

# Sitzungsberichte

der

**mathematisch-physikalischen Klasse**

der

**K. B. Akademie der Wissenschaften**

zu **München.**

---

Band XXXIV. Jahrgang 1904.

---



**München.**

Verlag der K. Akademie.

1905.

---

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

## Über einen Kreiselversuch zur Messung der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde.

Von A. Föppl.

(Eingelassen 6. Februar.)

Unter der Drehung der Erde ist hier die Drehung zu verstehen, die sie gegen einen Raum ausführt, für den das Trägheitsgesetz erfüllt ist und zwar unter der ausdrücklichen Voraussetzung, dass diese Drehung aus der Beobachtung von Bewegungsvorgängen nachgewiesen ist, die sich in der Nähe der Erdoberfläche selbst abspielen. An sich wäre es nämlich keineswegs ausgeschlossen, dass die irdischen Bewegungserscheinungen durch die Erdrotation selbst beeinflusst würden, derart, dass für sie die Drehung der Erde mit der gegen den Fixsternhimmel nicht zusammenfielen. Ob dies zutrifft oder nicht, kann nur der Versuch entscheiden. Nun haben zwar schon die bisher in dieser Absicht angestellten Versuche das Bestehen einer solchen Abweichung unwahrscheinlich gemacht. Namentlich der Foucault'sche Pendelversuch, der von allen dahin gehörigen Versuchsanordnungen bisher die genauesten Ergebnisse geliefert hat, deutet darauf hin, dass auch für die irdischen Bewegungsvorgänge das Trägheitsgesetz für einen Raum erfüllt ist, der gegen den Fixsternhimmel keine Drehung ausführt.

Zunächst ist aber der Foucault'sche Pendelversuch mit solchen Fehlerquellen behaftet, dass die Genauigkeit selbst bei vorsichtigster Ausführung noch manches zu wünschen übrig lässt. Und dann wäre es auch immerhin möglich, dass ein etwaiger besonderer Einfluss der Erdrotation, den man bei diesen

Versuchen entdecken möchte, bei den hin und her schwingenden Bewegungen eines Pendels herausfiele, während er sich bei der stets in gleichem Sinne erfolgenden Drehung eines Kreisels bemerklich machen könnte. Selbst wenn die Genauigkeit des Foucault'schen Pendelversuchs nichts zu wünschen übrig liesse, wäre daher eine Ergänzung durch Kreiselsversuche noch keineswegs entbehrlich gemacht.

Freilich sind solche Kreiselsversuche schon von Foucault selbst und später oft wieder vorgenommen worden. Man findet eine Aufzählung der dahin gehörigen Literatur in dem Handbuche der Physik von Winkelmann, Band I, Breslau 1891, S. 187. Eine sehr lesenswerte Besprechung der bisher vorliegenden Versuche dieser Art mit einer Kritik der dabei erreichten Genauigkeit enthält der letzte Abschnitt des vor kurzem erschienenen dritten Heftes von dem bekannten Buche von Klein und Sommerfeld „Ueber die Theorie des Kreisels“, Leipzig 1903. Die Genauigkeit lässt danach viel zu wünschen übrig und reicht längst nicht an die des Foucault'schen Pendelversuchs hin.

Es war daher kein überflüssiges Unternehmen, mit erheblich verbesserten Hilfsmitteln einen neuen Kreiselsversuch zur Ermittlung der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde in dem vorher erörterten Sinne anzustellen. Man wird auch sehen, dass es mir gelungen ist, diesen Versuch mit einer Genauigkeit durchzuführen, die selbst die des Foucault'schen Pendelversuchs erheblich übertrifft.

Meine anfängliche Hoffnung, hierbei auf ein neues Resultat zu kommen, nämlich einen deutlichen Unterschied zwischen der aus genauen Messungen an irdischen Bewegungsvorgängen zu erschliessenden Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde und jener gegenüber dem Fixsternhimmel nachweisen zu können, hat sich dabei freilich nicht erfüllt. Immerhin ist aber die Feststellung nicht ohne Wert, dass ein solcher Unterschied, falls er etwa doch noch bestehen sollte, nur einen geringen Bruchteil des Betrages jeder der beiden Grössen ausmachen kann.

Veranlasst wurde ich zu meinen Versuchen, wie ich zu erwähnen hier nicht unterlassen will, durch die Beschäftigung

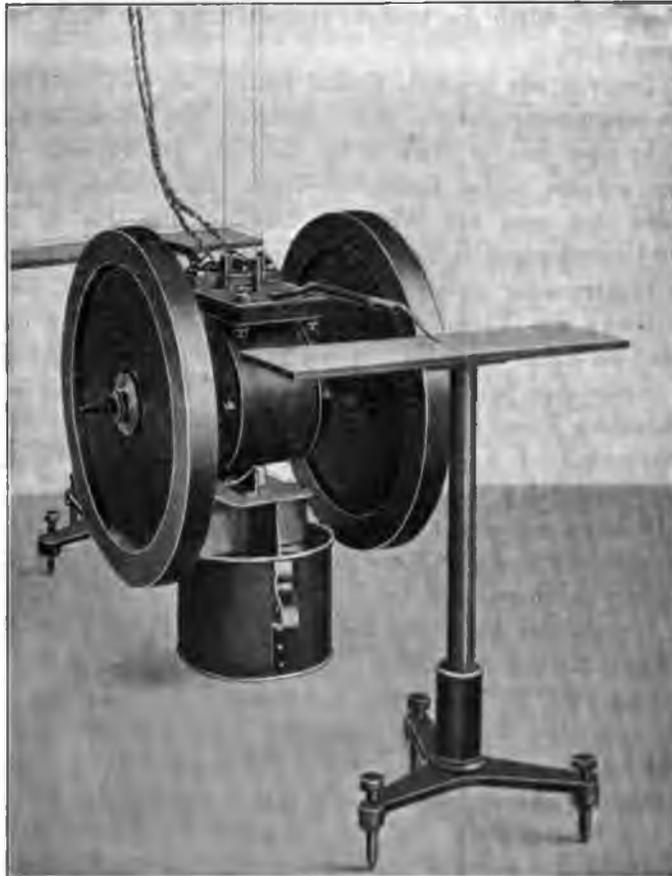
mit der Theorie der von Herrn O. Schlick in Hamburg zur Milderung der Rollbewegungen von Seeschiffen erdachten Kreisellvorrichtung. Meine Versuchsanordnung ist mit dem Schlick'schen Schiffskreisel ziemlich eng verwandt, näher freilich noch mit einer schon von Foucault verwendeten Einrichtung, von der sie sich nur durch die bessere Ausgestaltung der Einzelheiten unterscheidet.

Der von mir benützte Kreisel besteht aus zwei aus Flusseisen zusammengenieteten Schwungrädern von 50 cm äusserem Durchmesser und je etwa 30 kg Gewicht. Die Schwungräder sitzen auf den beiden Enden der Welle eines kleinen Elektromotors, den man mit Winkelgeschwindigkeiten bis zu etwa 2400 Umdrehungen in der Minute umlaufen zu lassen vermag. Der Elektromotor ist an drei Stahldrähten aufgehängt, die an der Decke des Versuchsraums befestigt werden. Der ganze Kreisel ist daher zunächst mit drei Freiheitsgraden aufgehängt, von denen aber jene beiden, die sich auf Verschiebungen in der horizontalen Ebene beziehen, nicht in Betracht kommen, da das Kreiselgestell, d. h. der Elektromotor während des Versuchs keine horizontalen Verschiebungen erfährt. Es bleibt daher nur die Drehung um eine lotrechte Achse übrig, wobei das in die Gleichgewichtslage zurückdrehende Moment der trifilaren Aufhängung zu überwinden ist.

Umstehende Abbildung zeigt diese Vorrichtung nach einer photographischen Aufnahme. Man sieht zu beiden Seiten die Schwungräder, in der Mitte den Elektromotor und die nach oben gehenden drei Aufhänge drähte, ausserdem die von der Decke lose herabhängenden Stromzuführungsdrähte (je zwei für die Magnetwicklung und für den Anker). Nach unten hin sind mit dem Elektromotor zwei sich kreuzende Blechtafeln verbunden, die in das darunter stehende mit Oel gefüllte Gefäss eintauchen. Diese Einrichtung dient wie die ihr ähnliche beim Mascart'schen Quadranten-Elektrometer zur Dämpfung der Schwingungen. Oben sind mit dem Elektromotor zwei Zeiger verbunden, die auf Gradeinteilungen einspielen. Diese Gradteilungen sind auf horizontalen, von Stativen getragenen Brett-

chen angebracht, von denen sich das nach vorne zu liegende in der Abbildung dem Blicke sofort aufdrängt.

Fig. 1.



Zur bequemen Bedienung des Elektromotors, den man nach den beiden entgegengesetzten Richtungen mit innerhalb gewisser Grenzen beliebigen Umdrehungsgeschwindigkeiten längere Zeit hindurch konstant umlaufen lassen kann, ist eine mit den er-

forderlichen Messinstrumenten, Widerständen u. dgl. versehene Schalttafel an der Wand des Laboratoriums angebracht. Diese wurde nach den Angaben meines Kollegen, Herrn Ossanna, Professor der Elektrotechnik an unserer technischen Hochschule, in einer ihrem Zwecke sehr gut entsprechenden Einrichtung hergestellt. Es sei mir gestattet, Herrn Professor Ossanna für seine wertvolle Unterstützung auch an dieser Stelle meinen Dank auszusprechen.

Um festzustellen, mit welcher Geschwindigkeit der Kreisel in einem bestimmten Augenblicke umläuft, braucht man an der Schalttafel die Schaltung nur so zu ändern, dass die zum Anker führenden Drähte von der äusseren Leitung gelöst und durch Zwischenschaltung des Voltmeters kurz geschlossen werden. Der Elektromotor läuft dann für die kurze Zeit der Messung als Dynamomaschine und aus der Angabe des Voltmeters lässt sich, da die Magneterregung konstant erhalten wird, die Umlaufgeschwindigkeit des Ankers erkennen. Eine besondere Versuchreihe diente zur Eichung dieser Messvorrichtung, indem die Angaben eines Tourenzählers unmittelbar mit den Voltmeterausschlägen verglichen wurden. Danach wurde eine Eichungstabelle aufgestellt, aus der man später die Winkelgeschwindigkeit, die zu einer Voltmeterablesung gehört, unmittelbar entnehmen konnte.

Die Ausführung eines Versuchs spielt sich nun in folgender Weise ab. Man lässt den Motor anlaufen, bis er die gewünschte Geschwindigkeit erlangt hat, wozu wegen der Beschleunigung der verhältnismässig grossen Schwungradmassen immerhin ein Zeitraum von etwa 10 Minuten im Durchschnitt erforderlich ist. Auf die Ausschläge, die der Zeiger während der Anlaufperiode anzeigt, ist nicht viel Wert zu legen. Man muss nur darauf achten, dass der Zeiger nicht schon während der ersten zehn oder zwanzig Sekunden der Anlaufzeit einen Ausschlag gibt. Das tut er nämlich aus leicht verständlichen Gründen sofort, wenn die Kreiselachse nicht genau genug horizontal liegt. Mit der Erddrehung hat dies gar nichts zu tun und durch horizontalstellen mit Hilfe der an der oberen Befestigung der Aufhänge-

drähte angebrachten Stellschrauben lässt sich dieser Ausschlag leicht beseitigen. Im übrigen kommt diese Fehlerquelle überhaupt nur während der Anlaufperiode und nicht während des Umlaufens mit konstanter Geschwindigkeit, also für die Zeit der Messung in Betracht. Bei den älteren Versuchen dieser Art mag sie aber oft eine sehr entscheidende Rolle gespielt haben.

Nachdem die in Aussicht genommene Geschwindigkeit erreicht ist, hält man sie durch entsprechende Schaltung für eine viertel oder halbe Stunde lang konstant. Der Kreisel hat zu Beginn dieser Zeit von der Anlaufperiode her noch eine gewisse Präzessionsgeschwindigkeit und er führt daher gedämpfte Schwingungen, die sehr langsam verlaufen (etwa 3 bis 4 Minuten Dauer für einen einfachen Schwingungsweg im Durchschnitt), um die ihm jetzt zukommende Gleichgewichtslage herum aus. Um sicher zu sein, dass keine fremde Störung eingewirkt hat, liest man von Minute zu Minute den Zeigerausschlag auf beiden Seiten ab und trägt den Mittelwert als Ordinate zu einer die Zeit darstellenden Abscissenachse auf. Uebrigens unterscheiden sich die Zeigerausschläge auf beiden Seiten bei einem störungsfreien Versuche nur innerhalb der Grenzen der Ablesungsfehler (d. h. bis etwa  $\frac{1}{10}$  Grad) von einander. Die Kurve, die man auf diese Weise erhält, muss nun, wenn der Versuch brauchbar sein soll, die bekannte, nach einem Exponentialgesetz in der Amplitude abnehmende Wellenform der gedämpften Schwingungen zeigen. Aus ihr lässt sich dann auf beiläufig  $\frac{1}{10}$  Grad genau die Gleichgewichtslage, um die die Schwingung erfolgt, ableiten. Zu warten, bis die Schwingungen erloschen sind, ist daher nicht nötig und auch nicht empfehlenswert, weil sich bei zu langer Versuchsdauer durch Erwärmen des Elektromotors u. s. f. die Versuchsbedingungen merklich ändern könnten. Auf die Theorie dieser Schwingungen, die für die ganze Versuchsausführung von wesentlicher Bedeutung sind, werde ich übrigens späterhin noch zurückkommen.

Die ersten Versuche, die ich auf solche Art vornahm, waren sehr ungenau. Die Schwingungen zeigten einen sehr unregelmässigen Verlauf, was auf grosse Störungen hinwies und die

Ausschläge waren im Mittel beträchtlich kleiner als sie nach der Voraussetzung erwartet werden mussten, dass die Erdrotation auch für irdische Bewegungsvorgänge mit der Drehung gegen den Fixsternhimmel übereinstimme. Es schien mir daher anfänglich, als wenn ich einer ganz neuen Tatsache auf der Spur wäre. Um diese Frage entscheiden zu können, musste man vor allem die Störungen beseitigen. Es zeigte sich bald, dass sie von dem durch die schnell umlaufenden Schwungräder erzeugten Wind herrührten, denn ein in der Nähe aufgestellter grösserer Körper beeinflusste den Schwingungsvorgang und den Ausschlag erheblich. Dagegen liess sich leicht Abhilfe schaffen, indem man die rotierenden Teile inkapselte. Ich liess daher zwei Trommeln aus Blech herstellen, die die Schwungräder mit etwa 1 cm Spielraum umschlossen und deren Hohlräume durch kurze Anschlussstutzen, die am Elektromotorgehäuse abgedichtet wurden, mit dem Luftraume, in dem der Anker läuft, in Verbindung standen. Alle Fugen wurden sorgfältig mit Modellierwachs abgedichtet, so dass der ganze innere Luftraum nach aussen hin luftdicht abgeschlossen war. Von da ab führte der Kreisel, wenn sonst keine Störungen einwirkten, regelmässig verlaufende Präzessionsschwingungen aus und es zeigte sich, dass die früher gehegte Vermutung von einer deutlich ausgesprochenen Abweichung zwischen der aus irdischen Bewegungsvorgängen erschlossenen und der astronomischen Erdrotation unbegründet war.

Nicht geringe Schwierigkeiten machten anfänglich eine Reihe von elastischen Schwingungen verschiedener Art, die durch die Beigabe der Blechkapseln, die übrigens unter sich und mit dem Elektromotorgehäuse gut abgesteift wurden, noch vermehrt wurden. Die Aufhängedrähte können Saitenschwingungen, die Blechkapseln Membranschwingungen ausführen u. s. f. und sobald eine dieser Schwingungen mit der Umlaufzahl des Motors in Resonanz kommt, tritt sie in grosser Stärke hervor und verhindert genaue Beobachtungen. So lassen die Blechkapseln ein sehr kräftiges trommelndes Geräusch hören, sobald der Motor entweder mit ungefähr 1200 oder auch mit

ungefähr 1500 Umdrehungen in der Minute läuft. Sowie man aber ein wenig über eine dieser kritischen Tourenzahlen hinaus ist, hören diese Schwingungen plötzlich auf oder sie werden wenigstens so unmerklich, dass sie keine Störung mehr verursachen. Aus diesen Gründen ist auch die niedrigste Winkelgeschwindigkeit, für die noch zuverlässige Beobachtungen gemacht werden konnten, bei etwas über 1500 Umläufen in der Minute gelegen.

Bei manchen Versuchen, namentlich bei den höheren Geschwindigkeiten über 2200 hinaus, traten langsam schwingende Verschiebungen der Ankerwelle des Elektromotors in ihrer Längsrichtung auf, so dass sie sich in den Lagern hin und her schob. Die Ankerwelle hatte nämlich keinen Anschlag, der solche Verschiebungen verhindern konnte. Bei Umlaufzahlen, die nicht erheblich über 2200 hinausgingen, konnte man aber gute Versuchsreihen erhalten, bei denen diese Schwingungen nicht auftraten. Ich sah daher davon ab, den Elektromotor umbauen, d. h. ihn mit einer Einrichtung versehen zu lassen, durch die diese Schwingungen abgedämpft werden konnten, da dies ziemlich erhebliche Kosten verursacht haben würde. Wenn diese Schwingungen einmal auftraten, beruhigten sie sich nicht von selbst wieder, sondern der ganze Versuch wurde unbrauchbar.

Zur besseren Abdämpfung der verschiedenen unerwünschten Schwingungen liess ich übrigens vor der Vornahme der endgültigen Versuche ausser dem aus der photographischen Abbildung zu ersehenden Öltöpfe noch zwei weitere Ölgefässe unter den Zeigerarmen aufstellen, in die von jedem Zeigerarme ein fest damit verbundener Flügel herabging und eintauchte. Die Sicherheit der Nullstellung wurde dadurch nicht beeinträchtigt; nach Beendigung des Versuchs gingen die Zeiger, wenn die Schwungräder wieder still standen, so genau in die anfängliche Nullstellung zurück, als es die Genauigkeit der Ablesung zu erkennen gestattete. Ein Versuch, bei dem dies nicht zugetroffen wäre, hätte natürlich verworfen werden müssen.

Die Theorie des Versuchs gestaltet sich, wenn man zunächst von den nachher noch besonders zu besprechenden Präzessionsschwingungen absieht, sehr einfach. Das Trägheitsmoment der rotierenden Massen sei mit  $\Theta$ , die konstante Winkelgeschwindigkeit, mit der sie während des Versuchs umlaufen, mit  $w$  und die Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung, unter der Voraussetzung, dass sie mit der astronomischen übereinstimme, mit  $u$  bezeichnet. Ferner sei  $\varphi$  die geographische Breite des Beobachtungsortes,  $\psi$  der Winkel, den die Gleichgewichtslage des rotierenden Kreisels mit der Ost-West-Richtung bildet und  $M$  das Moment des von der Aufhängevorrichtung auf das Kreiselgestell in dieser Gleichgewichtslage in der horizontalen Ebene übertragenen Kräftepaars. Nach dem Flächensatze muss  $M$  gleich der lotrechten Komponente der Änderungsgeschwindigkeit des Kreiseldralls infolge der Erddrehung sein. Dabei verstehe ich unter dem „Dralle“ jenen Vektor, den man sonst auch das statische Moment der Bewegungsgrösse oder nach Klein und Sommerfeld den Impuls des Kreisels nennt.

Die Änderungsgeschwindigkeit des Kreiseldralls ist gleich dem äusseren Produkte aus dem Drall selbst und der als Vektor aufgefassten Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung. Von diesem Produkte ist die lotrechte Komponente zu nehmen und gleich  $M$  zu setzen. Das liefert nach einfacher Ausrechnung die Gleichung

$$M = \Theta w u \cos \varphi \cos \psi.$$

Wegen der regelmässigen Gestalt der Schwungräder konnte das Trägheitsmoment  $\Theta$  durch Rechnung gefunden werden und zwar genauer, als es durch einen Schwingungsversuch in bekannter Weise hätte ermittelt werden können. Der Beitrag des Ankers zu  $\Theta$  ist nämlich gegenüber dem Anteile der Schwungräder so geringfügig, dass er ohne merklichen Fehler selbst ganz hätte vernachlässigt werden können; er wurde indessen schätzungsweise berücksichtigt. Man erhielt im technischen Masssysteme, in dem das kg als Krafteinheit gilt,

$$\Theta = 26,7 \text{ cmkg sec}^2.$$

Die geographische Breite des Beobachtungsortes wurde  $\varphi = 48^{\circ} 8' 20''$ , die Beschleunigung der Fallbewegung

$$g = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

gesetzt.

Das Moment  $M$  ist dem Verdrehungswinkel der Aufhängevorrichtung gegenüber der Nulllage bei stillstehendem Kreiselmäßig ziemlich genau proportional und kann daher in der Form  $M = c \chi$  angeschrieben werden, wenn mit  $\chi$  jener Verdrehungswinkel und mit  $c$  ein Proportionalitätsfaktor bezeichnet wird. Den Faktor  $c$  hätte man aus den Daten der trifilaren Aufhängung unter Berücksichtigung der sich dabei geltend machenden Torsionselastizität der Aufhängedrähte berechnen können, was zur Probe auch einmal geschehen ist. Zuverlässiger war aber wegen verschiedener Nebenumstände, namentlich wegen des an sich zwar geringfügigen Einflusses der lose herabhängenden Stromzuführungsdrähte die Ermittlung des Zusammenhanges zwischen  $M$  und  $\chi$  durch einen unmittelbaren Versuch, der durch eine einfache Einrichtung leicht mit vollständig ausreichender Genauigkeit vorgenommen werden konnte. Die Proportionalität zwischen  $M$  und  $\chi$  hat sich dabei hinlänglich genau bestätigt und im Mittel aus allen Versuchen ergab sich

$$M = 0,03696 \text{ cmkg für } \chi = 1^{\circ}$$

oder wenn man  $\chi$  in Bogenmass ausdrückt,  $c = 2,12 \text{ cmkg}$ .

Diese Zahlen beziehen sich auf den Fall des mit den Blechkapseln und allem sonstigen Zubehör für die endgültigen Versuche versehenen Kreisels.

Die Beobachtungen der Kreislablenkung durch die Erddrehung erstreckten sich nur auf die beiden Fälle, dass die Nulllage des ruhenden Kreisels entweder in den Meridian fiel oder senkrecht dazu stand, also in die Ost-West-Richtung zeigte. Im ersten Falle dürfte nach der Annahme, dass die astronomische Erddrehung auch für die irdischen Bewegungsvorgänge massgebend sei, keine Ablenkung der Kreiselachse

infolge der Rotation entstehen. Dies hat sich auch, wie man nachher sehen wird, hinreichend bestätigt. Ohne die Dazwischenkunft des richtenden Kräftepaares der Aufhängung müsste zwar, je nachdem man den Kreisel im einen oder im entgegengesetzten Sinne rotieren lässt, die Nulllage eine stabile oder eine labile Gleichgewichtslage sein. Das richtende Moment  $M$  der Aufhängung reichte aber für alle Winkelgeschwindigkeiten, die zur Verfügung standen, weitaus hin, um auch im letzten Falle die Gleichgewichtslage zu einer stabilen zu machen. Der Kreisel verhält sich in dieser Hinsicht genau wie eine Magnetnadel, die an einem Drahte von genügender Torsionssteifigkeit aufgehängt, auch dann im stabilen Gleichgewichte steht, wenn der Nordpol im magnetischen Meridiane nach Süden zeigt. Nur die Schwingungsdauer um die Gleichgewichtslage wird etwas grösser als bei der umgekehrten Lage. Das hat sich auch bei den Präzessionsschwingungen des Kreisels, wie man noch sehen wird, unter den gleichen Umständen gezeigt; ich kann dieses Ergebnis aber nicht als ganz zuverlässig hinstellen, weil die Schwingungen auch sonst, wo sich ein bestimmter Grund dafür nicht nachweisen liess, Unregelmässigkeiten von nahezu ähnlicher Grössenordnung aufweisen. Da es sich hierbei um kleine Störungen handelte, die für den Hauptzweck der Untersuchung nur von geringer Wichtigkeit sind, habe ich es nicht für nötig gehalten, ihnen durch eine Häufung der Versuche weiter nachzugehen; sonst wäre es voraussichtlich möglich gewesen, auch in diesem untergeordneten Punkte eine befriedigendere Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung herzustellen.

Bei der anderen Versuchsanordnung, wenn nämlich die Kreiselachse in der Nulllage senkrecht zum Meridiane steht, fällt der Verdrehungswinkel  $\chi$ , dem das Moment  $M$  proportional ist, mit dem früher eingeführten Winkel  $\psi$  zusammen und die Gleichung, um deren Prüfung es sich handelt, kann in der Form

$$c \psi = \Theta w u \cos \varphi \cos \psi$$

geschrieben werden. Für  $u$  wäre dabei wohl eigentlich die

Winkelgeschwindigkeit der Erde, die einer Umdrehung in einem Sterntage entspricht, einzusetzen; die Genauigkeit der Versuche reichte aber nicht aus, um zwischen dieser Winkelgeschwindigkeit und der anderen, die einer Umdrehung in einem mittleren Sonnentage entspricht, zu entscheiden. Daher wurde zunächst die letztere zu Grunde gelegt.

Alle Grössen, die in der vorausgehenden Gleichung vorkommen, sind hiernach teils vorher bekannt, teils den Ablesungen während eines Versuchs zu entnehmen und es handelt sich nun darum, ob die Gleichung durch diese Werte befriedigt wird. Zur Durchführung des Vergleichs wurden die übrigen Grössen in die Gleichung eingesetzt und dann der „theoretische“ Wert des Winkels  $\psi$  daraus berechnet. Dieser wurde dem wirklich beobachteten Werte gegenübergestellt. Da sich herausstellte, dass sich  $\psi$  ber. und  $\psi$  beob. immer nur wenig von einander unterscheiden, durfte übrigens ohne in Betracht kommenden Fehler auf der rechten Seite der Gleichung in  $\cos \psi$  sofort schon der beobachtete Wert von  $\psi$  eingesetzt werden, so dass es nicht nötig war, die transzendente Gleichung für  $\psi$  als solche aufzulösen.

Ich lasse jetzt die Beobachtungsergebnisse folgen und erwähne dabei, dass ich bei der Vornahme der Versuche und der Ausführung der dazu gehörigen Zahlenrechnungen durch die geschickte und gewissenhafte Mitarbeit meines Assistenten, des Herrn Diplom-Ingenieur R. Düll, sehr wirksam unterstützt wurde. Es ist mir eine angenehme Pflicht, ihm dafür meine Anerkennung und meinen Dank auszusprechen.

#### A. Nulllage der Kreiselachse im Meridian.

Hierbei wurde absichtlich vor Beginn der Ablesungen durch einen Anstoss eine Schwingung angeregt, da ein Ausschlag von selbst nicht zu stande kam. Dann wurde von Minute zu Minute die Zeigerstellung aufgeschrieben, wobei an den Umkehrpunkten auch noch Zwischenablesungen der grössten Ausschläge gemacht wurden. Die Zahlen gaben die aufeinander-

folgenden Ablesungen; die in Klammern stehenden Zahlen beziehen sich auf die Zwischenablesungen unter Voransetzung der Zahl der Sekunden, die seit der vorhergehenden Ablesung verstrichen waren. Zwischen je zwei nicht in Klammern stehenden aufeinanderfolgenden Zahlen liegt daher ein Zeitraum von einer Minute. Der Sinn, in dem der Motor bei dem Versuche umlief, ist durch Angabe der Richtung des Drehungsvektors gekennzeichnet und zwar so, dass z. B. ein „Drehungsvektor nach Süden“ bedeutet, dass sich die Schwungräder von Süden her gesehen im Uhrzeigersinne drehten. Der Ausschlag ist mit einem + - Zeichen versehen, wenn die Drehung der Kreiselachse von oben gesehen im Uhrzeigersinne erfolgte; im entgegengesetzten Falle mit einem -- Zeichen.

### 1. Versuch. Drehungsvektor nach Süden.

Umlaufzahl 1915 in der Minute.

Ablesungen:  $-4,2$ ;  $-1,4$ ;  $+2,7$ ;  $+4,1$ ;  $+1,4$ ;  $-1,95$ ;  
 $-3,6$ ;  $-1,85$ ;  $+1,6$ ;  $+3,5$ ;  $+2,35$ ;  $-0,5$ ;  $-2,8$ ;  
 $(+30'' : -3,0)$ ;  $-2,45$ ;  $+0,15$ ;  $+2,55$ ;  $(+30'' : +2,9)$ ;  
 $+2,7$ ;  $+0,4$ ;  $-1,7$ ;  $(+45'' : -2,4)$ ;  $-2,3$ ;  $-0,7$ ;  $+1,6$ ;  
 $+2,4$ ;  $+1,15$ ;  $-0,9$ ;  $-2,0$ ;  $-1,1$ ;  $+0,8$ ;  $+2,0$ ;  
 $(+15'' : +2,05)$ .

Hierauf wurde, nach einer Beobachtungsdauer von 28' 15" der Versuch abgebrochen. Die Gleichgewichtslage berechnet sich nach diesen Zahlen zu  $+0,1^\circ$ , d. h. ihre Abweichung von der Nulllage übersteigt nicht die Fehlergrenze der Ablesungen. Dauer einer vollen Schwingung im Mittel 6' 17".

### 2. Versuch. Drehungsvektor nach Norden.

Umlaufzahl 1830 in der Minute.

Ablesungen:  $-3,0$ ;  $-2,45$ ;  $-0,8$ ;  $+1,15$ ;  $+2,15$ ;  
 $+1,6$ ;  $-0,2$ ;  $-1,95$ ;  $(+45'' : -2,5)$ ;  $-2,4$ ;  $-1,6$ ;  $0,0$ ;  
 $+1,3$ ;  $(+30'' : +1,8)$ ;  $+1,7$ ;  $+0,9$ ;  $-0,8$ ;  $-1,9$ ;  
 $(+30'' : -2,05)$ ;  $-1,9$ ;  $-1,05$ ;  $+0,2$ ;  $+1,2$ ;  $(+30'' : +1,3)$ ;  
 $+1,2$ ;  $+0,3$ ;  $-0,9$ ;  $-1,8$ ;  $-1,5$ ;  $-0,75$ ;  $+0,3$ ;  $+0,95$ ;  
 $(+30'' : +1,05)$ .

Nach 27' 30" wird der Versuch abgebrochen; die Gleichgewichtslage, um die die Schwingungen erfolgten, berechnet sich zu  $-0,28^\circ$ , eine Abweichung von der Nulllage, die zwar nicht mehr durch blosse Ablesungsfehler, aber doch noch durch anderweitige Versuchsfehler erklärt werden kann. Schwingungsdauer 7' 51".

**B. Nulllage der Kreiselachse senkrecht zum Meridian.**

Die Bezeichnungen sind die gleichen wie im vorigen Falle.

**3. Versuch. Drehungsvektor nach Westen.**

Umlaufzahl 1520 in der Minute.

Ablesungen:  $-11,1; -8,0; -2,5; -0,9; -3,8; -7,7;$   
 $-9,55; -7,9; -4,15; -2,65; -4,2; -6,8; -8,25;$   
 $(+15'' : -8,3); -7,15; -4,3; -3,1; -4,35; -6,35;$   
 $-7,35; -6,7; -5,1; -4,3; -4,8; -6,05; -7,0;$   
 $(+15'' : -7,05); -6,7; -5,85; -4,9; -4,7; -4,8;$   
 $-5,4; -6,2; (+45'' : -6,3).$

Abgebrochen nach 30' 45" Beobachtungsdauer. Die Gleichgewichtslage der Schwingung zeigt eine Abweichung von  $-5,65^\circ$  von der Nulllage. Schwingungsdauer 6' 9".

**4. Versuch. Drehungsvektor nach Westen.**

Umlaufzahl 1530 in der Minute.

Ablesungen:  $+0,6; -2,0; -7,3; -10,9; (+15'' : -11,0);$   
 $-9,5; -4,5; -1,4; (+15'' : -1,35); -2,95; -6,5; -9,2;$   
 $(+15'' : -9,45); -8,4; -5,0; -2,65; (+15'' : -2,6);$   
 $-3,5; -6,0; -8,05; (+30'' : -8,2); -7,8; -5,3; -3,75;$   
 $(+30'' : -3,7); -4,2; -6,0; -7,3; (+30'' : -7,5); -7,2;$   
 $-5,5; -4,0; (+30'' : -3,9).$

Abgebrochen nach 24' 30". Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich  $-5,71^\circ$ . Schwingungsdauer 6' 7".

5. Versuch. Drehungsvektor nach Osten.

Umlaufzahl 1540 in der Minute.

Ablesungen: + 8,3; + 5,85; + 3,1; (+ 30" : + 2,95);  
+ 3,6; + 5,7; + 7,5; (+ 15" : + 7,6); + 6,75; + 4,7; + 3,7;  
+ 4,8; + 6,2; + 6,9; + 5,7; + 4,7; (+ 30" : + 4,6); + 4,8;  
+ 5,75; + 6,45; (+ 30" : + 6,6); + 6,2; + 5,4; + 5,2;  
+ 5,55; + 5,85; (+ 45" : + 5,95).

Abgebrochen nach 21' 45". Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich + 5,58°. Schwingungsdauer 5' 26".

6. Versuch. Drehungsvektor nach Osten.

Umlaufzahl 1550 in der Minute.

Ablesungen: -0,5; +1,8; +7,1; +10,65; (+15" : +10,75);  
+ 8,6; + 3,5; + 1,5; + 4,0; + 7,75; + 9,55; + 7,2; + 3,25;  
(+ 45" : + 2,3); + 2,65; + 4,9; + 7,65; (+ 45" : + 8,25);  
+ 8,0; + 5,3; + 3,15; (+ 15" : + 3,1); + 3,95; + 6,05; + 7,5;  
(+ 15" : + 7,6); + 6,7; + 4,5; (+ 45" : + 3,7); + 3,85; + 5,0;  
+ 6,5; (+ 45" : + 7,05); + 6,95; + 5,7; + 4,8; (+ 15" : + 4,7).

Abgebrochen nach 28' 15". Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich + 5,60°. Schwingungsdauer 5' 39".

7. Versuch. Drehungsvektor nach Osten.

Umlaufzahl 1710 in der Minute.

Ablesungen: + 10,8; (+ 45" : + 12,1); + 11,7; + 6,95;  
+ 1,8; (+ 30" : + 0,9); + 1,6; + 5,0; + 9,0; (+ 45" : + 10,45);  
+ 10,35; + 7,5; + 3,5; (+ 45" : + 2,4); + 2,55; + 4,8;  
+ 7,85; + 9,2; + 7,55; + 4,5; + 3,4; + 4,85; + 7,1; + 8,4;  
+ 7,6; + 5,45; + 4,3; + 5,0; + 6,65; + 7,8; (+ 30" : + 7,9);  
+ 7,6; + 5,95; + 4,75; (+ 30" : + 4,7); + 5,0; + 6,15; + 7,2;  
(+ 30" : + 7,4).

Abgebrochen nach 31' 30". Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich + 6,12°. Schwingungsdauer 6' 9".

8. Versuch. Drehungsvektor nach Westen.  
Umlaufzahl 1800 in der Minute.

Ablesungen:  $-15,0; -12,4; -5,5; -0,2; (+30'' : +0,3);$   
 $-0,4; -4,7; -9,8; -12,3; (+15'' : -12,4); -10,8;$   
 $-6,1; -2,2; (+30'' : -1,7); -2,15; -5,0; -8,7; -10,55;$   
 $(+15'' : -10,6); -9,6; -6,5; -3,8; (+45'' : -3,25);$   
 $-3,5; -5,2; -7,8; -9,4; (+30'' : -9,5); -9,1; -7,15;$   
 $-5,0; -4,2; -5,2; -7,0; -8,4; (+45'' : -8,7).$

Abgebrochen nach  $28' 45''$ . Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich  $-6,61^\circ$ . Schwingungsdauer  $7' 11''$ .

9. Versuch. Drehungsvektor nach Osten.  
Umlaufzahl 1900 in der Minute.

Ablesungen:  $+7,5; +7,2; +6,95; +6,9; +6,95; +7,15;$   
 $+7,35; (+15'' : +7,4); +7,35; +7,25; +7,1; +7,0;$   
 $+7,05; +7,15; +7,25; +7,3; +7,2; +7,1; +7,1.$

Abgebrochen nach  $17'$ . Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich  $+7,18^\circ$ . Schwingungsdauer unsicher; ungefähr  $6' 48''$ .

10. Versuch. Drehungsvektor nach Westen.  
Umlaufzahl 2000 in der Minute.

Ablesungen:  $-9,3; -8,8; -7,6; -6,4; -5,8; -6,15;$   
 $-7,2; -8,3; -8,85; -8,55; -7,7; -6,7; -6,2; -6,4;$   
 $-7,05; -7,9; -8,5; (+15'' : -8,55); -8,3; -7,8;$   
 $-7,1; -6,6.$

Abgebrochen nach  $20'$ . Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich  $-7,45^\circ$ . Schwingungsdauer  $8' 0''$ .

11. Versuch. Drehungsvektor nach Osten.  
Umlaufzahl 2200 in der Minute.

Ablesungen:  $+13,95; +11,5; +6,8; +3,1; (+45'' : +2,3);$   
 $+2,55; +4,7; +8,2; +11,15; (+45'' : +12,15); +12,1;$   
 $+10,55; +7,4; +4,4; (+30'' : +3,75); +3,85; +5,3;$

+ 7,8; + 10,05; + 11,05; + 10,15; + 7,8; + 5,15; + 4,65;  
+ 5,75; + 7,65; + 9,5; + 10,35; + 9,95; + 7,9; + 5,65;  
+ 4,95; + 5,8; + 7,5; + 9,2; + 10,05.

Abgebrochen nach 32'. Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich + 7,63°. Schwingungsdauer 8' 0".

#### 12. Versuch. Drehungsvektor nach Westen.

Umlaufzahl 2280 in der Minute.

Ablesungen: — 7,0; — 7,2; — 7,75; — 8,55; — 9,1;  
(+ 30" : — 9,2); — 9,15; — 8,7; — 8,05; — 7,55; — 7,4;  
— 7,7; — 8,15; — 8,5; — 8,8; — 8,65; — 8,3; — 7,95; — 7,8;  
— 7,95; — 8,15; — 8,4; — 8,65; — 8,6; — 8,5; — 8,3; — 8,15;  
(+ 45" : — 8,1).

Abgebrochen nach 25' 45". Abweichung der Gleichgewichtslage von der Nulllage gleich — 8,23°. Schwingungsdauer 8' 35".

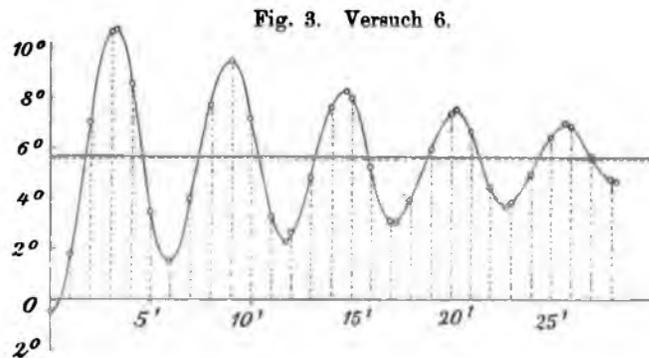
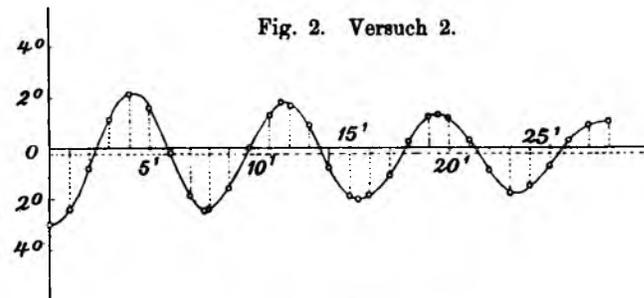
Nach diesen Zahlen lässt sich die Wellenform der Schwingung auftragen. Dies ist mit allen 12 Versuchen geschehen, um sie darauf hin zu prüfen, ob sie von merklichen Störungen frei waren. Ich begnüge mich damit, umstehend zwei dieser Abbildungen wiederzugeben, die sich auf die Versuche 2 und 6 beziehen.<sup>1)</sup> Die anderen sind ganz ähnlich.

Eine Zusammenstellung der beobachteten Ausschläge  $\psi$  und einen Vergleich mit den in der früher angegebenen Weise berechneten Werten von  $\psi$  liefert die folgende Tabelle:

---

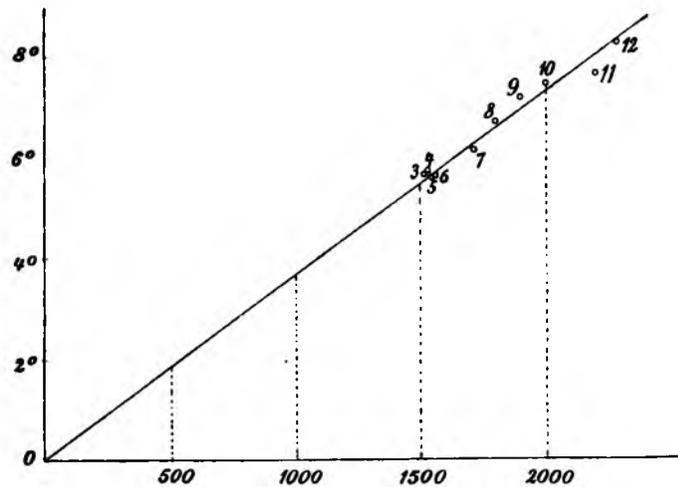
<sup>1)</sup> Die Gleichgewichtslage, um die die Schwingungen erfolgten, ist durch eine gestrichelte, die theoretisch zu erwartende Gleichgewichtslage durch eine ausgezogene Linie angegeben, die im Falle der Figur 2 mit der Abszissenachse zusammenfällt.

Ver- such Nr.	Richtung des Drehungs- vektors nach	Zahl der Umläufe in der Minute	$\psi$ ber.	$\psi$ beob.	Unter- schied	Dauer einer vollen Schwin- gung
1	Süden	1915	0	+ 0,10	+ 0,10	6' 17"
2	Norden	1830	0	- 0,28	- 0,28	7' 51"
3	Westen	1520	- 5,54	- 5,65	- 0,11	6' 9"
4	Westen	1530	- 5,58	- 5,71	- 0,13	6' 7"
5	Osten	1540	+ 5,62	+ 5,58	- 0,04	5' 26"
6	Osten	1550	+ 5,65	+ 5,60	- 0,05	5' 39"
7	Osten	1710	+ 6,23	+ 6,12	- 0,11	6' 9"
8	Westen	1800	- 6,55	- 6,61	- 0,06	7' 11"
9	Osten	1900	+ 6,92	+ 7,18	+ 0,26	6' 48"
10	Westen	2000	- 7,27	- 7,45	- 0,18	8' 0"
11	Osten	2200	+ 7,99	+ 7,68	- 0,36	8' 30"
12	Westen	2280	- 8,27	- 8,23	+ 0,04	8' 35"



Der grösste Unterschied zwischen  $\psi$  ber. und  $\psi$  beob. macht daher bei den letzten zehn Versuchen etwa 4,5 vom Hundert eines der beiden Werte aus, ist aber im Durchschnitt viel kleiner. Das Überwiegen der mit dem negativen Vorzeichen versehenen Unterschiede scheint auf einen systematischen Fehler von geringer Grösse hinzudeuten.<sup>1)</sup> Als Gesamtergebnis wird man wohl aussprechen dürfen, dass der Unterschied zwischen der aus der Beobachtung irdischer Bewegungsvorgänge abgeleiteten Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung und der astronomischen, falls

Fig. 4.



ein solcher Unterschied doch noch bestehen sollte, nicht mehr als etwa 2 vom Hundert ausmachen kann.

Auch die Zahlen der vorhergehenden Tabelle habe ich in einer Zeichnung, Abbildung 4, auftragen lassen, in der die

<sup>1)</sup> Möglich wäre zwar auch die Vermutung, dass hierin und in den Zahlen für die Schwingungsdauern eine Andeutung für eine geringe Abweichung der Winkelgeschwindigkeiten der Erde in dem früher ausführlich erörterten Sinne erblickt werden könnte. Wahrscheinlicher ist aber jedenfalls die Erklärung durch Beobachtungsfehler.

Abszissen die Umlaufgeschwindigkeiten des Kreisels, die Ordinaten die Ablenkungen aus der Nulllage und zwar mit Unterdrückung des Vorzeichens darstellen. Die Werte von  $\psi$  beob. sind durch kleine Kreise angegeben, während die Werte von  $\psi$  ber. auf der ausgezogenen Linie enthalten sind.

Bei einer letzten Versuchsreihe wurden die Schwungräder abgenommen, so dass nur der Anker des Elektromotors für sich rotierte. • In keiner der beiden Lagen (Nord-Süd und Ost-West) ergab sich dabei eine Ablenkung von messbarer Grösse, obschon wegen der erheblichen Verminderung des von der trifilaren Aufhängung getragenen Gewichts (von 105,7 kg auf 34,7 kg) die Messvorrichtung jetzt viel empfindlicher geworden war. Es war nötig dies festzustellen, um nachzuweisen, dass sich ein merkbarer Einfluss des magnetischen Feldes der Erde auf den Elektromotor bei den Hauptversuchen nicht geltend zu machen vermochte.

Es bleibt mir noch übrig, die Theorie der Präzessionschwingungen aufzustellen, die die Kreiselachse bei konstanter Umlaufgeschwindigkeit um ihre Gleichgewichtslage herum auszuführen vermag. Dabei sehe ich von der Berücksichtigung einer Reihe unerheblicher Nebenumstände ab und beschränke mich überdies auf die Untersuchung von Schwingungen, die klein genug sind, um sie als unendlich klein betrachten zu können.

Bei diesen Schwingungen bewegt sich, wie es schon die Beobachtung lehrt, die Kreiselachse nahezu in einer horizontalen Ebene. Auch die Änderungsgeschwindigkeit des Dralls ist daher mit demselben Grade der Annäherung horizontal und zwar in jeder Stellung senkrecht zur Kreiselachse gerichtet. Nach dem Flächensatze muss also während der Schwingung von den Aufhängedrähten ausser den durch das Gewicht des Kreisels hervorgerufenen Spannungen auch noch ein Kräftepaar von horizontal gerichtetem Momentenvektor auf den Kreisel übertragen werden, der gleich der besprochenen Änderungsgeschwindigkeit des Dralls ist. Dieses Kräftepaar ist weit grösser als das durch die Torsion der trifilaren Aufhängung

bedingte, das früher mit dem Buchstaben  $M$  bezeichnet wurde und dessen Momentenvektor lotrecht gerichtet ist. Es verhält sich nämlich zu  $M$  wie die Winkelgeschwindigkeit der Präzessionsschwingungen in einem gegebenen Augenblicke zur betreffenden Winkelgeschwindigkeitskomponente der Erddrehung. Dieses bei den gegebenen Versuchsbedingungen verhältnismässig grosse und mit der Zeit veränderliche Kräftepaar wird durch die Aufhängedrähte dadurch auf den Kreisel übertragen, dass die einzelnen Drähte verschieden stark gespannt sind. Wegen der Veränderlichkeit der Spannungen erfahren die Aufhängedrähte zugleich elastische Längenänderungen und daraus folgt, dass die Kreiselachse während der Schwingungen ausser der bisher allein in Betracht gezogenen Drehung um eine lotrechte Achse zugleich noch Drehungen um eine zu ihr selbst senkrecht stehende horizontale Achse ausführen muss, die freilich von so geringer Grösse sind, dass man sie nur durch besondere Hilfsmittel nachweisen könnte. So klein diese Drehungen aber auch sind, so wichtig sind sie für den zeitlichen Verlauf der Schwingungen.

Bezeichnet man den sehr kleinen Winkel, um den sich die Kreiselachse gegen ihre Gleichgewichtslage um eine zu ihr senkrecht stehende horizontale Achse zur Zeit  $t$  gedreht hat, mit  $\varrho$ , die Drehung um die lotrechte Achse mit  $\psi$  (wobei aber  $\psi$  jetzt nicht die Drehung aus der Nulllage, sondern die Drehung aus der Gleichgewichtslage des rotierenden Kreisels bedeutet), so kann man auf Grund der vorhergehenden Erwägungen ohne weiteres die Bewegungsgleichungen anschreiben

$$\Theta w \frac{d\varrho}{dt} = + c \psi \quad \text{und} \quad \Theta w \frac{d\psi}{dt} = - K \varrho.$$

Dabei gibt  $\Theta w$  die absolute Grösse des Dralls,  $c$  den schon früher damit bezeichneten Proportionalitätsfaktor an, während  $K$  ein neu eingeführter Proportionalitätsfaktor ist, der den Zusammenhang zwischen der Drehung  $\varrho$  und dem dadurch in den Aufhängedrähten vermöge ihrer Zugelastizität hervorgerufenen Kräftepaare angibt.

Man kann den Wert von  $K$  aus den einzelnen Daten der

triflaren Aufhängung berechnen. Wenn die unteren Befestigungspunkte der Drähte mit dem Schwerpunkte des Kreisels in einer horizontalen Ebene lägen, hätte man einfach

$$K = \frac{EF}{l} \cdot \frac{s^2}{2},$$

wo  $E$  der Elastizitätsmodul des Drahts,  $F$  der Querschnitt eines Drahts (gleich  $0,0177 \text{ cm}^2$ ),  $l$  die Drahtlänge (gleich  $658 \text{ cm}$ ),  $s$  die Entfernung je zweier Drähte voneinander (gleich  $6 \text{ cm}$ ) ist. Dazu kommt aber noch das Produkt aus dem Kreiselmomente und der Höhe der Aufhängepunkte über dem Kreiselschwerpunkte. Die letzte Strecke liess sich mit Rücksicht auf die besondere Befestigungsart der Drähte am Elektromotorgestell nicht mit hinreichender Sicherheit angeben; ausserdem konnte man auch den Wert von  $E$  nicht genau genug. Ich zog daher vor,  $K$  unmittelbar durch einen besonderen Belastungsversuch am ruhenden Kiesel zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurden seitlich Gewichte aufgesetzt und die durch sie verursachten Drehungen  $\varrho$  mit Hilfe einer Spiegelablesung gemessen. Dadurch ergab sich

$$K = 2985 \text{ cmkg.}$$

Für  $c$  war schon früher

$$c = 2,12 \text{ cmkg}$$

gefunden. — Durch Elimination von  $\varrho$  aus den beiden Bewegungsgleichungen erhält man für  $\psi$

$$\Theta^2 \omega^2 \frac{d^2 \psi}{dt^2} = -Kc\psi$$

und derselben Gleichung muss auch  $\varrho$  genügen. Das ist aber die Differential-Gleichung einer einfachen harmonischen Schwingung von der Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \frac{\Theta \omega}{\sqrt{Kc}}.$$

$\Theta$  war früher zu  $26,7 \text{ cmkg sec}^2$  ermittelt. Setzt man, um bestimmte Zahlenwerte zu erhalten,  $\omega = 209,4 \frac{1}{\text{sec}}$ , was 2000 Umläufen in der Minute entspricht, so erhält man

$$T = 442 \text{ sec} = 7' 22''$$

für die Dauer einer „vollen“ Schwingung bei 2000 Umläufen oder auch 5' 31'' bei 1500 Umläufen des Kreisels. Die aus den früher angegebenen Versuchszahlen zu entnehmenden Schwingungsdauern stimmen damit, wenn sie auch unter sich etwas abweichen, im Mittel so gut überein, als man es von einer solchen Annäherungsrechnung, die z. B. schon auf die Dämpfung gar keine Rücksicht genommen hat, nur irgend erwarten kann.

Schliesslich möchte ich noch bemerken, dass ich die hier beschriebenen Versuche nicht als eigentliche Präzisionsversuche bezeichnen kann. Sie sind zwar ohne Zweifel erheblich genauer, als alle früher in der gleichen Absicht unternommenen; dagegen stellen sie noch lange nicht das Äusserste dar, was sich nach dem gleichen Versuchsplane mit weiter verbesserten Hilfsmitteln erreichen liesse. Bei Versuchen, die in der Absicht angestellt würden, die höchstmögliche Genauigkeit der Messung zu erreichen, würde man in erster Linie für die Unverrückbarkeit der oberen Aufhängepunkte der Drähte besser sorgen müssen, als es mir möglich war. Um eine genügende Länge dieser Drähte zu erhalten, musste ich sie durch eine Öffnung in der Decke des Versuchsraumes führen und an der mit dem Dachgebälk zusammenhängenden Decke des darüber liegenden Raumes befestigen. Bei windigem Wetter führt das Dachgebälk kleine Bewegungen aus, die zwar nicht die Gleichgewichtslage, aber den zeitlichen Verlauf der Schwingungen beeinflussen. Auch sonst liesse sich natürlich noch manches verbessern.

Ob ein in dieser Weise noch weiter verfeinerter Versuch mit demselben Ergebnisse abschliessen würde, wie jetzt, oder ob sich damit ein Unterschied zwischen der Winkelgeschwindigkeit der Erde gegenüber irdischen Bewegungsvorgängen und der Winkelgeschwindigkeit gegen den Fixsternhimmel nachweisen liesse, muss dahingestellt bleiben. Für ganz unwahrscheinlich vermag ich ein Ergebnis in der zuletzt genannten Richtung nicht zu halten. Gewisse Andeutungen von einer

Abweichung, weniger hinsichtlich der Grösse, als hinsichtlich der Richtung der Winkelgeschwindigkeit scheinen sich ja aus den mitgeteilten Ziffern immerhin herauslesen zu lassen; sie sind aber zu unbestimmt und liegen zu weit innerhalb der möglichen Fehler, als dass sich darauf ein Urteil stützen liesse. Für das Wahrscheinlichste muss man es daher halten, dass ein Versuch mit weiter verbesserten Hilfsmitteln diese Andeutungen als blosse Beobachtungsfehler nachweisen würde.

#### Nachtrag.

Nach einem Referate in den Beiblättern zu den Ann. der Phys. Bd. 28, S. 295, 1904 ist E. W. Hall (Phys. Rev. S. 179, 1903) auf Grund zahlreicher neuer Versuche zu dem Schlusse gekommen, dass eine geringe Ablenkung fallender Körper nach Süden hin als möglich zugegeben werden müsse. Durch bekannte Ursachen lässt sich eine Ablenkung in dieser Richtung von irgendwie merklichem Betrage nicht erklären; sie wurde daher stets bestritten, obschon sie von älteren Experimentatoren wiederholt gefunden war. Um die Frage endgültig zu entscheiden, hält Hall weitere sorgfältige Versuche für erforderlich. Nimmt man an, dass diese Versuche die südliche Ablenkung bestätigten, so würde damit sofort auch eine Erklärung für die systematischen Abweichungen gefunden sein, die in der vorstehenden Abhandlung zunächst als blosse Beobachtungsfehler angesehen wurden. Denn es ist klar, dass sich jene unbekannt Ursache, die zur südlichen Ablenkung fallender Körper führt, auch im Verhalten des rotierenden Schwungrades geltend machen würde oder mindestens geltend machen könnte. Damit wäre dann auch die Möglichkeit eröffnet, jene unbekannt Ursache mit Hilfe von Kreiselversuchen genauer zu erforschen, als es durch die Beobachtung der Fallbewegung allein geschehen kann. — Ich behalte mir vor, auf diese Frage später noch zurückzukommen.

---