziehung der sichtbaren Bergmassen schon größtenteils durch die Wirkung des unterirdischen Massendefektes aufgehoben wird.

Zum Schlusse folgt noch eine Zusammenstellung der geographischen Näherungskordinaten $\varphi_p \lambda_p$ der Punkte des zukünftigen bayrischen Netzes im preußischen System, welche mit Zugrundelegung der im vorhergehenden ermittelten Konstanten durch folgende Formeln aus den Orffschen Koordinaten $\varphi_b \lambda_b$ berechnet wurden:

$$\begin{aligned}\varphi_p &= \varphi_b + 0,0646 f \cdot 10^{-4} + 12,515 h + 2,627 \\ \lambda_p &= \lambda_b + 0,0646 f' \cdot 10^{-4} + 12,515 h' + 2,627 (1 + k').\end{aligned}$$

Da die φ_b und λ_b nur auf 2 Dezimalen der Sekunde angegeben sind, so haben die gerechneten 3. Dezimalen in den φ_p , λ_p keine tiefere Bedeutung. Für die Neupunkte des Netzes hat das K. Katasterbüro vorläufige rechtwinklige Koordinaten ermittelt, die von den Herren Clauß und Felsenstein auf meinen Wunsch in die φ_b und λ_b umgesetzt wurden. Hiefür, sowie für die Berechnung der zugehörigen Koeffizienten f , h usw. bin ich ihnen zu bestem Dank verpflichtet. Desgleichen Herrn Privatdozent Dr. Deimler, welcher mich bei den Ausgleichungsrechnungen und bei der Koordinatentransformation unterstützt hat.

Tabelle III.

Näherungskordinaten der künftigen bayrischen Hauptdreiecksnetzpunkte
im preußischen System.

		Geographische Breite	Geographische Länge ö. v. F.	
1	Aenger	47° 43' 4,925	27° 49' 39,880	
2	Arber	49° 6' 48,836	30° 48' 14,017	
3	Asbach	48° 25' 30,845	28° 56' 3,607	Neuer Punkt
4	Asten	48° 5' 58,150	30° 23' 34,660	
5	Aufkirchen bei Erding	48° 18' 26,650	29° 31' 29,706	
6	Braunau	48° 17' 36,720	30° 42' 0,602	
7	Brennberg	49° 4' 21,835	30° 4' 2,996	
8	Dillenberg	49° 27' 12,212	28° 26' 52,238	
9	Döbra	50° 16' 45,9792	29° 18' 40,5978	Preuß. Punkt
10	Eggersdorf	48° 34' 13,738	29° 38' 51,611	Neuer Punkt
11	Eichelberg	49° 5' 8,093	29° 22' 53,601	
12	Frankenwarte	49° 46' 58,582	27° 34' 29,198	" "
13	Groß-Gleichenberg . .	50° 23' 21,8296	28° 15' 37,3092	Preuß. Zentrum
14	Günzelhofen	48° 14' 28,581	28° 47' 9,943	Neuer Punkt
15	Habsberg	49° 18' 51,651	29° 18' 0,217	
16	Haid	48° 40' 9,116	30° 27' 53,562	
17	Hesselberg	49° 4' 10,928	28° 11' 39,129	
18	Hochgern	47° 45' 6,978	30° 11' 5,454	
19	Hoheleite	49° 26' 2,377	27° 55' 58,056	
20	Hohenstein	49° 35' 15,636	29° 5' 25,085	
21	Johannesbrunn	48° 29' 17,517	30° 8' 32,712	
22	Kapellenberg	50° 11' 21,463	29° 58' 6,922	Sächs. Punkt
23	Königsberg	48° 54' 13,065	29° 12' 4,183	Neuer Punkt
24	Kreuzberg	50° 22' 16,4473	27° 38' 53,1882	Preuß. Punkt
25	Mitbach	48° 9' 55,170	29° 41' 52,062	
26	Mühlhausen	48° 41' 28,725	30° 2' 23,878	Neuer Punkt
27	München	48° 8' 22,627	29° 14' 27,822	
28	Murleinsnest	49° 53' 26,454	28° 5' 12,370	
29	Oberhof	48° 4' 58,467	30° 1' 53,951	" "
30	Ochsenkopf	50° 1' 54,898	29° 28' 39,781	
31	Peissenberg	47° 48' 6,526	28° 40' 49,776	

		Geographische Breite	Geographische Länge ö. v. F.	
32	Pöttmes	48 ⁰ 34' 14,233	28 ⁰ 43' 10,630	Neuer Punkt " "
33	Rauchwanne	48 ⁰ 46' 2,518	28 ⁰ 10' 30,787	
34	Roggenburg	48 ⁰ 16' 32,351	27 ⁰ 53' 46,094	
35	Rohr	48 ⁰ 47' 9,025	29 ⁰ 37' 33,326	
36	Schweitenkirchen	48 ⁰ 30' 23,793	29 ⁰ 16' 29,694	
37	Silberhütte	49 ⁰ 45' 32,129	30 ⁰ 3' 58,114	
38	Stauffersberg	48 ⁰ 26' 44,365	28 ⁰ 23' 0,606	
39	Teuchatz	49 ⁰ 51' 40,529	28 ⁰ 44' 28,720	
40	Wendelstein	47 ⁰ 42' 15,713	29 ⁰ 40' 49,014	
41	Wülzburg	49 ⁰ 1' 34,009	28 ⁰ 40' 21,120	