

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXXVIII. Jahrgang 1908.

München

Verlag der K. B. Akademie der Wissenschaften

1909.

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Nachtrag zu meiner Arbeit:

Über die Abhängigkeit des Verhältnisses der spezifischen Wärmen $\frac{C_p}{C_v} = k$ in trockener, kohlendioxidfreier atmosphärischer Luft von Druck und Temperatur.¹⁾

Von Peter Paul Koch.

Eingelaufen 7. März.

Anfang Dezember 1907 machte mich Herr Geheimrat Röntgen auf eine von mir bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in komprimierter Luft übersehene Fehlerquelle aufmerksam. Es ist der Einfluß, den das elastische Nachgeben der Wellenröhrenwände auf die Schallgeschwindigkeit ausübt.

Für die zahlenmäßige Berechnung dieses Einflusses existiert eine von Korteweg²⁾ angegebene Korrektionsformel, die später auch von Lamb³⁾ auf etwas anderem Wege gefunden wurde.

Der Faktor, mit dem die in Röhren gemessene Schallgeschwindigkeit zu multiplizieren ist, um die Schallgeschwindigkeit im unbegrenzten Medium zu erhalten, ist nach Korteweg in erster Annäherung:

$$(1) \quad \sqrt{1 + \frac{2 E R_1}{a_1 E_1}},$$

in zweiter Annäherung:

1) Abhandl. d. K. B. Akad. d. Wissenschaften, II. Kl., XXIII. Bd. II. Abt., S. 379. Im folgenden zitiert als „Hauptarbeit“.

2) Wied. Ann. 5, S. 525, 1878.

3) Memoirs of the Manchester Lit. & Phil. Society 42, Nr. 9, S. 1, 1898.

$$(2) \quad \sqrt{1 + \frac{2 E R_1}{a_1 E_1} \left(1 + \frac{5 a_1}{6 R_1}\right)}.$$

Dabei bedeutet E den adiabatischen Elastizitätskoeffizienten der in der Röhre eingeschlossenen Flüssigkeit, E_1 den Elastizitätsmodul des Materials der Röhrenwand, R_1 den Innenradius der Röhre und a_1 die Wandstärke.

Die im folgenden angeführten Versuche hatten den Zweck, die Gültigkeit der Kortewegschen Korrektion, die bisher nur auf die Fortpflanzung des Schalles in tropfbaren Flüssigkeiten angewandt wurde, auch für die Schallgeschwindigkeit in Röhren mit komprimierter Luft zu prüfen. Es wurde die Schallgeschwindigkeit in Röhren von möglichst gleichem Innendurchmesser und verschiedener Wandstärke mit Hilfe der Kundt'schen Staubfiguren bestimmt. Eine Vereinfachung für Versuch und Rechnung ließ sich erzielen durch Verwendung von Doppelröhren, die hergestellt waren durch Hintereinandersetzen zweier etwa 40 cm langer Röhrenstücke von verschiedener Wandstärke und gleichem Innendurchmesser.¹⁾ Die Teilröhren waren an der Stoßstelle plan geschliffen und in einem Messingring zusammengekittet. Die Verwendung dieser Doppelröhren machte die Benutzung des Kontrollrohres zur Elimination von Schwankungen der Tonhöhe des Stahlstabes überflüssig und schaltete alle Fehlerquellen aus, herrührend von Druck- und Temperaturmessung für Untersuchungs- und Kontrollrohr. Allerdings erhält man dafür in jedem Röhrenstück nur halb soviel stehende Wellen wie bei den ca. 80 cm langen Röhren der Hauptarbeit. Um zu verhindern, daß die Schallbewegung sich in dem ringförmigen Raum zwischen Wellenrohr und Druckzylinderwand ausbreiten und die Schallröhrenwand von außen deformieren

¹⁾ Die mit dem Innendurchmesser an der Stoßstelle vorzüglich aufeinander passenden Teilröhren wurden von der Firma Gundelach-Gehlberg geliefert, der ich für ihre liebenswürdigen Bemühungen bestens danke. Dadurch, daß die Röhren zum Teil besonders hergestellt werden mußten, verzögerte sich die Lieferung der Mitte Dezember 1907 bestellten Röhren, so daß die Versuche erst jetzt (Ende Februar 1908) fertiggestellt werden konnten.

könnte, waren auf die Wellenröhren Messingringe aufgeschoben, derart, daß sie ganz eng in den Innenraum des Druckzylinders hineinpaßten. Dies war auch bei den Versuchen der Hauptarbeit (l. c., S. 381) der Fall.

Das Vorhandensein von komprimierter Luft im Ringraum zwischen Wellenrohr und Druckzylinderwand beeinflusst die Größe der Kortewegschen Korrektion nicht,¹⁾ die von Korteweg unter der Annahme berechnet ist, daß die den Schall fortpflanzende Flüssigkeit sich nur im Innern des Wellenrohrs befindet.

Die Versuche wurden im übrigen genau wie die früher beschriebenen ausgeführt und es wurde besonders geachtet auf Erreichen der Temperaturkonstanz im Innern des Druckzylinders.

Die Resultate sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Es findet sich in Reihe 1 der Druck in Atmosphären à 76 cm Hg, in Reihe 2 die Temperatur im Druckzylinder, in Reihe 3 die Nummer der benutzten Doppelröhre (betr. Röhrendimensionen s. Tabelle 2), in Reihe 4 das Verhältnis der Schallgeschwindigkeit im dickwandigen Röhrenteil zur Schallgeschwindigkeit im dünnwandigen. Die Schallgeschwindigkeiten sind berechnet aus den dreimal gemessenen Einzelwellenlängen mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate. In Reihe 5 sind Mittelwerte entsprechend den beigetzten Klammern gebildet und in 6 steht das aus der Kortewegschen Formel ((1) und (2) liefern beide dasselbe) berechnete Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten.

In Tabelle 2 finden sich die Röhrenkonstanten. Es steht in Reihe 1 die in Tabelle 1 gebrauchte Röhrennummer, dann in den folgenden Reihen je für den dünn- und dickwandigen Teil: Wandstärke, Innenradius und Elastizitätsmodul. Wandstärke und Innendurchmesser der Röhren waren nicht an allen Stellen gleich. Deshalb sind die angegebenen Zahlen Mittelwerte. Ebenso erklärt sich hieraus die Ungleichheit der an den nicht zusammengekitteten Enden der Teilröhren gemessenen Innendurchmesser, die an den Stoßstellen auf Bruchteile von Millimetern genau aufeinander paßten. Der Elastizitätsmodul

¹⁾ Lamb., l. c., p. 10, 11.

Tabelle I.

1	2	3	4	5	6
Druck in Atmo- sphären à 76 cm Hg	t	Röhren- nummer	Verhältnis der Schall- geschwindig- keiten dick- wandiges durch dünn- wandiges Rohr: Gemessen	Mittel	Verhältnis der Schall- geschwindig- keiten: Berechnet
101	0 ⁰	dünn 2	1,0038	} 1,005	1,004
101	0 ⁰	" 2	1,0063		
197	0 ⁰	" 1	1,0147	1,015	1,012
197,5	0 ⁰	" 2	1,0149	} 1,014	1,011
197	0 ⁰	" 2	1,0136		
193	0 ⁰	dick 1	0,9976	} 1,001	1,002
197	0 ⁰	" 2	1,0009		
192	0 ⁰	" 2	0,9990		
198	0 ⁰	" 2	1,0002		
191	0 ⁰	" 1	1,0048		
196,5	— 79 ⁰	" 1	1,0015	} 1,000	1,003
200	-- 79 ⁰	" 1	0,9980		
198	— 79 ⁰	dünn 1	1,0123	} 1,021	1,020
198,5	— 79 ⁰	" 1	1,0270		
197	— 79 ⁰	" 1	1,0176		
197	— 79 ⁰	" 1	1,0224		
197	— 79 ⁰	" 1	1,0265		
196	— 79 ⁰	" 1	1,0210		

des Röhrenglases wurde experimentell bestimmt durch Vergleich der Wellenlänge eines in der Röhre erregten Longitudinaltones in der Röhre selbst mit der Wellenlänge desselben Tones in Luft mit Hilfe der Kundt'schen Staubfiguren.

Tabelle 2.

1 Röhren- nummer		2 Wandstärke cm	Innen- radius cm	Elastizitäts- modul C. G. S.
dünn 1	dünnere Teil	0,051	1,14	$6,57 \cdot 10^{11}$
	dicker "	0,368	1,23	$7,05 \cdot 10^{11}$
dünn 2	dünnere "	0,056	1,15	$6,57 \cdot 10^{11}$
	dicker "	0,338	1,20	$7,05 \cdot 10^{11}$
dick 1	dünnere "	0,183	1,32	$6,79 \cdot 10^{11}$
	dicker "	0,296	1,24	$7,05 \cdot 10^{11}$
dick 2	dünnere "	0,174	1,37	$6,79 \cdot 10^{11}$
	dicker "	0,301	1,28	$7,05 \cdot 10^{11}$

Der in der Korrekionsformel vorkommende adiabatische Elastizitätskoeffizient der in den Röhren eingeschlossenen komprimierten Luft wurde berechnet als Produkt $c^2 d$. Dabei bedeutet c die Schallgeschwindigkeit in Luft für entsprechenden Druck und Temperatur (Tabellen 7 und 8 der Hauptarbeit) und d die Dichte der Luft, bezogen auf Wasser (Tabellen 13 und 14 der Hauptarbeit). Als Schallgeschwindigkeit für Luft von 0° und 1 Atmosphäre wurde angenommen: $3,31 \cdot 10^4$ C.G.S.

Die innerhalb der Meßfehlergrenze von ca. 3‰ liegende Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung (Tabelle 1) für das Verhältnis der Schallgeschwindigkeiten in den dünn- und dickwandigen Teilröhren bei den benutzten extremen Wandstärkenverhältnissen rechtfertigt das Anbringen der Korrektion für das elastische Nachgeben der Röhrenwände an den Schallgeschwindigkeitsmessungen der Hauptarbeit in der Kortewegschen Form. Eine Entscheidung zwischen der Wahl des Korrektionsfaktors (1) und (2) (s. oben) braucht dabei nicht getroffen zu werden, da beide für die in der Hauptarbeit benutzten Wellenröhren bei -79° und bis 200 Atmosphären Übereinstimmung bis auf 1‰ ergeben.

Die zu den Versuchen der Hauptarbeit benutzten Unter-

suchungsröhren waren sämtlich aus zwei gleichzeitig bezogenen langen Röhren herausgeschnitten und stimmten in Wandstärke und Innendurchmesser soweit überein, daß dafür Mittelwerte genommen und die Korrekturen für alle Röhren in gleicher Weise angebracht werden durften.

Die Röhrenkonstanten waren: Wandstärke: 0,151 cm; Innenradius: 1,49 cm; Elastizitätsmodul: $6,61 \cdot 10^{11}$ C. G. S.

Tabellen 3 und 4 enthalten die Schlußresultate für 0° bzw. -79° . Es findet sich unter 1 der Druck in Atmosphären à 76 cm Hg von 0° , in 2 das direkt gemessene Verhältnis der Schallgeschwindigkeit in komprimierter Luft zu der in Luft von Atmosphärendruck (Tabellen 7 und 8 der Hauptarbeit), in 3 der Korrektionsfaktor berechnet in der Form (2), mit dem dieses Verhältnis zu multiplizieren ist, um den entsprechenden Wert für komprimierte Luft im unbegrenzten Raum zu erhalten. Unter 4 steht das so korrigierte Schallgeschwindigkeitsverhältnis, in 5 der unkorrigierte Wert von $\frac{C_p}{C_v}$ (aus Tabellen 16 und 17 der Hauptarbeit) und in 6 der durch Multiplikation mit dem Quadrat des Korrektionsfaktors korrigierte Wert von $\frac{C_p}{C_v}$.

Tabelle 3 $t = 0^\circ$.

1	2	3	4	5	6
Druck in Atmo- sphären à 76 cm Hg	Verhältnis der Schallgeschwin- digkeiten un- korrigiert	Korre- ktions- faktor	Verhältnis der Schallgeschwin- digkeiten korri- giert	$\frac{C_p}{C_v}$ unkorri- giert	$\frac{C_p}{C_v}$ korrigiert
1	1.000	1.000	1.000	1.405	1.405
25	1.007	1.001	1.008	1.470	1.473
50	1.021	1.001	1.022	1.527	1.530
75	1.039	1.002	1.041	1.586	1.593
100	1.061	1.003	1.064	1.636	1.646
125	1.091	1.004	1.095	1.677	1.690
150	1.126	1.005	1.132	1.721	1.739
175	1.166	1.006	1.173	1.762	1.783
200	1.212	1.007	1.220	1.803	1.828

Tabelle 4 $t = -79.3^{\circ}$.

1	2	3	4	5	6
Druck in Atmo- sphären à 76 cm Hg	Verhältnis der Schallgeschwin- digkeiten un- korrigiert	Korrek- tions- faktor	Verhältnis der Schallgeschwin- digkeiten korri- giert	$\frac{C_p}{C_v}$ unkorri- giert	$\frac{C_p}{C_v}$ korrigiert
1	0.842	1.000	0.842	1.405	1.405
25	0.830	1.001	0.831	1.566	1.569
50	0.829	1.001	0.830	1.763	1.767
75	0.841	1.002	0.843	1.992	2.001
100	0.882	1.003	0.885	2.187	2.200
125	0.955	1.005	0.960	2.378	2.402
150	1.040	1.007	1.047	2.435	2.469
175	1.130	1.009	1.140	2.370	2.413
200	1.224	1.012	1.239	2.277	2.333

Die Änderungen der Endwerte von $\frac{C_p}{C_v}$ gehen nur bei den Versuchen mit höheren Drucken über die in der Hauptarbeit angesetzten Fehlergrenzen hinaus, so daß an den dort gezogenen Schlußfolgerungen eine Änderung nicht anzubringen ist.