

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXXII. Jahrgang 1902.

München.

Verlag der k. Akademie.

1903.

In Commission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Ueber gewisse hydrologisch-topographische Grundbegriffe.

Von **S. Günther.**

(*Ringelaufen 1. Februar.*)

Die Lehre von den fließenden Gewässern erfordert zu ihrem Ausbau eine stete Rücksichtnahme auf die Terrainkunde, die wissenschaftliche Topographie. Denn ebenso, wie auf der einen Seite das strömende Wasser — hier durch Erosion und Denudation, dort durch Akkumulation des Detritus — die Oberflächengestalt wesentlich schaffen hilft, so hängt auch die Art und Weise, in welcher sich diese Agentien bethätigen, von der Struktur des Oberflächenmodelles ab, die sich zuvor herausgebildet hatte. Insbesondere wählt rinnendes Wasser stets den kürzesten unter den Wegen, welche es einem bestimmten tieferen Niveau zuführen, und es ist also von Wichtigkeit, sich über den Verlauf dieser Bahnen von vornherein zu orientieren. Will man die Gesetzmässigkeiten kennen lernen, die hier obwalten, so muss man natürlich von der so äusserst unregelmässigen Gestalt der Landoberfläche absehen und sich die Hohlräume, in denen sich die Wasserbewegung vollzieht, als von geometrischen Flächen begrenzt vorstellen. Eine von Boussinesq¹⁾ herrührende Definition entsprechend weiterbildend, stellen wir Folgendes fest:

Die Landoberfläche lässt sich betrachten als eine Aufeinanderfolge von Flächenstücken, welche gegen

¹⁾ Boussinesq, Essai sur la théorie des eaux courantes, Mémoires présentés par divers savants à l'Académie Française, 23. Band, S. 165 ff.

das Meeresniveau zum einen Teile konvex, zum anderen Teile konkav gekrümmt sind.

Als XY -Ebene denken wir uns stets eine horizontale Ebene, die so gelegen sein soll, dass innerhalb des hier betracht kommenden Bereiches die vertikal gerichteten Ordinaten z positiv bleiben. Legen wir dann eine Vertikalebene von der Gleichung $y = \text{Konst.}$ durch die Landoberfläche, so wird aus dieser eine Kurve herausgeschnitten, die so beschaffen ist, dass der zweite Differentialquotient $\frac{d^2 z}{dx^2}$ irgendwo auf ihr sein Zeichen wechselt. So lange $\frac{d^2 z}{dx^2}$ negativ ist, verläuft die Schnitt-

kurve konkav gegen die Horizontalebene; wenn dagegen $\frac{d^2 z}{dx^2}$ positiv wird, wendet die Kurve dieser Ebene ihre konvexe Seite zu. Im allgemeinen wird also diese Grösse einmal ihr Zeichen wechseln, und da dies für jede einzelne Schnittkurve gilt, so hat man damit die Grenzlinie gefunden, welche jeweils die konvex und konkav gekrümmten Flächenteile trennen. Verfolgen wir die Schnittkurve weiter, so gelangen wir zu einem Punkte, in dem die Berührungslinie zur XY -Ebene parallel verläuft. Die Gesamtheit aller dieser Punkte verbindend, erhalten wir eine Kurve, welche als Grenzlage für diejenigen Flächenpunkte zu gelten hat, für welche die Tangentialebene bezüglich spitze und stumpfe Winkel mit der Horizontalebene bildet. Diese Grenzkurve ist, hydrologisch gesprochen, die Wasserscheide¹⁾ der beiden in ihr zusammenstossenden teils konvexen, teils konkaven Flächen. Jeder allseitig von wasserscheidenden Linien nach oben begrenzte Hohlraum der Landoberfläche soll als Stromgebiet oder Bassin bezeichnet werden. Wir setzen hier durchgehends die sogenannte elliptische Krümmung voraus, deren Wesen darin besteht, dass die Berührungsebene einer Fläche ganz und gar

¹⁾ Die von L. v. Buch gewählte Bezeichnung „Wasserteiler“ (vgl. Günther, Alexander v. Humboldt, Leopold v. Buch, Berlin 1900, S. 245) hat sich nicht durchzusetzen vermocht.

auf ein und derselben Seite der letzteren verbleibt. Es kommen ja in der Natur gewiss auch Flächen von hyperbolischer Krümmung, also Sattelflächen, vor, aber für unsere Zwecke müssen solche als Ausnahmen gelten.

Damit haben wir für diesen Begriff sowohl, als auch für den der Wasserscheide Bestimmungen erhalten, welche für gewöhnlich, von Ausnahmefällen abgesehen, als eindeutig gelten können. Dass ihre Festsetzung, wie sie vielfach gegeben wird, mancherlei Bedenken unterliegt, ist von Philippson¹⁾ hervorgehoben worden. Letzterer gibt selbst die nachstehende Definition: „Wasserscheide ist jede Linie, in der sich zwei Gefällsrichtungen der Erdoberfläche nach oben zu schneiden.“ Dem Sinne nach ist dies völlig übereinstimmend. Nur wird von uns der Uebergang zunächst als ein kontinuierlicher aufgefasst, obwohl selbstverständlich auch der Fall einer Kante oder Schneide, die dann ohneweiters die Wasserscheide repräsentiert, mit inbegriffen ist.

Von den Krümmungsverhältnissen eines solchen Hohlraumes, der alles in seinem Bereiche fallende meteorische Wasser sammelt, hängt es ab, ob dasselbe in ihm verbleibt oder aber den Zugang zu seinem natürlichen Bestimmungsorte, dem Meere, findet. Wir gelangen damit auf unsere Weise zu jener Zweiteilung aller terrestrischen Einsenkungen, welche zuerst v. Richthofen²⁾ durchgeführt hat, indem er den zentralen oder abflusslosen Gebieten die peripherischen Gebiete gegenüberstellte. Ist nämlich der Hohlraum eine Wanne, mit Penck³⁾ zu sprechen, deren Kennzeichen darin besteht, dass eine der an die Grenzfläche gelegten Berührungsebenen zur Horizontalebene parallel wird, so kann das Regenwasser — wenigstens solange es nicht hoch genug steigt, um über eine Randlinie überzulaufen — die Mulde nicht mehr

¹⁾ Philippson, Studien über Wasserscheiden, Leipzig 1886, S. 14 ff.

²⁾ v. Richthofen, Führer für Forschungsreisende, Berlin 1886, S. 275 ff.

³⁾ Penck, Morphologie der Erdoberfläche, 1. Band, Stuttgart 1894, S. 158.

verlassen. Von Flusssystemen innerhalb eines solchen Hohlraumes kann, obwohl man ja darauf selten zu achten pflegt, nur bedingt die Rede sein; wenigstens wollen wir gleich jetzt unsere Erklärung des Wortes Stromgebiet noch dahin ergänzen, dass dessen Begrenzungsfläche stets eine gleichsinnige Krümmung aufweisen soll. Nur mit Gebilden dieser Art wollen wir uns hier beschäftigen. Es wird angenommen, dass die Tangentialebene der in Frage stehenden Fläche, die zudem als stetig gekrümmt vorausgesetzt wird, mithin aller Ecken und Kanten entbehrt, allenthalben nur Winkel mit der XY -Ebene bildet, die $< 90^\circ$ und $> 0^\circ$ sind.

Die französischen Mathematiker, welche sich der Begründung der topographischen Fundamentalbegriffe hauptsächlich angenommen haben, während man anscheinend in Deutschland diesen Untersuchungen ein geringeres Interesse entgegenbrachte,¹⁾ haben gleichzeitig mit der Wasserscheide („*ligne de faite*“) auch noch eine andere ausgezeichnete Linie des Bewässerungssystems eines Hohlraumes in betracht gezogen, nämlich den Thalweg.²⁾ Da durch Philippson die Morpho-

¹⁾ Von einschlägigen deutschen Originalarbeiten scheint nur eine einzige anzuführen zu sein: *Quidde*, Kurven gleicher Steilheit auf Flächen zweiten Grades, Stargard i. P. 1879. Dieselbe verfolgt jedoch rein geometrische Zwecke. Unter dem geographischen Gesichtspunkte hat der Verf. den ganzen Komplex zusammengehöriger Studien schon früher kurz abgehandelt (*Günther*, Topographische Studien über die Gestalt der Flussbetten, Nachrichten über Geophysik, 1. Heft, S. 9 ff.).

²⁾ Dieser Ausdruck wurde, nachdem ihn der deutsche Hydrotechniker Wiebeking dem Rastatter Kongresse mundgerecht gemacht hatte — „der Thalweg des Rheins soll die Grenze zwischen Elsass und Baden sein“ —, auch von den französischen Fachmännern adoptiert, und zwar so vollständig, dass dieselben ihn wörtlich, ohne Uebersetzung, in die eigene wissenschaftliche Sprache herübernahmen. Näheres über dieses Vorkommnis gibt eine Lebensbeschreibung Wiebeking's (*Voigts* Neuer Nekrolog der Deutschen, Weimar 1842). In Frankreich bedient man sich des Wortes Thalweg auch in noch erweiterter Bedeutung, ziemlich im gleichen Sinne, wie *vallée*; vgl. z. B. *Marty*, *La Thalweg géologique de la moyenne vallée de la Cère* (*Bull. de la Société Géologique de France*, (3) 22. Band, S. 31 ff.).

logie der Wasserscheiden zu einem einstweiligen Abschlusse gebracht worden ist, so haben wir es an diesem Orte wesentlich nur mit der zweiten topographischen Linie zu thun. Eine ganz einwurfsfreie Definition derselben bereitet Schwierigkeiten, und diese dehnen sich dann auch auf das Wort Stromstrich aus, weil zwischen Thalweg und Stromstrich die engste Beziehung obwaltet. Vielfach werden beide Begriffe sogar identifiziert; hier aber soll der Stromstrich diejenige Oberflächenlinie eines fließenden Gewässers sein, in welcher dessen Fläche von einer vertikalen Zylinderfläche geschnitten wird, die den Thalweg zur Leitlinie hat.¹⁾ Wenn man, wie dies ein neueres Werk thut,²⁾ dessen eigentliche Tendenz in der Klärung der topographischen Terminologie beruht, den Thalweg einfach als „die tiefste Linie des Thales“ hinstellt, so muss man auch angeben, wie man eine solche Linie mit Maximal-eigenschaft konstruiert, und so lange dies nicht geschehen, wird man mit der Definition nicht viel anfangen können.

Die erwähnten französischen Geometer, welche sich, wie wir sehen werden, sehr ernsthaft um die exakte Begriffsbestimmung bemüht haben, stellen durchweg die Wasserscheide in Parallele zum Thalwege, der die Gewässer seines Gebietes sammelt. Indessen besteht doch ein gewisser Unterschied.

¹⁾ Bei Penck (a. a. O., 2. Band, S. 73) lesen wir: „Die mittlere Richtung auch der Mäanderthäler ist eine ziemlich konstante; sie bestimmt den Thalweg oder Stromstrich.“ Supan (Grundzüge der physischen Erdkunde, Leipzig 1896, S. 261) charakterisiert den Stromstrich als „die Linie, welche die Punkte grösster Oberflächengeschwindigkeit verbindet“. Bei Rein endlich (Bemerkungen über Veränderungen der Flussläufe. Stromstrich und Begleiterscheinungen Petermanns Geograph. Mitteil., 42. Band, S. 129 ff.) erreicht längs des Stromstriches die Wölbung, welche bei genauem Zusehen der Spiegel eines Flusses erkennen lässt, ihr Maximum; der Stromstrich ist zugleich ein eigentlicher Stromfaden im Sinne der neueren Hydrodynamik, während zu beiden Seiten sich die Bewegung des Wassers in Spiralbahnen vollzieht (vgl. Moeller, Studien über die Bewegung des Wassers in Flüssen, Zeitschr. f. Bauwesen, 1883, S. 193 ff.).

²⁾ Neuber, Wissenschaftliche Charakteristik und Terminologie der Bodengestalten der Erdoberfläche, Wien-Leipzig 1901, S. 398.

Die Wasserscheide nämlich ist nicht nur im abstrakt-geometrischen Oberflächenbilde, das uns hier zunächst vorliegt, sondern auch in der Natur selbst etwas reell Vorhandenes, während im ersteren Falle der Thalweg die von den Abhängen herabfließenden Gewässer nicht thatsächlich aufnimmt. Angedeutet wird der hier bestehende Gegensatz wohl zuerst von Breton de Champ;¹⁾ auffallenderweise aber ist der den Sachverhalt bestimmende einfache Lehrsatz nie als solcher beachtet und bewiesen worden. Allgemein ausgesprochen, lautet er: Wenn auf einer Fläche zwei Systeme sich rechtwinklig schneidender Kurven bestehen, so kann durch einen bestimmten Punkt nur immer je eine einzige Kurve des nämlichen Systemes hindurchgehen.

Es seien durch I und II (Fig. 1) die Individuen je einer solchen Kurvenschaar bestimmt. Wäre es möglich, dass durch

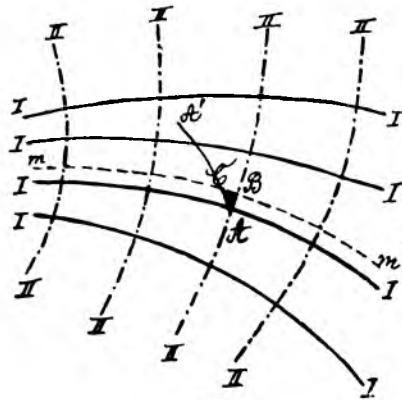


Fig. 1.

den Punkt A ausser der ihm zugehörigen Systemkurve II noch eine andere Linie AA' hindurchginge, die ebenfalls auf der Kurve I in A senkrecht stände, so hätte man, da die beiden Orthogonalkurven eine unendlich benachbarte Kurve I, nämlich mm' , in den Punkten B und C schneiden müssen, in dem unendlich kleinen — also ebenen — Dreiecke $ABC \nless \angle ABC = \nless \angle ACB$

$= 90^\circ$, was nicht möglich ist. Uebrigens folgt die gleiche Thatsache auch aus dem gleich nachher zu berührenden Um-

¹⁾ Breton de Champ. Note sur les caractères géométriques des lignes de faite ou de thalweg. Compt. Rend. de l'Acad. Franç., 53. Band, S. 808 ff. Auf die oben genannte partielle Differentialgleichung kam auch unabhängig De Saint Venant (Surfaces à plus grande pente constituées sur des lignes courbes, Bulletin de la Société Philomatique de Paris, 1852).

stande, dass die Differentialgleichungen der orthogonalen Trajektorien von der ersten Ordnung sind.

Dies trifft nun in unserem Falle zu. Identifizieren wir die Kurven des Systemes I mit den Niveaulinien oder Isohypsen der Fläche, so fallen diejenigen des Systemes II mit den Linien des Wasserablaufes oder der kürzesten Verbindung mit der Horizontalebene („lignes de la plus grande pente“) zusammen, welche letztere wir künftig kurz als Abflusslinien bezeichnen werden. Dann steht also Folgendes fest:

Zwei Abflusslinien können sich niemals begegnen, verlaufen vielmehr asymptotisch, so dass ihnen sämtlich der nämliche unendlich entfernte Punkt zugehört.

Nun erhebt sich sofort die weitere Frage:

Gibt es unter den unendlich vielen Abflusslinien des nämlichen Gebietes eine, die man allen übrigen gegenüber individuell auszeichnen kann, der also eine Eigenschaft zukommt, die sich bei keiner Gefährtin findet?

Wenn eine solche Kurve existiert, so müssen wir eben ihr den Namen Thalweg zuerkennen, da die ihr gewöhnlich zugeschriebene Eigenschaft, alle Gewässer zu sammeln, vorläufig, so lange wir nur flächentheoretisch urteilen, nicht vorhanden ist. Und diese Frage ist es eben, welche eine kleine Litteratur in das Leben gerufen hat.

Als erster, soweit wir die Angelegenheit rückwärts verfolgen konnten, ist derselben Breton de Champ (s. o.) näher getreten, der in der erwähnten Abhandlung für Wasserscheide und Thalweg eine gemeinsame Differentialgleichung herzuleiten suchte. Die Gleichung der die Systeme I und II enthaltenden Fläche ist $z = f(x, y)$, und wenn dann in bekannter Weise $\frac{\partial z}{\partial x} = p$, $\frac{\partial z}{\partial y} = q$, $\frac{\partial p}{\partial x} = r$, $\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = s$, $\frac{\partial q}{\partial y} = t$ gesetzt wird, ergibt sich für die beiden eine Ausnahmestellung einnehmenden Linien die Gleichung $p^2 r + q^2 t = 2pq s$, aus der jedoch Topographie und Erdkunde keine für sie brauchbaren Folgerungen ziehen können. Nur kurz gibt nach dieser Seite

hin Breton de Champ einen wirklich verwertbaren Anhaltspunkt. Nimmt man zwei Nachbarpunkte A_1 und A_2 und legt in jedem derselben eine Tangentialebene an die Fläche, so bildet die Schnittlinie dieser beiden Ebenen mit $A_1 A_2$ einen Winkel, der alle möglichen Werte annehmen kann. Wenn dieser Winkel gleich einem rechten geworden ist, so hat die betreffende Linie die Thalweg-Eigenschaft. Das ist ganz zutreffend, aber es wird sich empfehlen, die entscheidende Definition nicht auf eine doch mehr nur nebensächliche Eigenschaft zu begründen.

Boussinesq nahm das Problem von neuem auf, und in einer Reihe von Aufsätzen,¹⁾ die teilweise eine polemische Auseinandersetzung mit dem auf dem gleichen Arbeitsfelde thätigen C. Jordan²⁾ enthalten, hat er es allseitig untersucht und mannigfach gefördert. Er hielt sich, da ja die Abflusslinien im allgemeinen Kurven doppelter Krümmung sind, an deren Schmiegungebene³⁾ und fragte, wie eine solche Kurve beschaffen sein müsse, damit eben diese Ebene unter allen Umständen senkrecht auf der XY -Ebene stehe. Die Gleichungen der Kurven, die man erhält, wenn man die Niveaulinien und ihre orthogonalen Trajektorien auf jene Ebene projiziert, sind bezüglich diese:

$$p dx + q dy = 0, \quad p dy - q dx = 0.$$

¹⁾ Boussinesq, Sur une propriété remarquable des points où les lignes de plus grande pente d'une surface ont leurs plans osculateurs verticaux, et sur la différence qui existe généralement, à la surface de la terre, entre les lignes de faite ou de thalweg et celles les long desquelles la pente du sol est un minimum; Compt. Rend., 73. Band, S. 1368 ff.; Sur les lignes de faite et de thalweg, ebenda, 75. Band, S. 198 ff., S. 835 ff.

²⁾ C. Jordan, Sur les lignes de faite et de thalweg, ebenda, 74. Band, S. 1457 ff.; Sur les lignes de faite et de thalweg, reponse aux objections de M. Boussinesq, ebenda, 75. Band, S. 625 ff.; Nouvelles observations sur les lignes de faite et de thalweg, ebenda, 75. Band, S. 1023 ff.

³⁾ Vgl. hiezu: Joachimsthal-Natani, Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die allgemeine Theorie der Flächen und der Linien doppelter Krümmung, Leipzig 1881.

Die Gleichung

$$\frac{\partial \left(\frac{q}{p} \right)}{\partial x} \cdot p + \frac{\partial \left(\frac{q}{p} \right)}{\partial y} \cdot q = 0$$

stellt nach Boussinesq die Projektion des Thalweges dar.

Der Thalweg kann generell alle möglichen Gestalten annehmen, je nachdem eben die Krümmungsverhältnisse der Fläche, welcher er angehört, beschaffen sind. Für jene Flächen, die uns hier ausschliesslich beschäftigen, vereinfacht sich die von Boussinesq gegebene Begriffsbestimmung erheblich. Hier existiert nämlich eine Abflusslinie, deren Oskulationsebenen nicht allein sämtlich senkrecht auf der XY -Ebene stehen, sondern in eine einzige zusammenfallen. Demgemäss ist diese Linie eine ebene Kurve, ihre Vertikalprojektion gerade, und unter der erwähnten Beschränkung gilt die nachstehende Definition:

Gibt es eine Kurve in der Schaar der als Abflusslinien gekennzeichneten Raumkurven, welche ihrem ganzen Verlaufe nach in der nämlichen — vertikalen — Ebene liegt, so hat diese ein Anrecht auf den Namen Thalweg. Gegen ihn konvergiert jede einzelne Abflusslinie asymptotisch.

Diese Auffassung deckt sich auch mit dem von Breton de Champ (s. o.) angegebenen Merkmale, dass nämlich die Schnittlinie zweier Berührungsebenen, die in den Endpunkten einer unendlich kleinen Kurvenschne an die Fläche gelegt sind, zu der Sehne selbst senkrecht stehen soll. Die Durchschnittsline verläuft eben horizontal, während die Ebene der Kurve vertikal steht.

C. Jordan hat (s. o.) sehr entschieden behauptet, dass sich Wasserscheide und Thalweg in nichts von anderen Kurven steilsten Abfalles unterscheiden;¹⁾ ja es gäbe unter den letz-

¹⁾ Der Hinweis Jordans auf anomale Verhältnisse der Wasserscheide im Iserethale ist ohne Beweiskraft, denn jeder Geograph weiss, wenn er sich blos der von Philippson und Supan untersuchten

teren überhaupt keine mit einer sie vor den anderen auszeichnenden Eigenschaft. Im vorliegenden Falle aber ist ein solches Individuum unzweifelhaft vorhanden. Boussinesq bedient sich in seiner Erwiderung eines ganz treffenden Bildes, indem er an den menschlichen Körper erinnert. Die gewöhnlichen Abflusslinien seien den Venen, der Thalweg sei der Arterie vergleichbar. Gleichwohl, und obwohl er nach unserer Ansicht sich durchaus im Rechte befindet, hat sich Boussinesq zuletzt in ein Kompromiss mit Jordan eingelassen, welches aber nach keiner Seite hin zu befriedigen imstande ist.

Zu bedauern ist, dass kein Versuch gemacht ward, die allgemeinen Betrachtungen am speziellen Falle zu erläutern. Diese Lücke füllen wir dadurch aus, dass wir eine Fläche einfachster Natur in angriff nehmen, nämlich die eines Kreiszylinders, dessen Achse schief zur XY -Ebene liegt. Dass alsdann der Thalweg eine Gerade sein muss, erhellt sofort. Die Achse CA (Fig. 2) des Zylinders soll der XZ -Ebene angehören und mit der X -Achse den Winkel α bilden, während $r = CD = CE$ den Radius des Grundkreises bedeutet. Durch B , einen willkürlichen Punkt des Mantels mit den Koordinaten $BF = z$, $FG = y$, $CG = x$ sei ein Schnitt senkrecht zur Achse gelegt, der den Zylinder im Kreise HJ mit dem Zentrum A schneidet. Wird dann noch $AB = r$ gezogen und BK senkrecht auf $AL = AC \sin \alpha$, so ergeben die beiden resp. in A und K rechtwinkligen Dreiecke BAC und BKA diese Beziehungen:

$$r^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 = x^2 + y^2 + z^2 = r^2 + u^2,$$

$$r^2 = (x - u \cos \alpha)^2 + y^2 + (u \sin \alpha - z)^2.$$

Die Hilfsgrösse u lässt sich leicht eliminieren, und es resultiert als die gesuchte Gleichung der Zylinderfläche, wenn

Thalwasserscheiden erinnert, wie kompliziert und für die mathematische Erörterung unzugänglich die Gestaltung solcher Oertlichkeiten werden kann. Auf geometrische Singularitäten, die hier nicht berücksichtigt werden dürfen, macht auch aufmerksam Breton de Champ (Note sur les lignes de faite et de thalweg, ebenda, 39. Band, S. 647 ff.).

wir nur das positive Wurzelvorzeichen berücksichtigen, die folgende:

$$z = \frac{1}{\cos \alpha} (x \sin \alpha + \sqrt{r^2 - y^2}).$$

Daraus ergibt sich, wenn wir auf die früheren Bezeichnungen zurückgreifen,

$$p = \tan \alpha, \quad q = -\frac{y}{\cos \alpha \sqrt{r^2 - y^2}}, \quad \frac{q}{p} = -\frac{y}{\sin \alpha \sqrt{r^2 - y^2}}.$$

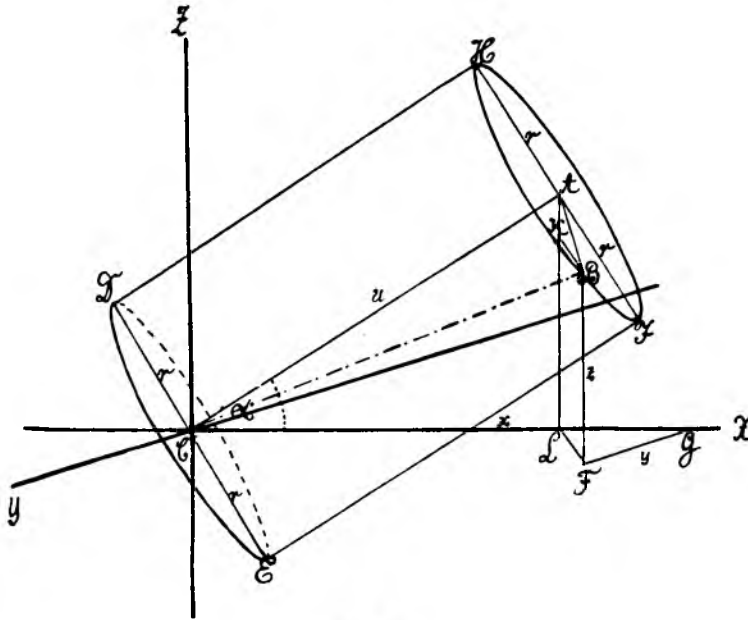


Fig. 2.

Die Gleichungen der Isohypsen sind:

$$z = \text{Konst.}; \quad x = -\frac{1}{\sin \alpha} \sqrt{r^2 - y^2} + C.$$

Wie man sieht, ist dies, indem ein schiefer Zylinderschnitt vorliegt, die Gleichung einer Ellipse, da man sie in die Form

$$x^2 \sin^2 \alpha - 2Cx \sin^2 \alpha + y^2 = r^2 - C^2 \sin^2 \alpha$$

bringen kann. Sucht man nach Boussinesq die Gleichung des Thalweges, so erhält man, da die Ableitung von $\left(\frac{q}{p}\right)$ nach x gleich Null ist,

$$\frac{\partial \left(\frac{q}{p}\right)}{\partial x} \cdot p + \frac{\partial \left(\frac{q}{p}\right)}{\partial y} \cdot q = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} \cdot \frac{r^2 y}{(r^2 - y^2)^2} = 0.$$

Das kann nur eintreten, wenn y selbst Null wird, und die beiden Gleichungen des Thalweges sind $y = 0$, $x = 0$. In der That lehrt ein Blick auf die Figur, dass diese Linie mit der X -Achse zusammenfällt.

Um endlich auch noch den asymptotischen Verlauf der Horizontalprojektionen der Abflusslinien — und damit dieser selber — nachzuweisen, gehen wir auf die Gleichung $p dy - q dx = 0$ zurück. Wir finden durch Einsetzung

$$\frac{dx}{dy} = - \frac{\sin \alpha \sqrt{r^2 - y^2}}{y}, \quad x = - \sin \alpha \int \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{y} dy + C$$

und, mit Anwendung der hier bequemen Hyperbelfunktionen,

$$x = - \sin \alpha (\sqrt{r^2 - y^2} - r \operatorname{Arc} \operatorname{Cos} \frac{r}{y} + C'').$$

Für $y = 0$ wird der hyperbolische Arcus Cosinus, da $r:y$ der Unendlichkeit zustrebt, selbst unendlich gross, d. h. sämtliche Kurven treffen die X -Achse in ihrem unendlich entfernten Punkte. Hiemit ist also die Gesamtheit der topographisch bedeutsamen Aufgaben, zu deren Stellung die Frage nach der Natur des Thalweges Veranlassung gibt, an einer Fläche erledigt, die allerdings besonders einfache Verhältnisse gewährt, aber schon darum vorzuziehen ist, weil bei Flächen von nur etwas verwickelterer Gestalt die Sonderung der Variablen und die Integration weit mehr Schwierigkeiten bereiten und auf völlig unübersichtliche Formeln führen.

Nunmehr handelt es sich darum, die mathematisch erzielten Ergebnisse in die Natur selbst zu übertragen, also alle die Vereinfachungen fallen zu lassen, welche notwendig waren,

um von den Hilfsmitteln der Mathematik Nutzen ziehen zu können. Da gilt denn zuerst der Erfahrungssatz:¹⁾ Was theoretisch als asymptotische Näherung erscheint, ist in der Natur gleichbedeutend mit der Thatsache, dass zwei konvergierende Wasseradern ihren Vereinigungspunkt möglichst weit abwärts verlegen. Zwei Flüsse, die sich vereinigen, laufen der Regel nach unter sehr spitzem Winkel gegen einander, ja sogar längere Zeit annähernd parallel, ehe die Vermischung ihrer Gewässer stattfindet. Dafür, dass es sich so verhält, bedarf es offenbar keines Beweises mehr; vielmehr liegt die unmittelbare Konsequenz einer allgemein erhärteten Wahrheit vor. Der Thalweg ist mithin jetzt ein wirklicher Wassersammler, und weil er dies ist, so eröffnet sich uns zugleich die Möglichkeit, eine alte und noch nicht ausgetragene geographische Streitfrage in ein neues Licht zu stellen.

Zuvörderst indessen soll noch vom Schnittwinkel des Thalweges mit den ihm zugeteilten Abflusslinien die Rede sein. Die Betrachtung eines beliebigen Flusssystemes, zumal in seinem Oberlaufe, auf der Karte vergewissert über die Richtigkeit und das generelle Vorkommen der Konvergenz unter kleinem Winkel. Wissenschaftliche Ueberlegungen aber scheint daran als der erste Peschel geknüpft zu haben,²⁾ dem es bei seinen

¹⁾ Vgl. hiezu Günther, Handbuch der Geophysik, 2. Band, Stuttgart 1899, S. 813. Boussinesq drückt den Gegensatz in der zweiten seiner oben genannten Abhandlungen mit folgenden Worten aus: „Le thalweg est une ligne, à laquelle, sur tous les points de son parcours, viennent se réunir, en toute rigueur, ou de moins asymptotiquement, des lignes de plus grande pente qui en étaient d'abord à des distances sensibles.“

²⁾ Peschel, Neue Probleme der vergleichenden Erdkunde, Leipzig 1878, S. 141 ff.; Peschel-Leipoldt, Physische Erdkunde, 2. Band, Leipzig 1883, S. 472 ff. Die von Peschel geltend gemachte Ursache ist freilich nicht die wahre, und wenn er mit Reclus (La Terre, 1. Band, Paris 1874, S. 443) hervorhebt, dass die Geschiebeführung den spitzen Winkel der Flussannäherung bedinge, so stellt er eine Behauptung auf, von der gemeiniglich sogar, wie wir bald erfahren werden, das Gegenteil als zutreffend anerkannt werden muss.

vergleichenden Kartenstudien, die eben doch auch in diesem Falle sich als nicht wertlos dokumentieren, auffiel, wie in manchen Ländern der Treffpunkt zusammengehöriger Flüsse weit hinausgeschoben wird. Ein besonders drastisches Beispiel bieten die Stromgebiete Nordamerikas zwischen Alleghanies und Atlantischem Ozean; ferner sind sehr geeignete Demonstrationsobjekte der Amazonenstrom und der Po. Man überzeuge sich nur auf der Karte, wie Tanaro, Ticino, Adda, Parma, Oglio, Mincio, deren Lauf ursprünglich ein meridionaler ist, allmählich gegen den Thalweg des grossen oberitalienischen Bassins, gegen den Po, hin umbiegen, um sich förmlich seiner Laufrichtung anzupassen. Gerade für die lombardisch-venetianische Tiefebene trifft auch zu, was Wisotzki, dessen Monographie uns noch weiterhin beschäftigen wird, über solche seitliche Flüsse bemerkt,¹⁾ die den Hauptfluss nicht mehr selbst treffen. „Auch selbständig das Meer erreichende Flüsse sind als Nebenflüsse zu bezeichnen, sobald sie eine mit anderen Nebenflüssen des betreffenden Systemes gleichartige Lage besitzen.“ So sind Reno und Panaro auf der rechten, Brenta und Piave auf der linken Seite des Po als Nebenflüsse dieses letzteren anzusehen, und erst recht gilt ein Gleiches für die Etsch, deren unterste Laufstrecke dem Po vollkommen parallel gerichtet ist. In Hochwasserzeiten, wenn die Wasserläufe über ihre nur schwach profilierten Betten übergreifen, bilden diese zusammengehörigen und da und dort ohnehin durch Altwasser und Kanäle Verbindung unterhaltenden Flüsse nur eine einzige, zusammenhängende Wasserfläche, so wie dies auch Nissen²⁾ weiter oberhalb für die von Tanaro und Po gebildete Halbinsel bezeugt. Oberitalien ist überhaupt das klassische Land für die Erkenntnis hydrographischer Thatfachen, wie denn auch die wissenschaftliche Wasserbaukunde daselbst ihren natürlichen Ursprung hatte. So wäre insbesondere auch auf den Lago d'Orta zu verweisen, den einzigen unter den südalpinen

¹⁾ Wisotzki, Hauptfluss und Nebenfluss; Versuch einer begrifflichen Nachbildung derselben. Stettin 1889, S. 136.

²⁾ Nissen, Italische Landeskunde, 1. Band. Berlin 1883, S. 186.

Binnenseen, der sich gegen Norden entwässert.¹⁾ Sein Abfluss geht der selbst von Norden kommenden Toce direkt entgegen und erfährt erst kurz vor der Vereinigung mit ihr eine Ablenkung nach Osten, so dass er sie in der mehrerwähnten Weise trifft und kurz vor der Mündung in den Langen-See verstärkt. In Fig. 3 kann man diesen abnormen entgegengesetzten Parallelismus eines Hauptflusses und des ihm zustrebenden Nebenflusses konstatieren.

Mit der Sedimentablagerung, deren Wirkung Peschel als Ursache im Auge hatte, steht die Abwärtsverlegung des Einmündungspunktes nicht in kausalem Zusammenhange, wenngleich dieselbe hie und da eingreifen mag.²⁾ Dieses Moment fällt sogar gemeiniglich im entgegengesetzten Sinne in die Wagschale. Wenn manchmal der tatsächliche Befund hinsichtlich des Einmündens eines Flusslaufes in den Thalweg ein ganz anderer ist, als nach der topographischen Regel erwartet werden sollte, so ist daran in erster Linie schuld, dass die Einmündungsstelle durch die Anhäufung von



Fig. 3.

¹⁾ De Agostini, *Il Lago d'Orta*, Turin 1895.

²⁾ Auf eine anderweite Möglichkeit, die jedoch wohl nicht allzu häufig zu konstatieren sein wird, weist Henkel hin (Ueber das Umbiegen von Nebenflüssen in der Nähe der Mündung, *Petermanns Geograph. Mitteil.*, 35. Band, S. 176 ff.). Es ereignet sich nämlich, dass der Nebenfluss ein Rinnsal benützt, welches in geologischer oder prähistorischer Vorzeit von dem Hauptstrome eingenommen war, der dann aus irgend einem Grunde einer Laufänderung unterlag. So verhält es sich bei der Vereinigung der Ohre mit der Elbe in der Nähe Magdeburgs; ersteres Flässchen strömt jetzt in einem Bette dahin, das einen alten Elbearm darstellt, und dass dieser sich dem Hauptarme unter sehr spitzem Winkel nähern musste, ist an und für sich einleuchtend, da ja alle Strominseln von grösserer Ausdehnung eine längliche Gestalt besitzen oder doch ursprünglich besaßen.

Sinkstoffen stromaufwärts gedrängt wird. Es wird dies besonders dann eintreten, wenn die Flussmündung den Charakter eines Deltas an sich trägt, und wenn der sich in den grösseren ergiessende kleinere Fluss reich an mitgeführten Feststoffen ist, während der erstere, wie hier der regulierte Rhein, sich dieses Ballastes zum grossen Teile bereits früher entledigt hat. So hat Naehér¹⁾ für den Einlauf des Neckars in den Rhein eine durch Geschiebeaufschüttung bedingte Verlegung dieser Oertlichkeit dargethan und für den Einlauf des Mains wenigstens wahrscheinlich gemacht. Das Neckardelta bei Mannheim hat sich noch in historischer Zeit beträchtlich vergrössert und die Gewässer des Flusses südlich abgedrängt. Natürlich kommt, da auf der konkaven Uferseite Sedimentation, auf der konvexen dagegen Erosion stattfindet, sehr viel darauf an, welche dieser Seiten in betracht fällt, und es ist nicht möglich, eine allgemeine Norm aufzustellen. Soviel aber darf unter allen Umständen als gesichert gelten, dass, wenn das durch das geometrische Verhalten der Abflusslinien gegebene Naturgesetz irgendwo eine Trübung oder totale Verwischung erfährt, in der Geschiebe- und Schlammführung des jener Abflusslinie folgenden Wasserlaufes die Hauptursache der anscheinenden Anomalie zu suchen ist.

Nachdem diese bisher viel zu wenig beachtete geographische Frage ihre Erledigung gefunden hat, wenden wir uns einer zweiten, mit ihr verwandten zu. Ohne Bedenken verwendet man zumeist die schon aus dem ersten Unterrichte geläufigen Begriffe Hauptfluss und Nebenfluss, ohne viel danach zu fragen, ob dieselben auch eine Formulierung zulassen, welche hinlänglich allgemein wäre, um dann, wenn irgend ein besonderer Fall der Klärung bedarf, diese herbeiführen zu können. Die uns bereits (s. o.) bekannte Schrift von Wisotzki leistet in dieser Hinsicht Alles, was mit den gewöhnlichen, rein geographischen Mitteln geschehen konnte,

¹⁾ Naehér, Ueber den Kulturzustand des oberen Rheinthales zur Römerzeit. Zeitschr. f. wissenschaftl. Geogr., 2. Jahrgang, S. 179.

und muss sich ebendeshalb mit einem Resultate bescheiden, welches nicht als ein vollkommen befriedigendes erscheinen kann, weil danach die Feststellung, ob ein gegebener Fluss der einen oder anderen Kategorie zuzuordnen sei, von einer ganzen Anzahl von Faktoren abhängen soll. Wisotzki durchmustert eine sehr stattliche Litteratur, welche bereits bei den Schriftstellern des XVIII. Jahrhunderts beginnt. Es zeigt sich, dass unter den Methodikern eine gewisse Verwirrung einge-
rissen ist, weil dieselben teilweise dem rein zufälligen Umstand der einmal bestehenden Nomenklatur zu viel Rechnung getragen haben. Es ist ja freilich nicht daran zu denken, dass man einer in die Denkweise der ganzen gebildeten Welt aufgenommenen Namengebung entgegentreten könnte; Roskoschny betont dies¹⁾ mit Recht anlässlich der von russischen Forschern vertretenen Meinung, dass eigentlich die Oka und Wolga ihre Rollen als Neben- und Hauptfluss zu tauschen hätten. Allein diese Rücksicht auf das Herkommen, welches sich ohnehin nicht mehr verändern liesse, darf doch nicht verhindern, der prinzipiellen Seite des Problems gerecht zu werden, was denn auch Wisotzki mit allem Ernste anstrebt. Allein seine allseitig ausgreifende Untersuchung wird zwar, soweit es sich um die Bekämpfung unstichhaltiger Kriterien handelt, als mustergültig anerkannt werden müssen, nicht aber ebenso bezüglich der von ihm am Schlusse aufgestellten These:²⁾ „Als charakteristisches, unterscheidendes Merkmal erweist sich allein die Lage, in ihrer vertikalen wie horizontalen Erscheinung, unter steter Berücksichtigung der Gesamtverhältnisse des betreffenden Gebietes.“ Dieses Merkmal ist, so wenig auch sachlich gegen die Einzelheiten des Satzes einzuwenden sein mag, denn doch ein viel zu unbestimmtes.³⁾ Wir halten dafür,

¹⁾ Roskoschny, Die Wolga und ihre Zuflüsse; Geschichte, Ethnographie, Hydro- und Orographie, Leipzig 1887, S. 268.

²⁾ Wisotzki, a. a. O., S. 136.

³⁾ Auch die Bezeichnung Quellflüsse leidet unter dieser Unbestimmtheit. So ist ohne allen Zweifel der Hinterrhein ein Nebenfluss des strengen den Thalweg einhaltenden Vorderrheins, und die Eigenschaft,

dass unsere geometrischen Ergebnisse eine viel bestimmtere, ja sogar eine ganz eindeutige Fassung gestatten; hat nämlich, wie wir mit Boussinesq gegen Jordan es vertraten, der Thalweg wirklich eine ihn vor allen Abflusslinien auszeichnende Eigenart, so dürfen wir behaupten:

Der Thalweg eines Stromgebietes ist immer mit dem Hauptstrome desselben identisch, und die übrigen Abflusslinien bezeichnen die Bahnen der Nebenflüsse.

Es braucht kaum erwähnt zu werden, dass auch die Zu- und Beiflüsse, überhaupt alle Wasserläufe, die irgendwie einem grösseren Strome tributär sind, in dieser Definition mit einbegriffen werden können. Der Nebenfluss hat eben sein besonderes Untersystem, für welches er selbst den Thalweg abgibt, und in gleicher Weise zerfällt auch dieses sekundäre Gebiet wieder in Teilgebiete.

Allein so klar das Wort Thalweg unseren Ermittlungen zufolge ist, wenn eine geometrische Hohlfläche vorliegt, so wenig scheint dasselbe Wort sich bestimmt fassen lassen zu wollen, sobald man zu den Stromgebieten der Erdoberfläche übergeht, die ja selbst wieder einen ganz unregelmässigen Wechsel von Erhöhungen und Vertiefungen wahrnehmen lassen. Sowie wir jedoch die Eigenschaft des Thalweges zur Richtschnur nehmen, dass seine Horizontalprojektion eine gerade Linie ist, schwindet jene Schwierigkeit, und wir sehen uns so ganz von selbst zu einer zumeist allen Zweifel ausschliessenden Definition geführt:

Als Hauptstrom oder Thalweg ist beim Zusammentreffen zweier Flussrinnen diejenige anzusprechen, welche am wenigsten von einer geraden Linie abweicht und insbesondere auch an der Vereinigungs-

der eigentliche Rhein zu sein, kann dem sogenannten Vorderrhein auch dadurch nicht genommen werden, dass, wie auch Rein (a. a. O.) bemerkt, der Hinterrhein, vermöge seines grösseren Gefälles, die Gewässer des ersteren bei der Konfluenzstelle in Reichenau ganz und gar bei Seite drängt und so den Eindruck erweckt, als stelle er das namhaftere Kontingent zum Gesamtstrome.

stelle die geringste Ablenkung von ihrer bisher eingehaltenen Richtung erleidet.

Hiezu eine bestimmte Stellung zu nehmen, ist in der Regel durchaus nicht schwierig, indem weiter nichts als eine gute Karte erfordert wird. Die bisherige Lauflänge, deren genaue Feststellung zu den schwierigsten Pflichten der Kartenkunde gehört, tritt gegen das Moment einer möglichst wenig gestörten Geradlinigkeit ganz in den Hintergrund, und nicht anders verhält es sich mit der Wasserfülle, die auch nicht zu den leicht zu ermittelnden Grössen gehört. Wollte man auf alle diese Dinge als auf massgebende Elemente bedacht nehmen, so würde die Entscheidung darüber, ob ein Fluss den Haupt- oder Nebenflüssen zuzuzählen sei, eine sehr verwickelte und in unzählig vielen Fällen, wenn z. B. ferne und wenig erforschte Länder in betracht kommen, so gut wie unlösbare Aufgabe werden. An der Hand unseres obigen Kriteriums ist hingegen diese Entscheidung unverhältnismässig leichter zu treffen. Auffallen kann es nicht, dass auch früher schon gelegentlich dieser Punkt mehr oder weniger scharf betont worden ist, doch verzichten wir auf die Häufung von Belegen, da doch zumeist der Standpunkt, von dem aus man die Sache ansah, ein anderer war.

Wohl aber sei an zwei weitbekannten und viel erörterten Beispielen erläutert, dass die Uebertragung des von hause aus rein geometrischen Begriffes des Thalweges den Sachverhalt zutreffend darstellt. Schon alt ist die Alternative: Soll von Passau ab Donau oder Inn die Berechtigung erhalten, als Hauptfluss respektiert zu werden? C. Gruber gedenkt¹⁾ einlässlich früherer Meinungsäusserungen über diese strittige Frage der bayerischen Hydrographie. Gegen Ende des XVIII. Jahrhunderts erschienen zwei Reisebeschreibungen,²⁾ deren eine

¹⁾ C. Gruber, Die landeskundliche Erforschung Altbayerns im XVI., XVII. und XVIII. Jahrhundert. Stuttgart 1894, S. 56 ff.

²⁾ Gercken, Reise durch Schwaben und Bayern, 1. Teil, Stendal 1783. S. 57; Briefe eines reisenden Franzosen über Deutschland an seinen Bruder zu Paris, 1. Band, Zürich 1785, S. 171. Erstgenannter tritt für den Inn ein; der Anonymus ist der Verteidiger des Vorranges der Donau.

ebenso entschieden für das Recht des Inns eintrat, wie sich die andere zu gunsten der Donau erklärte. Sehr eingehend, und unter Anrechnung aller der Momente, die sich in das Gefecht führen lassen, hat neuerdings Penck¹⁾ der herkömmlichen Anschauung ihre Begründung gegeben, indem er namentlich auch darauf Gewicht legte, dass das Entwässerungsgebiet der oberen Donau, wenn wir diese bei ihrem Eintritte in österreichisches Gebiet enden lassen, an Arealgrösse dasjenige des Inns nicht unbeträchtlich übertrifft. An Wassermenge sind die beiden Flüsse fast gleich, doch wiegt auch da die Donau ein wenig vor. Jedenfalls behält letztere ihre Richtung, der Hauptsache nach, wiewohl sie in Oberösterreich viele und starke Krümmungen macht, ungleich entschiedener als der Inn bei, der — kurz vor Passau allerdings in dem bekannten spitzen Winkel scharf umbiegend — eine fast rechtwinklige Knickung erleidet. Zum zweiten mögen Mississippi und Missouri unserem Merkmale unterstellt werden. Hier kann es nun gar keinem Zweifel unterliegen, dass dem ersteren, dessen Quelle hart an der kanadischen Grenze zu suchen ist, bis zum Zusammenflusse bei St. Louis eine weit geringere Lauflänge eignet als dem Missouri zwischen den Black Hills und jener Stadt; ebenso führt dieser letztere, durch den Yellowstone River und andere Seitenflüsse verstärkt, mehr Wasser mit sich. Trotzdem hat die Volksstimme ganz recht gethan, den Mississippi zum Hauptstrome zu erheben, dessen Lauf bis zur Vereinigung und auch nachher strenge die meridionale Richtung einhält, wogegen den Missouri das Schicksal des Inns in noch erhöhtem Masse betrifft. So beurteilt den Sachverhalt auch Wisotzki, der nebenher auch noch mit der Thatsache rechnet, dass die beiden geneigten Flächen, welche von den Appalachen auf der einen Seite, von den Felsengebirgen auf der anderen Seite ausgehen, sich im Mississippi-thale begegnen.²⁾ Damit ist der Fluss selbst eben wieder recht ausgesprochen als ein Thalweg charakterisiert.

¹⁾ Penck. Die Donau. Wien 1891, S. 12 ff.

²⁾ Wisotzki. S. 110 ff.

Ein drastischer Fall von Nichtübereinstimmung zwischen unserer Begriffsfestsetzung und der landläufigen Geographie tritt uns entgegen, wenn wir unser Augenmerk auf Rhône und Saone lenken. Mit Bezug auf diese beiden Flüsse sucht E. Reclus¹⁾ die Schwierigkeit einer bündigen Regel klar zu machen; wäre, so meint er, die relative Geradlinigkeit entscheidend, so wäre ebenso der Rhône ein Nebenfluss der Saone, wie die Seine ein Nebenfluss der Yonne. Hätte man vor Zeiten die Yonne als Hauptfluss anerkannt, so würde auch in der That Jedermann damit zufrieden gewesen sein. Allein der Sieg der an sich minder richtigen Namenszuteilung ist einmal in diesem, wie auch in dem Falle Rhône-Saone entschieden. Dass übrigens auch erst in jüngerer historischer Zeit Veränderungen in der Bezeichnung von Flussstrecken sich ergeben, zeigt uns die Salzach in ihrem obersten Laufe.²⁾ Hier hat sich ganz von selbst im Verlaufe weniger Jahrzehnte die — im Sinne der vorstehenden Darlegungen — richtigere Auffassung zur Geltung gebracht, und man betrachtet jetzt als oberste Salzach denjenigen der beiden sich nahe bei Krimml vereinigenden Flussäste, welcher annähernd geradlinig dahinzieht, mag auch sein Wasserreichtum der zweifellos geringere sein.

Diese Studie hat ausgesprochenermassen nicht den Zweck, eine neue Inangriffnahme strittiger Fragen, eine Revision des onomatologischen Besitzstandes der Geographie in Anregung

¹⁾ E. Reclus, *La Terre*, 1. Band, Paris 1874, S. 341. Wer wiederum die Lauflänge zum alleinigen Massstabe erheben wollte, der müsste sowohl Saone als auch Rhône als Tributäre des Doubs erklären, dessen sonderbare Krümmung ihm eine sehr ansehnliche Erstreckung verleiht.

²⁾ Vgl. Schjerner, *Der Pinzgau; Physikalisches Bild eines Alpenlandes*, Stuttgart 1897, S. 69. „Fast alle Reiseberichte aus dem vorigen Jahrhundert lassen die Salzach am Krimmler Tauern entspringen.“ Der Autor ist geneigt, sich auf den gleichen Boden zu stellen, während doch die von ihm als oberster Salzachlauf angesprochene Krimmler Ache ganz offenkundig aus einem Seitenthale kommt. Ein Beleg mehr dafür, wie notwendig eine erneute Prüfung dessen war, was man unter Thalweg und Hauptthal zu verstehen habe.

bringen zu wollen. Sie ging vielmehr lediglich darauf aus, darzuthun, dass die zutreffende Fixierung gewisser Begriffe, bezüglich deren sich ein Gebrauchsrecht herausgebildet hat, schliesslich doch nur durch eine theoretische Behandlung, bei welcher möglichst die geometrische Gesetzmässigkeit zur Norm genommen wird, in einwurfsfreier Weise erzielt werden kann. Hier also kam es darauf an, für die schwankende Bedeutung des Wortes Thalweg eine ganz sichere Grundlage zu gewinnen und im Anschlusse daran auch die Beziehungen zwischen Haupt- und Nebenfluss derart festzulegen, dass für dieselben nicht mehr eine Vielzahl sich häufig widersprechender Faktoren, sondern nur ein einziges Kriterium massgebend sein soll. Nebstdem erwies es sich als möglich, für das hydrographische Gesetz der Konvergenz zweier Wasserläufe eine ausschliesslich von topologischen Gesichtspunkten ausgehende Begründung zu erhalten.