

Sitzungsberichte
der
mathematisch - physikalischen Classe
der
k. b. Akademie der Wissenschaften
zu München.

1872. Heft I.

München.
Akademische Buchdruckerei von F. Straub.
1872.

In Commission bei G. Franz.

Herr L. Seidel hält einen Vortrag:

„Ueber ein von Dr. Adolph Steinheil neuerlich construirtes Objectiv, und über die dabei benützten Rechnungsvorschriften.“

Seit kurzem hat Dr. Adolph Steinheil die Berechnung eines Objectives vollendet, welches zunächst bestimmt ist zur Photographie astronomischer Objecte zu dienen, und von dem man hoffen darf, dass es bald auf diesem Felde nützliche Anwendung finden wird. Dasselbe ist auch bereits in einem Exemplar von 48 par. Linien Oeffnung und von 876,44 Linien Brennweite bei 38 Lin. ganzer Dicke in dem Institute ausgeführt, welches, von unserem verstorbenen Collegen in's Leben gerufen, von seinen beiden Söhnen in so würdiger Weise fortgesetzt wird. Dr. Adolph St., welcher vorzugsweise die rechnerischen Arbeiten unter sich hat, ist gegenwärtig beschäftigt, noch die Linsencombination zu construiren, durch welche eine zweite und vergrösserte Abbildung von dem durch das Objectiv erzeugten Bilde hervorgerufen werden soll. Dieser zweite Bestandtheil wird mit dem ersten zusammen Ein grosses möglichst sorgfältig abgeglichenes Ganzes ausmachen. Die Rechnungen, welche über die Leistung des bereits vollendeten Objectivs ausgeführt worden sind, haben mir zur Einsicht vorgelegen; in den Händen der Astronomen befindet sich noch kein dioptrischer Apparat, dessen Wirkung nach der Theorie mit gleicher Vollständigkeit studirt wäre.

Das Fernrohr-Objectiv hat bekanntlich durch Fraunhofer eine Vortrefflichkeit erhalten, über welche hinauszugehen ausserordentlich schwer ist, und die wir zum grossen Theile erst in neuester Zeit, nach Ausführung mancher theo-

retischen Arbeit, zu würdigen gelernt haben. Eine kurze Zusammenstellung der dasselbe auszeichnenden Eigenschaften hat Dr. Ad. Steinheil selbst in einem Aufsatze gegeben, den ich am 6. Juli 1867 der Classe vorzulegen die Ehre hatte (s. die Berichte) und welcher Resultate von Herschel, Biot und von mir mit denjenigen des Verfassers verbindet. Die Zahl jener Vorzüge ist so gross, dass es unmöglich wäre, mit der geringen Anzahl disponibler Grössen sie alle anzustreben, stünden sie nicht mehrfach in einem allerdings erst nach genauer theoretischer Untersuchung erkennbaren Zusammenhang. Vielleicht können Glasarten gefunden werden, die sich noch glücklicher combiniren lassen, als die dem Meister zu Gebote standen; vielleicht kann eine spätere Technik der mathematischen Kugelfläche noch näher kommen, als selbst die seine; ihrem Gedanken nach aber trägt jene Construction geradezu das Siegel der Vollendung, und um mehr zu erreichen muss man mehr als die zwei Linsen in Anspruch nehmen. Dr. Steinheil ging darauf aus, einerseits das sekundäre Spectrum durch die Auswahl geeigneter Glasarten noch weniger störend zu machen, andererseits gleichmässige Präcision der Abbildung des Gesichtsfeldes in einer Ebene auch für die äusseren Theile desselben zu erreichen, und zwar mit der Forderung, dass das Bild eines seitwärts von der verlängerten optischen Axe stehenden Sternes nicht bloss in derjenigen seiner Dimensionen möglichst verkleinert würde, welche auf die Mitte des Gesichtsfeldes hinweist, sondern auch in der darauf senkrechten, deren Untersuchung viel grössere Schwierigkeit darbietet, da für sie die Betrachtung von den zwei Dimensionen einer durch die Axe gelegten Ebene erweitert werden muss auf die drei Dimensionen des Raumes. Die Mühe dieser ausgedehnten Arbeit ist allerdings von dem genannten Rechner, dem Ersten, der sie nicht gescheut hat, schon seit Jahren im Interesse der Vervollkommnung der optischen Apparate des Institutes viel-

fach aufgewendet worden. Weniger wichtig als die Präcision des Bildes ist seine genaue perspectivische Richtigkeit, denn wenn nur die erstere vorhanden ist, so wird man den Einfluss von Mängeln der letzteren berechnen und hiernach die Messungen reduciren können: als eine wünschenswerthe Zugabe erscheint aber allerdings auch möglichste Beseitigung der Verzerrung im Bilde. Da nun zur Erfüllung dieser verschiedenen Ansprüche ein Mehraufwand von Mitteln, gegenüber dem Fraunhofer'schen Fernrohrobjective, erfordert wird, so wählte Dr. Steinheil die Combination von vier Linsen, von welchen je zwei, aus verschiedenem Glase, genau in einanderpassen und verkittet sind, so dass der Lichtverlust durch Spiegelung wesentlich nur derselbe ist, wie an den vier Flächen eines gewöhnlichen Objectives. Ferner versuchte er zunächst, und zwar mit Erfolg, die symmetrische Anordnung aller Flächen um die Mitte des ganzen Objectives (welches sonach aus zwei einander congruenten Linsenpaaren besteht) festzuhalten; eine Anordnung, welche bekanntlich bei verschiedenen Constructionen seines Institutes getroffen worden ist. Es wäre wohl möglich, dass einzelne der Sache ferner Stehende bei der Wahrnehmung dieser Symmetrie auf den Gedanken gekommen wären, dass hier nicht theoretische Erwägung massgebend gewesen sein möchte, sondern dass eben vorhandene Stücke empirisch zusammen probirt, und da dem Optiker ihre Wirkung befriedigend schien, wirklich verbunden worden wären. In Wirklichkeit haben aber sehr rationelle Gründe diese Wahl bestimmt, welche geeignet ist, in verwickelteren Fällen, die Erfüllung eines Theiles der zahlreichen dioptrischen Bedingungen, denen der Apparat als ein Ganzes genügen muss, für den Rechner ungemein zu erleichtern. Dieser Punct ist einer kurzen Erörterung werth. Denkt man sich, ein optischer Apparat sei etwa für den der optischen Axe parallel auffallenden Strahlenbüschel frei von Farbenzerstreuung und von Kugelabweichung, diese Ausdrücke in

ihrem alten und gewöhnlichen Sinne genommen, so heisst dies bekanntlich, dass die einzelnen Strahlen jenes Büschels, welche entweder durch ihre Farbe oder durch ihren Auffallsort innerhalb der Oeffnung der ersten Fläche sich von dem Axenstrahl mittlerer Brechbarkeit unterscheiden, nach erlittenen Brechungen die Axe in dem nemlichen Punct (dem zweiten Brennpunct des Apparates) durchkreuzen. Die nothwendige Folge davon ist, dass auch die Strahlen, welche vom 2. Brennpuncte her in umgekehrter Richtung auf den Apparat gelangen, richtig der Axe parallel aus der vordersten Fläche hervorgehen. Ist nun der Apparat in Bezug auf die vordere und hintere Seite ganz symmetrisch, so müssen in Folge dessen auch die Strahlen, welche vom ersten Brennpunct (und wieder in der ursprünglichen Richtung) auf ihn gelangen, richtig der Axe parallel austreten, d. h. unser Apparat wird die Eigenschaft, achromatisch und frei von Kugelabweichung zu sein, nicht bloß für ein unendlich entferntes Object besitzen, sondern in Folge seiner Symmetrie von selbst auch für ein nahes (im ersten Brennpunct befindliches) Object; — natürlich dann auch für zwischenliegende Objecte mit weit grösserer Annäherung, als dies sonst der Fall ist. Dieser Vortheil ist aber noch besonders desshalb von hohem Werthe, weil die Bedingung, dass die Achromasie (im gewöhnlichen Sinne des Wortes) möglichst unabhängig von der Entfernung des Objectes sei, zusammenfällt mit der Gauss'schen Forderung, dass das (etwa unendlich ferne) Object von den verschieden farbigen Strahlen nicht bloß an derselben Stelle, sondern auch gleich gross abgebildet werde, und weil ebenso die (Herschel'sche) Anforderung, die Kugelabweichung für nah und fern aufzuheben, im engsten Zusammenhang steht mit derjenigen Bedingung, welche ich die Fraunhofer'sche nenne, und nach welcher neben der Mitte des Gesichtsfelds auch die nächst umgebenden Theile desselben in der Abbildung möglichst frei sind von den unter die

Rubrik der sphärischen Abweichung fallenden Fehlern. Für die ersteren beiden Bedingungen habe ich diesen Zusammenhang in Nr. 871, für die letzteren in Nr. 1029 der Astron. Nachrichten bewiesen. Es muss daher als ein überaus glücklicher Gedanke A. Steinheil's betrachtet werden, durch die Wahl der symmetrischen Anordnung, durch welche freilich die Anzahl disponibler Grössen fast auf die Hälfte vermindert wird, die Erfüllung einer ganzen Gruppe wichtiger und verwickelter Bedingungen sogleich vorzubereiten, und damit auch der Rechnung, die ausserdem Gefahr läuft sich in's Unabsehbare zu verwirren, eine bestimmte Richtung (zunächst auf die Erfüllung der übrigen Bedingungen) zu geben; denn alle die 11 Unbekannten, welche ein nicht symmetrisches System von zwei Paaren ineinandergepasster Linsen involvirt, selbstständig zur Erreichung des höchsten möglichen Effectes auszunützen, scheint bei der ungeheuren Complication der Bedingungen ein für jetzt unerreichbares Ziel. Noch immer blieben nach Feststellung der Symmetrie sechs Stücke zur Verfügung (drei Krümmungsradien und zwei Glasdicken an einer der Doppellinsen, nebst der Distanz beider Paare von einander), dieselbe Anzahl wie bei dem Fraunhofer'schen Objectiv, das vier Krümmungsradien und zwei Glasdicken aufweist; übrigens hat Steinheil auch noch unter den zahlreichen ihm zu Gebote stehenden Schmelzen verschiedener Glasfabriken die Auswahl mit benützt für den besonderen Zweck.

Gemäss der besonderen Bestimmung des Apparates sind bei seiner Berechnung vor allem die chemisch wirksamen Lichtstrahlen berücksichtigt worden; die zu Grunde gelegten Brechungsverhältnisse beziehen sich auf einen Strahl zwischen Fraunhofer's Linien G und H, es ist aber, wie man aus dem Folgenden ersehen wird, auch eine sehr vollständige Vereinigung mit den Strahlen im hellsten Theile des Spec-

•

trums (in der Rechnung Mitte zwischen D und E) erzielt worden.

Wenn man auf ein dioptrisches System Strahlencylinder von gegebener Umgrenzung und von vorgeschriebener Neigung gegen die Axe nach und nach an verschiedenen Stellen der Oeffnungs-Fläche auffallen lässt, z. B. zuerst so, dass die Axe des Lichtcylinders auf dieser Fläche die optische Axe schneidet, dann aber auch in verschiedener Weise excentrisch gegen letztere, so werden die Fehler in der Vereinigung der verschiedenen Strahlen dieses Büschels (nach erlittenen Brechungen) nach und nach verschiedene Grösse annehmen bei den Verschiebungen des Lichtcylinders. Zum Beispiel kann es sich begeben, wenn die Axe des Apparates horizontal liegt, dass ein etwas von oben her geneigt auffallender Lichtbüschel besser vereinigt wird, wenn seine Axe etwas oberhalb der optischen excentrisch auf die erste brechende Fläche trifft, als wenn sie in der Mitte auffällt. Dieser Umstand, auf den man bei der Construction von Photographen-Objectiven schon lange aufmerksam gewesen ist, bewirkt also, dass es vortheilhaft sein kann, für Strahlenbüschel, die von verschiedenen Stellen im Gesichtsfeld herkommen, verschiedene oder wenigstens sich nicht völlig deckende Theile der Oeffnung zur Wirkung kommen zu lassen, was durch ein an geeigneter Stelle angebrachtes Diaphragma bewirkt wird. Der von uns besprochene Apparat hat ein solches in seiner Mitte erhalten: durch dasselbe wird für jeden Lichtbüschel die ganze Oeffnung der vordersten Fläche reducirt auf einen kreisförmig begrenzten aber nach Umständen excentrisch gelegenen Theil, dessen Durchmesser noch $\frac{1}{20}$ der Brennweite, d. i. 43,822 Linien anstatt 48 beträgt.

Ich theile nachstehend aus Dr. Steinheil's Rechnungen einige Zahlen mit, welche zur Beurtheilung der durch die Rechnung erlangten Genauigkeit in der optischen Leistung des Apparates dienen können. Sie beziehen sich auf drei

verschiedene auf den Apparat fallende Lichtbüschel, welche sämmtlich von unendlich entfernten Puncten herkommen, und zwar der erste der Axe parallel, der zweite unter $17^{\circ} 23''.51$ und der dritte unter $34^{\circ} 47''.01$ gegen dieselbe geneigt. Für den ersten werden Zahlen aufgeführt, die sich auf Licht von zweierlei Farben (hier kurz „violet“ und „gelb“ genannt) gemäss obiger Angabe beziehen: in den beiden andern Büscheln gelten die Angaben für „violet“. „Hauptstrahl“ heisst gemäss der angenommenen Bedeutung dieses Wortes in jedem der beiden letzteren Lichtbüschel derjenige Strahl, welcher auf den ersten Hauptpunct des Apparates gerichtet ist, und der hier vermöge der symmetrischen Anordnung, nachdem er die drei ersten Brechungen erlitten, genau durch die Mitte des ganzen Objectives geht. „Randstrahlen“ sind solche genannt, welche der Umhüllung des von der Diaphragmen-Oeffnung durchgelassenen Lichtcylinders angehören, welcher Cylinder zu seiner Axe den Hauptstrahl hat, da dieser mitten durch das Diaphragma passirt; unter ihnen sind der „obere“ und „untere“ Randstrahl (so benannt nach der obigen Vorstellung, dass der Lichtbüschel von Oben her geneigt kommt) selbst in der durch Axe und Hauptstrahl gelegten Ebene enthalten, die beiden seitlichen dagegen (der „rechte“ und der „linke“) in einer durch den Hauptstrahl senkrecht auf ersterer Ebene gelegten zweiten. Als „ $\frac{2}{3}$ Strahlen“ sind solche kurzweg bezeichnet, welche, im übrigen den vier Randstrahlen völlig analog, nur $\frac{2}{3}$ so weit als diese von dem Hauptstrahl des Lichtbüschels, dem sie zugehören, entfernt sind.

Diejenige Ebene, in welcher das erzeugte Bild möglichst genau erscheint, und welche um 861,765 Linien von der letzten brechenden Fläche entfernt ist (Ebene des 2. Brennpuncts) müsste von den verschiedenen Strahlen je Eines Büschels in Ein und demselben Punct durchdrungen werden, wenn keine optischen Fehler übrig blieben; die Differenzen,

welche in dieser Beziehung wirklich stattfinden, ergibt die nachfolgende Uebersicht:

I. Büschel parallel der Axe.

Die Durchschnittspunkte der verschiedenen Strahlen mit der Bildebene sollten hier den Abstand 0 von der optischen Axe haben; in Wirklichkeit finden Abweichungen statt, bei welchen hier $\pm$ bedeutet, dass der Strahl zu hoch durch die Bildebene durchgeht:

			Linien.
	viol.	Axenstrahl . . .	0
	gelber	„ „ . . .	0
oberer	viol.	$\frac{2}{3}$ Strahl . . .	— 0,0021
„	gelber	„ „ . . .	+ 0,0080
„	viol.	Randstrahl . . .	+ 0,0021
„	gelber	„ „ . . .	— 0,0084

Die untern Strahlen haben natürlich Abweichungen, welche denen der oberen entgegengesetzt sind. Das violete Bild des unendlich fernen Punctes in der Axe hat hienach einen Durchmesser von 0,0042, das gelbe einen solchen von 0,0168 Linien; man sieht an diesem Beispiele, was wohl auch sonst bekannt genug ist, dass die von Farbenzerstreuung herrührenden Fehler im Bilde geometrisch bei weitem die grössten bleiben, sogar dann, wenn die gewählten Glasarten sich nur so wenig von einander unterscheiden, wie die beiden Flintglasarten, aus welchen allein Steinheil sein Objectiv construirt hat, und deren Zerstreuungsverhältniss $\frac{dn'}{dn}$ nur den Werth hat 1,1632. — Durch Division der gefundenen Durchmesser mit der Brennweite erhält man den angulären Werth der ersteren, welcher 1,99 Sekunden für das violete und 7'',96 für das gelbe Bild entspricht ¹⁾.

¹⁾ Zur Aufhebung des letztern Fehlers wäre erforderlich, dass das Objectiv für zwei verschiedene Farben zugleich frei von Kugelabweichung wäre, — welche Bedingung bekanntlich von Gauss vor-

II. Büschel, von oben her gegen die Axe geneigt um
17' 23'',51.

In der ersten Zahlencolumne ist angesetzt die vertikale Coordinate des Durchschnittspunktes zwischen gebrochenem Strahl und Bildebene, positiv gegen oben gezählt, in der zweiten die horizontale, positiv gegen rechts, beide natürlich von der Mitte des ganzen Bildes, d. h. vom 2. Brennpunkt des Systemes aus zählend.

	Linien	Linien.
Hauptstrahl . . .	— 4,4341	0
Oberer $\frac{2}{3}$ Strahl . .	4,4331	0
Rechter „ „ . .	4,4345	— 0,00180
Unterer „ „ . .	4,4374	0
Linker „ „ . .	4,4345	+ 0,00180
Oberer Randstrahl .	4,4387	0
Rechter „ „ .	4,4350	+ 0,00253
Unterer „ „ .	4,4348	0
Linker „ „ .	4,4350	— 0,00253

Hiernach beträgt der vertikale Durchmesser des Bilds 0,0056, der horizontale 0,0051 Linien, oder in angulärem Maasse der erstere 1'',31, der andere 1,19.

III. Büschel, von oben her gegen die Axe geneigt um
34' 47'',01.

	Linien	Linien.
Hauptstrahl . . .	— 8,8684	0
Oberer $\frac{2}{3}$ Strahl . .	8,8669	0
Rechter „ „ . .	8,8692	— 0,0021

geschlagen, von Steinheil dem Vater in die praktische Optik mit Erfolg eingeführt worden ist. Die neueren Constructionen haben sie indess vorerst wieder aufgegeben, weil andere auf die äusseren Theile des Gesichtsfelds bezügliche Bedingungen für den Totaleffekt doch noch stärker ins Gewicht zu fallen scheinen, als die Anfhebung jener Farbenreste, die bei Weitem nicht so auffallend in der Erscheinung sind, wie gross in Zahlen.

	Linien.	Linien.
Unterer $\frac{2}{3}$ Strahl . .	8,8734	0
Linker „ „ . .	8,8692	+ 0,0021
Oberer Randstrahl .	8,8735	0
Rechter „ „ .	8,8702	+ 0,00034
Unterer „ „ .	8,8737	0
Linker „ „ .	8,8702	— 0,00034

Vertikaler Durchmesser des Bildes ist hier 0,0068, horizontaler 0,0042 Linien, oder respective 1'',60 und 0'',99.

Aehnlich umfassende Angaben in Betreff irgend eines andern als vorzüglich anerkannten optischen Apparates liegen zur Zeit nicht vor: denn selbst Bessel's sorgfältige theoretische Untersuchung des Königsberger Heliometer-Objectivs (Bd. I. p. 106 ff. der Astron. Untersuchungen) bezieht sich nur auf Licht von Einer Farbe, und hat die seitlichen (rechts und links von der durch Axe und Hauptstrahl gelegten Ebene auffallenden) Strahlen nicht berücksichtigt, gibt also keinen Aufschluss in Bezug auf zwei wichtige Gesichtspunkte, die bei der Berechnung des neuen Apparates sehr wesentlich berücksichtigt worden sind. Dass man nicht einmal in Bezug auf diejenige Dimension des optischen Bilds eines Punktes, welche gegen die optische Axe gerichtet ist („vertikal“ in unserer Zusammenstellung genannt) ohne Berücksichtigung der Seitenstrahlen sich vollständig unterrichten kann, beweisen z. B. die für die Randstrahlen des dritten Lichtbüschels aufgeführten Zahlen, indem hier die vertikale Coordinate der von den beiden Seitenstrahlen erleuchteten Punkte der Bildebene nicht einen Mittelwerth zwischen den analogen Werthen für den oberen und unteren Strahl annimmt, sondern einen kleinern als für diese beiden. Man kann also streng genommen in Betreff der durch geneigte Lichtbüschel im Heliometer-Objectiv erzeugten Bilder auch über ihre gegen die Axe gerichtete Dimension für jetzt nur behaupten, dass sie nicht kleiner sein kann, als die Rech-

nungen Bessel's sie ergeben, während die zur ersten senkrechte Dimension ganz unbekannt ist. So weit übrigens Bessel's Ergebnisse in Betracht kommen, die er für Neigungen der Strahlenbüschel gegen die Axe von 24 und von 48' gefunden hat, so muss man, um sie mit den obigen Zahlen möglichst vergleichbar zu machen, die Oeffnung des Heliometer-Objectivs auf $\frac{1}{20}$ seiner Brennweite (wie bei Steinheil die wirksame Oeffnung ist) reduciren, d. h. man muss in der kleinen Tafel bei Bessel p. 106 diejenigen Werthe von t ausschliessen, welche ausserhalb der Grenzen $\pm 116'$ fallen, wodurch natürlich die Präcision des Bildes grösser gemacht wird, als sie bei der vollen Oeffnung (von ungefähr $\frac{1}{16}$ der Brennweite) ist. Durch Interpolation aus den von Bessel mitgetheilten Zahlen findet man hiernach, dass bei dem Heliometer-Objectiv die mit der Axe und dem Hauptstrahl in einer Ebene befindlichen Strahlen in der Bildfläche eine gegen die Axe gerichteten Linie erleuchten, deren Länge bei dem

17' 24"	geneigten Lichtbüschel dem	Angulärwerth	0",68
34' 47"	" " " " " "	" "	2",2

entspricht.

In dem äusseren Theile des Gesichtsfeldes macht sich also auch bei den mit der Axe in einer Ebene gelegenen Strahlen, die für das Fraunhofer'sche Objectiv allein verfolgt sind, die grössere Schärfe der Abbildung durch das Steinheil'sche bemerklich: in verstärktem Maasse wäre dies zu erwarten in Ansehung der übrigen Strahlen des Büschels, und ganz besonders dann, wenn man das Bild auch in noch grösserer Entfernung von der Axe in Anspruch nehmen wollte, wo seine Fehler bei dem Heliometer-Objectiv sehr rasch, bei dem neuen weit langsamer zunehmen.

An der Herstellung dieses optischen Apparates darf ich mir einigen, wenn auch entfernten, Antheil in so ferne zuschreiben, als die zur Abgleichung der Fehler nothwen-

digen trigonometrischen Formeln, durch welche der Weg der ausserhalb der Axen-Ebene gelegenen Lichtstrahlen verfolgt wird, von mir aufgestellt worden sind, — in dem Aufsatze, welcher im Bericht über unsere Sitzung vom 10. November 1866 gedruckt ist. Zu jener Zeit hatten diese Rechnungsvorschriften schon ein Jahr lang die Probe praktischer Brauchbarkeit in den Händen von Dr. Steinheil bestanden: sie haben auch seitdem für die meisten und die wichtigsten Erzeugnisse des von den beiden Brüdern geleiteten Institutes ihre Dienste geleistet; die mit ihrer Hilfe vervollkommneten Apparate sind bereits über die ganze Erde verstreut. — Im Gegenhalte zu demjenigen Wege der Untersuchung, welcher sich bei der Behandlung jener mathematischen Aufgabe sofort darbietet, dessen ich aber p. 265 meines Aufsatzes nur im Vorbeigehen gedacht, ist der Pfad, welchem ich glaubte den Vorzug geben zu müssen, charakterisirt durch den Umstand, dass man auf ihm (in Folge der besonderen Auswahl der Grössen die in jedem Stadium die Lage des Lichtstrahls bestimmen) zur gegebenen Lage des auf eine brechende Fläche gerichteten Strahles die des gebrochenen findet, ohne den Punkt aufzusuchen, in welchem er die Ablenkung erleidet. Die trigonometrischen Vorschriften, zu welchen der zuerst gedachte näherliegende aber in der Verfolgung weniger durchsichtige und umständlichere²⁾ Weg führt, haben übrigens seitdem gleichfalls ihre Publication erhalten durch Herrn Zinken gen. Sommer („Untersuchungen über die Dioptrik der Linsensysteme“, Braun-

2) Wenn man nur die Zahl für die Rechnung nothwendiger Operationen vergleicht, also die Controlformeln, die nur für den Einen der beiden Wege aufgestellt sind, dabei ausschliesst, so macht jede Fläche, welche die Anzahl der Brechungen um Eine vermehrt, bei diesem Gange 9maliges, bei dem meinigen 6maliges Aufschlagen der trigonometrischen Tafeln nothwendig: dazukommt noch in beiden Fällen Einmaliges Aufschlagen der Gauss'schen Tafel,

schweig 1870) und ganz neuerlich wiederholt durch Herrn Hansen („Untersuchung des Weges eines Lichtstrahls“ etc., Bd. X. No. II. der math.-phys. Classe der K. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch.) In der letztgenannten Abhandlung findet man auch, und zwar an die Spitze derselben gestellt, eine Reproduktion meiner Methode, doch ohne Erwähnung der Autorrechte die mir an dieselbe zustehen, und mit Weglassung der Control-Gleichungen, in deren systematischer Aufstellung wie ich glaube ein für den Rechner sehr wesentliches Stück des Werthes dieser Vorschriften ruht. Die Gleichungen für die successive Bestimmung der nach meinem Vorgange beibehaltenen Unbekannten sind natürlich dieselben geblieben (sowohl für den Hauptfall als für den Ausnahmefall der brechenden Ebene), abgesehen von zwei leichten in meinem Aufsätze (p. 271 unten und p. 274/5) bereits signalisirten Varianten, und abgesehen von einer ganz radikalen Aenderung in der Auswahl der Buchstaben. Gefolgt ist die Reproduktion meinem Vorgange noch in den geometrischen Betrachtungen, welche zur Herleitung der verschiedenen Relationen dienen. Sie entfernt sich dagegen von meinem Aufsätze durch die weit umfangreichere Darstellung: zu ihrem besseren Verständniss hat sie Figuren beigegeben erhalten. Endlich auch habe ich keinen Antheil an den Anweisungen welche dort (p. 77 ff.) für die eventuelle Bestimmung der Oeffnung der einzelnen Linsen vorgetragen werden; denn die zu diesem Zwecke p. 278 meines Aufsatzes gegebene Vorschrift ist eine durchaus verschiedene.
