Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXI. Jahrgang 1891.

München.
Verlag der K. Akademie.
1892.

In Commission bei G. Franz.

Ueber die Extinction des Lichtes in der Atmosphäre.

Von H. Seeliger.

(Eingelaufen 7. November.)

Die Extinction des Fixsternlichtes in der Atmosphäre ist in genauerer Weise zuerst von Herrn Seidel[1]) und in neuerer Zeit von Herrn G. Müller[2]) empirisch bestimmt worden. Die Resultate beider Beobachter stimmen ziemlich nahe mit einander überein und man kann bepaupten, dass die von beiden Beobachtern gegebenen Extinctionstabellen in ihrem characteristischen Verlaufe sogar vollständige Aehnlichkeit zeigen.

Aber auch mit der Theorie stimmen diese Tabellen bis zu sehr grossen Zenithdistanzen überein, wie im folgendem erwähnt wird und wie auch ganz neuerdings Herr G. Müller gezeigt hat. Diese letztere Arbeit des Herrn Müller ist mir indessen erst nach Abschluss meiner Rechnungen bekannt geworden, was ich deshalb erwähne, weil ich die von mir abgeleiteten Differenzen zwischen Theorie und Beobachtung anführen und benutzen werde und nicht die a. a. O. gegebenen.

Was die Theorie der Extinction betrifft, so kann die von Lambert aufgestellte ganz ausser der Betrachtung bleiben;

1) Abhandlungen der kgl. bayer. Akademie, Band VI, 3. Abtheilung, 1852.

2) Publicationen des Potsdamer Observatoriums, Band III, 1883 und Band VIII, 1891.

denn dieselbe ist nichts weiter als eine Interpolationsformel, welche mehr zu bestimmende Parameter enthält, als nothwendig sind. Dagegen besitzen die von Laplace[1]) abgeleiteten Formeln einen hohen Grad der Allgemeinheit. Um hierüber keinen Zweifel zu lassen, werde ich dieselben in Artikel 1 des folgenden Aufsatzes in etwas allgemeinerer Weise ableiten, als von Laplace geschehen ist. Dagegen sind in neuester Zeit besonders von Herrn Langley[2]) beachtenswerthe Einwendungen gegen die Voraussetzungen, auf welchen diese Extinctionstheorie gegründet ist, erhoben worden. Obwohl schon auch von anderer Seite bemerkt worden ist, dass diese Einwände in practischer Beziehung nicht so folgenschwer sein können, als Herr Langley vermuthet hat, so schien es mir doch nicht ganz unnütz, auf diesen Gegenstand noch einmal zurückzukommen. Dies soll in Artikel 2 geschehen. Schliesslich soll in Artikel 3 die Extinction in der Sonnenatmosphäre betrachtet werden. Die vorliegenden Beobachtungen lassen allerdings nur ziemlich unsichere Schlüsse zu. Es scheinen aber durch sie merkwürdige und von vornherein nicht zu erwartende Andeutungen über gewisse Eigenschaften der Sonnenatmosphäre gegeben zu sein, die kurz besprochen zu werden verdienen.

1.

Bezeichnet μ den Brechungsexponenten der in kugelförmigen Dichtigkeitsschichten angeordneten Atmosphäre in der Entfernung r vom Centrum, μ_0 denselben für die Oberfläche der Erde, deren Radius a sei, ferner $\delta\zeta$ das Element der Refraction im Sinne: scheinbare Zenithdistanz weniger wahre, i den Winkel zwischen der nach Aussen gerichteten Tangente an die Refractionscurve und r, z die scheinbare

---

1) Mécanique céleste, Band IV.

2) American Journal of Science 1884. Vol. 28.

Zenithdistanz des Fixsterns, ds ein Längenelement der Refractionscurve, so ist bekanntlich:

$$\left.\begin{aligned} \mu\, r \sin i &= \mu_0\, a \sin z \\ ds &= \frac{dr}{\cos i} \\ d\zeta &= \frac{-d\mu \operatorname{tg} i}{\mu} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Setzt man noch, wie üblich

$$\mu^2 - 1 = c\,\varrho$$

wo c eine Constante und ϱ die Dichtigkeit der Luft ist, so hat man

$$d\zeta = -\frac{c}{2\mu^2} \operatorname{tg} i\, d\varrho$$

Der Absorptionscoefficient wird zufolge sehr plausibler Annahmen der Luftmasse proportional gesetzt, welche der Lichtstrahl trifft.

Demzufolge hat man für die Intensität des beobachteten Sternlichtes J die Gleichung

$$\frac{dJ}{J} = -Q\,\varrho\, ds$$

was man mit Hilfe von (1) so schreiben kann:

$$\frac{dJ}{J} = \frac{2\,Q\,\mu^3}{c\,\mu_0\, a \sin z}\, \varrho\, \frac{d\zeta}{d\varrho}\, r\, dr \qquad (2)$$

Nach der Bessel'schen Refractionstheorie, welche die beobachteten Erscheinungen im Allgemeinen gut darstellt und welche deshalb hier angenommen werden soll, ist

$$\varrho = \varrho_0\, e^{-\beta \frac{r-a}{r}}$$

wo ϱ_0 die Dichtigkeit der Luft an der Erdoberfläche und β eine empirisch bestimmte Constante ist. Hieraus folgt

$$\varrho \frac{d r}{d \varrho} = - \frac{r^2}{\beta a}$$

und hierdurch wird (2):

$$\frac{d J}{J} = - \frac{2 Q a}{c \mu_0 \beta} \left(\frac{\mu r}{a}\right)^3 \frac{d \zeta}{\sin z}$$

Der Factor $\left(\frac{\mu r}{a}\right)^3$ weicht nur dort von 1 merklich ab, wo $d\zeta$ sehr klein ist; aus diesem Grunde wird man ihn, wie dies in ähnlicher Weise bei der Entwicklung der meisten Refractionstheorien geschieht, fortlassen können. Es wird demnach, wenn H eine Constante bedeutet:

$$\frac{d J}{J} = - \frac{H}{\sin z} \cdot d \zeta$$

und integrirt

$$\log J = C - \frac{H}{\sin z} \cdot \zeta \tag{3}$$

Die gewöhnlichen Refractionstafeln geben die Refraction ζ in der Form

$$\zeta = \alpha \operatorname{tg} z$$

wo α mit z selbst veränderlich ist. Bezeichnet man nun mit J_1 die Lichtintensität des Sternes, wenn derselbe im Zenith stände, und mit J_0 die Intensität des ungeschwächten Sternlichtes, so ergiebt sich aus (3)

$$\left.\begin{aligned} \log \frac{J}{J_1} &= - H \frac{\alpha - \alpha_0 \cos z}{\cos z} \\ \log \frac{J_1}{J_0} &= - H \alpha_0 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Dies sind die bekannten von Laplace gegebenen Gleichungen.

Unter der Correction wegen Extinction $\log \varphi$ versteht man die Grösse, welche zu den beobachteten Helligkeitslogarithmen zu addiren ist, um auf das Zenith zu reduciren.

Ich habe nun aus der a. a. O gegebenen Extinctionstabelle des Herrn G. Müller die Werthe von log φ in passend vertheilten Intervallen herausgenommen und diese Werthe durch die Formeln (4) nach der M. d. kl. Q dargestellt. Die Müller'schen Werthe sind mit M, die aus der Formel folgenden mit L bezeichnet.

z_{app}	M	L	M — L	x
0°	0	0	0	1.0
20	0.004	0.005	— 1	1.1
40	0.024	0.023	+ 1	1.3
50	0.048	0.043	+ 5	1.6
60	0.092	0.077	+ 15	2.0
70	0.180	0.146	+ 34	2.9
75	0.261	0.216	+ 45	3.8
80	0.394	0.352	+ 42	5.6
81	0.432	0.395	+ 37	6.1
82	0.477	0.448	+ 29	6.8
83	0.533	0.515	+ 18	7.7
84	0.607	0.599	+ 8	8.8
85	0.707	0.707	— 0	10.2
86	0.846	0.859	— 13	12.1
87	1.045	1.066	— 21	14.8
87.5	1.176	1.208	— 32	16.7

Die Constante H ergab sich aus

$$\log (H \alpha_0) = 8.8874 - 10$$

daher

$$\frac{J_1}{J_0} = 0.837$$

Die Darstellung der Beobachtungen ist eine recht befriedigende. Indessen sind die Differenzen doch von systematischem Character, dem wir um so grösseres Gewicht zusprechen werden, als auch die Seidel'schen Beobachtungen, die mit einem ganz anderen Instrumente ausgeführt sind, Abweichungen von der Theorie in demselben Sinne geben. Wegen des Folgenden fassen wir das Resultat der Vergleichung der Beobachtungen mit der als richtig vorausgesetzten Theorie so zusammen. Die beobachteten Helligkeiten stimmen bei 0° und 85° Grad Zenithdistanz völlig mit den berechneten überein. Dazwischen sind die ersteren etwas kleiner, darüber hinaus sind dieselben etwas grösser.

2.

Herr Langley hat zuerst darauf aufmerksam gemacht, dass die obige Absorptionsformel strenge genommen nur für einfarbiges Licht giltig ist. Nennt man die wirkliche, also beobachtete Intensität des Lichtes eines Sternes J_B, so muss gesetzt werden

$$J_B = B_1 c_1^\gamma + B_2 c_2^\gamma + \cdots + B_n c_n^\gamma \qquad (1)$$

wo die einzelnen c die Transmissionscoefficienten der verschiedenen Theile des Spectrums sind und die B die Antheile der einzelnen Farben an der Gesammtintensität darstellen; γ giebt die Dicke der Luftschicht, auf welche sich J_B bezieht, hängt also in einfacher Weise von der Zenithdistanz ab. Die im obigen auseinandergesetzte Extinctionstheorie nimmt dagegen auch im Allgemeinen, wie bei einfarbigem Lichte, an

$$J_R = C A^\gamma \qquad (2)$$

Man kann sich nun die Berechnung der 2 willkürlichen Constanten C und A in letzterer Formel so ausgeführt denken, dass für 2 Zenithdistanzen, also für 2 verschiedene Werthe von γ, $J_B = J_R$ gemacht worden ist. Es fragt sich dann, wie die Differenz $\log J_B - \log J_R$, als Function der Zenithdistanz z dargestellt, verläuft. Die beiden Werthe für γ, für welche J_B und J_R übereinstimmen, seien γ_0 und γ_1. Dann ist also

$$C A^{\gamma_0} = B_1 c_1^{\gamma_0} + \cdots + B_n c_n^{\gamma_0}$$

$$C A^{\gamma_1} = B_1 c_1^{\gamma_1} + \cdots + B_n c_n^{\gamma_1}$$

Setzt man noch

$$\gamma_1 = m \gamma_0, \text{ wo } m > 1$$

$$c_1^{\gamma_0} = b_1 \; ; \; c_2^{\gamma_0} = b_2 \cdots c_n^{\gamma_0} = b_n$$

und allgemein

$$\gamma = x \gamma_0$$

so findet man leicht

$$J_B(x) = B_1 b_1^x + B_2 b_2^x + \cdots B_n b_n^x$$

$$J_R(x) = (B_1 b_1 + \cdots + B_n b_n) \cdot \left(\frac{B_1 b_1 + \cdots + B_n b_n}{B_1 b_1^m + \cdots + B_n b_n^m}\right)^{\frac{1-x}{m-1}}$$

$$C A^{\gamma_0} = J_B(1)$$

$$C^{m-1} = \frac{(J_B(1))^m}{J_B(m)}$$

und demzufolge (3)

$$Z_m(x) = \left(\frac{J_B(x)}{J_R(x)}\right)^{m-1} = \frac{(B_1 b_1^x + \cdots)^{m-1} (B_1 b_1 + \cdots + B_n b_n)^{x-m}}{(B_1 b_1^m + \cdots + B_n b_n^m)^{x-1}}$$

Hieraus lässt sich für ganze m sehr leicht, wie bereits Herr Langley gezeigt hat und für beliebige m auf etwas complicirtere Weise zeigen, dass jederzeit $Z_m(0) > 1$ also $J_B > J_R$ für $\gamma = 0$ ist. Es folgt hieraus, dass die gewöhnliche Extinctionstheorie die Schwächung des Sternlichtes im Zenith zu klein giebt und hieraus hat Herr Langley geschlossen, dass der aus der Extrapolation der gewöhnlichen Extinctionstheorie hervorgehende Werth $\frac{J_1}{J_0}$ um einen sehr beträchtlichen Procentsatz verkleinert werden müsse, und zwar wollte er es wahrscheinlich machen, dass der richtige Werth der oben mit $\frac{J_1}{J_0}$ bezeichneten Grösse möglicherweise in der Nähe von 0.6 liegen könnte. Es soll hier, wie schon erwähnt, diese Frage etwas eingehender erörtert werden.

Der Verlauf der Function $Z(x)$ lässt sich in den Hauptzügen leicht übersehen. Man hat zunächst

$$\frac{d^2 \log Z}{d x^2} =$$

$$(m-1) \left\{ \frac{[B_1 b_1^x (\log b_1)^2 + \cdots + B_n b_n^x (\log b_n)^2]\ [B_1 b_1^x + \cdots + B_n b_n^x] - [B_1 b_1^x \log b_1 + \cdots + B_n b_n^x \log b_n]^2}{(B_1 b_1^x + \cdots + B_n b_n^x)^2} \right.$$

Der Zähler des Bruches lässt sich aber schreiben

$$B_1 B_2 b_1^x b_2^x (\log b_1 - \log b_2)^2 + B_1 B_3 b_1^x b_3^x (\log b_1 - \log b_3)^2 + \cdots\cdots$$

und dies ist stets eine positive Grösse. Es folgt also, weil $m > 1$ ist, dass stets

$$\frac{d^2 \log Z(x)}{dx^2}$$

positiv sein wird. Die Curve $\log Z(x) = y$ hat demnach nirgends einen Wendepunkt und ist concav nach oben gekrümmt. Die Curve schneidet die Abscissenaxe ($y = 0$) in den Puncten $x = 1$ und $x = m$. Für Werthe $0 < x < 1$ liegt sie, wie man leicht sehen kann, oberhalb, zwischen $x = 1$ und $x = m$ unterhalb und für $x > m$ wiederum oberhalb der Abscissenaxe.

Nach den Bezeichnungen in der Tabelle des vorigen Artikels ist

$$M - L = \log \frac{J_R}{J_B} = -\frac{1}{m-1} \log Z$$

Man sieht demnach, dass die Differenzen $M-L$ ihrem Vorzeichen nach fast ganz so verlaufen, wie es die Function $\log Z$ erfordert und dies würde, abgesehen von andern Einflüssen, die vorderhand unerörtert bleiben mögen, darauf hindeuten, dass die Extinctionstheorie in der That in merkbarer Weise durch den Einwand Herrn Langley's getroffen wird. In der genannten Tabelle wird $\log Z(x) = 0$ für $z = 0$ und $z = 85^0$, was den Werthen $x = 1$ und $x = 10.2$ entspricht. Es sind übrigens zur besseren Uebersicht in der genannten Tabelle gleich die den verschiedenen z entsprechenden Werthe von x mit aufgeführt worden.

Man kann nun auch den Transmissionscoefficienten der Luft im Zenith $\alpha = A^{\gamma_0}$ aus jeder einem beliebigen x zugehörenden Lichtintensität berechnen. Diese Werthe von α werden unter einander nicht übereinstimmen. Denn es ist

$$\alpha = \left(\frac{B_1\, b_1^x + \cdots + B_n\, b_n^x}{B_1\, b_1 + \cdots + B_n\, b_n}\right)^{\frac{1}{x-1}}$$

was man mit Hülfe von (3) auch schreiben kann:

$$\alpha = \left(\frac{J_B(x)}{J_R(x)}\right)^{\frac{1}{x-1}} \cdot \left(\frac{B_1\, b_1^m + \cdots + B_n\, b_n^m}{B_1\, b_1 + \cdots + B_n\, b_n}\right)^{\frac{1}{m-1}}$$

oder auch

$$\log \alpha = \frac{J_B(x) - \log J_R(x)}{x-1} + \frac{\log J_B(m) - \log J_B(1)}{m-1}$$

Nach den Müller'schen Beobachtungen der obigen Tabelle ist

$$m = 10.2\,;\ \log J_B(m) - \log J_B(1) = -\,0.707$$

d. h.

$$\log \alpha = \frac{\log J_B(x) - \log J_R(x)}{x-1} - 0.0768 \qquad (4)$$

Es folgt hieraus, was eigentlich von vornherein selbstverständlich war, dass $\log \alpha$ für $x = 1$ und $x = m$ denselben Werth erhält, ferner dass für dazwischenliegende Werthe $\log\, \alpha$ kleiner ist. Indessen werden durch die Division mit $x - 1$ die Abweichungen in $\log\, \varphi$ zwischen Beobachtung und Rechnung wesentlich verkleinert. Man kann sofort aus den Zahlen der obigen Tabelle die verschiedenen Werthe, welche für $\log\, \alpha$ hervorgehen, angeben und da diese nur wenig von einander abweichen, so wird man, im Gegensatze zu einer von anderer Seite geäusserten Behauptung, in der Uebereinstimmung der einzelnen α nur einen sehr wenig entscheidenden Gegenbeweis gegen die Berechtigung der Langley'schen Einwände erblicken.

Auf andere Weise kann man aber zeigen, dass aus den vorhandenen Abweichungen der beobachteten und berechneten Helligkeitslogarithmen, insofern diese nur durch eine im obigen Sinne fehlerhafte Extinctionstheorie entstanden sind, ein Schluss unter gewissen Annahmen auf die Abweichung $\log J_B(0) - \log J_R(0)$ gestattet ist, was im Allgemeinen allerdings einer Extrapolation gleichkommt. Hierbei sollen die von Herrn Langley mit dem Bolometer gefundenen Transmissionscoefficienten zu Grunde gelegt werden.

Mit Hülfe von (3) ergiebt sich sofort der Ausdruck

$$\left\{Z(x)\cdot Z(0)\right\}^{\frac{1}{m-1}} =$$
$$\frac{(B_1 b_1^x + \cdots + B_n b_n^x)(B_1 + \cdots + B_n)}{(B_1 b_1 + \cdots + B_n b_n)^2}\left(\frac{B_1 b_1 + \cdots + B_n b_n}{B_1 b_1^m + \cdots + B_n b_n^m}\right)^{\frac{x-2}{m-1}}$$

Besonders einfach wird dieser Ausdruck für $x = 2$, nämlich:

$$\left\{Z(0)\cdot Z(2)\right\}^{\frac{1}{m-1}} = \frac{(B_1 + \cdots + B_n)\ (B_1 b_1^2 + \cdots + B_n b_n^2)}{(B_1 b_1 + \cdots + B_n b_n)^2}$$

$$= 1 + \frac{B_1 B_2 (b_1 - b_2)^2 + B_1 B_3 (b_1 - b_3)^2 + \cdots}{(B_1 b_1 + \cdots + B_n b_u)^2}$$

Es soll nun ein Maximalwerth des zweiten Gliedes rechts (I) aufgestellt werden. Nennt man β den grössten Werth, den

$$\frac{b_1 b_2}{2}\left(\frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_2}\right)^2$$

erreichen kann, so ist jedenfalls (I) kleiner als

$$\beta \cdot \frac{2 B_1 B_2 b_1 b_2 + 2 B_1 B_3 b_1 b_3 + \cdots}{(B_1 b_1 + \cdots + B_n b_n)^2}$$

und da der zweite Factor wiederum viel kleiner als 1 ist, jedenfalls

$$\left\{Z(0) \cdot Z(2)\right\}^{\frac{1}{m-1}} < 1 + \beta$$

Die Transmissionscoefficienten b der nicht ganz lichtschwachen Regionen im Sonnenspectrum bewegen sich, wenn man von selectiven Absorptionswirkungen absieht, innerhalb der Grenzen $b = 0.64$ und $b = 0.80$. Man findet hiernach für den Maximalwerth β:

$$\beta < 0.03125$$

und hieraus

$$\frac{J_B(0)}{J_R(0)} \cdot \frac{J_B(2)}{J_R(2)} < 1.03125$$

Nach der obigen Tabelle ist

$$\log \frac{J_B(2)}{J_R(2)} = -0.015$$

woraus man findet

$$\frac{J_B(0)}{J_R(0)} < 1.07$$

Danach ergiebt sich der Transmissionscoefficient des Lichts um weit weniger zu klein als um etwa 7%.

In Wirklichkeit aber sind alle diese Rechnungen auf Hypothesen begründet, die bei der optischen Photometrie gar nicht zulässig sind. Die physiologischen Wirkungen der einzelnen Farben in einem gewöhnlichen Spectrum concentriren sich ausserordentlich im Gelb und hier ist es nur eine schmale Zone, die an Wirkung auf das Auge alle andern Farben so ausserordentlich übertrifft, dass man z. B. beim Sonnenlicht fast nur sie allein zu berücksichtigen nöthig hat. Bei auffallend gefärbten Sternen mag die Sache sich anders verhalten; bei der überwiegenden Anzahl der Sterne aber sehr wahrscheinlich nicht. Man kann für das Sonnenspectrum die betreffende Rechnung ausführen, wenn man die B proportional den relativen physiologischen Intensitäten der einzelnen Spectralfarben setzt und für die b die von

Herrn Langley selbst angegebenen Werthe, welche sich zwischen 0.6 und 0.8 bewegen, einsetzt. Dann ergiebt sich für $\frac{J_B(0)}{J_R(0)}$ der von 1 minimal verschiedene Betrag von etwa 1.01. Eine solche Rechnung ist freilich insofern eine hypothetische, weil, soviel ich weiss, nicht bekannt ist, ob sich bei der Mischung von Farben die Intensitäten nach diesem Grundsatze zusammensetzen. Um indessen auch für andere und zwar wesentlich verschiedene Annahmen einen Ueberblick über den Verlauf der Funktion Z zu gewinnen, habe ich noch einige Rechnungen angestellt, die hier kurz angeführt werden mögen.

Trägt man die einzelnen b, wie sie z. B. Herr Langley gefunden hat, als Function der Wellenlänge λ auf, so erhält man eine sehr schwach gekrümmte Curve. Es ist deshalb erlaubt, bei Ueberschlagsrechnungen für diese Curve eine gerade Linie zu setzen und anzunehmen

$$d\,b = a\,d\,\lambda.$$

Nimmt man noch einen stetigen Verlauf der Absorption innerhalb des Spectrums an, sieht also von dem Einflusse der dunklen Linien ab, und setzt alle $B = 1$, was also eine gleiche physiologische Helligkeit aller Farben voraussetzt, so ist

$$\frac{\Sigma B b^x}{n} = \frac{1}{a(\lambda_1 - \lambda_0)} \cdot \frac{b_1^{x+1} - b_0^{x+1}}{x+1}$$

worin λ_0 und λ_1 die Wellenlängen für die Grenzen des sichtbaren Spectrums und b_0 und b_1 die diesen entsprechenden Transmissionscoefficienten bedeuten. Die Formel (3) giebt dann

$$\frac{J_B(x)}{J_R(x)} = \frac{2}{x+1} \cdot \frac{b_1^{x+1} - b_0^{x+1}}{b_1^2 - b_0^2} \cdot \left\{ \frac{m+1}{2} \, \frac{b_1^2 - b_0^2}{b_1^{m+1} - b_0^{m+1}} \right\}^{\frac{x-1}{m-1}}$$

oder wenn

$$\frac{b_0}{b_1} = y$$

gesetzt wird:

$$\frac{J_B(x)}{J_R(x)} = \frac{2}{x+1} \cdot \frac{1-y^{x+1}}{1-y^2} \cdot \left\{ \frac{m+1}{2} \cdot \frac{1-y^2}{1-y^{m+1}} \right\}^{\frac{x-1}{m-1}}$$

Als numerisches Beispiel möge den Langley'schen Werthen von b für die Wellenlängen 0.666 und 0.430 ungefähr entsprechend $\log y = 9.8920 - 10$ und der obigen Darstellung der Müller'schen Beobachtungen zufolge $m = 10.16$ gesetzt werden. Dann ergiebt sich

$$X = \log J_B(x) - \log J_R(x) = 0.7079 + \log\left(\frac{1-y^{x+1}}{1+x}\right) + (x-1)\,[0.04014]$$

und hiermit für die linke Seite dieser Gleichung

x	X	M—L
0	+0.011	
1	0	0
2	−0.008	−0.015
3	−0.014	−0.037
4	−0.018	−0.047
5	−0.020	−0.046
6	−0.020	−0.038
8	−0.014	−0.014
10	−0.001	0
12	+0.018	+0.013
14	+0.043	+0.022
16	+0.073	+0.030
18	+0.108	—

Eine grosse Aehnlichkeit des Verlaufes von X mit dem der aus einer graphischen Darstellung der M—L entnommenen Werthe ist nicht zu leugnen. Wenn man auch diesem ziemlich willkürlich gewählten Beispiele keine grosse Wichtigkeit zuertheilen kann, so scheint doch auch diese Annahme dafür zu sprechen, dass ein Theil der Differenzen M—L in der

That durch den von Herrn Langley erhobenen Einwand zu erklären ist. Wichtiger aber erscheint der Umstand, dass auch hier bei $x = 0$ der Werth von X sehr klein und gar nicht von Belang ist. Der extrapolirte Werth für $x = 0$ ist, wie die Zahlen zeigen, viel geringer als die Abweichungen zwischen $x = 1$ und $x = 10$ und völlig verschwindend gegen die Werthe für sehr grosse x. Es ist ja von vornherein klar, dass bei sehr kleinen Höhen die Extinctionstheorie, auf nicht monochromatisches Licht angewandt, grössere Fehler zeigen muss.

Wie in dem angeführten Beispiele ein besserer Anschluss an die Beobachtungen erreichbar war, als sich thatsächlich für die Beobachtungen des Herrn Müller ergeben hat, so kommt man bei der Annahme $y = 0$ zu ganz enormen Abweichungen. Für diesen Fall hat man

$$X = \log J_B(x) - \log J_R(x)$$
$$= 0.3010 - \log(1 + x) + (x - 1) \cdot [0.0823]$$

indem m rund zu 10 angenommen wird.

x	X
0	+ 0.219
1	0
2	− 0.094
3	− 0.137
4	− 0.151
5	− 0.148
6	− 0.133
7	− 0.109
8	− 0.077
9	− 0.041
10	0

Bemerkenswerth erscheint aber, dass selbst hier der Werth von X für $x = 0$ einzelne Werthe zwischen $x = 1$ und $x = 10$ nicht so bedeutend übersteigt, dass sich die Grösse des extrapolirten Werthes für $x = 0$ nicht sofort in den Abweichungen zwischen Beobachtung und Theorie verrathen müsste.

Schliesslich habe ich noch das Beispiel zu besprechen, welches Herr Langley selbst zum Beweise der Berechtigung seiner Einwürfe und namentlich zur Klarlegung des Umstandes, dass der Transmissionscoefficient A^{γ_0} der Luft durch die gewöhnlichen Extinctionsbeobachtungen viel zu gross gefunden wird, angeführt hat. Es muss nun in der That zugegeben werden, dass dieses Beispiel ausserordentlich günstig gewählt ist, indem es gerade für die Argumente x zwischen 0 und 1 verhältnissmässig sehr grosse Werthe für $\log J_B - \log J_R$ liefert. Trotzdem liefert aber auch dieses Beispiel, ganz abgesehen davon, dass es eben nur ein Beispiel ist, das den thatsächlichen Verhältnissen keineswegs zu entsprechen braucht, Zahlen, die sich mit den vorhandenen Darstellungen, so vornehmlich denen des Herrn G. Müller keineswegs vereinigen lassen.

Herr Langley nimmt an, dass unter je 10 Lichtstrahlen des sichtbaren Spectrums je 1 Strahl mit den Transmissionscoefficienten $b = 0.01$, 0.1, 0.2, 0.6, 0.9, 1.0, und je 2 Strahlen mit den Werthen $b = 0.7$ und $b = 0.9$ vorkommen. Mit dieser Zusammensetzung habe ich nun wieder für verschiedene Werthe von x die zugehörigen Werthe von $X = \log J_B(x) - \log J_R(x)$, wie die folgenden Zahlen angeben, berechnet:

x	X	M — L
0	+ 0.173	—
1	0	0
2	— 0.048	— 0.015
3	— 0.071	— 0.037
4	— 0.082	— 0.047
5	— 0.083	— 0.046
6	— 0.071	— 0.038
8	— 0.047	— 0.014
10	0	0
12	+ 0.062	+ 0.013
14	+ 0.132	+ 0.022
16	+ 0.211	+ 0.030

Die Differenzen $M-L$ sind hier so angesetzt, wie sie sich aus einer graphischen Darstellung der in der ursprünglichen Tabelle enthaltenen Differenzen ergaben und mögen vielleicht in der letzten Stelle nicht ganz sicher sein. Was nun die Grössen X betrifft, so zeigen dieselben in der That die Eigenschaft, dass sie für $x=0$ bis 1 wesentlich positiv sind und zwischen $x=1$ bis $x=10$ negativ bleiben und zwar zu nicht sehr bedeutender Höhe anwachsen. Aber schon die letzteren Differenzen dürften sich kaum mit den Beobachtungen vereinigen lassen, wie die Vergleichung mit den Zahlen $M-L$ beweist. Für grosse Zenithdistanzen ($m > 10$) ist vollends die Abweichung so enorm, dass man sagen muss, das Langley'sche Beispiel entspricht auch nicht entfernt den durch die Beobachtungen angezeigten Verhältnissen. Man wird schon hieraus vermuthen, dass es auch zwischen $x=0$ und $x=1$ sich nicht bestätigen wird. Es kann dies natürlich nur durch Beobachtungen auf hohen Bergen untersucht werden und in der That sprechen die von Herrn Müller auf dem Säntis angestellten Beobachtungen keineswegs dafür, dass die Einwendungen des Herrn Langley eine solche practische Bedeutung haben, wie derselbe meinte.

Man wird nach alledem behaupten dürfen, dass für die Photometrie, welche die Stärke des Lichtes nach seinen physiologischen Wirkungen misst, die Einwände des Herrn Langley, trotz ihrer prinzipiellen Richtigkeit und Wichtigkeit, von keiner grossen Bedeutung sind. Andeutungen der erwähnten Einwirkungen zeigen sich, wie in dem Früheren auseinandergesetzt worden, in unzweifelhafter Weise. Dass dieselben aber nur in sehr verkleinertem Maassstabe eintreten können, wird nach den obigen Bemerkungen erklärlich erscheinen. Jedoch wurde hierbei stets von der selectiven Absorption abgesehen. Diese kann in den obigen Formeln dadurch zum Ausdruck gebracht werden, dass man eine ihrer Stärke entsprechende Anzahl von Strahlen mit sehr kleinen b annimmt. Innerhalb der Werthe der x von 1 bis nahe dem Horizonte ist aber, wie die Vergleichung mit den Beobachtungen ergeben hat, hiervon nur wenig zu merken. Es folgt hieraus natürlich noch nicht, dass dies auch zwischen $x = 0$ und $x = 1$ sich so verhält, denn es könnten viele Strahlen mit so kleinen b vorkommen, dass ihre Intensitäten schon für $x = 1$ fast völlig unmerklich geworden sind. Dass diese Annahme aber besonders wahrscheinlich wäre, kann wohl kaum behauptet werden, und auch die Beobachtungen auf hochgelegenen Stationen haben dies kaum oder wenigstens nur in sehr geringem Grade bestätigt.

Noch auf einen Punkt muss hingewiesen werden, in welchem sich die optisch-physiologische Photometrie wesentlich unterscheidet von andern Methoden, aus den Wirkungen des Lichtes auf dessen Intensität zu schliessen. Es ist seit Purkinje bekannt, dass die relative physiologische Wirkung verschiedenfarbigen Lichtes von der Intensität abhängt und dass bei abnehmender Intensität die brechbareren Theile des Spectrums gegenüber den rothen grössere Wirkungen erzielen. Es würde daraus folgen, dass röthliches Fixsternlicht, wenn es, wie üblich, mit einer in Bezug auf Farbe unveränderlichen Lichtquelle verglichen wird, bei der Annäherung an den Horizont etwas mehr geschwächt wird, als die strenge Absorptionstheorie verlangt und für blaues Licht würde sich die Sachlage umkehren. Eine Wirkung in demselben Sinne ergiebt sich, wenn man die grösseren dem rothen Theil des Spectrums zugehörigen b verkleinert gegenüber den kleineren dem blauen Theil angehörenden, oder was dasselbe ist, wenn man das Intervall, innerhalb dessen sich die b bewegen, verengt. Zu einer zahlenmässigen Verfolgung dieses Gegenstandes fehlen aber vorläufig fast alle Daten. Vor allem darf man hierbei nicht vergessen, dass es keineswegs feststeht, wie die erwähnten Einwirkungen sich bei Mischfarben gestalten und selbst wenn man hierüber im Klaren wäre, wäre es nothwendig, die Lichtvertheilung innerhalb der Spectra der beobachteten Sterne zu untersuchen und in Rechnung zu ziehen. Jedenfalls ergiebt sich, dass das Resultat der Extinctionsbeobachtungen in verwickelter Weise von vielen Umständen abhängt. Dass die Färbung der Sterne von Einfluss auf dieses Resultat ist, haben ebenfalls die Beobachtungen des Herrn G. Müller deutlich gemacht.

3.

Es ist jedenfalls eine interessante Aufgabe, zu versuchen, ob die Laplace'sche Extinctionstheorie auch noch auf einen von der Erde so sehr verschiedenen Körper, wie die Sonne, anwendbar bleibt.

Denkt man sich die Sonne als einen glühenden Körper, so wird dieselbe sich, wenn anders die für solche Körper geltenden photometrischen Grundgesetze Geltung behalten, als gleichförmig helle Kreisscheibe darstellen. Es war schon Bouguer bekannt, dass dies nicht der Fall ist, vielmehr die Helligkeit vom Mittelpunkt nach dem Rande merklich abnimmt. Hieraus hat Laplace[1]) auf das Vorhandensein einer absorbirenden Sonnenatmosphäre geschlossen. Seine den Gegenstand betreffenden Rechnungen gehen aber von einem seither als unrichtig erkannten Gesetz über die Helligkeit selbstleuchtender Kugeln aus.

Genauere Beobachtungen über die Helligkeitsvertheilung auf der Sonnenscheibe sind in neuester Zeit von Herrn H. C. Vogel[2]) ausgeführt worden und zwar mit einem Spectralphotometer. Herr Vogel hat seine Messungen auch nach der Laplace'schen Theorie (nach Verbesserung des

---

1) Mécanique céleste, Band IV.

2) Monatsbericht der Akademie der Wissenschaften in Berlin, 1877, S. 107 ff.

erwähnten Fehlers) bearbeitet, ist aber zum Theil aus dem Grunde, weil nicht die Helligkeitslogarithmen der Rechnung zu Grunde gelegt worden sind, zu einem nicht sehr befriedigenden Resultat gelangt. Dagegen fand er eine fast vollständige Uebereinstimmung mit der Theorie, wenn die in verschiedenen Farben gemessenen Helligkeiten mit verschieden grossen Sonnendurchmessern berechnet werden. Dass dieses Resultat zu einem näheren Eingehen auffordert, wird wohl kaum bezweifelt werden können.

Nennt man die Helligkeit in der Mitte der Sonnenscheibe J_0 und in der scheinbaren Entfernung ϱ vom Mittelpunkte (Sonnenradius = 1 gesetzt) J, ferner z die Zenithdistanz, unter welcher von einem Elemente der Sonnenoberfläche ein Strahl ausgehen muss, um in's Auge zu gelangen und ζ die Refraction, welche dieser Strahl in der als dunkel und das Licht absorbirend angesehenen Sonnenatmosphäre erfährt, so ist nach der obigen Extinctionsformel

$$\log \frac{J}{J_0} = -\nu_1 \left\{ \frac{\zeta}{\sin z} - \left(\frac{\zeta}{\sin z} \right)_0 \right\}$$

Nimmt man nun noch vorderhand an, und diese Annahme hat L a p l a c e ausschliesslich verfolgt, dass die Refraction dem Gesetze

$$\zeta = \alpha \operatorname{tg} z$$

folgt, wo α c o n s t a n t für alle z ist, so wird

$$\log \frac{J}{J_0} = -\nu \frac{1 - \cos z}{\cos z} \tag{1}$$

Bezeichnet aber μ_0 den Brechungsexponenten der Sonnenatmosphäre an der Oberfläche, so hat man zufolge der Bemerkungen in der vor diesem Aufsatze abgedruckten Notiz[1])

$$\sin z = \frac{\varrho}{\mu_0} \tag{2}$$

Auf die eigentliche Bedeutung der Verbindung der Gleichungen (1) und (2) soll später eingegangen werden.

---

1) Notiz über die Strahlenbrechung in der Atmosphäre.

Ich habe nun die Beobachtungen des Herrn Vogel zunächst mit dem Werthe $\mu_0 = 1$ nach Formel (1) reducirt und die besten Werthe von ν im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate, angewandt auf die Helligkeitslogarithmen, für jede Farbe abgeleitet. Man findet alles in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Es sind unter B die beobachteten und unter R die berechneten J (Numeri) gegeben. Ich habe hierbei nur einen Auszug aus den Vogel'schen Tabellen benutzt und die Ausgleichung bezieht sich auf die Helligkeiten für $\varrho = 0.0, 0.1, 0.2 \cdots 0.9$. Die Werthe für $\varrho = 0.95$ sind nur zur Vergleichung angesetzt, denn es war doch von vornherein nicht zu erwarten, so nahe am Rande noch mit der Formel (1) auszureichen. Die Wellenlänge der Farbe, in welcher die Messung ausgeführt worden, ist in 0.001 *mm* angesetzt.

	Violett		Dunkelblau		Blau		Grün		Gelb		Roth	
	$\lambda = 0.409$		$\lambda = 0.443$		$\lambda = 0.470$		$\lambda = 0.513$		$\lambda = 0.579$		$\lambda = 0.662$	
ϱ	B	R	B	R	B	R	B	R	B	R	B	R
0.0	10.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.1	99.6	99.7	99.7	99.6	99.7	99.8	99.7	99.8	99.8	99.8	99.9	99.9
0.2	98.5	98.7	98.7	98.9	98.8	99.1	98.7	99.0	99.2	98.2	99.5	99.5
0.3	96.3	97.1	96.8	97.3	97.2	97.8	96.9	97.8	98.2	98.0	98.9	98.8
0.4	93.4	94.6	94.1	95.0	94.7	96.0	94.3	95.9	96.7	96.3	98.0	97.7
0.5	88.7	91.0	90.2	91.7	91.3	93.0	90.7	93.1	94.5	93.8	96.7	96.1
0.6	82.4	85.8	84.9	87.0	87.0	89.3	86.2	89.1	90.9	90.2	94.8	93.7
0.7	74.4	78.3	77.8	80.0	80.8	83.4	80.0	83.1	84.5	84.7	91.0	90.2
0.8	63.7	66.5	67.0	68.9	71.7	73.9	70.9	73.5	74.6	75.9	84.3	84.1
0.9	47.7	45.4	50.2	49.8	57.6	55.7	56.6	55.1	59.0	58,6	71.0	71.5
[0.95	34.7	26.8]	[35.0	29.3]	[45.6	36.9]	[44.0	36.2]	[46.0	40.8]	[58.0	56.5]
ν	0.2655		0.2419		0.1968		0.2004		0.1795		0.1127	
$\log \nu$	9.4240		9.3837		9.2941		9.3018		9.2542		9.0517	

Aus den Werthen ν ergeben sich für den Transmissionscoefficienten der Sonnenatmosphäre (Intensität für $z = 0$ dividirt durch die ungeschwächte Intensität)

Roth . . .	0.77	Blau . . .	0.64
Gelb . . .	0.66	Dunkelblau .	0.57
Grün . . .	0.63	Violett . .	0.54

Diese Zahlen ergeben, was selbstverständlich bereits Herr Vogel bemerkt hat, eine überraschend geringe Schwächung des Lichtes durch die Sonnenatmosphäre, so dass man dieser (insoweit sie als nicht leuchtendes, absorbirendes Medium in Frage kommt) entweder eine sehr geringe Höhe oder eine auffallend geringe Dichtigkeit wird zuertheilen müssen. Was ferner die Differenzen zwischen B und R betrifft, so wird man schon jetzt die Darstellung im Roth und Gelb als genügend anerkennen müssen. Im Roth ist sie sogar ganz ausgezeichnet. Das Mittel der absoluten Werthe der Abweichungen ist

für Roth 0.002 bez. 0.003
„ Gelb 0.003 „ 0.009

je nachdem man die Werthe für $\varrho = 0.95$ fortlässt oder mitnimmt. Dagegen lassen die Abweichungen in den anderen Farben zu wünschen übrig. Wenn auch systematische Fehler in den vorliegenden Rechnungen nicht ganz ausgeschlossen sind, (Blau und Grün scheinen dies anzudeuten) so sind doch offenbar die Messungen so vortrefflich, dass man den Versuch einer besseren Darstellung wohl wagen darf und man wird hierzu gezwungen, weil diese Differenzen fast vollständig verschwinden, wenn man eine etwas strengere Extinctionstheorie, als die Formel (1) vorausgesetzt, zu Grunde legt.

Zuerst wurden Werthe von μ_0 schätzungsweise so angenommen, dass die nach Formel (2) und (1) gerechneten Werthe log J sich den beobachteten besser als früher anschlossen. Es ergab sich so:

	Violett		Dunkelblau		Blau		Grün	
	$\frac{1}{\mu_0} = 0.947$		$\frac{1}{\mu_0} = 0.947$		$\frac{1}{\mu_0} = 0.92$		$\frac{1}{\mu_0} = 0.92$	
ϱ	B	R	B	R	B	R	B	R
0.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0
0.1	99.6	99.6	99.7	99.7	99.7	99.7	99.7	99.7
0.2	98.5	98.4	98.7	98.6	98.8	98.8	98.7	98.7
0.3	96.3	96.3	96.8	96.8	97.2	97.2	96.9	97.1

	Violett		Dunkelblau		Blau		Grün	
	$\frac{1}{\mu_0}$ 0.947		$\frac{1}{\mu_0} = 0.947$		$\frac{1}{\mu_0} = 0.92$		$\frac{1}{\mu_0} = 0.92$	
ϱ	*B*	*R*	*B*	*R*	*B*	*R*	*B*	*R*
0.4	93.4	93.1	94.1	94.1	94.7	94.8	94.3	94.7
0.5	88.7	88.7	90.2	90.3	91.3	91.5	90.7	91.3
0.6	82.4	82.8	84.9	85.0	87.0	87.0	86.2	86.5
0.7	74.4	74.8	77.8	77.7	80.8	80.6	80 0	80.0
0.8	63.7	63.7	67.0	67.0	71.7	71.5	70.9	70.9
0.9	47.7	47.7	50.2	50.2	57.6	57.7	56.6	56.6
0.95	[34.7	36.8]	[35.0	37.8]	[45.6	47.6]	[44.0	46.4]
ν	0.4101		0.3268		0.3048		0.3155	
$\log \nu$	9.6134		9.5142		9.4840		9.4990	
$\frac{J_0}{i} =$	0.39		0.47		0.50		0.48	

Wie man sieht, ist schon jetzt die Darstellung eine so vollkommene geworden, dass es völlig illusorisch wäre, etwa durch Veränderung von μ_0 einen noch besseren Anschluss zu erzielen. Eine Behandlung nach der Methode der kleinsten Quadrate scheint mir vorderhand nicht am Platz, da es sich durchaus nur um Abweichungen handelt, die von den Beobachtungen kaum verbürgt werden können. Man wird aber auch nicht den Zahlenwerthen μ_0 allzu grosses Gewicht beilegen dürfen und als gesicherte Folgerung darf nur gelten gelassen werden, dass man mit solchen Werthen von μ_0, welche um einige Hundertstel grösser als 1 sind, die vorhandenen Beobachtungen in den obigen vier Farben gut darstellen kann, während dies bei Roth und Gelb schon mit Werthen von μ_0, welche sich nicht merklich von 1 unterscheiden, gelungen ist. Um nun einzusehen, auf welche Verhältnisse in der Sonnenatmosphäre die angestellten Rechnungen hindeuten, muss zuerst hervorgehoben werden, dass die Formel (1) schon bei der Berechnung der Extinction in der Erdatmosphäre nicht ausreichend ist. Denn es genügt nicht, in dem Ausdruck

$$\zeta = \alpha \operatorname{tg} z_0$$

wo z_0 die scheinbare Zenithdistanz ist, α als constant vorauszusetzen, wohl aber wird es bei den in diesem Artikel vorkommenden Zenithdistanzen genügen, zu setzen:

$$\zeta = \alpha \operatorname{tg} z_0 - \gamma \operatorname{tg}^3 z_0$$

woraus die Extinctionsformel hervorgeht

$$\log \frac{J}{J_0} = -\nu \left\{ \frac{1 - \cos z_0}{\cos z_0} - \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \frac{\sin^2 z_0}{\cos^3 z_0} \right\} \tag{3}$$

Die z_0 sind bei den vorliegenden Sonnenbeobachtungen nicht bekannt. Die Rechnungen zeigten, dass man mit den beiden Formeln (2) und (1) auskommt; die gefundenen μ_0 sind nun aber keineswegs die Brechungsquotienten an der Sonnenoberfläche, vielmehr sagen sie nur aus, dass die Brechungen in der Sonnenatmosphäre nicht mehr nach (1), sondern nach der allgemeineren Formel (3) berechnet werden müssen. Um dies einzusehen braucht man nur die gefundenen von 1 wenig verschiedenen Werthe

$$\mu_0 = 1 + \lambda$$

zu setzen und die zweiten und höheren Potenzen von λ zu vernachlässigen. Setzt man dann

$$\sin z = \sin z_0 - \lambda \sin z_0$$

in die Formel (1) ein, so ergiebt sich sofort

$$\log \frac{J}{J_0} = -\nu \left\{ \frac{1 - \cos z_0}{\cos z_0} - \lambda \frac{\sin^2 z_0}{\cos^3 z_0} \right\} \tag{4}$$

also genau die Formel (3), wenn nur

$$\lambda = \frac{\gamma}{\alpha}$$

gemacht wird.

Hiernach sagen an sich auch die absoluten Werthe von μ_0 nichts über die Brechungsquotienten an der Sonnenoberfläche aus, sie könnten nach Umständen auch kleiner als 1 werden, ohne zu physikalischen Widersprüchen zu führen. Dagegen aber spricht der Umstand, dass die Werthe von μ_0 so verschieden von einander sind, so entschieden, als es der Genauigkeit der Beobachtung entspricht, dafür, dass eine ziemlich bedeutende Dispersion in der Sonnenatmosphäre stattfindet. Dieser Schluss ist freilich wesentlich darauf gegründet, dass die Beobachtungen im Roth und Gelb einerseits und in den übrigen Spectralfarben andrerseits nicht durch nahe dieselben Werthe von μ darstellbar sind und man wird natürlich diese Folgerung, da sie sich nur auf die Beobachtungen eines Beobachters und eines Instrumentes stützt, nur mit grosser Reserve aussprechen können.

Wenn nun die Sonnenatmosphäre wirklich so bedeutende Dispersionen zeigt, wie die oben angeführten Zahlen andeuten, so muss zunächst der Widerspruch beseitigt werden, der darin liegt, dass die in verschiedenen Farben gemessenen Sonnendurchmesser nicht jene enorme Differenzen aufweisen, wie hieraus zu folgen scheint. Nach der früheren Notiz ist die Vergrösserung des scheinbaren Durchmessers der Sonne σ proportional mit $(\mu_0 - 1)$ und zufolge der obigen Werthe wäre diese Vergrösserung so gross, dass sie auch ganz rohen Messungen nicht hätte verborgen bleiben können, auch solchen nicht, die mit keineswegs monochromatischen Blendgläsern ausgeführt worden sind. Man darf, obwohl diese Verhältnisse, deren Untersuchung genug des Interessanten darbietet, nicht ausreichende Beobachtung gefunden haben, doch mit ziemlicher Sicherheit behaupten, dass die Verschiedenheit der in verschiedenen Farben gemessenen Durchmesser nicht grösser als vielleicht 0".2 beträgt, wenigstens sind die von Herrn Auwers[1]) neuerdings ausgeführten Messungen kaum mit grösseren Abweichungen zu vereinigen. Es ist aber leicht einzusehen, wie man beide Thatsachen in Uebereinstimmung bringen kann.

Nach den gefundenen Werthen für ν ist, wie schon bemerkt, die Absorption, welche die Sonnenatmosphäre ausübt,

1) Astron. Nachr. No. 2935.

in Anbetracht der Grösse des Sonnenkörpers, auffallend gering. Es muss hieraus geschlossen werden, dass entweder diese Atmosphäre sehr wenig hoch oder sehr wenig dicht sei. Nimmt man nun das erstere an, so kommt man, so weit ich sehe, nirgends zu Widersprüchen. Die relativ grossen Werthe von $\mu_0 - 1$, welche auf eine grössere Dichtigkeit der absorbierenden Schicht der Sonnenoberfläche hindeuten, wenigstens nach der den Verhältnissen auf der Erde entsprechenden Annahme, dass $\mu - 1$ oder $\mu^2 - 1$ der Dichtigkeit proportional ist, enthalten gar nichts Unmögliches und ferner müssen dann, wie aus der bereits citirten Notiz hervorgeht, am Sonnenrande totale Reflexionen auftreten, welche jene Vergrösserung des scheinbaren Durchmessers nicht zu Stande kommen lassen. Die zweite von vornherein als möglich zuzulassende Annahme einer ausgedehnten und sehr dünnen Sonnenatmosphäre dagegen wird so lange als sehr unwahrscheinlich gelten müssen, als nicht die für verschiedene Farben so verschieden sich ergebenden Werthe von μ als aus systematischen Beobachtungsfehlern hervorgegangen nachgewiesen sind. Man könnte hierbei noch zweifelhaft sein, ob nicht die factischen Brechungsexponenten an der Sonnenoberfläche, infolge des Auftretens eines grossen Factors, trotzdem die in Formel (4) vorkommende Grösse λ für zwei Farben um einige Hundertstel verschieden erhalten worden sind, doch nur sehr wenig verschieden zu sein brauchen, und demzufolge eine grosse Dispersion anzunehmen nicht nothwendig ist. Wahrscheinlich ist dies an sich nicht; wenn man beispielsweise die Brechungsverhältnisse, wie sie die Bessel'sche Theorie liefert, auf die vorliegenden Verhältnisse anwendet, lässt sich die Sache leicht entscheiden.

Ist α die Refractionsconstante und β die Constante der Bessel'schen Theorie, so ist für kleine α nahe

$$\lambda = \frac{1}{\beta} + \frac{7}{4}\frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{2}\alpha$$

und für zwei verschiedene Farben

$$\lambda_0 - \lambda_1 = (\alpha_0 - \alpha_1)\left[\frac{7}{4\beta} - \frac{1}{2}\right]$$

Es wird demnach $\alpha_0 - \alpha_1$ und demzufolge auch die Differenz der Brechungquotienten für zwei verschiedene Farben nur dann nicht von derselben Grössenordnung wie $\lambda_0 - \lambda_1$ werden, wenn β sehr klein ist und dies ist nach der ersten Gleichung für λ nicht möglich, weil λ klein, nämlich einige Hundertstel ist.

Wenn sich auch der Gegenstand nicht weit genug verfolgen lässt, so scheinen sich doch interessante Ausblicke zu eröffnen und es wäre sehr wünschenswerth, wenn solche Beobachtungsreihen, wie sie Herr Vogel geliefert hat, wiederholt und mit der grössten erreichbaren Genauigkeit ausgeführt werden möchten.