Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXIII. Jahrgang 1893.

München.
Verlag der K. Akademie.
1894.

In Commission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Sitzung vom 3. Juni 1893.

1. Herr E. v. LOMMEL macht eine Mittheilung: „Aequipotential- und Magnetkraftlinien. Zum Hall'schen Phänomen."

2. Herr L. SOHNCKE berichtet: „über ungewöhnliche mikroskopische Bilder."

Aequipotential- und Magnetkraftlinien.
Zum Hall'schen Phänomen.

Von E. v. Lommel.

(*Eingelaufen 3. Juni.*)

In seiner letzten Mittheilung hat Herr Professor Boltzmann die von ihm zuerst bestrittene Uebereinstimmung der Magnetkraftlinien mit den Aequipotentiallinien, soweit ich sie auf Grund von Versuchsergebnissen behauptet hatte, als zutreffend anerkannt, und die Beziehung dieser beiden Liniensysteme zu einander in werthvollen Darlegungen auch theoretisch erörtert. Auf die Fälle, in welchen die durch Eisenfeilspäne auf einer durchströmten Fläche sichtbar werdenden Magnetkraftlinien nicht mit den Aequipotentiallinien identisch sind, habe ich schon in meiner ersten Mittheilung ausdrücklich hingewiesen. Wenn nämlich die Oberfläche noch unter dem Einfluss eines fremden Magnetfeldes steht, das nicht von der ihr eigenen Strömung herrührt, „so ordnen sich die Feil-

späne in Linien, welche augenscheinlich die Resultanten sind aus den beiden Systemen von Kraftlinien, deren jedes unabhängig für sich bestehen bleibt".[1]) Zu dieser Kategorie aber gehören die von Herrn Boltzmann namhaft gemachten Ausnahmefälle. Als Beispiel dafür diene das Bild Fig. 1, welches

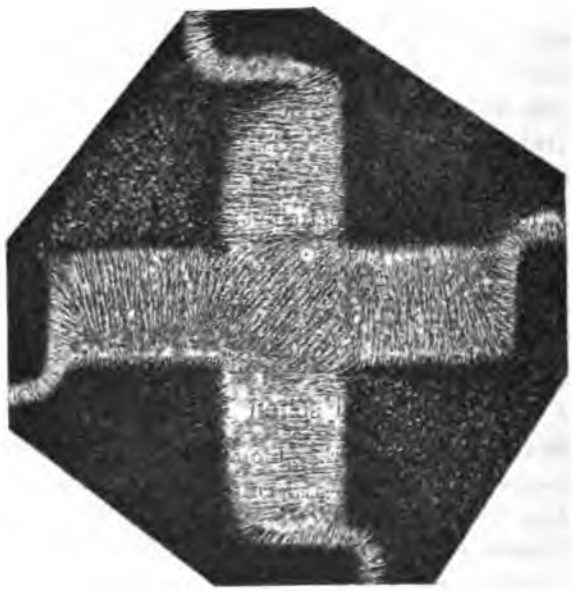

Fig. 1.

auf zwei gekreuzt aufeinander gelegten rechteckigen Streifen von Kupferblech durch Aufstreuen von Eisenfeile entsteht. Der obere der beiden Kupferstreifen ist in eine entsprechende Einbiegung des unteren mittels Schellack eingekittet, so dass

1) Lommel, d. Sitzungsber. XXII, S. 372, 1892. Wied. Ann. XLVIII, S. 463. 1893. — In meinem „Lehrbuch der Experimentalphysik", welches Mitte Februar 1893 erschienen ist, steht S. 370: „Die aequipotentialen Linien einer vom Strom durchflossenen Platte sind zugleich die zur Strömung gehörigen Magnetkraftlinien."

die freien Oberflächen mit der Gypsfläche, in welche das Plattenpaar sammt Zuleitungsdrähten eingebettet ist, in einer Ebene liegen; die Zuleitungsdrähte sind längs den kurzen Seiten der Rechtecke angelöthet. Geht ein Strom durch die beiden mittels des Schellacks von einander isolirten Platten, so ordnen sich die Feilspäne auf dem Quadrat, in welchem sich die beiden Platten überdecken, diagonal, und zwar in Linien parallel der Diagonale, welche die Ecken des Quadrates verbindet, wo die Stromrichtung in der einen Platte auf die Ecke zu, in der anderen Platte von ihr weggeht. Kehrt man den Strom in der einen Platte um, so ordnen sich die Feilspäne parallel zur anderen Diagonale. Die Magnetkraftlinien auf dem gemeinschaftlichen Quadrat stellen sich sonach dar als die Resultanten aus den Magnetkraftlinien jeder Platte für sich, welche auf den freiliegenden Enden der Platten als zu den Quadratseiten parallele Linien hervortreten.

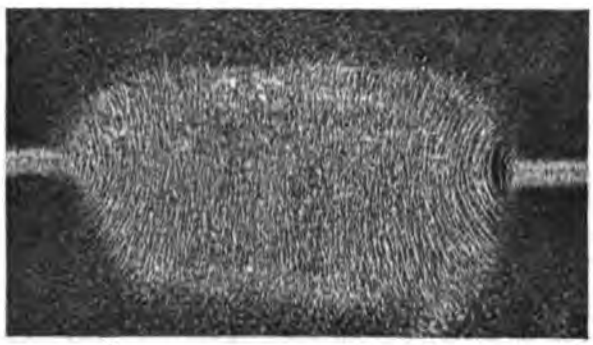

Fig. 2.

Bezüglich des Falles der Fig. 3 (Magnetkraftlinien auf dem Meridianschnitt eines geraden Kreiscylinders) meiner zweiten Mittheilung[1]) beschränke ich mich darauf, statt jener

1) Sitzungsber. XXIII, S. 109, 1893.

schematischen Figur die wirklichen Bilder mitzutheilen, welche auf den Meridianschnitten von Cylindern entstehen, an deren Axenendpunkten die Zuleitungsdrähte angelöthet sind. Die Fig. 2 bezieht sich auf einen massiven, die Fig. 3 auf einen hohlen Halbcylinder aus Kupfer. —

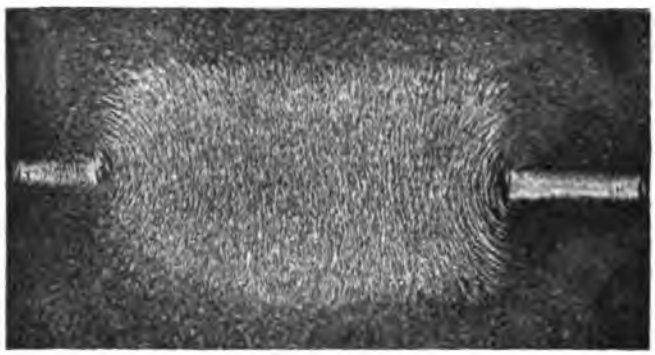

Fig. 3.

Die Aufgabe, die Aequipotentiallinien auf einer Kugelfläche zu finden, auf deren Oberfläche zwei entgegengesetzt gleiche Elektrodenpunkte A und B liegen, bezieht sich nicht auf nur eine Kugel, sondern auf alle Kugeln, welche durch zwei gegebene Punkte A und B gehen, deren Mittelpunkte also in der Ebene liegen, welche auf der Verbindungslinie AB in deren Mitte senkrecht steht. Denkt man sich die Aequipotentiallinien auf allen diesen Kugeln gefunden, so bilden alle Linien, welche demselben Potentialwerthe entsprechen, in ihrer stetigen Aufeinanderfolge von Kugel zu Kugel eine Fläche, welche jede Kugelfläche der Schaar in einer Linie gleichen Potentials schneidet. Es ist unmittelbar ersichtlich, dass diese Fläche eine Rotationsfläche um die Verbindungslinie AB der beiden gegebenen Elektroden sein muss. Zu jener Schaar von Kugelflächen gehören aber auch die unendlichen Ebenen, welche durch AB gelegt sind. In

einer solchen Ebene sind aber die Aequipotentiallinien bekannt; sie sind Kreise, deren Mittelpunkte in der Geraden AB liegen und diese Gerade in Punkten schneiden, die zu den Punkten A und B harmonisch liegen. Man kennt also zu jenen Rotationsflächen ausser der Drehungsaxe auch die Meridiancurven, und somit die gesuchten Flächen selbst, welche, wie bereits gezeigt worden, auf allen Kugelflächen der gegebenen Schaar senkrecht stehen. Das ursprünglich räumliche Problem ist durch diese Betrachtung auf ein ebenes zurückgeführt; da die Lösung des letzteren Problems bekannt ist, so ist auch jenes auf die einfachste Weise gelöst.

Die so gefundenen Flächen sind nun freilich nicht „Aequipotentialflächen" in demselben Sinne, wie die Aequipotentialflächen in einem mit leitender Masse erfüllten unendlichen Raum. Die Function V der Coordinaten x, y, z, durch deren Constantsetzung ihre Orthogonalgleichung erhalten wird, genügt der Gleichung $\Delta V = 0$ nicht. Ich nannte diese Flächen aber dennoch „Aequipotentialflächen", weil sie die gegebene Flächenschaar in Linien gleichen Potentiales senkrecht schneiden, und somit diese Bezeichnung am nächsten lag. Man könnte sie vielleicht als „Aequipotentialflächen zweiter Art" unterscheiden. —

Dass zum Nachweis des Hall'schen Stromes ein Galvanometer von kleinem Widerstand vortheilhaft ist, scheint mir selbstverständlich.[1]) Damit ist aber nicht gesagt, dass der Halleffect nicht auch bei beliebig grossem Widerstand der Galvanometerleitung zu Stande komme. In dem Ausdruck für die elektromotorische Kraft des Hallstromes

$$\varepsilon = 2e\,\frac{R+r}{r},$$

1) In Müller-Pfaundler's Lehrbuch der Physik 9. Aufl., Bd. III, S. 918 ist bezüglich des beim Hall'schen Versuch zu verwendenden Galvanometers ausdrücklich bemerkt „von kleinem Widerstand".

wo r den Widerstand des Galvanometers, R den der Platte bedeutet, nähert sich mit wachsendem r der Factor $(R + r)/r$ der Einheit, und wird $= 1$ für $r = \infty$, d. h. bei Anwendung eines Voltmeters (r sehr gross) oder eines Elektrometers ($r = \infty$) ergibt sich einfach der Potentialunterschied an den Hallelektroden $\varepsilon = 2e$. Nur unter der Voraussetzung, dass r gegen R vernachlässigt werden kann, wird jener Factor $= R/r$, und die gesammte elektromotorische Kraft des Hallstromes findet sich umgekehrt proportional dem Galvanometerwiderstand r. Unter allen Umständen aber behält der Factor $(R + r)/r$ als Quotient zweier Widerstände den Charakter einer absoluten Zahl von der Dimension Null.

Den Potentialunterschied $2e$ zweier gegenüberliegender Punkte des Plattenrandes (der Hallelektroden), d. i. die Klemmenspannung des daselbst angelegten Galvanometers, habe ich nicht als vom Galvanometerwiderstand unabhängig gefunden, sondern als davon unabhängig angenommen. Denn inwiefern diese durch die Einwirkung des Magnetfeldes auf den Primärstrom in der Platte hervorgerufene Potentialdifferenz von dem Widerstande des Galvanometers, das ja möglicherweise gar nicht vorhanden ist, abhängen soll, ist mir nicht verständlich.

Es ist übrigens zu bemerken, dass die Formel

$$\varepsilon = 2e\,\frac{R + r}{r}$$

von irgend welchen theoretischen Vorstellungen über die Entstehung des Hall'schen Phänomens völlig unabhängig ist. Bei ihrer Herleitung wurde nichts vorausgesetzt, als das thatsächliche Vorhandensein einer Potentialdifferenz an den Hallelektroden und die Giltigkeit des Ohm'schen Gesetzes.