

L. Grubers

Abhandlung

von der

Polhöhe.

2. General

W. J. D. N. O. D. A. W.

and son

W. J. D. N. O. D. A. W.



Durch die Bemühungen und Erfindungen eines Bradleys, Eulers, Mayers, de la Caille und de la Lande, und vieler andern der größten Mathematikverständigen ist die Astronomie auf das beträchtlichste erweitert worden, und hat sich dadurch ihrer Vollkommenheit sehr genähert. Die Instrumente selbst haben in den neuern Zeiten grosse Verbesserungen erhalten. Man kann also jetzt mit Recht grössere Genauigkeit im Observiren und mehr Schärfe in den Rechnungen fordern, als die alten Astronomen in beyden Stücken geleistet, oder leisten haben können. Besonders aber verdienen diejenigen Beobachtungen mit aller möglichen Genauigkeit angestellt, alle Umstände sorgfältig erwogen, und der Kalkül auf das schärfste geführt zu werden; wovon das Resultat den Grund zu andern Berechnungen giebt. Jeder, der sich nur einigermaßen mit der Astronomie beschäftigt, weiß, daß die Vollhöhe fast in allen übrigen Berechnungen wieder vorkommt, und

der Grund von denselben ist: daher ist es auch nothwendig, daß man alle Bemühungen anwende, dieselbe auf das genaueste an einem Orte zu bestimmen. Die berühmte Königl. Pariserakademie kann hier ein Beyspiel abgeben. Nach einer mehr als siebenzigjährigen Arbeit wurde die Polhöhe daselbst bis auf ein Zehntheil einer Sekunde bestimmt; nichts destoweniger geben sich nach dem Zeugniß des Herrn Monnier die dortigen Astronomen alle Mühe, es auch bey dieser Kleinigkeit auf eine vollkommene Gewißheit zu bringen. Ich habe mir daher vorgenommen, in gegenwärtiger Abhandlung, die gewöhnlichsten Methoden, welche um die Breite eines Ortes zu finden, sind gegeben worden, anzuführen, und was sich bey mancher für Schwierigkeiten äußern, kürzlich zu bemerken.

Daß die Polhöhe eines Ortes beständig einerley und nicht veränderlich sey, ist nunmehr außer Zweifel gesetzt. Der Unterschied, den man zwischen ältern und neuern Beobachtungen findet, rührt theils von den unvollkommenen Werkzeugen her, derer man sich in vorigen Zeiten bediente, theils von den Fehlern der Beobachtungen selbst. Es handelt davon Tycho in Progymn. und Hevel in Prodom. Astron. Und wie könnte es anders seyn, als daß die ältern und neuern Observationen voneinander verschieden seyn müssen, da man vor Tycho keine Refraktion, und vor Bradley keine Veränderungen, welche die Aberration des Lichts und das Schwanken der Erdschse verursachen, in Betrachtung zog?

Die erste und gewöhnlichste Methode, die man auch in allen astronomischen Büchern angeführet findet, ist folgende: P und p (Fig. I.) mögen die zween unbeweglichen Punkte, um welche sich der ganze Himmel herumzudrehen scheint, oder die zween Pole seyn. E Q sey der Aequator, welcher die Himmelssugel in zween gleiche Theile theilt. Ein Beobachter auf der Erde

in a oder b würde einen von den Polen gerade über seinem Scheitel sehen: E Q würde zugleich seinen Horizont vorstellen, und P E oder p E die Entfernung des Pols vom Horizont, oder die Polhöhe seyn, deren Maaß also ein Quadrant oder 90° wären. Ein anderer Observator in m hätte H R zum Horizont, Z zum Zenith und also P R zur Polhöhe, und diese letztere würde immer mehr abnehmen, je weiter der Beobachter von a entfernt wäre, oder je näher er dem Aequator käme. Wenn also an einem Orte, der nicht gerade unter dem Aequator liegt, die Höhe des Pols gesucht wird, so darf man nur die Mittagshöhe eines Sternes, welcher nicht untergeht, zweymal beobachten. Nämlich, da der Stern um P herum den Halbkreis s S (Fig. II.) zu beschreiben scheint, so wird er einmal oberhalb dem Pol in s, das anderemal unterhalb demselben in S in die Mittagsfläche kommen. Die Höhen s R, S R können also gemessen werden. Die kleinste Höhe SR von der größten Höhe s R abgezogen, läßt s S, wovon die Hälfte s P oder S P ist; diese zu der kleinsten Höhe S R hinzugesetzt, oder von der größten s R abgezogen, giebt P R oder die Polhöhe.

3. B. die scheinbare größte Höhe des Polarsterns: Commentar. Acad. imp. petropol. T. II) ist observirt worden

	62'	5'	35"
die Refraktion abgezogen			— 31
Wahre größte Höhe des Polarsterns	62	5	4
Scheinbare kleinste Höhe des Polarsterns	57	48	0
die Refraktion abgezogen			37
Wahre kleinste Höhe des Polarsterns	57	47	23
die wahre kleinste Höhe von der größten subtrahirt giebt den Durchmesser des Parallels des Sterns		4'	17' 41"
die Hälfte davon oder die Weite des Sterns vom Pol		2	8 50
Hiezu die kleinste Höhe addirt giebt		59	56 13 für
die Polhöhe von Petersburg,	§ 2		Wie

Wie Hr. Hofrath Kästner in den Anfangsgründen der angewandten Mathematik S. 64 bemerkt, so machen unvermeidliche kleine Irrthümer solche Bestimmungen allemal etwas ungewiß, die auch jetzt durch mehrere Umstände, welche man noch betrachtet (als die Aberration und Nutation) in Kleinigkeiten verändert werden. So wird auch die Polhöhe in der Conn. des mouvemens celestes und andern Ephemeriden nur $59^{\circ} 56' 0''$ angegeben. Daß die Aberration und Nutation den wahren Stand der Sterne verändern, zeigt sich schon aus Fig. II. Gesezt beyde zusammen betragen — 7 so würde der wahre Ort der Sterne in m und n fallen, und folglich die wahre Höhe des Pols p R seyn. So war in dem vorigen Beispiele die größte durch die Refraktion verbesserte Höhe

	62	5	4"
Zieht man hievon die Aberrat. und Nutat. ab		— 7	
Wahre größte Höhe	62	4	57
Kleinste durch die Refrakt. Aberr. und Nut.			
verbesserte Höhe	57	47	16

Giebt wie vorher den Durchmesser des Parallelkreises

	4	17	41
--	---	----	----

die Hälfte aber davon

	2	8	50
--	---	---	----

zur kleinsten Höhe hinzugesetzt giebt die Polhöhe $59^{\circ} 56' 6''$ und also um einige Sekunden kleiner, als sie ohne diese angebrachten Verbesserungen wäre gefunden worden.

Das angeführte Beispiel, welches die Petersburger Polhöhe größer, als sie durch neuere Observationen ausgemacht ist, angiebt, macht die Methode selbst noch nicht verwerflich; da fast bey keiner einzigen, aus einer Beobachtung etwas in der größten Schärfe gewisses zu schließen ist, sondern aus mehrern das Mittel muß

muß genommen werden. Herr de la Caille in seinen Lect. elem. Astron. S. 277 Edition. Vien. giebt sie als die beste an; er sagt daselbst: optima autem methodus determinandi Eleuationem poli ex obseruatione, quando locus aliquot gradibus ab aequatore distat, est, si accipiatur instrumento in gradus, minuta & secunda accurate diuiso maxima altitudo, & post 12 horas minima unius è stellis, quae nunquam occidunt. Nam, cum talis stella semper ad eandem distantiam circa polum circumeat, eleuatio poli in medio duarum altitudinum consistere debet.. Doch glaube ich nicht, ganz ungegründet zu seyn, wenn ich behaupte, daß diese Art, die Polhöhe zu finden, mehr Ungewisheiten ausgesetzt sey, als irgend eine andere. Dieser grosse Astronome nennt vielleicht das obenbeschriebene Verfahren deswegen das Beste, weil nicht schlechterdings nothwendig ist, daß das Instrument vollkommen in der Mittagsflache stehe, da nämlich der Stern sehr langsam seine Höhe ändert. Man hat also den Vortheil, daß, wenn auch schon in der Ziehung der Mittagslinie um eine Kleinigkeit gefehlet worden, solches doch bey dieser Beobachtung keine besondere Irrung verursache. Aber desto genauer muß das Instrument geprüft, und dessen Fehler in den Theilungspunkten gesucht werden. Wer sich mit der praktischen Astronomie beschäftigt, weiß, wie beschwerlich diese Arbeit sey, wovon unter andern Herr de la Lande in seiner Astronom. Tom. II. kann angesehen werden. Doch wer Fleiß und Mühe scheuet, darf sich nicht an die Astronomie wagen. Das, was dieses Verfahren unsicher macht, und deswegen es nicht schlechterdings als die beste Methode anzupreisen ist, wäre wohl die Refraktion. Denn gesetzt, man beobachtete einen Stern, ubi circulus arcum — Ultimus extremum spacioque breuissimus ambit, so kömmt er doch in seiner niedrigsten Höhe in eine ziemlich weite Entfernung vom Scheitelpunkt zu stehen, und daher
muß

muß auch die Refraktion desto veränderlicher und ungewisser werden. Ferner um die beyden Durchgänge des Sterns durch den Meridian zu bemerken, muß die Beobachtung in langen Nächten, und folglich zu einer Jahreszeit geschehen, wo die Refraktion sich fast mit jedem Tage ändert. Es erhellet dieses selbst aus dem, was de la Caille Lect. Astron. § 445 davon anmerket: *Uterius porro liquet (heißt es daselbst) refractiones siderum debere esse inconstantes, & omnibus Variationibus, quae in atmosphaera contingunt, obnoxias. Sic aere puriore & calore magis rarefacto eae erunt minores, quod etiam e situ loci pendeat, uti versus aequatorem in vertice magnorum montium; ex opposito refractiones fiunt majores aere humidior, denfiores. Man vergleiche noch damit de la Lande Astron. L. 12, wo er von dem changement de la refraction produit par les Variations de l'atmosphère handelt.* Nach dem Vorgange des verstorbenen göttingischen Hr. Prof. Mayers hat man zwar durch Anwendung des Thermometers die Veränderungen der Refraktion, welche von der verschiedenen Beschaffenheit der Atmosphäre abhängt, zu bestimmen gesucht, und deßhalb auch Regeln angegeben; mit welchem Erfolge aber? Ob das Thermometer hierinn etwas entscheide, ob die angegebenen Gesetze richtig seyn, getraue ich mich nicht zu entscheiden. Daß aber noch Gelehrte und der Sachkundige daran zweifeln, bezeugt die schon verschiedne Male von der königl. göttingischen Societät den Astronomen zur Beantwortung vorgelegte Aufgabe, die aber bis jetzt noch nicht erfolgt ist. In übrigen merkt David Gregori in Astron. Phys. & Geom. Elemen. propof. XVII. ebenfalls an, daß diese Methode, wovon bisher die Rede gewesen, groffe Behutsamkeit erfordert. In observatione hac instituenda summa cura & diligentia procedendum est; hinc enim reliquae omnes solis & fixarum observationes, ac proin astronomica quaevis super-

stru-

Aruuntur. Quare fixa talis feligenda est, quae in minima altitudine refractioni sit minime obnoxia; hoc est, polo viciniior quaeuis, quae Horizonti non admodum adpropinquauit: nam refractionis siderum loca prope horizontem obseruata incerta reddit, ut inferius ostendetur. Es wird zwar freylich, je näher der Stern dem Pol ist, der Fehler vermindert, keineswegs aber ganz gehoben. Wie sehr die Refraktions-Tabellen noch voneinander unterschieden sind, zeigt der Augenschein. Die ältern von Cassini, Newton, de la Hire, Flamsted berechneten Tabellen gehen oft um 10, 15 bis 20 Sekunden voneinander ab: und so stimmen auch die neuern von Halley, Bradley, de la Caille nicht überein.

De la Caille selbst hat schon zur Bestimmung der Polhöhe des mazarinischen Kollegiums zu Paris. sich dieser Methode mit einiger Veränderung bedienet. Im Jahre 1755 (S. — Fundam. Astron.) beobachtete er die Entfernung des Polarsterns vom Scheitelpunkt, da der Stern die größte Höhe hatte oder Z S (Fig. III.)

und da er die kleinste Höhe hatte oder Z s	39	5'	39,7
	43	9'	26,9
	82	15	6,6

die Summe davon 2 Z S + S s durch 2 dividirt, giebt die Distanz des Pols vom Scheitel oder Z S + S P

Verbesserung wegen der Refrakt. hinzugesetzt	41	7	33,3
			58,3

Wahre Entfernung des Pols vom Scheitel

	41	8	31,6
	89	59	60

Polhöhe

	48	51	28,4
--	----	----	------

Wie

Wie schon angeführt worden, je näher der Stern in seiner kleinsten Höhe dem Horizont kömmt, desto unsicherer wird die daraus bestimmte Polhöhe. Es geschieht aber dieses sonderlich, wenn er in seiner größten Höhe auf die andere Seite des Zeniths stehet. Die Rechnung ist alsdann auch etwas zu verändern. Die kleinste Höhe (Fig. III.) sey $a R$, die größte $A R$. Um nun den Parallelskreis des Sterns zu erhalten, so müssen die Ergänzungen der zwei beobachteten Höhen zu 180° genommen werden, welche also $A H$ und $a H$ sind. $A H$ von $a H$ abgezogen giebt den Parallelskreis $A a$, die Hälfte davon $a P$ zur kleinsten Höhe hinzugeleget ist die Höhe des Pols $P R$; niemals aber wird sich ein Astronome dieses Verfahrens bedienen.

Um den Fehlern, welche die Refraktion bey diesen Vorschlägen verursacht, vorzubeugen, hat Godin sie zu verbessern gesucht, welche Manier ich mit den Worten beschreiben will, wie sie in einer Schrift: *de altitudine poli Observatorii Astronom. Ingolstadiensis, dissertatio 1767* angeführet ist. Godinus observat distantiam stellae prope verticem culminantis, tum quadrante in plano circuli horae sextae constituto, ejusque centro in polum directo, post senas horas maximam stellae digressionem, emenso nimirum sui circuli quadrante metitur: idem repetit post duodenas horas metiendo maximam digressionem versus alteram partem, simulque altitudinem correspondentem vtrinque observat: quam dum per correctionem tabularum refractione purgat, obtinet arcum per polum transeuntem & utroque digressionis maximae puncto interceptum, ejus semissem dum addit distantiae stellae observatae a vertice, habebit ipsam poli ab eodem distantiam; addit exemplum, quo ostendit errorem 10 secundorum in refractione commissum, non nisi errorem sex secundorum in

in determinanda poli altitudine inferre. Was der Verfasser dieser Schrift wider Hr. Godins Vorschlag einwender, will ich ebenfalls hieher setzen: Verum, si in binis altitudinibus refraction mutetur, mutata, quod fieri pronum est, atmosphaera: si positio quadrantis non admodum adcurata sit; si error in obseruatione distantiae fideris à vertice commissus prioribus conspiret, accedente correctionum incertitudine, vereor, ut ne errores hac methodo augeantur magis, quam minuantur. Godinus quidem ipse hac sua praxi, qui ad eam comprobendam nullam certe industriam desiderari passus fuerit, poli altitudinem (non dubito obseruatorii academici) anno 1733 inuenit $48^{\circ} 50' 30''$, cum ab aliis eadem $48^{\circ} 50' 10''$ & hodie recentissimis ac probatissimis obseruationibus confirmata habeatur $48^{\circ} 50' 14''$. Vide Mem. de l'Acad. 1734.

Maraldi hat bey Erfindung der Polhöhe einen andern Weeg gebraucht, wo von der Refraktion zwar freylich kein Fehler zu besorgen ist. Er beobachtet die Kulmination eines Sterns, der durch das Zenith gehet, und bemerckt zugleich die Zeit. Einige Stunden nach der Culmination obseruirt er das Azimuth desselben, und zwar wieder mit Bemerkung der Zeit; hierdurch sind in dem gleichschenkligten Kugeldreyecke (dessen zwey gleiche Seiten die Distanz des Sterns vom Pole sind, die dritte das Komplement der Höhe des Sterns in der zwoten Obseruation) drey Winkel bekannt, nämlich zween gleiche aus dem beobachteten Azimuth, und der dritte ist aus der Zeit, die zwischen der ersten und andern Beobachtung verlossen, auch gegeben. Hierdurch können also auch die Seiten, und hauptsächlich die, welche die Distanz des Sterns vom Pole mißt, gefunden werden; und so auch seine Deklination &c. Wenn zugleich mit dem Azimuth die scheinbare Höhe des Sterns beobachtet, und das Komplement derselben mit derjenigen, welche

durch die Rechnung gefunden worden, verglichen wird, so erhält man auch die Refraktion. Aber diese Art, die Polhöhe zu bestimmen, ist gleichfalls sehr unsicher. Wie leicht wird nicht im Azimuth um Sekunden gefehlt, welche Fehler hernach bey Bestimmung der Distanz des Sterns vom Pol beynabe drey mal größer werden. Selten wird man auch auf sonst wohleingerichteten Sternwarten Azimuthalquadranten antreffen, die von beträchtlicher Größe wären, und die eine Eintheilung bis auf Sekunden hätten. Noch mehr werden die Fehler vergrößert, wenn der Stern nicht genau und vollkommen im Scheitelpunkt kulminirt, und sehr leicht ist es, daß man sich in dieser Observation irre. Ueberhaupt wird man auch finden, daß die neuern Astronomen sich weder dieser noch vorgedachter Methode sonderlich bedienet haben.

Anderere haben daher ihre Zuflucht zu den Mittagshöhen der Sonne oder einiger Sterne genommen, und nachdem sie diese beobachtet, ihre Abweichung anderswoher als bekannt angenommen; diese, welche entweder nördlich oder südlich, ist von der observirten Mittagshöhe entweder abgezogen, oder hinzugesetzt und solchergestalt die Höhe des Aequators erhalten worden. In der zweyten Figur sey AQR der Mittagskreis, so ist des Sterns s Mittagshöhe HS , seine nördliche Deklination ES ; diese von ersterer abgezogen läßt die Höhe des Aequators HE ; die Aequatorshöhe macht aber mit der Höhe des Pols 90° aus, und also wird die Polhöhe bekannt, wenn man die Höhe des Aequators von 90° abzieht. Stünde aber der Stern in G , so müßte seine südliche Abweichung GE zu der Mittagshöhe HG hinzuaddirt werden, um die Höhe des Aequators über den Horizont zu bekommen. Hier gebe ich einige Beyspiele, die nach den neuesten Tafeln berechnet sind. Im Jahre 1727 den 4ten Juny a. St.

ist die Mittagshöhe der Sonne zu Petersburg beobachtet worden

	53°	39'	40"
den 7 Jun.	53°	46'	10"
den 11 Jun.	53°	49'	10"
den 14 Jun.	53°	46'	45"

Um nun die Declination zu finden, muß fürs erste ihre Länge gesucht werden. Für die erste Observation wäre

1727	Länge der Sonne.	Apogäum der ☉
Unterschied zwischen Mayers und la Caille Tabellen	9° 9' 35" 22,4"	3° 8' 12" 58"
		— 42"
Redueirung auf den Petersburg. Mittagskreis	— 14,5	3 8 12 16
		29,8
		3 8 12 45,8 Apog. den
	4 35,9	2 23 7 34,8 15 Jun.
	9 9 30 32,0	11 14 54 49,0 Mittlere An.

den 4 Jun. a St.
oder 15 n. St.

2 23 7 34,8

Aeq. für den Mittelp.

der ☉

+ 29 27,7

2 23 37 2,5

Summe der 4 Aequat.

— 2,4

wegen Redueirung der Zeit — 0,2

Wahrer Ort

der ☉

2° 23' 36" 59,9"

1 Argum.	2 Argum.	3 Argum.	4 Argum.
11° 24', 8	8° 14', 0	5° 16', 8	3° 3', 8
8, 8	4 29 8	3 12, 4	— 1, 0
0 3, 6	1 13, 8	8 29, 2	3 2, 8
Aeq. + 0'', 9	Aeq. + 6'', 3	Arg. — 4'', 0	7 13, 7

10 16, 5
Aeq. — 5'', 6

Nun

Nun könnte aus der gefundenen Länge der Sonne ihr Abweichung durch die Trigonometrie, oder durch die Tabellen gesucht werden. Nach letztern ist die mittlere nördliche Abweichung der ☉

 $23^{\circ} 19' 1''$
 $— 7$

Wahre Abweichung $23 \ 18 \ 44$
Es war aber die observirte Höhe der Sonne $— 53^{\circ} 39' 40''$
Der Halbmesser der ☉ abziehen $— 15 \ 47$

Höhe des Mittelpunkts der ☉ $— 53 \ 23 \ 53$
Refraktion abziehen $— 56$

die Parallaxe hinzusetzen $— 53 \ 22 \ 57$
 $+ 5$

Wahre Höhe der Sonne $— 53 \ 23 \ 2$
Abweichung der Sonne abziehen $— 23 \ 18 \ 44$

Höhe des Aequators $— 30 \ 4 \ 16$
 $89 \ 59 \ 60$

Polhöhe von Petersburg $— 59 \ 55 \ 44$

Für die zweite Höhe

Länge der Sonne		Apogäum der ☉	
1727	$9^{\circ} 9' 30'' 32'', 0$	$3^{\circ} 8' 12'' 16''$	
18 Jun.	$5 \ 16 \ 34 \ 27, 8$	$30, 3$	
	$2 \ 26 \ 4 \ 59, 8$	$3 \ 8 \ 12 \ 46, 3$	
Aeq. für den Mit-		$2 \ 26 \ 4 \ 59, 8$	
telp. der ☉	$+ 23 \ 45, 6$	$11 \ 17 \ 52 \ 13, 5$	Mittlere A-
Summe der 4 Aeq.	$+ 2, 7$		nom.
Redukt. der Zeit	$+ 0, 8$		

Wahr. Ort der ☉ $2 \ 26 \ 28 \ 48, 9$

1 Argum.	2 Argum.	3 Argum.	4 Argum.
$11^{\circ} 24', 8$	$8 \ 14, 0$	$5 \ 16, 8$	$3 \ 22, 8$
$8, 9$	$5 \ 2, 5$	$3 \ 14, 2$	$8 \ 20, 2$
$0 \ 3, 7$	$1 \ 16, 5$	$9 \ 1, 0$	$11 \ 23, 0$
Aequ. $+ 0'', 9$	Aequ. $+ 6'', 6$	Aequ. $— 3'', 8$	Aequ. $— 1''$

Es

Es wird also hieraus gefunden die mittlere Abweichung der ☉

23° 25' 26" nördlich
— 17

Wahre Abweichung der ☉ 23° 25' 9"

Nun war die beobachtete Mittagshöhe der ☉ 53° 46' 10"

Der Halbmesser der Sonne abziehen 15 47

Höhe des Mittelpunkts der ☉ 38 23

Wegen der Refrakt. und Parallaxe abzieh. — 51

Wahre Höhe der ☉ 37 32

Nördliche Abweichung derselben abziehen 23 25 9

Höhe des Aequators — 30 4 23

89 59 60

Polhöhe — — 59 55 37

Für die dritte Höhe

	Länge der ☉	Apog. der ☉
1727	92 9° 30' 32", 0	32 8° 12' 16", 0
den 22 Jun.	5 20 31 1, 1	31, 0

3 0 1 33, 1	3 8 12 47, 0
Aequ. für den	3 0 1 33, 1

Mittelp. der ☉ + 16 7, 0	11 21 48 46, 1	Mittlere Anomalie
--------------------------	----------------	-------------------

Summe der 4 Aeq. + 9, 8	
-------------------------	--

Wegen Redukt. der Zeit + 2, 9	
-------------------------------	--

Wahrer Ort

der ☉ 3 0 17 52, 8

1 Argum.	2 Argum.	3 Argum.	4 Argum.
----------	----------	----------	----------

112 24°, 8	8 14, 0	5 16, 8	3 2, 8
------------	---------	---------	--------

9, 2	5 6, 1	3 16, 7	10 9, 0
------	--------	---------	---------

0 4, 0	1 20, 1	9 3, 5	1 11, 8
--------	---------	--------	---------

Aeq. + 1, 2	Aeq. + 6, 2	Aeq. — 35, 6	Aeq. + 5, 3
-------------	-------------	--------------	-------------

Mittlere Deklination der ☉ — 23° 28' 16" nördlich

— 17

Wahre Deklination — — 23 27 59

Ob:

Observirte Mittagshöhe der ☉	53	49	10
Der halbe Diam. der ☉ abzuziehen		15	47
	53	33	23
Verbesserung wegen der Refrakt. und Parall.		—	51
	53	32	32
Deklination der ☉ abzuziehen		23	27
	30	4	33
Höhe des Aequat.		89	59
			60
Polhöhe	59	55	27

Für die vierte Höhe.

	Länge der ☉	Apogäum	
1727	9 ^z 9 ^c 30' 32," 0	3 ^z 8 ^c 12' 16," 0	
den 25 Jun.	5 23 28 26, 1	31, 6	
	3 2 58 58, 1	3 8 12 47, 6	
Aeq. für den Mitt-		3 2 58 58, 1	
elp. der ☉	+ 10 18, 8		
Summe der 4 Aeq.	+ 12, 6	11 24 46 10, 5	Mittl. Ano-
Für die Redukt. auf			mal. der ☉
die Mittelzeit	+ 5, 4		
Wahrer Ort			
der ☉	3 3 9 34, 9		

1 Argum.	2 Argum.	3 Argum.	4 Argum.
11 ^z 24 ^c , 8	8 ^z 14 ^c , 0	5 16, 8	3 2, 8
9, 3	5 8, 8	3 18, 5	11 15, 6
0 4, 1	1 22, 8	9 5, 5	2 18, 4
Aeq. + 1'', 2	Aeq. + 7''	Aeq. — 3'', 4	Aeq. + 7, 8

Mittlere nördliche Abweichung der ☉ 23° 26' 0''
— 17

Wahre Abweichung der ☉	—	23, 25, 43
Die Mittagshöhe der Sonne ist	—	53° 46' 45''
Der Halbim. der ☉ abzuziehen	—	15 47
		53 30 58

Refrakt. und Parallaxe zusammen	— 51		
Wahre Höhe des Mittelp. der ☉	53	30	7
Nördliche Declinat. der ☉ abziehen	23	25	43
Höhe des Aequators	30	4	24
	89	59	60
Polhöhe	59	55	36

Die vier observirten Sonnenhöhen hätten also folgende Polhöhen für Petersburg gegeben $59^{\circ} 55' 44''$; $59^{\circ} 55' 37''$; $59^{\circ} 55' 27''$; $59^{\circ} 55' 36''$, oder wenn hieraus ein Mittel genommen wird: $59^{\circ} 55' 36''$ die um $24''$ kleiner ist, als man sie durch sonstige Observationen ausgemacht hat. Doch ist zu bemerken, daß in dem Petersburg. Commentar. aus welchem obige Sonnenhöhen genommen worden, nichts von den Fehlern des Instruments angeführet ist. Vielleicht ist aber schon die Verbeßerung in den angegebenen Höhen selbst angebracht.

Nach eben dieser Methode hat der berühmte Prof. Mayer die Polhöhe von Göttingen zu bestimmen gesucht, wie in den Commentar. Societ. Reg. Scientiarum Göttingens. gemeldet wird. Er giebt als ein Mittel aus allen gemachten Observationen $51^{\circ} 32' 18''$ an; doch wird solche nur $51^{\circ} 31' 54''$ in der connoissance des mouv. celest. und den Ephemer. Viennens. und zwar nach H. Hofr. Kästners Meynung noch etwas zu groß gesetzt. Da man Mayern die Geschicklichkeit im Observiren nicht absprechen kann, sondern derselbe durch seine vortreflichen Mondstafeln noch zuletzt einen Beweis gegeben hat, wie geschickt er beydes sowohl Theorie als Ausübung miteinander zu verbinden gewußt hat, so bin ich geneigter, diese Abweichung der minder sichern Methode zuzuschreiben. Und in Wahrheit, wenn man auch die hier so oft unsichere Refraktion nicht in Betrachtung ziehen will, weil im

Com-

Sommer, wo die Sonne hoch zu stehen kömmt, der Fehler nicht sehr beträchtlich wird, so ist doch sehr leicht, ja beynahe unvermeidlich, daß nicht in der Abmessung der Sonnenhöhe gefehlt werde. Wer sich davon überzeugen will, darf nur darauf acht haben, wenn zween Beobachter zugleich einerley Sonnenhöhe mit Instrumenten von einer Qualität messen, wie sehr sie in denselben verschieden seyn werden. Ferner muß die Declination der Sonne aus ihrer Länge gesucht werden; um aber diese ganz genau zu finden, so muß der Unterschied des Mittagskreises des Orts, an welchem man observirt, von dem Pariser oder einem andern Meridian bekannt seyn. Gemeiniglich weiß man aber und findet die Polhöhe eher als die Länge des Ortes. Jedoch ist vorgedachtes Verfahren gut zu gebrauchen, wenn man nur die Polhöhe oder Breite eines Orts ohngefähr zu wissen verlangt, wie sich oft auf Reisen auf dem festen Lande sowohl als auf dem Meere zuträgt. Es wäre aber zu wünschen, daß man hier eine bequemere Art, die Mittagslinie zu bestimmen, ausfindig machen möchte, als die bisher bekannten sind.

Noch findet man angeführt, daß einige Astronomen aus den beobachteten Sonnenstandspunkten die Aequators und folglich auch die Polhöhe bestimmt haben. z. B. P. Nikasius Gramaticus hat im Jahre 1722 den 21. Juny zu Ingolstadt, da die Sonne im Sommerpunkt war, die wahre Höhe des Mittelpunktes gefunden.

	64° 42' 30"		
Den 20 Dec. da sie im Winterpunkt war	17	45	46
Weite der Wendekreise	-	-	46 56 44
Schiefe der Elliptik	-	-	23 28 22

Das

Daher die Höhe des Aequators - 41 14 8
89 59 60

Und die Polhöhe von Ingolstadt - 48 45 52

Da sich aber sehr selten zuträgt, daß die Zeit, wenn die Sonne die größte Abweichung hat, oder in den Solstitialpunkten ist, in den Mittag selbst falle, so hat der große Geometer Halley schon vorlängst eine Methode bekannt gemacht, wodurch man ist in Stand gesetzt worden, solches genauer, als vorher geschehen ist, zu bewerkstelligen. *E. philosophical Transact. abridy'd by John Lowthorp Vol. I. p. 266.* Weitläufig handelt auch davon Gregori in *Elem. Astron. Phys. & Geom.* Ingleichen Wolf in *Elem. Astron.* Doch ohne einige Beyspiele der Rechnung anzuführen, die nur Halley selbst in den *Transaktions* gegeben, wo er aus den Beobachtungen des Bernard Walters zu Nürnberg a. 1500 und des Cassendi zu Marseille a. 1636, die Zeiten, wenn die Sonne die größte Abweichung gehabt, und die letztere selbst bestimmt. Hernach hat Mayer in den *Petersburg. Commentar. Tom. II.* die Methode des Interpolirens darauf angewendet, von welcher, weil sie vielleicht weniger bekannt, ich hier kürzlich Erwähnung thun will. Er nimmt, um allzugroße Weitläufigkeit zu vermeiden, vier beobachtete Sonnenhöhen; weniger würden aber zu einer etwas genauern Rechnung nicht hinlänglich seyn. Die Sonnenhöhen sind die, welche schon im vorigen angeführet worden. Nämlich im Jahre 1727 ist vor und nach dem Solstitium die Höhe des obern Sonnenrandes beobachtet worden.

den 4. Jun.	53°	39'	40"
den 7. Jun.	53	46	10
den 11. Jun.	53	49	10
den 14. Jun.	53	46	45

Für die Reihen von vier Gliedern m, n, p, q
 a, b, c, d

gibt er aber aus ihrem Gesetz $\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3$ die Forme

$$a - \frac{+a}{-b} \frac{x-m}{n-m} + \left\{ \frac{+(p-n)a}{-(p-m)b} \right\} \frac{(x-m)(x-n)}{+(n-m)c} \frac{(x-m)(x-n)(x-p)}{-(n-m)(p-m)(p-n)d}$$

Damit aber eine weltläufige Rechnung, wozu diese sehr zusammenge setzte Formel führet, abgekürzt werde, so setzt er wie gewöhnlich die erste Radix und dazu gehörige Funktion = 0 und giebt alsdann folgende bequemere Formel um die Zeit des Solstitiums zu finden.

$$+ \left[\frac{bpq}{n(p-n)(q-n)} - \frac{cnq}{p(p-n)(q-p)} + \frac{dnp}{q(q-n)(q-p)} \right] x$$

$$- \left[\frac{b(p+q)}{n(p-n)(q-n)} - \frac{c(n+q)}{p(p-n)(q-p)} + \frac{d(n+p)}{q(q-n)(q-p)} \right] x^2$$

$$+ \left[\frac{b}{n(p-n)(q-n)} - \frac{c}{n(p-n)(q-p)} + \frac{d}{q(q-n)(q-p)} \right] x^3$$

Um noch mehr den Kalkulus abzukürzen, nimmt er ferner die Differenz zwischen dem ersten Tag der Observation, und dem zweyten, dem ersten und dem dritten, dem ersten und dem vierten,

daß also Tage	0	3	7	10
die Höhen	0	6'30"	9'30"	7'50"

Oder alles zu Sekunden gemacht, wären die Höhen 0, 390", 540", 425", welche Zahlen sich durch 15 dividiren, und also ausdrücken lassen: 0, $\times 15$, 26×15 , 38×15 , $28\frac{1}{3} \times 15$ für welche letztere er 29×15 setzt. Man sieht hieraus, daß die Weltläufigkeit noch mehr vermieden werden kann, wenn der gemeinschaftliche Faktor 15 ausgelassen wird, und wenn also die Zeiten als radices,

ces,

ges; und die ihnen zugehörigen Höhen als Funktionen angesehen werden: so wären die erstern 0, 3, 7, 10, die letztern 0, 26, 38, 29. Folglich weil m und $a=0$, $n=3$, $p=7$, $q=10$, $b=26$, $c=38$, $d=29$, und wenn diese Werthe in obiger Formel substituirt werden, so ist

$$\left[\frac{1820}{84} - \frac{1140}{84} + \frac{609}{210} \right] x - \left[\frac{442}{84} - \frac{494}{84} + \frac{290}{210} \right] x^2 + \left[\frac{26}{84} - \frac{38}{84} + \frac{29}{210} \right] x^3$$

oder die Brüche unter einerley Benennung gebracht, indem Zähler und Nenner, jeder der zweyen ersten Brüche im Coefficienten von x mit $2\frac{1}{2}$

multiplieirt werden $\left[\frac{4550 - 2850 + 609}{210} \right] x - \left[\frac{1105 - 1235 + 290}{210} \right] x^2 + \left[\frac{65 - 95 + 29}{210} \right] x^3$ und dasjenige, was sich gegeneinander aufhebt, ausgelassen:

$$\frac{2309x - 160xx - xxx}{210}, \text{ welche}$$

Formel wegen ihrer Allgemeinheit also auch die größte Höhe, oder die, welche die Sonne im Solstitium gehabt, enthält. Um nun die Zeit, wenn solches geschehen, zu bestimmen, so wird nach den gewöhnlichen Vorschriften der Differentialrechnung der größte Werth von x gesucht. Man kann aber hier den Nenner 210, weil er allen Gliedern gemein ist, auslassen, und die Zeichen der Gleichung in die entgegengesetzten verwandeln und es ist $x^3 + 160x^2 - 2309x$

$$3x^2 dx + 320x dx - 2309 dx = dy$$

Alles durch dx dividirt und $dy=0$ gesetzt, bleibt $3x^2 + 320x - 2309 = 0$. Die Wurzeln von dieser quadratischen Gleichung sind $+6,784$ und $-113,451$. Es ist aber gleich zu ersehen, daß letztere zu gegenwärtiger Auflösung nicht dienlich, und wenn $x=6,784$ ein Größtes ist, solches das Gesuchte gebe. Daß es aber ein solches sey, zeigt sich dadurch, (Boscovichs Algeb. S. 493) daß, wenn aus der letzten Aequation folgende hergeleitet: $6x -$

320=0, und der gefundene Werth von x substituirt wird, etwas positives heraus kömmt, und wenn eben derselbe in $x^3 + 169x^2 - 2309x$ gesetzt wird, diese negativ wird. Die Zeit, da die Sonne die größte Höhe gehabt hat, fiel also in 6,784 Tag, oder vielmehr weil die Differenzen anfänglich sind genommen worden, und daher wieder vier Tage müssen zugesetzt werden, in 10,784 Jun. alten St. oder in 10 Jun. 18 St. 49 M. (Im Commentar stehet statt dieser letzten Zahlen vermuthlich durch einen Druckfehler 10 Jun. 48 St. 19 M.) In der Formel selbst ist also nun x bekannt, und kann daher der Sonne größte Höhe gefunden werden. xx ist = 116, 294656; xxx = 1254, 12570304; deswe-
gen ist die Formel $\frac{10,784 \times 2309 - 116,295}{210} x$

$$\frac{160 - 1254,122}{210} = \frac{24900,256 - 18607,200 - 1254122}{210} = \frac{5038,934}{210} = 24'' \text{ und die größte Höhe des obern Sonnenrandes}$$

Halbmesser der ☉ abziehen	-	53° 49 34
		— 15 47
Die Refraktion abziehen	-	53 33 47
		— 56
Die Parallaxe hinzuzusetzen	-	53 32 51
		+ 5
Wahre Höhe des Mittelpunkts der ☉		53 32 56
Größte Abweichung der ☉ abziehen		23 28 38
Höhe des Aequators		30 4 18
		89 59 60
Pollhöhe von Petersburg	-	59 55 42

Von dieser Rechnung ist nun diejenige merklich unterschieden, welche Mayer an oft angeführtem Orte selbst gegeben hat.

Er hat gefunden die Höhe des obern Sonnenrands $53^{\circ} 49' 11''$
Und setzt den Halbmesser $- 15 \quad 51$

Die Refraction $- \quad - \quad -$ $53 \quad 33 \quad 20$
 $- \quad - \quad -$ $- \quad - \quad 56$

Die größte Declination der Sonne $- \quad - \quad -$ $53 \quad 32 \quad 24$
 $- \quad - \quad -$ $23 \quad 29 \quad 0$

Die Höhe des Aequators $- \quad - \quad -$ $30 \quad 3 \quad 24$

Die Polhöhe $- \quad - \quad -$ $59 \quad 56 \quad 36$

Die Zeit, wann die Sonne die größte Abweichung im Jahre 1727 gehabt, findet sich durch die Rechnung den 10 Jun. alt. St. 16 St. 33 M. denn es ist

	Länge der $\odot$	Apogäum
1727	$9^{\circ} 9' 30'' 32'', 0$	$3^{\circ} 8' 12' 16'', 0$
21 Jun. n. St.	$5 \quad 19 \quad 31 \quad 52, 8$	$30, 9$
16 St.	$39 \quad 35, 5$	$3 \quad 8 \quad 12 \quad 46, 9$
33 M.	$1 \quad 21, 3$	$2 \quad 29 \quad 43 \quad 11, 6$
	$2 \quad 29 \quad 41 \quad 11, 6$	$11 \quad 21 \quad 30 \quad 24, 7$ Mittl. Ano.
Aeq. für den Mittelp.	$+16 \quad 42, 9$	

$2 \quad 29 \quad 59 \quad 54, 5$
Summe der 4 Aeq. $+ 9, 1$
 $3 \quad 0 \quad 0 \quad 3, 6$

1 Argum.	2 Argum.	3 Argum.	4 Argum.
$11^{\circ} 24', 8$	$8^{\circ} 14', 0$	$5 \quad 15, 8$	$3 \quad 2, 8$
$9, 1$	$5 \quad 5, 2$	$3 \quad 16, 1$	$9 \quad 26, 8$
$0 \quad 3, 9$	$1 \quad 19, 2$	$9 \quad 2, 9$	$8, 1$
Aeq. $+ 1'', 2$	Aeq. $+ 6'', 8$	Aeq. $- 3'' 7$	$1 \quad 7, 7$
			Aeq. $+ 4'', 1$

Die Zeit des Solstitiums, welche durch die Interpolation gefunden, differirt von derjenigen, welche die Rechnung giebt, um $2\frac{1}{2}$ St. und zwar giebt erstere das Solstitium später an, als es sich wirklich ereignet hat. Doch thäte dieses zu gegenwärtiger Absicht, wo aus der Länge der $\odot$ ihre Abweichung gesucht wird, so viel nicht. Denn da um die Zeit des Solstitiums die Sonne ihre Declination sehr langsam ändert, und zwar in einem Tage nur ohngefähr um

15", so beträgt der Fehler noch nicht 2". Vielleicht könnte auch, wenn man andere Interpolationsformeln z. B. des Herrn de la Caille in seiner Astronom. gebrauchte, die Zeit noch genauer gefunden werden. Nur sind diese wegen der weitläufigen Rechnung auch beschwerlicher. Für $1x^3 + kx^2 + hx + g$ und wenn m und $a=0$, ist bey ihm

$$1 = \frac{cnq(q-n) - bpq(q-p) - dnp(p-n)}{npq(p-n)(q-p)(n-q)}$$

$$k = \frac{cn - bp}{cn(p-n)} - 1(n+p)$$

$$h = \frac{b}{n} - 1nn - xn$$

$$g = 0$$

Wie man hieraus ersehen kann, so kommen die Coefficienten eines vorhergehenden Glieds allemal wieder in Bestimmung des Coefficienten eines folgenden Gliedes vor; z. B. 1, welches oft eine große Zahl seyn kann, kommt in Bestimmung des x wieder vor, und so auch k in h , wodurch der Kalkül mühsamer wird. Viel besser und leichter wäre aber H. de la Lande's Methode der zweyten Differenzen. Memoir: de l'Acad. 1761 und Astron. Tom. II. Aus dem beobachteten Sommer- und Wintersolstitium kann also die Schiefe der Ekliptik, und daher die Aequators- folglich auch die Polhöhe unmittelbar gefunden werden, und wie aus dem angeführten erhellet, so ließe sich besonders das Sommersolstitium nach Halleys, Mayers oder einer andern Methode noch genau genug observiren, wenn nur das Observatorium mit einem Quodron von beträchtlicher Größe oder im andern Falle mit einem guten Mauerquadranten versehen ist; ersteres aber wird sich nicht bey allen befinden. Doch da sich diese Begebenheiten jede des Jahres nur einmal zuträgt, wie lange Zeit würde man nicht nöthig haben, um etwas durch diese Observationen bestimmen zu können. Nämlich

sich Wolken und trübes Wetter vereiteln bey unserm unbeständigen Himmel sehr oft alles. Aus einem beobachteten Solstitium die Polhöhe zu finden, geschieht auf keine andere Art, als wie sie aus jeder andern observirten Mittagshöhe der Sonne gefunden wird, daß also hier kein anderer Vortheil ist, als den man aus jeder beobachteten Mittagshöhe hat, und im Gegentheile ist die Rechnung nur weitläufiger. Noch ließe sich die Polhöhe ausfindig machen aus dem observirten Eintritt der Sonne in den Aequator, welches bekanntlich zu den Zeiten der Nachtgleichen geschieht. Hier hat die Sonne gar keine Deklination, und wird also die Höhe des Aequators unmittelbar gefunden. Hernach würde auch das beobachtete Solstitium die Schiefe der Elliptik geben. Aber nach dem Geständniß aller astronom. Autoren läßt sich das Aequinoctium selten ohne beträchtlichen Fehler observiren, und wenn es mit einiger Genauigkeit geschehen soll, so setzt es eine bekannte Aequators- und folglich auch Polhöhe voraus. Es ist nämlich hier der Fall, daß aus den beobachteten Aequinoctialpunkten die Polhöhe soll gefunden werden, und diese Aequinoctialpunkte lassen sich nur aus einer bekannten Polhöhe bestimmen. Ich kann bey dieser Gelegenheit nicht unterlassen, die vortrefliche Anmerkung des Hrn. Hofraths Kästner anzuführen, die er bey einer ähnlichen astronomischen Aufgabe macht. Die astronomischen Kenntnisse sagt er, sind nicht nur die weitläufigsten und manichfaltigsten, deren der menschliche Verstand fähig ist, sondern sie sind auch so ineinander verwickelt, daß immer einige zu ihrer Vollständigkeit andere voraus setzen, welche andere sich doch ohne die ersten nicht erlangen lassen. Ein leichtes Beyspiel zu geben; man muß jede gemessene Höhe durch die Refraktion verbessern, und die Refraktion erkennt und bestimmt man durch Höhenmessungen. Das würde nun ein unastronomischer Logiker eine offenbare petitionem principii nennen: aber wer den menschlichen Verstand leiten will, und die

die Mathematik nicht kenne, in welcher es der menschliche Verstand gewiß weiter als irgendwo sonst gebracht hat, der gehört in eine Klasse mit unsern jetzigen Modeschriststellern von den schönen Künsten, die nie was schönes gesehen haben. Aus allem bisher bemerkten zeigt sich, daß aus dem observirten Eintritt der Sonne in den Aequator die Polhöhe sich fast gar nicht finden lasse, und zweitens, daß sie wohl eher aus dem Solstitium gefunden werde, welches aber mehr ein Glück zu nennen ist, und nicht eine allgemeine und sichere Methode abgiebt.

Man pflegt auch wohl auf dem Meere, oder sonst, wo keine große Genauigkeit verlangt wird, und die Mittagshöhe der Sonne oder eines Sterns nicht hat können gemessen werden, auf folgende Weise zu Werke zu gehen. Man nimmt eine Höhe der Sonne oder eines Sterns, 2.) die Declination; 3.) das Azimuth, und findet daraus die Polhöhe. $H Z R Q$ sey (Fig. IV.) der Meridian, $H R$ der Horizont, $E Q$ der Aequator, p . der Pol. Nun kann die Sonne oder ein anderer Stern entweder diesseits des Aequators in B , oder im Aequator selbst in N , oder jenseits desselben in M stehen. Im ersten Fall ist $B p$ das Komplement der Abweichung, das also kleiner, als ein Quadrant. Im andern Fall ist $p N$ ein Quadrant oder 90° , im dritten $p M$ größer als ein Quadrant. Was deswegen von dem Dreyecke $Z B p$, gesagt wird, kann ebenfalls leicht auf die Dreyecke $Z N p$ und $Z M P$ angewendet werden. Weil also aus der gemessenen Höhe das Komplement derselben oder $B Z$ bekannt ist, hernach auch $B p$ oder das Komplement der Declination und endlich der Winkel $B Z p$, welchen man nämlich aus dem observirten Azimuth $H Z F$, wenn solches von 180° abgezogen wird, findet, so kann durch die Analogie (Fig. V.)

$$R : \text{tang } Z B = \text{cof } B Z p : \text{tang } Z x$$

$$\text{und } \text{cof } Z B : \text{cof } B p = \text{cof } Z x : \text{cof } x p \text{ (vid. de la Caille Trig Sph.)}$$

$Z p$

Zp gefunden werden. Denn es ist im gegenwärtigen Fall $Zp = Zx + xp$, weil BZ und Bp von einerley Art sind. Die Polhöhe pR ist aber $= 90^\circ - Zp$. Diese Aufgabe läßt sich noch auf vielerley Art verändern. z. B. Durch die nämliche Analogien läßt sich pZ finden, wenn statt des Azimuths der Winkel $E p L$ gebraucht wird. Diesen Winkel macht der Meridian mit dem Abweichungskreise des Sterns, und er läßt sich dadurch bestimmen, daß man die Zeit bemerkt, welche zwischen der Höhenmessung und den Durchgang des Sterns durch die Mittagsfläche verfließt, und diese nachgehends in einen Bogen des Aequators verwandelt, oder aus der Differenz der geraden Aufsteigung des Sterns und der von der Mitte des Himmels (*medii Coeli*). Es wird vorausgesetzt, daß die Rectascension des Sterns bekannt sey, und die von der Mitte des Himmels giebt sich, wenn man wartet, bis ein Stern durch den Meridian gehet, dessen gerade Aufsteigung bekannt ist, und in dem nämlichen Augenblicke die Höhe des Sterns durch einen Beobachter messen läßt. Gebraucht man die Höhe, das Azimuth und vorgedachten Winkel ZpP , so ist BZ aus der Höhe, der Winkel BZp aus dem Azimuth und ZPB aus der Entfernung des Abweichungskreises des Sterns von Meridian bekannt. Es ist also hier (*de la Caille Trig. Sph.*)

$$R: \cos BZp = \tan BZ: \tan Zx$$

$$\text{und } \tan ZpB: \tan BZp = \sin Zx: \sin px$$

also hier wieder $Zp = Zx + px$ und $pR = 90^\circ - Zp$. Auf die nämliche Weise wird aus der Declination, dem Azimuth und dem Winkel ZpB die Seite pZ gefunden.

Besser als die Mittagshöhen der Sonne sind wohl die Mittagshöhen der Sterne bey genauer astronomischer Bestimmung der Polhöhe zu gebrauchen. Denn, wie die Erfahrung zeigt, so wird bey Messung derselben nicht so leicht gefehlt, und zweytens

Können solche zur Beobachtung gewählt werden, die nahe bey dem Zenith sind, wo also von der Refraktion keine sonderliche Irrung zu befürchten ist. Deshalben findet man auch, daß sich dieses Verfahrens berühmte Astronomen bedienet haben. W. Hell fand z. B. 1769. den 25 Aprils die Mittagshöhe von α des Drachen zu

Wardhus - - - 85° 5' 31"

Die Refraktion abzuziehen - - - 6

Die Mittagshöhe durch die Refrak. verbessert 85 5 25

Die Fehler des Quadranten addirt 54½

Die wahre Höhe von α Draconis 85 6 19½

Wahre Abweichung desselben 65 29 1,6 nördlich

Die Nutation subtrahirt - - - 5,5

Die Aberration - - - 0

Die scheinbare Abweichung 65 28 56

Also die Höhe des Aequators - 19 37 23½

Und die Polhöhe von Wardhus - 70 22 36½

Die größte Schwierigkeit hiebey ist, die Fehler des Quadranten zu bestimmen. Es muß nämlich untersucht werden, ob die Eintheilungen in Grade, Minuten &c. genau sind; was das Perpendikel und die Achse des Tubus für Abweichungen machen; wie groß der Winkel sey, welchen das Mikrometer mißt; ob der Horizontal und Vertikalfaden, welche das Fadentkreuz im Seherohr ausmachen, die rechte und gehörige Lage haben; ob der Quadrant bey der Umdrehung um seine Achse, derselben allezeit parallel und in einerley Vertikalkreise bleibe &c. Doch ist die Methode, deren sich der W. Hell zu Wardhus bedient, und die er in der Schrift: *observatio transitus Veneris ante discum Solis d. 3 Jun. 1769* beschrieben hat, leicht und gut zu gebrauchen. Fürs erste hat er durch wiederholte Messungen des Sonnendiameters den Winkel, den das Mikrometer mißt, und wie sich dieser nach jeder Umdrehung

hung der Schraube verändert, bestimmt; hierauf hat er in dem Verzeichniße des Herrn de la Caille zween Sterne aufgesucht, deren einer gegen Süden, der andere gegen Norden kulminirt, und welche zwar bey nahe einerley Distanz vom Scheitelpunkt oder einerley Höhe haben müssen. z. B. er fand, daß diese das α des Drachen und β des kleinen Bären wären, des ersten Höhe war $85^{\circ} 5'$ als er gegen Süden kulminirte, des andern $85^{\circ} 15'$ als er seine größte Höhe hatte, und gegen Norden kulminirte. Da er also das Perpendikel in 85° stellte, die Minuten und Sekunden aber durch das Mikrometer bestimmte, so konnte der Fehler des Quadranten in diesem Theilungspunkte gefunden werden. Die scheinbare Höhe von β des kleinen Bären war $85^{\circ} 15' 49''$ und von α des Drachen $85^{\circ} 5' 31''$, oder durch die Refraktion verbessert $85^{\circ} 15' 43''$ und $85^{\circ} 5' 25''$ und also des erstern Abstand vom Zenith $4^{\circ} 44' 17''$, des andern $4^{\circ} 54' 35''$, die observirte Entfernung beyder Sterne voneinander $9^{\circ} 38' 52''$. Nun ist aber aus der Rechnung die scheinbare Abweichung des kleinen Bären $75^{\circ} 5' 59'', 2$; das Komplement dieser Abweichung $14^{\circ} 54' 0'', 8$; die scheinbare Abweichung α des Drachen $64^{\circ} 28' 59'', 1$, das Komplement der Abweichung 24° .

Die Differenz zwischen beyden Ergänzungen der Declination, oder der scheinbare Bogen zwischen den 2 Sternen $9^{\circ} 37' 3''$. Er war aber durch die Observation gefunden $9^{\circ} 38' 52''$, also der doppelte Fehler des Quadranten $1' 49''$ die Hälfte davon oder der wahre Fehler $54'', 5$; diese $54\frac{1}{2}''$, um welche der Quadrant im 85° die Höhen zu niedrig angiebt, sind die Summe und der Inbegriff von allen Partialfehlern, welche von der Abweichung des Perpendikels, des Seherohrs und sonst herrühren. Auf gleiche Art werden für alle übrigen Theilungspunkte die Fehler gesucht. Diese Methode läßt sich an allen Orten gebrauchen, wenn auch schon die

Refraktion nicht bekannt ist. Denn da zur Observation solche Sterne genommen werden, die gegen Süden und Norden einerley Höhe haben, so ist auch die Wirkung der Refraktion gleich. Man mag also was immer für Tabellen gebrauchen, so wird doch allezeit fast der nämliche Fehler des Quadranten gefunden. z. B. Vorher war die Refraktion 6, ich will sie nun 7 setzen: so wäre die erste wahre Höhe durch die Refraktion verbessert $85^{\circ} 15' 42''$; die andere $85^{\circ} 5' 24''$ der Bogen zwischen den zween Sternen $9^{\circ} 38' 54''$. Nun war dieser Bogen aus der Rechnung $9^{\circ} 37' 3''$ also der doppelte Fehler des Instruments $1', 51''$, hiemit der wahre Fehler $55'', 5$, welcher von dem vorhergefundenen um eine Sekunde unterschieden ist.

Nicht viel von der vorhergehenden Methode ist diejenige unterschieden, welche die neuesten Astronomen in der Ausübung als die beste befunden haben, und die auf folgenden Gründen beruhet. Es sey (Fig. VI.) P der Pol, E Q der Aequator, P R der Horizont des Beobachters auf der Erde in m. Man setze, er gehe 30° auf der Erdoberfläche näher gegen n zu, so wird sein Zenith, das im ersten Fall in Q war, jetzt in Z fallen, und also H O der Horizont, und der Pol P über den Horizont erhaben seyn. Es ist aber $HP + PZ = PZ + ZQ$ oder $HP = ZQ$, das ist: auf einem jeden Orte der Erde findet der Observator, daß die Distanz des Aequators vom Zenith der Polhöhe gleich sey. Um nun aber die Entfernung des Aequators vom Zenith zu finden, so wird eines Sternes S seine Distanz vom Zenith gemessen, z. B. Z S. Wäre nun auch seine Abweichung S Q bekannt, so gäbe sich daraus Z Q. Stünde der Stern in s so wäre s Q die Deklination, s Z die Distanz vom Zenith, und also $ZQ = sQ - sZ$ oder um die Polhöhe zu finden, so müßte von des Sterns Deklination seine Distanz vom Zenith abgezogen werden. Was die Deklination betrifft,

trift, so wird diese aus den Tabellen berechnet, wozu bisher de la Caillens seine gebraucht worden. Nachdem aber der berühmte Königl. englische Astronome Hr. Maskelyne den bradleyschen Katalog in seinem Nautical Almanach herausgegeben hat, so wird jetzt dieser gebraucht. Wie bekannt, so befindet sich dieses Verzeichniß nunmehr auch in den Wiener Ephemeriden, wo es Hr. P. Hell mit einer bequemen Einrichtung eingerückt hat. Da zu dieser Observation Sterne, die dem Scheitelpunkte nahe sind, können genommen werden, und da die Refraktion in dem Scheitelpunkte selbst = 0 ist, so kann hier von derselben kein merklicher Fehler zu befürchten seyn. Auch die Beschwerlichkeit im Observiren wird sehr vermindert, da man einen Sektor gut gebrauchen kann. Schon Bradley hat sich sonderlich dieses Instruments bey seinen genauen Beobachtungen mit dem größten Vortheile bedient. Den vortreflichen grahamischen Sektor beschreibt Smith im Lehrbegriffe der Optik (Kästners Uebersetzung.) Auch in Deutschland werden nunmehr diese Instrumente in großer Vollkommenheit verfertigt. So hat der geschickte Mechanikus Hr. Brander vor einigen Jahren einen Sektor für die Sternwarte zu Ingolstadt und Hr. Prof. Stegmann für die zu Kassel in Hessen verfertigt. Besonders hat der erste vom Hrn. Brander vielerley Verbesserungen erhalten. Es werden ferner dadurch, daß sich der Sektor gegen Morgen und Abend, Mittag und Norden wenden läßt, verschiedene Fehler, die vom Instrumente z. B. von der Abweichung der Achse desselben herrühren, gegen einander aufgehoben. Noch vor nicht zu langer Zeit hat sich dieses Verfahrens P. Weiß zu Bestimmung der Tyrnauer Polhöhe bedient. *S. Obseru. Astron. Anni 1768, 1769 & 1770 in Obseruatorio colleg. academ. Tyrnauiae in Hung. habitae a Franc. Weiss S. J. Tyrnau. 1772.* Der Verfasser schreibt davon: *Hac cum primis aetate, qua Astronomia majora in dies capit incrementa, plurimum obseruatorio interest,*

aus γ des Drachen	48	22	47, 06	48	23	12, 92
aus ω des Schwans	48	22	44, 41	48	23	6, 47

Und also aus allen das Mittel genommen ist die Polhöhe von Tyrnau $48^{\circ} 22' 57, 53$ Nachgehends hat Hr. P. Weiß noch auf eine andere Art die Polhöhe geprüft, und sie mit der gegebenen übereinstimmend befunden. Hanc elevationis poli determinationem, sagt er, esse proxime veram, & intra limitem duorum triumue secundorum consistere, persuadet mihi dissertatio de observatione transitus Veneris ante discum Solis R. P. Hell, und führt hierauf die Observationen selbst an, die, wie gesagt, fast das nämliche geben.

Auch bey der Bestimmung der Polhöhe von Ingolstadt ist diese Methode gebraucht worden. S. de Altitud. Poli obseruat. Astron. Ingolstad. in Coll. Academ. Soc. J. dissert. &c. anno 1767. Nach dem Inhalt dieser Schrift sind die Observationen mit großem Fleiß und mit vieler Genauigkeit angestellt worden. Bisher ist die Polhöhe dieses Orts in den Ephemeriden aus den Beobachtungen des P. Mikasius $48^{\circ} 46' 0''$ angegeben worden. Hernach hat P. Georg Graß, der von 1755 bis 1760 observirt hat, dieselbe $48^{\circ} 45' 28''$ gesetzt, welche aber von dem Verfasser der obgenannten Schrift mit Recht verworfen wird. Damit man den Grund davon einsehe, so setze ich die Stelle selbst her: Similibus ex Observationibus quadrante fixo bipedali factis ab anno 1755 usque ad 1760 P. Georg. Graß pia mem. obliquitatem Eclipticae definiit $23^{\circ} 28' 27''$, altitudinem poli vero $48^{\circ} 45' 28''$. Verum praeterquam, quod quadrans ille ad singulas ferme observationes pluribus egeret rectificationibus praeuiis, in tanta solis ad horizontem depressione, ubi refractiones minus cognitae, & in vaporosa valde soli conditione profus incertae examen ipsum reddunt difficillimum

num, omnemque observationem dubiam, mira non accidet tanta observationum varietas. Estque commune id erroris periculum in hac methodo locis ab aequatore remotioribus, in quibus hyemales solis altitudines ultra viginti gradus saltem non pertingunt, cum tabulae refractionum 16 vel 20 secundis facile inter se discrepent. Ueberhaupt auch ist dieser Quadrant zu klein gewesen, um dadurch die Schiefe der Ekliptik genau zu bestimmen. Die in dieser Dissertation angegebene Höhe des Pols ist $48^{\circ} 45' 54''$, und die nur um 2 Sekunden von der unterschieden wäre, wie man sie schon i. J. 1722 gefunden hat. Ich habe diese Bestimmung schon im vorhergehenden als ein Beyspiel angeführt. Wie dieselbe in der Dissertation abgedruckt stehet, sind einige Schreib- oder Druckfehler eingeschlichen. Die Höhe der Sonne war den 21 Jun.

	64°	42'	30"
Den 22 Decemb.	17	45	46
Und also die Weite des Wendekr.	46	56	44 u. nicht 46° 56' 54"
die Schiefe der Eklipt.	23	28	22 u. nicht 23 28 27
die Höhe des Aequ.	41	14	8 u. nicht 41 14 13
die Höhe des Pols	48	45	52 u. nicht 48 45 47

Um zu sehen, was für eine Polhöhe heraus kommt, wenn man neuere Tabellen, als Hen. de la Cailles seine sind, bey Berechnung der Declination der Sterne gebraucht, so habe ich solche nach dem Bradleyischen Verzeichnisse noch einmal genau berechnet, und es ist in demselben

Für α des Schwans die Declin. im Jahre 1760	44°	25'	58"
Präcession von 7 J. additiv		1	27, 08
von 70 Tagen			2, 38
Wahre Abweich. zur Zeit der gemachten Observ.	44	27	27, 46
Aberration subtraktiv	-	-	— 14, 13
Rotation subtraktiv	-	-	— 1, 45
Scheinbare Declinat. den 11 Merz	-	44	27 11, 48
Die			

Die observirte Distanz vom Scheitelp. des α cygni nachdem sie (welches auch von allen übrigen zu verstehen ist) durch die Refraktion verbessert worden, additiv

4 17 41, 9

Polhöhe

48 44 53, 38

Nach Umdrehung des Sektors.

Die Deklination des α cygni 1767

44 27 25, 08

Die Präcession von 71 Tagen

2, 44

Wahre Deklin. zur Zeit der gemachten Observ.

44 27 27, 52

Aberation subtraktiv

14, 13

Mutation subtraktiv

1, 45

Scheinbare Deklination den 12 Merz

44 27 11, 94

Observirte wahre Dist. von Scheitelp. add.

4 19 38, 3

Polhöhe

48 46 50, 24

Das Mittel aus diesen giebt die Polhöhe

48 45 51, 86

Für α des Perseus

Deklination 1760

48° 59' 9"

Präcession von 7 Jahren additiv

1 36, 04

von 64 Tagen

2, 41

Wahre Abweichung den 5 Merz

49 0 47, 45

Aberation additiv

7, 21

Mutation additiv

7, 20

Scheinbare Abweichung den 5 Merz

49 1 2, 47

Observirte wahre Distanz vom Zenith subtrakt.

0 14 8

Polhöhe

48 46 54, 47

Nach Umdrehung des Sektors

Deklination 1767

49° 0' 45", 04

Präcession von 71 Tagen additiv

2, 67

Wahre Abweichung den 12 Merz 1767

49 0 47, 71

Aberation additiv

5, 67

Mutation additiv

7, 90

Scheinbare Abweichung

49 1 1, 28

Observirte Distanz vom Zenith subtraktiv

0 16 5, 0

Polhöhe

48 44 56, 28

Das Mittel aus diesen beyden

48 45 55", 37

R

216

Für δ des großen Bären.

Abweichung 1760	-	-	52° 45' 25"
Präcession von 7 Jahren abzuziehen	-	-	1 46, 26
Präcession von 101 Tagen abzuziehen	-	-	4, 20
Wahre Abweichung den 11 Aprils 1767	-	-	52 43 34, 54
Aberration hinzuzusetzen	-	-	6, 85
	-	-	52 43 41, 39
Mutation abzuziehen	-	-	0, 76
Scheinbare Abweichung	-	-	52 43 40, 63
Observirte Distanz vom Zenith abzuziehen	-	-	3 58 47, 2
	-	-	48 44 53, 43
Fehler des Instruments hinzuzusetzen	-	-	58, 2
Polhöhe	-	-	48 45 51, 63

Da hier der Sektor nicht ist umgewendet worden, und der Stern nur einmal observirt ist, so ist auch hier die Correktion des Instruments der gemessenen Distanz applicirt worden, und giebt sich hies durch die wahre Polhöhe.

Für α des Schwans.

Deklination 1767	-	-	44° 27' 25", 08
Präcession von 89 Tagen hinzuzusetzen	-	-	3, 03
Wahre Deklination den 30 März 1767	-	-	44 27 28, 11
Aberration abzuziehen	-	-	17, 20
Mutation abzuziehen	-	-	1, 2
Scheinbare Abweichung den 30 März	-	-	44 27 9, 71
Distanz vom Zenith hinzuzusetzen	-	-	4 19 43, 3
Polhöhe	-	-	48 46 53, 01

Nach Umwendung des Sektors.

Abweichung 1767	-	-	44 27 25, 08
Präcession vom 92 Tagen hinzuzusetzen	-	-	3, 13
Wahre Abweichung den 2 Aprils	-	-	44 27 28, 21
Aberration subtraktiv	-	-	17, 45
Mutation subtraktiv	-	-	1, 2

Schein

Scheinbare Abweichung	-	-	44	27	9, 56
Observirte Distanz vom Scheitelp. addit.	-	-	4	17	37, 9
Polhöhe	-	-	48	44	47, 46
Das Mittel aus diesen beyden	48°	45' 50, 27			

Ebenfalls für α des Schwans.

Deklination 1767	-	-	44°	27'	25'', 08
Präcession von 96 Tagen additiv	-	-			3, 27
Wahre Abweichung den 6 Aprils	-	-	44	27	28, 35
Aberration abzugiehen	-	-			17, 60
Ingleichen die Nutation abzugiehen	-	-			1, 09
Scheinbare Deklination	-	-	44	27	9, 66
Beobachtete Distanz vom Scheitelpunkt	-	-	4	19	40, 1
Polhöhe	-	-	48	46	49, 76

Nach Umwendung des Sektors.

Deklination 1767	-	-	44°	27'	25'', 08
Präcession von 98 Tagen	-	-			3, 34
Wahre Abweichung den 8 Aprils 1767.	-	-	44	27	28, 42
Aberration subtraktiv	-	-			17, 75
Nutation subtraktiv	-	-			1, 00
Scheinbare Abweichung	-	-	44°	27'	9'' 67
Distanz vom Zenith hinzuzusetzen	-	-	4	17	41, 9
Polhöhe	-	-	48	45	50, 66
Das Mittel aus beyden	48°	45' 50'', 66			

Für γ des großen Bären.

Abweichung 1760	-	-	48°	57'	57''
Präcession von 7 Jahren abzugiehen	-	-		1	31, 49
Präcession von 101 Tagen abzugiehen	-	-			3, 61
Wahre Abweichung den 11 Aprils 1767	-	-	48	56	21, 90
Aberration hinzuzusetzen	-	-			8, 32
Desgleichen die Nutation	-	-			0, 54
Scheinbare Abweichung	-	-	43	56	30, 76

Observirte Distanz vom Zenith abzuziehen	0	11	24, 4
Pollhöhe	48	45	6, 36
Nach Umwendung des Sektors.			
Deklination 1767	48	56	25, 51
Präcession von 102 Tagen abzuziehen			3, 65
Wahre Deklination den 12 April 1767	48	56	21, 86
Aberration additiv			8, 42
Mutation additiv			0, 54
Scheinbare Deklination	48	56	30, 82
Distanz vom Scheitelpunkt abzuziehen	0	9	34, 8
Pollhöhe	48	46	56, 02
Das Mittel aus beyden $48^{\circ} 46' 1'', 19$.			
ß des Fuhrmanns ist in Bradleys Verzeichnisse nicht enthalten, es			
kömmt aber in de la Caille vor, es ist nach demselben			
Die Deklination 1750	44	53	18, 8
Präcession von 17 Jahren additiv			27, 88
Präcession von 88 Tagen			0, 39
Wahre Abweichung 1767 den 29 Merz	44	53	47, 07
Aberration hinzuzusetzen			7, 3
Mutation hinzuzusetzen			6, 1
Scheinbare Abweichung	44	54	0, 47
Observirte Distanz vom Zenith additiv	3	52	56, 9
Pollhöhe	48	46	57, 37
Nach Umwendung des Sektors			
Deklination 1767	44	53	46, 68
Präcession von 92 Tagen			0, 41
Wahre Abweichung den 2 Aprills	44	53	47, 09
Aberration additiv			7, 13
Mutation additiv			6, 05
Scheinbare Abweichung	44	54	0, 27
Observirte Distanz vom Zenith additiv	3	50	54, 6
Pollhöhe	48	44	54, 87
Das Mittel aus beyden $48^{\circ} 45' 56'', 12$			

Ferner ist für dieses β des Fuhrmanns

Declination 1767	-	-	44	53	46' 68
Präcession von 97 Tagen additiv	-	-	-	-	0, 43
Wahre Declination den 7 Aprils 1767	-	-	44	53	47, 11
Aberration hinzuzusetzen	-	-	-	-	7, 22
Mutation hinzuzusetzen	-	-	-	-	6, 05
Scheinbare Abweichung	-	-	44	54	0, 38
Beobachtete Distanz vom Scheitelp. additiv.	-	-	3	53	1, 4
Polhöhe	-	-	48	47	1, 78

Nach Umdrehung des Sektors

Abweichung 1767	-	-	44	53	46, 68
Präcession von 99 Tagen hinzuzusetzen	-	-	-	-	0, 44
Wahre Abweichung den 9 Aprils 1767	-	-	44	53	47, 12
Aberration hinzuzusetzen	-	-	-	-	7, 13
Mutation hinzuzusetzen	-	-	-	-	6, 0
Scheinbare Abweichung	-	-	44	54	0, 25
Observirte Distanz vom Zenith hinzuzusetzen	-	-	3	50	52, 3
Polhöhe	-	-	48	44	52, 55

Das Mittel aus beyden $48^{\circ} 45' 57, 11$.

Mit eben der Genauigkeit ist der Stern α des Fuhrmanns oder die Kapella observirt worden. Ich will für das erste auch hievon die Declination, wie sie sich aus dem bradleyschen Katalog giebt, hersehen: Es ist nach demselben

Die Declination der Kapella im J. 1760	-	-	45 $^{\circ}$	43'	32''
Variation von 7 Jahren hinzuzusetzen	-	-	-	-	36, 96
Variation von 69 Tagen	-	-	-	-	0, 99
Wahre Abweichung den 10 Merz 1767	-	-	45	44	9, 95
Aberration additiv	-	-	-	-	7, 41
Mutation additiv	-	-	-	-	7, 0
Scheinbare Declination	-	-	45	44	24, 36
Die observirte Distanz vom Zenith, nachdem sie durch die Refraktion verbessert, additiv	-	-	3	0	41, 2
Polhöhe	-	-	48	45	5, 56

Nach

Nach Umwendung des Sektors.

Abweichung 1767	-	-	45° 44'	8", 96
Präcession von 70 Tagen additiv	-	-		1, 01
Wahre Abweichung den 11 Merz 1767	-	-	45 44	9, 97
Aberration additiv	-	-		7, 31
Nutation additiv	-	-		7, 0
Scheinbare Deklination	-	-	45 44	24, 28
Observirte Seite vom Zenith	-	-	3 2	35, 9
Polhöhe	-	-	48 47	0, 18
Das Mittel aus beyden	48°	46' 2", 87		

Für eben diesen Stern.

Deklination 1767	-	-	45 44	8, 96
Präcession von 88 Tagen additiv	-	-		1, 27
Wahre Abweichung den 29 Merz 1767	-	-	45 44	10, 23
Aberration additiv	-	-		6, 14
Nutation additiv	-	-		6, 86
Scheinbare Abweichung	-	-	45 44	23, 23
Beobachtete Entfernung vom Scheitelp. add.	-	-	3 2	40, 5
Polhöhe	-	-	48 47	3, 73

Nach Umdrehung des Sektors.

Deklination 1767	-	-	45 44	8, 96
Variation von 92 Tagen hinzuzusetzen	-	-		1, 33
Wahre Abweichung den 2 Aprils 1767	-	-	45 44	10, 29
Aberration hinzuzusetzen	-	-		5, 75
Nutation hinzuzusetzen	-	-		6, 84
Scheinbare Abweichung	-	-	45° 44'	22, 88
Beobachtete Entfernung vom Zenith addit.	-	-	3 0	42, 1
Polhöhe	-	-	48 45	4, 98
Das Mittel aus beyden	48°	46' 4", 35		

Ferner für die Kapella.

Abweichung 1767	-	-	45° 44'	8", 96
				Das

Variation von 94 Tagen hinzuzusetzen			1, 35
Wahre Deklination den 4 Aprils 1767.	45° 44	10, 31	
Aberration additiv	-	5, 65	
Mutation additiv	-	6, 8	
Scheinbare Deklination	45 44	22, 76	
Beobachtete Distanz vom Zenith	3 0	41, 8	
Polhöhe	48 45	4, 56	

Nach Umwendung des Sektors.

Deklination 1767.	45° 44	8, 96	
Präcession von 95 Tagen	-	1, 37	
Wahre Abweichung den 5 Aprils 1767	45 44	10, 33	
Aberration hinzuzusetzen	-	5, 56	
Mutation hinzuzusetzen	-	6, 8	
Scheinbare Deklination	45 44	22, 69	
Observirte Weite des Sterns vom Zenith	3 2	40, 0	
Polhöhe	48 47	2, 69	
Das Mittel aus beyden	48° 46' 3", 62		

Nach für α des Fuhrmanns.

Abweichung 1767	45° 44	8, 96	
Präcession von 97 Tagen additiv	-	1, 40	
Wahre Deklination den 7 Aprils 1767	45 44	10, 36	
Aberration additiv	-	5, 36	
Mutation additiv	-	6, 78	
Scheinbare Deklination	45 44	22, 50	
Observirte Distanz vom Zenith additiv	3 2	40, 0	
Polhöhe	48 47	2, 50	

Nach Umwendung des Sektors.

Deklination 1767	45° 44'	8", 96	
Variation von 98 Tagen	-	1, 41	
Wahre Abweichung den 8 Aprils 1767	45 44	10, 37	
Aberration hinzuzusetzen	-	5, 17	

Ingleichen die Mutation hinzuzusetzen	-	-	6, 78
Scheinbare Deklination	-	45 44	22, 32
Beobachtete Distanz vom Zenith hinzuzusetzen	-	3 0	41, 3
Polhöhe	-	48 45	3, 62
Das Mittel aus beyden	-	48° 46' 3", 06	
Also wäre aus α des Schwans die Polhöhe	-	48° 45' 51", 86	
aus α des Perseus	-	48 45	55, 37
aus δ des großen Bären	-	48 45	51, 63
aus α des Schwans	-	48 45	50, 27
aus α des Schwans	-	48 45	50, 66
aus ϵ des großen Bären	-	48 46	1, 19
aus β des Fuhrmanns	-	48 45	56, 12
aus β des Fuhrmanns	-	48 45	57, 11
Und das Mittel aus diesen allen	-	48 45	54, 27,
welches also die nämliche ist, welche der Verfasser auch gefunden hat.			
Er hat sie aus α des Schwans	-	48 45	54, 6
aus α des Perseus	-	48 45	54, 8
aus δ des großen Bären	-	48 45	51, 9
aus α des Schwans	-	48 45	52, 7
aus α des Schwans	-	48 45	52, 8
aus β des Fuhrmanns	-	48 45	55, 6
aus β des Fuhrmanns	-	48 45	55, 9
aus ϵ des großen Bären	-	48 45	54, 5
Und aus allen das Mittel	-	48 45	54, 1
Nun folgen die Beobachtungen, die mit der Kapella angestellt worden, und die von den vorigen merklich unterschieden sind.			
aus der ersten war die Polhöhe	-	48° 46' 2", 87	
aus der zweyten	-	48 46	4, 35
aus der dritten	-	48 46	3, 62
			aus

aus der vierten - - - 48 46 3, 06
 aus diesen das Mittel - - - 48 46 3, 47
 Aus de la Caillens Verzeichnisse findet man sie um einige Sekun-
 den kleiner, und sie sind in oftgedachter Schrift so angeführet.

48	45	59,5
48	46	0,9
48	46	0,6
48	46	0,4

Der Autor sagt hierauf: *Accepto itaque inter has obseruationes medio prodit altitudo poli 48° 46' 0'',3 major sex minutis secundis illa, quæ ex prioribus inuenta est, & prorsus respondet illi, quæ hætenus in Ephemeridibus notata & a P. Gramatici adoptata fuit.*

Suspensos ac plane dubios nos tenuit hæc differentia obseruationum, quoniam illa ex fonte esset repetenda. Tres autem potissimum sunt. Et primo quidem potuit Caillius, quod absque injuria tanti Astronomi suspicari licet, in definienda capellæ declinatione uno alteroue minuto secundo aberrare, aut si nullus hic commissus error, mutari potuit Stellæ positio, si quem illa motum ab iis, qui adhuc cogniti sunt, diuersum habet. Certum autem & à modernis Astronomis exploratum est, stellas præcipue lucidiores, quas inter & capella numeratur, motibus agi & directionibus diuersis & diuersa quantitate. Ita Caillius in suis *Lect. Astron. Sect. 3. Art. 1. Edit. nou. Paris. 1761* se longa demum indagine inuenisse Sirius intra annos 67 minus 1' 3" processisse in longitudinem, quam calculus ex præcessionem æquinoctiorum requireret. Ideo adeo peregrinum non foret, nec vanum suspicari, simili motu capellam intra 14 vel 15 annos, a quo tempore illius positio fuit determinata à Caillio, retro-

cessisse, seu pariter minus in longitudinem processisse, ut iusto major haberetur jam huius stellae declinatio in fixarum catalogo notata. Freylich kann sich die Declination der Kapella um einige Sekunden verändert haben; zumal, wenn es seine Richtigkeit hat, was einige neuere Astronomen wollen wahrgenommen haben, daß selbst die Fixsterne eine sehr kleine und sozusagen, unmerkliche eigene Bewegung haben, die aber mit Verlauf einiger Jahre schon Veränderungen hervor bringt. Was aber sonderlich verdient hier angemerkt zu werden, ist, daß wider des Verfassers Vermuthen die neuern und sehr genauen Observationen, welche Bradley angestellet hat, die Declination der Kapella noch um zwey Sekunden größer angeben, als sie Herr de la Caille gefunden hat. Und es ist um so mehr zu glauben, daß dieses die wahre Bestimmung der Declination von der Kapella sey, oder doch die, welche nicht merklich davon unterschieden ist, da dieser Stern besonders von Bradley oft beobachtet worden. Man siehet dieses aus dem Verzeichnisse; es heißt daselbst: de hoc catalogo sequentia monuisse iuuerit. Primo: puncta praecipua, a quibus omnium reliquarum stellarum ascensiones rectae deductae sunt, esse observationes stellarum quindecim observationibus 1175 cum sole circa aequinoctia methodo Flamstediana comparatas: Aldebaran videlicet 21 observationibus, capellae 56, Rigel 88, & Orionis 129, Syrii 136, Castoris 19, procyonis 119, Pollucis 34, Reguli 63, Spicae Virginis 74, Archiri 70, Antares 36, & Lyrae 129, & Aquilae 154, & Cygni 47. — Und hernach ferner: tertio: observationes, quibus declinationes determinatae sunt, plures pro quavis stella institutas esse, tam egregio cum consensu, ut ejusdem stellae observationes raro tribus secundis, nunquam vero, nec in minimae quidem altitudinis sideribus 5 inter se dissentiant; Barometro & Thermometro pro refractionis variatione adhibito. Aus diesem Grunde wäre

wäre ich auch geneigt, die Observationen, die mit der Kapella sind angestellt worden, und die daraus bestimmte Polhöhe nicht gänzlich zu verwerfen. Ich erinnere auch noch, daß aus 1 des großen Bären fast die nämliche herauskömmt, wie die schon vorher angeführte Rechnung gezeigt hat. Verbindet man also die Polhöhe, welche aus den Beobachtungen der Kapella gefunden worden, mit der, welche andere Sterne gegeben haben, so wird beynahе die nämliche Polhöhe erhalten, wie sie schon durch die ältern Observationen ist ausgemacht worden.

Aus der Kapella war sie	48°	46'	3",47
Aus den andern Sternen	48	45	54,27

Das Mittel giebt — — 48 45 58,87 für die wahre Polhöhe von Ingolstadt oder 48° 45' 59". Die Pariser und Wiener Ephemeriden haben sie bisher immer 48° 45' 0" gesetzt und differirt also die erstere von letzterer nur um eine Sekunde. Es könnte aber hier noch eingewendet werden, daß vielleicht in den Beobachtungen selbst um einige Sekunden entweder in denen, welche mit der Kapella gemacht worden, oder in den andern ein Fehler begangen sey. Was diejenigen betrifft, die mit der Kapella gemacht worden, so zeigt der Verfasser, daß weder in der Meßkunst selbst ein Irrthum begangen, noch durch ein unrichtiges Instrument dazu Gelegenheit gegeben worden, und setzt dieses außer Zweifel. Dieses will ich nur noch bemerken. Es heißt: *positio sideris in tubo erroris haud sane magni periculo subiecta est; cum enim filum argenteum quatuor tantum minuta secunda tegat, uti ex dimensa illius diametro compertum habemus, & stella ejusmodi lucida, uti est capella, sub majori appareat diametro, fieri vix potest, ut uno amplius minuto secundo, in illa sub filo ponenda erretur*; so zeigt dieses, daß leichter bey einem kleinern Stern um ein oder 2 Sekunden ein Fehler

ler sich hat einschleichen können, der von dem Faden herrührt; und daß also aus diesem Grunde die Observationen, welche mit α des Fuhmanns vorgenommen worden, noch einen Vorzug vor den andern verdienen. Bey der Abhandlung kömmt noch vor: hac disquisitione necdum contenti differentias declinationum ex obseruationibus obtentas cum iis comparauimus, quae ex calculo declinationum apparentium proueniunt, rati, bene nos tum de obseruationum bonitate, tum de recta stellarum, quam tabulae exhibent, positione concludere, si ambae illae differentiae consentiant. Inuenimus autem quae sequuntur. Distantiae a Vertice obseruatae

Differentiae Declinat.

α cygni 11 & 12 Martii	4 ^c 18' 40",1			
α Persei 5 & 12 Martii	0 15 6,5	4 ^c 33'	46",6	
Declin. Appar. α cygn.	44 27 14,5	4 ^c 33	46,8	
α Pers. 49	1 1,3			
Differentia calculi & obseruationum	— —		0,2	
α Cygni 11 & 12 Mart.	4 18 40,1	0 26	44,4	
β Aurigae 7 & 8 April.	3 51 55,7			
Decl. appar. α Cygn.	44 27 14,5	0 26	45,4	
β Aurig.	44 53 59,9			
Differentia calculi & obseruationum	- - -		1,0	
α Cygn. 11 & 12 Mart.	4 18 40,1	4 29	12,2	
γ Urs. maj. 11 & 12 April.	0 10 32,1			
Declin. App. α Cygn.	44 27 14,5	4 29	12,1	
γ Urs. maj.	48 56 26,5			
Different. calculi & obseruationum	— —		0,1	
α Cygn. 11 & 12 Mart.	4 18 40,1	1 17	1,6	
Capellae 11 & 12 Mart.	3 1 38,5			
				Decl,

Decl. App. α Cygn.	44	27	14,5			
Capell.	45	44	21,0	1	17	6,5

Differentia calculi & observationum — — 4,9

Patet igitur observationes ceteras solis iis, quae de capella sunt, exceptis, bene & inter se & cum calculo conuenire. Sic enim continua observationum & calculi comparatione inueniuntur ex adductis superius observationibus

Differentia declinationum apparentium

inter β Aurig. & ι Urae observata	4 ^c	2'	27'', 8
Ex calculo	-	-	4 ^c 2' 26'', 7

Differentia	-	-	-			1, 1
Inter β Aurig. & α Persei observata	-	4	7			2, 2
Ex calculo	-	-	-	4	7	1, 4

Differentia	-	-	-			8
Inter β Aurig. & Capell. observat.		0	50			17, 2
Ex calculo	-	-	-	0	50	21, 1

Differentia	-	-	-	-		3, 9
-------------	---	---	---	---	--	------

Doch möchte diese Uebereinstimmung der Observationen und der Rechnung, welche α des Schwans mit andern Sternen verglichen gezeigt hat, nicht größer seyn, als welche die Kapella auch giebt. Was das α Cygni betrifft, so ist die vom Autor angelegte Mutation 0'', 2 etwas zu klein, und auch nicht additiv, sondern subtractiv. Denn es ist

1767 Long. nodi $\mathcal{D}$	10 ^z	11°	22'	22''
den 11 Mart.		3	42	24

Long. nod. 1767 den 11 Mart.	10	7	39	58
Correctio	-	-	+	8 23

Locus nodi D corr.	-	10	16	3	dieses nun von
		10	8	19	als der Deklascension
					des Sterns abgezogen
giebt das Argum.	-	11	22	16	für die Mutation, und
man findet sie in der Tabelle 1,45					subtraktiv. Es wäre also, wie
der Verfasser die Deklination aus la Cailless Tafeln ansetzt, die-					selbe
		44°	27'	28'',6	
Mutation	-			1, 5	
Ungleich die Aberration	-			14, 3	
Die scheinbare Deklination		44	27	12, 8	
Und eben dieselbe von α Persei		49	1	1, 3	
Also die Differenz	-	4	33	48, 5	
Aber aus der Observation ist sie		4	33	46, 6	
Unterschied zwischen der Obs. u. Rechnung				1, 9	
So auch wenn α des Schwans mit β des Fuhrmanns verglichen					
wird, so ist die Deklination vom erstern		44°	27'	12'',8	
vom zweyten		44	53	59, 9	
Unterschied der Deklination	-	0	26	47, 1	
Aus der Observation war aber der Unterschied		0	26	44, 4	

2, 7

Also hier beynähe 3 Sekunden die Differenz der Observation und des Kalkuls. Nimmt man aber an, daß die Deklinationen der Sterne in Bradleys Verzeichnisse genauer als in la Cailless angegeben sind, so wird die Differenz noch weit beträchtlicher. Da α Cygni, wie schon im vorhergehenden ist bemerkt worden, besonders oft von Bradley observirt wurde, so berechtigt uns dieses hinlänglich, die in seinem Verzeichnisse für diesen Stern bestimmte Abweichung als die genaueste in den Rechnungen zu gebrauchen.

Nach

Nach diesem ist aber die scheinbare Abweichung von α Cygni

	44 ^c	27'	11'', 7
von λ Persei	49	1	2, 8

Differenz der Deklination	-	4	33	51, 1
Ebendieselbe nach der Beobachtung		4	33	46, 6

				4, 5
So ist auch die Abweichung von α Cygni	44	27	11, 7	
und die von ι Urf. maj.	48	56	30, 8	

Unterschied der Abweichungen	-	4	29	19, 1
Eben dieser Unterschied wird aus der Observa- tion gefunden	- - -	4	29	12, 2

6, 9

Hier giebt also die Beobachtung und die Rechnung sieben Sekunden Unterschied; und so wird man bey mehr angestellten Vergleichen eine gleiche Differenz wahrnehmen. Aus allem bisher angeführten glaube ich, Ursache zu haben, die von den ältern Astronomen bestimmte Polhöhe, oder eine, die derselben nahe kömmt, und nicht merklich davon unterschieden ist, als diejenige zum Beispiele, welche neuere Observationen geben und nach dem gezeigten nur um eine Sekunde kleiner ist, als die wahre annehmen zu können; zum wenigsten so lange, bis andere Beobachtungen etwas anders beweisen. Im übrigen ist bey allen diesem meine Meynung nicht, daß ich den Verfasser der oft angezogenen Dissertation einer Ungeschicklichkeit im Observiren oder eines sonstigen Fehlers beschuldigen wollte. Weit davon entfernt, und vielmehr vom Gegentheile gänzlich überzeuget, ist nur mein Vorsatz gewesen, ein noch genaueres Verzeichniß, als das la Caillische, bey Berechnung der Abweichung der Sterne zum Grunde zu legen und daraus nachgehends

hends die Höhe des Pols zu bestimmen. Da der Bradley'sche Katalog, zu der Zeit, da die Dissertation herausgekommen, noch nicht publiciret war, so hatte der Verfasser freylich Grund, in die Bestimmung der Polhöhe, welche aus den Beobachtungen der Kapella geschlossen wurde, ein Mißtrauen zu setzen. — Diese Ausschweifung, wo ich mit Bestimmung der Ingolstädter Polhöhe mich etwas lang aufgehalten habe, wird man mir um desßwegen verzeihen, weil ich der Meynung gewesen bin, hierdurch der vaterländischen Erdkunde einen kleinen Dienst zu erweisen. Doch hoffe ich, daß mit der Zeit noch hierinn etwas gewisses wird fest gesetzt werden. Ich gehe nun wieder zu meinem Vorhaben zurücke, und erzähle die übrigen Vorschläge, welche die Astronomen gegeben, die Breite eines Ortes oder die Polhöhe zu finden.

Der praktischen Astronomie hat ohne Zweifel der berühmte Astronome P. Hell einen großen Dienst geleistet, daß er gezeigt hat, wie man mit einem fehlerhaften Quadranten, und wenn zwar die Fehler desselben gänzlich unbekannt sind, auch ohne daß man eine Verbesserung wegen der Refraktion anzubringen nöthig hat, dennoch die Polhöhe exakt bestimmen könne. Doch werde ich mich hier nicht lange aufhalten, da er selbst schon die Genauigkeit seines Vorschlages satzsam dargethan, und mit vielen Beyspielen erläutert hat. Und da hier die Schwierigkeiten, die so oft in der Ausübung vorkommen, nämlich die Bestimmung der Fehler des Instruments und die Refraktion gänzlich wegfallen, oder, besser zu sagen, jedes ins besondere nicht in Betrachtung gezogen, und doch genau in eine Summe zusammen gefunden wird, so bedarf es wohl keines Beweises, wie bequem diese Methode sey. Sie ist aber folgende. Man beobachtet die Höhe zweyer Sterne in entgegengesetzten Gegenden des Scheitelpunkts, und die zwar ohngefähr einerley Höhe haben. Hierauf nimmt man beyder Ergänzung zum Quadranten, und erhält

hält also den Bogen, der sich zwischen ihnen befindet, oder ihre Entfernung voneinander. Dieser nämliche Bogen wird aber nun auch noch durch die Rechnung gesucht, indem die scheinbare Abweichung der zwey Sterne aus den Tafeln kalkuliret, und ihre Ergänzung zu 90° genommen wird. Solchergestalt erhält man auch durch die Rechnung die Distanz beyder Sterne voneinander. Der aus der Beobachtung gefundene Bogen mit dem durch die Rechnung gefundenen verglichen, giebt einen Unterschied, welcher die Summe von allen Fehlern ist, die nun von der Abweichung des Perpendikels vom Quadranten oder von der Abweichung des Fernrohrs oder von den Theilungspunkten selbst, oder von der Refraktion, oder wovon sonst nur immer herrühren. Die Summe dieser gefundenen Fehler, nachdem sie additiv oder negativ, wird der gemessenen Höhe des Sterns applicirt, und giebt also die wahre Höhe desselben, und wenn man einen Quadranten zu diesen Observationen gebraucht, und also am besten verfährt, wenn man die Mittagshöhen der Sterne nimmt, ihre wahre Mittagshöhen. Ist nun die Mittagshöhe observirt, so ist auch, da sich die Deklination aus den Tafeln giebt, die Höhe des Aequators, und folglich auch die Polhöhe bekannt. Bey der ganzen Sache ist nur zu bemerken, daß solche Sterne zur Beobachtung ausgesucht werden, die in ihrer Höhe nicht viel voneinander verschieden sind. Es ist dieses um deswillen nöthig, damit die Refraktion bey beyden einerley seyn möge. Wird diese Kautel außer Acht gelassen, so ist man allezeit der Gefahr, mehr oder weniger zu fehlen, unterworfen; und da es hier um Genauigkeit zu thun ist, so sind auch, so viel nur möglich, die kleinen Irrthümer zu vermeiden. Zweytens wäre wohl anzurathen, daß die Beobachtungen, wo es Gelegenheit und Umstände gestatten, in einer oder doch in gleichaufeinanderfolgenden Nächten geschehen, und daß man nicht zwischen beyden eine zu lange Zeit verfließen lasse,

Damit die verschiedene Dichtigkeit der Atmosphäre nicht irgend eine verschiedene Strahlenbrechung verursache, und hierdurch die Operation fehlerhaft mache. Ein Beispiel mag hier zur Erläuterung der Vorschrift und zum Muster der Berechnung dienen; mehrere findet man bey Hrn. P. Hell selbst im Traktat de Transitu Veneris. Den 18 März 1769 ist α des Schlangenträgers (Ophiuchi) Mittagshöhe zu Wardhus gemessen worden, da er in Süden

Fulminirte	-	-	-	32° 22' 52"
γ Persei, welcher in Norden fulminirte	32	58	36	
Die Ergänzung des ersten zu 90°	57	37	8	
des andern	57	1	24	

Der Bogen zwischen beyden oder ihre Entfernn.	114	38	32	
Nun ist die Declinatio apparens des ersten	12	44	35	nördl.
des andern	52	35	10	nördl.
Die Ergänzung des ersten zum Quadranten	77	15	25	
des andern	37	24	50	

Die Summe dieser zwey Komplementen	114	40	15	
Hievon den Bogen abgezogen, der durch die Observation gefunden worden	114	38	32	

Doppelter Fehler	-	-	1	43
Die Hälfte davon oder der wahre Fehler			51½	

Da also der Bogen zwischen den zweyen Sternen, wie ihn die Beobachtung gegeben, kleiner ist, als wie er durch die Rechnung gefunden worden, so erhellet daraus, daß die observirte Mittagshöhen zu groß durch den Quadranten sind gefunden worden, und zwar um $51\frac{1}{2}$ Sekunden, welche die Summe von der Refraktion und den Fehlern des Quadranten sind. Um also die wahre Höhe zu erhalten, so müssen diese $51\frac{1}{2}$ Sek. davon abgezogen werden. Es war aber die beobachtete Höhe

Von

Von α des Schlangenträgers	32° 22' 52"	
Fehler des Quad. und Refrakt. abzug.		51 $\frac{1}{2}$
Wahre Höhe	32 22	0 $\frac{1}{2}$
Die berechnete scheinbare Deklin.	12 44	35
Höhe des Aequat.	19 37	25 $\frac{1}{2}$
Polhöhe von Wardhus	70 22	34 $\frac{1}{2}$

Dieses Exempel hat Hr. Prof. Hell nachgehends noch einmal berechnet, und die Verbesserung wegen der Strahlenbrechung gleich bey den Höhen angebracht; alsdann aber hat sich ein geringer Unterschied gefunden, nämlich von anderthalb Sekunden. Wie er aber selbst anmerkt, so rührt dieses daher, weil in den Tafeln des Hrn. de la Caille für die Höhe von α des Schlangenträgers die Refraktion 1' 45" hingegen für die Höhe von γ des Perseus dieselbe 1' 42" angegeben wird, die voneinander um 3 Sekunden differiren. Die Höhen der Sterne selbst sind voneinander um 35' 44" unterschieden, und daher kann auch bey beyden die Refraktion nicht einerley seyn. Die Methode setzt aber voraus, daß sie Eine oder nicht sehr unterschiedene Höhe, und folglich auch gleiche Refraktion haben. Wird also dieß in der Ausübung beobachtet, so wird auch der Fehler sehr vermindert werden, oder ganz verschwinden.

Auch bey dieser Methode läßt sich ein Sektor gut gebrauchen, und giebt in der Ausübung große Bequemlichkeit. Sie kömmt alsdann aber beynahe vollkommen mit derjenigen überein, wo aus der gemessenen Entfernung eines Sterns vom Zenith die Polhöhe gesucht wird, und wovon schon vorher Meldung geschehen ist. Nur ist hier der Vortheil auch, daß eine genaue und beschwerliche Prüfung des Instruments nicht nöthig ist. Auch durch diese Manier hat Hr. Weiß die Höhe des Pols zu Tyrnau gesucht. Er hat

dazu β des Drachen und α des Schwans gebraucht, und zwar den 10ten May 1770 fand er des erstern Distanz vom Berter nordwärts

4° 5' 43",20

Des andern oder α Cygni Entfernung vom

Zenith südwärts

3 55 2,30

Also die Entfernung beyder voneinander ist durch die Beobachtung unmittelbar gefunden worden

8° 0' 45",50

Nun ist im Jahre 1770 die wahre Deklination des β des Drachen

52' 28' 48",50

Präcession subtraktiv

1,08

Aberration subtraktiv

10,50

Deviation additiv

2,70

Scheinbare Abweichung den 10 May 1770

52 28 39,62

Die Ergänzung derselben zu 90°

37 31 20,38

1770 wahre Deklinat. des α Cygni

44 28 2",40

Präcession hinzuzusetzen

4,40

Aberration abzuziehen

16,70

Mutation hinzuzusetzen

6,20

Scheinbare Dekl. des α Cygni den 10 May 1770

44 27 56,30

Das Komplement derselben zu 90°

45 32 3,70

Also ist durch die Rechnung die Distanz der 2 Sterne

8 043,32

die um 2",18 kleiner ist, als sie durch die Beobachtung gefunden worden, und welche 2",18 der doppelte Fehler des Instruments ist.

Der einfache oder wahre Fehler, der von den observirten Entfernungen der Sterne vom Zenith muß abgezogen werden, ist also

1",09

Nun

Nun war β des Drachen observ. Distanz vom Vertex	4	5	43,20
Fehler des Instruments ic. abzuziehen	-	-	1,09
Die wahre Entfernung	-	-	4 5 42,11
Die vorher berechnete scheinbare Decl. subtraktiv	52	28	39,62
Von dieser Declination die wahre Entfernung des Sterns vom Zenith abgezogen bleibt für die Polhöhe von Tyrnau	-	-	48° 22' 57,51
Gleichergestalt war die Entfernung des α Cygni vom Zenith	-	-	3 55 2,30
Der Fehler, der oben gefunden worden, abzuziehen	-	-	1,09
Verbesserte Distanz oder wahre Entfernung vom Zenith	-	-	3 55 1,21
Scheinbare Declination	-	-	44 27 56,30
Hierzu die beobachtete Entfernung des Sterns vom Zenith hinzugesetzt, giebt die Tyrnauer Polhöhe	48	22	57,51

Es ist hieraus zu ersehen, daß durch dieß Verfahren die nämliche Polhöhe von Tyrnau gefunden worden, die schon das im vorhergehenden angeführte Mittel aus 7 Beobachtungen gegeben. Diese Uebereinstimmung kann zum Beweise dienen, wie sicher diese und die oben (Seite 69) angeführte Methode, die Polhöhe zu finden, sey. Wenn sich ein geübter Beobachter derselben bedienen, so kann er es in kurzer Zeit bis auf Decimaltheile zur Richtigkeit bringen, welches auf eine andere Art gewiß nicht so geschwind geschehen kann. Wenn also eine Sternwarte mit ihrem Sektor versehen ist, so sehe ich nicht, was im Wege stehen und verhindern sollte, sich dieses Verfahrens zu gebrauchen. Mit einem Quadranten läßt es sich ebenfalls bewerkstelligen, nur daß es etwas unbequemer ist: denn da man hier große Höhen zu messen

messen hat, so kömmt der Beobachter in eine beschwerliche Lage, welche oft zu Fehlern Anlaß giebt, es wäre dann, daß besondere Einrichtungen auf dem Observatorium gemacht würden, zum Beyspiele, daß man auch unterwärts gehen könnte.

Die ältern Astronomen haben auch die Aufgabe: die Polhöhe zu finden aus zweyen Sternen, die in einem Scheitelfreise stehen, wovon die Höhe des einen, beyder Abweichung und gerade Aufsteigung bekannt ist. Da das Verlangte auf eine kürzere und zuverlässigere Art kann erhalten werden, so ist sie wohl in der Ausübung von wenig Nutzen. Die Sache kömmt aber darauf an: $H V Q$ (Fig. VII.) sey der Meridian, HR der Horizont, $A Q$ der Aequator, die zwey Sterne mögen in F und G stehen, durch welche also der Scheitelfreis $V T$ gehet. Aus dem Pol P seyen durch die Sterne die Abweichungskreise $P K$ und $P M$ gezogen. Um fürs erste den Winkel $V F P$ oder den Winkel $V G P$ zu finden, so braucht man nur zu überlegen, daß der beyden Sterne Abweichungen $K F$ und $M G$, und folglich auch ihre Ergänzungen zu 90° oder $F P$ und $P G$ bekannt sind. Nun ist auch ferner der Winkel $F P G$ gegeben, welcher nämlich die Differenz der bekannten Rectascensionen der Sterne ist; das Perpendikel $F X$ (Fig. VIII) fällt innerhalb das Dreyeck $F G P$ (de la Caille Trigon. Sphaer. §. 114.) und kann also durch die Analogien (Trigon. Sphaer. §. 123) R : $\text{tang } P F = \text{Cof. } P$; $\text{tang } P X$ und $\text{fin } G X$; $\text{fin } X P = \text{tang } P$; $\text{tang } G$ der Winkel $F G P$ und $V G P$ gefunden werden. Und auf gleiche Art läßt sich auch $G F P$ suchen, woraus sich dann auch die Größe des Winkels $V F P$ bestimmen läßt. Nun ist ferner in dem Triangel $V F P$ die Seite $V P$ als das Komplement der gemessenen Höhe $F T$; und $F P$ (Fig. IX.) das Komplement der Abweichung des Sterns F gegeben, und daher (Trig. Sphaer. §. 124)

R :

$$R : \text{tang } VF = \text{Cof } VFP : \text{tang } Fm$$

$\text{tang } Fm : \text{col } Pm = \text{col } FV : \text{col } VP$. Dieses V P ist aber die Ergänzung von PR oder der Höhe des Pols, welches also von 90° abgezogen letztere übrig läßt. Wäre die Höhe des Sterns G gemessen worden, so müßte das Dreyeck VGP aufgelöst werden; in welchem das Komplement der Höhe des Sterns oder VG und das von seiner Abweichung oder PG und endlich der schon vorher gefundene Winkel VGP bekannt wären.

Wollte man anstatt der Höhe von einem Sterne sein Azimuth gebrauchen; so wäre die Ergänzung des Azimuths zu 180° der Winkel FVP (Fig. X.) durch welchen und den schon vorher bekannten VFP und die Seite FP als das Komplement der Declination des höhern Sterns F , die Seite VP und folglich auch PR so bekannt wird (Trigon. Sphaer. 115.)

$$\sin FVP : \sin VFP = \sin FP : \sin VP$$

Oder wenn die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels (ascensio recta medii coeli) statt des Azimuths unter den gegebenen Dingen wäre, so würde der Unterschied zwischen dieser und der Rectascension des höhern Sterns F der Winkel VPF seyn. Durch diese und den schon bekannten VFP , ingleichen die bekannte Seite FP wird VP gefunden (Trig. Sphaer. §. 118)

$$R : \text{col } FP = \text{tang } VFP : \text{col } FPD$$

und $\text{col } FPD : \text{cot } VPD = \text{cot } FP : \text{col } VP$ Die gefundene Größe des Bogens VP also wieder von 90° abgezogen, giebt die Polhöhe PR .

Noch andere Methoden, von welchen aber keine Zuverlässigkeit kann erwartet werden, sind folgende: die Polhöhe zu finden aus der gegebenen Rectascension zweyer Sterne, deren einer in dem

Me.

Meridian stehet, wenn der andere im Horizont ist, und aus des letzteren Abweichung. Der Mittagskreis sey (Fig. XI.) HSR , der Horizont HR , der Aequator AQ , der Pol in P , der aufgehende oder untergehende Stern stehe in dem Horizont in O , durch welchen der Quadrant POM gezogen sey, daß also des Sterns gegebene Declination MO und ihr Komplement PO ist. Stünde der Stern in dem Aequator selbst, so müßte statt der Seite PO , ein ganzer Quadrant gebraucht werden, und wäre er auf der entgegen gesetzten Seite des Aequators, so muß zu dem Quadranten seine Declination noch hinzu gesetzt werden. Im gegenwärtigen Fall ist in dem rechtwinklichten Dreiecke POR bey R der rechte Winkel und dann die Seite PO , ingleichen der Winkel OPR gegeben, welcher nämlich die Differenz der gegebenen geraden Aufsteigung der Sterne O und s ist, welcher letztere Stern aber alsdann zwischen dem Pol und dem Horizont stehen muß. Stünde er in S und also zwischen dem Pol und dem Aequator, so wäre der Winkel OPR das Komplement der obgenannten Differenz zu 180 Grad: und also $R: \text{tang } PO = \text{cof } OPR: \text{tang } PR$ würde die Polhöhe geben. Ob aber dieses Problem in der Ausübung einen Nutzen habe, daran ist wohl zu zweifeln. Die Horizontalrefraktion ist sehr unbeständig und deswegen hat auch noch nichts gewisses von den Astronomen können bestimmt werden. Wann wird also der Stern im Horizont seyn? das Moment wird man schwerlich angeben können. Ist aber nur die Absicht, daß die Höhe des Pols ohngefähr soll bestimmt werden, so könnte man ihn freylich observiren, wenn er ohngefähr einen halben Grad über den Horizont erhoben ist. Ueberhaupt: er wird im Horizont stehen, nachdem die Horizontalrefraktion angenommen wird. Aber alsdann wird auch noch erfordert, daß in diesem Moment ein anderer Stern durch die Mittagsfläche gehe, der eine bekannte Rectascension hat. Gleiche Beschaffenheit hat es, wenn man die Polhöhe aus zweyen Sternen sucht,

sucht, deren Abweichung und gerade Aufsteigung bekannt sind, und welche entweder zusammen auf- oder untergehen. In der Fig. XII. ist HPQ der Meridian, HR der Horizont, AQ der Aequator, dessen Pol also P ist. Die zugleich auf- und untergehenden Sterne stehen in S und s , durch welche die Stücke der Deklinationkreise PS und Ps gezogen worden. Des Sterns S Abweichung ist ST und des s Abweichung sd , welche gegeben sind, und deswegen weiß man auch die Komplemente der Deklinationen PS und Ps . Also sind in dem Dreieck PSs die zwey Seiten PS und Ps und der Winkel SPs bekannt, welcher nämlich die Differenz der gegebenen Rektascensionen der Sterne ist. Wenn nun ferner aus s ein Perpendikel sD herabgelassen wird, so ist (Trig. Sphaer. §. 123.) $R: \tan P s = \cos SP s: \tan PD$. Im gegenwärtigen Fall ist $SD = PS - PD$ und durch die andere Proportion $\sin SD: \sin PD = \tan SP s: \tan PSs$ findet sich der Winkel S . Ferner ist aber in dem Triangel PSR bey R ein rechter Winkel, und auch der Winkel PSR , ingleichen die Seite PS bekannt: deswegen $R: \sin PS = \sin PSR: \sin PR$ (Trig. Sph. §. 62.) Auf diese Weise ist also die Höhe des Pols oder PR bekannt. Im übrigen ist von selbst schon klar, daß nachdem die Sterne entweder im Aequator selbst oder jenseits desselben stehen, die Bogen PS und Ps entweder einer oder auch beyde ein Quadrant oder auch größer als ein Quadrant seyn können. Wer diesen Vorschlag in Ausübung bringen wollte, müßte zwey Sterne beobachten, welche beyde zugleich einen halben Grad hoch ohngefähr über dem Horizont stünden, weil sie alsdann erst sich wirklich im Horizont befinden würden.

Noch andere unzuverlässige Aufgaben, die Höhe des Pols zu finden, sind folgende 1) Aus dem halben Tagebogen oder dem Unterschiede der schiefen Auf- und Absteigung (differentia ascensionali) und der Abweichung der Sonne oder eines Sterns. 2) Aus

N

der

der gegebenen Ascensionaldifferenz und der Morgenweite (amplitude ortiva) der Sonne oder eines Sterns. 3) Aus der Morgenweite und der Abweichung. Für alle drey Aufgaben ist in der XIII Figur HPR Q der Meridian, HR wieder der Horizont, P der Pol, A Q der Aequator. Nun stehe im Horizont der Stern S, und also ist O der Punkt des Aequators, welcher mit demselben aufgehet, oder die schiefe Aufsteigung. Der Bogen des Aequators, der mit dem Sterne untergegangen, sey von $\alpha \gamma$ an gezählt A C, der also die schiefe Absteigung (descensionem obliquam) vorstellt; der Unterschied zwischen beyden, oder die Differentia ascensionalis ist O C, welche entweder unmittelbar, oder durch den halben Tagebogen (arcum semi-diurnum) gegeben ist, welcher in der Fig. A C ist; denn wenn der Quadrant A O abgezogen wird, so bleibt O C, oder der Unterschied beyder Aufsteigungen. In dem Dreyecke OCS ist bey C ein rechter Winkel, und die Seiten OC, CS bekannt, welche letztere des Sterns Declination ist, und deswegen R: $\sin OC = \cot CS: \cot COS$. Der nunmehr gefundene Winkel COS, der hier die Tiefe des Aequators unter dem Horizont ist, macht aber mit der Höhe des Pols 90° aus. Wird also ersterer von 90° abgezogen, so bleibt die Polhöhe übrig, und wird dadurch bekannt. Ist aber der halbe Tagebogen kleiner als ein Quadrant, wie sich dieses z. B. zuträgt, wenn der Arcus semidiurnus der Sonne um die Zeit des Wintersolstitiums genommen wird, und da dieselbe in G aufgeht, so braucht man, um FO zu finden, nur in Betrachtung zu ziehen, daß sie ihren halben Tagebogen in 6 Stunden zurücklegt; wenn also die Zeit bemerkt wird, die sie zubringt, von ihrem Aufgang bis in die Mittagsfläche zu kommen, und hernach dieselbe in einen Bogen des Aequators verwandelt, dieser von A O abgezogen wird, so findet sich FO. Also sind wieder in dem bey F rechtwinklichten Triangel GFO, die Seiten FO und GF bekannt, welche letztere die größte Abweichung der Sonne,

ne, oder welche so groß als die Schiefe der Eklyptik ist. Hier kann also wieder der Winkel $G O F$ durch vorangeführte Analogie gefunden werden. Dieser mißt aber die Aequatorshöhe und giebt die Polhöhe, wenn man ihn von 90° abziehet. Auch ließe sich gleich der Winkel $F G O$ und folglich die Polhöhe unmittelbar finden.

Was das zweyte belangt, so ist aus dem gegebenen halben Tagebogen die Ascensionaldifferenz $F O$ oder $O C$ bekannt, wie schon in Nro 1 ist gezeigt worden, oder auch die letztere kann unmittelbar gegeben seyn. Ferner ist vermöge der Bedingung der Aufgabe auch die Morgenweite $O S$ oder $O G$ bekannt, also sind in dem Dreyecke $O S C$, das bey C rechtwinkelsicht ist, die Seiten $O S$ und $O C$ bekannt und $S O C$ wird wieder durch die Nro. 1 angeführte Proportion gefunden. Wer das Dreyeck $G F O$ gebraucht, verfährt auf eben diese Art.

Wenn nach 3) voraus gesetzt wird, die Morgenweite und die Abweichung sey bekannt; dann sind entweder in dem Dreyecke $O S C$ die Seiten $O S$ und $S C$ oder in dem Triangel $G F O$ die Seiten $G O$ und $G F$ gegeben, und die Auflösung eines dieser Dreyecke wird nach schon angegebener Proportion gefunden.

Noch eine Aufgabe, die sich auf eben die Fig. XIII. beziehet, ist, wenn die Höhe des Pols aus dem längsten oder kürzesten Tage und der Schiefe der Eklyptik gesucht wird. Wenn der längste Tag gegeben ist, so gehet die Sonne in dem Wendekreis auf, welcher dießseits des Aequators ist, in S zum Beyspiele; $P S$ wird das Komplement der größten Abweichung derselben, oder welches einerley ist, das Komplement der Schiefe der Eklyptik seyn; wird also nun weiters die Zeit, welche die Sonne braucht, ihren halben Tagebogen zu beschreiben, in einen Bogen des Aequators verwandelt,

der in der Figur durch AC vorgestellt wird, so ist der Winkel, dessen Maaß dieser Bogen ist, auch bekannt, hier in der Figur APC . Es ist aber SPR des vorgenannten Winkels Komplement zu 180° . Da PS und SPR in dem bey R rechtwinkelichten Dreyecke SPR bekannt sind, wird die Höhe des Pols PR durch $R: \text{tang } PS = \cos SPR: \text{tang } PR$ gefunden. Es ließe sich dieses Problem noch auf andere Arten auflösen. Da es aber in der Praxis wegen seiner Unzuverlässigkeit nicht gebraucht wird, so ist es wohl auch nicht der Mühe werth, daß man sich lange dabey aufhält. Am kürzesten Tage geht die Sonne in G auf, und es wird alsdann auf die nämliche Art verfahren, die schon vorher beschrieben worden, da man aus dem halben Tagebogen, der kleiner als ein Quadrant gesetzt wurde, die Polhöhe suchte. Zu diesen ganz verwerflichen und ungewissen Methoden gehöret auch, wenn man die Höhe des Pols aus dem gegebenen Klima und der Schiefe der Eklyptik oder auch aus letzterer und dem arcu Eclypticae semper apparente bestimmen wollte. Das meiste, was in der Auflösung dieser Aufgabe vorkommt, läßt sich auf das, was schon angeführt ist, zurücke bringen. Um nicht in unnöthige Weitläufigkeit zu gerathen, zumalen bey Sachen, welche in der Ausübung nicht gebraucht werden, so will ich hievon weiter keine Meldung thun.

Endlich, wenn sich zutragen sollte, daß von einem Orte die Höhe des Pols bekannt wäre, und die Länge dieses Orts, ingleichen die Länge eines andern, dessen Polhöhe man aber nicht weiß, und wenn ferner der Positionswinkel von einem dieser beyden Orte gegeben ist, so könnte die Polhöhe des letztern Orts gefunden werden. In der Fig. XIV. seyen zwey Orte L und l , die in der nördlichen Halbkugel liegen; durch diese und die Westpole, den nördlichen P und den südlichen p seyen die Mittagskreise PLp und Plp gezogen, zwischen welchen der Bogen EQ des Aequators enthalten ist,

ist, der also die Differenz der Länge ist, und die Winkel P und p mißt. Ferner sey das Stück des Vertikalkreises LI gezogen, das die Distanz beyder Orte voneinander ausdrückt. Die Positionswinkel sind daher PLI und PIL. Da nun des Orts L Polhöhe bekannt ist, so ist auch ihr Komplement LP gegeben; durch diese Seite, den Winkel P, welcher der Unterschied der bekannten Länge der beyden Orte ist, und den observirten oder gegebenen Positionswinkel läßt sich die Polhöhe des andern Orts I finden. Denn wenn in dem Dreyecke PLI aus P das Perpendikel PX herabgelassen wird, so ist (Trig. Sph. S. 118.) $R: \cos LP = \tan L: \cot LP \times LP$ — $LP \times$ giebt aber hier den Winkel $\times PI$, und es ist zweyten: $\cos LP \times: \cos \times PI = \cot LP: \cot PI$. Diese Seite PI ist aber das Komplement der Polhöhe des Orts I, welche letztere also auch dadurch gefunden worden. Wäre des Orts I Polhöhe bekannt, und man suchte die vom Orte L, so ist PI der Winkel LPI und der Positionswinkel LIP gegeben, und durch die nämliche Auflösung würde LP gesucht, das wieder das Komplement der Polhöhe des Orts L ist. Aus diesem ist auch leicht zu ersehen, wie mit dem Dreyecke PLM zu verfahren sey. Alsdann hat nämlich ein Ort eine nördliche, und der andere eine südliche Breite, und die Seite PM bestehet aus PQ einem Quadranten und QM.

Wenn die Distanz zweyer Orte voneinander und ihre Differenz der Länge, ingleichen der Positionswinkel von einem Orte gegeben wird, läßt sich die Polhöhe von beyden finden. In der vorigen Fig. sey LI die Entfernung beyder Orte voneinander in Graden und Minuten oder in geographischen Meilen, welche sich leicht auf Grade 2c. reduciren lassen. Die Differenz der Länge beyder Orte ist der Winkel LPI; der Positionswinkel entweder L oder I. Durch diese drey gegebene Stücke kann in dem Dreyecke LPI, die

Seite

Seite L P und L p gefunden werden, welche die Komplemente der Polhöhen dieser Orte sind. Es läßt sich dieses Problem noch auf verschiedene Arten verändern, die aber im Grunde einerley mit den schon angeführten sind. Z. B. wenn voraus gesetzt wird, daß beyder Orte Distanz bekannt sey und von beyden auch der Positionswinkel, und man sucht hieraus die Polhöhe zc. Da es aber eben soviel Mühe kostet, den Positionswinkel eines Orts zu bestimmen, als die Polhöhe durch andere Methoden unmittelbar zu finden, und das Verfahren selbst keine größere Genauigkeit oder andere Vortheile verspricht, so sehe ich nicht, ob sich dieses Verfahrens jemand werde bedienen wollen. Wo beyde Orte nicht sehr voneinander entfernet liegen, und man des zweyten Polhöhe nur ohngefähr zu wissen verlangt, kann freylich dieser Vorschlag noch dienlich seyn; doch läßt sich auch dieses auf andere Arten noch leichter bewerkstelligen.

Um mich bey sattfam bekannten Sachen nicht länger aufzuhalten, so breche ich hier ab, und behalte mir das, was noch besonders hier und da anzumerken wäre, auf eine andere Zeit, bevor.



Fig. 1

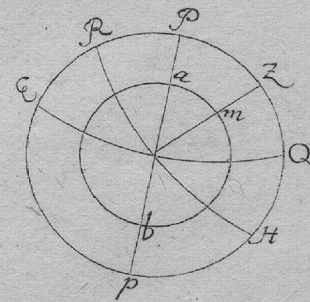


Fig. 2

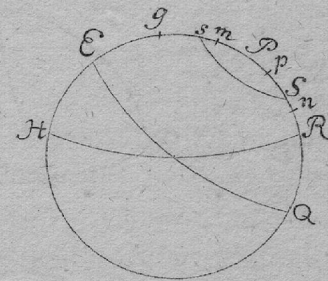


Fig. 3

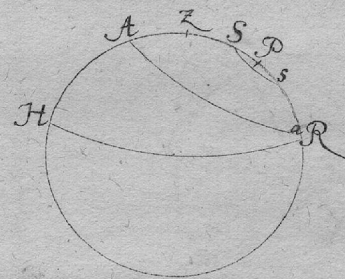


Fig. 4

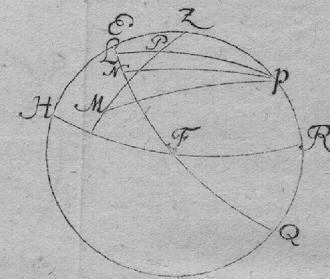


Fig. 5

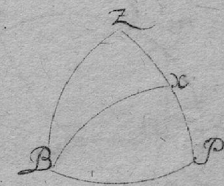


Fig. 6

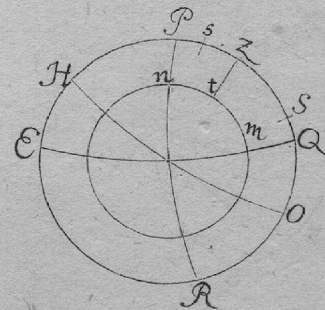


Fig. 7

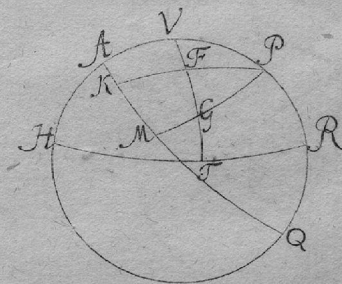


Fig. 8

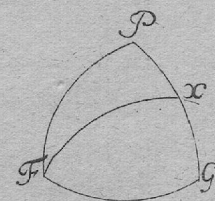


Fig. 9

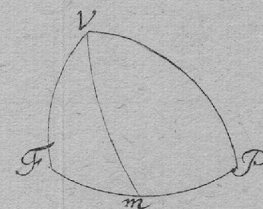


Fig. 10

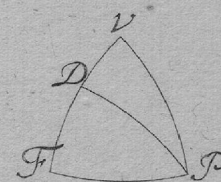


Fig. 12.

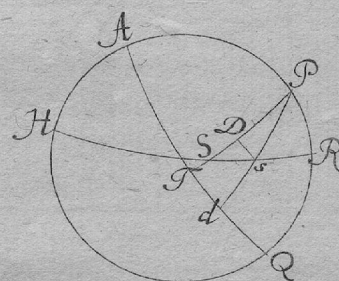


Fig. 11

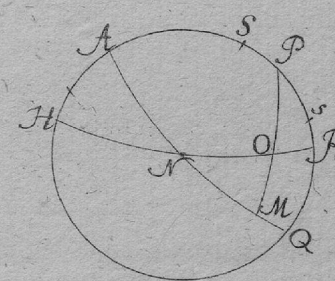


Fig. 14

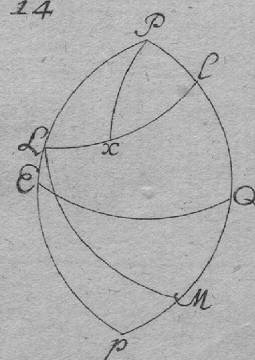


Fig. 13

