Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXVI. Jahrgang 1896.

München.
Verlag der K. Akademie.
1897.

In Commission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Einige Betrachtungen über die Grundfragen der Krystallographie.

Von **Eugraphus von Fedorow.**

(*Eingelaufen 5. Dezember.*)

Einem Arbeiter auf dem Felde der Wissenschaft ist es ganz unentbehrlich, von Zeit zu Zeit sein mehr oder weniger schmales Ackerstück zu verlassen und einen allgemeineren Blick auf das übergrosse Feld der Wissenschaft zu werfen, um zu erkennen, auf welche Weise seine eigenen Kräfte productiver angewandt werden können.

Schon dieser Rück- und Vorwärtsblick kann der Annäherung an die Wahrheit in seiner Weltanschauung förderlich sein. Je mehr sich mit der Zeit das Feld der Wissenschaft ausbreitet, desto mehr entsteht Einigkeit und Harmonie in der gesammten Thätigkeit der einzelnen Arbeiter.

Aber selbst dieses bewährteste Mittel ist noch nicht genügend, um zur Wahrheit ohne jede Abweichung nach einer Seite zu kommen. Die verschiedenen Arbeiter verbleiben doch bei verschiedener Weltanschauung, und dementsprechend irren die Einen sich in der Ueberschätzung der einen und Unterschätzung anderer Dinge, die Anderen weichen in anderer Hinsicht von der reinen Wahrheit ab. Je mehr aber ein Arbeiter sich der Wahrheit genähert hat, desto productiver, bei seinen gegebenen geistigen Kräften, muss seine Arbeit sein. Desswegen scheint mir die Darlegung der Grundansichten von nicht geringerem praktischem Werthe, als die unmittelbare Ermittelung experimenteller Thatsachen von unbekanntem Werthe.

In dieser Notiz wage ich in kurzen Worten meine Grundanschauungen in dem Gebiete der Wissenschaft, und ganz besonders in dem der Krystallographie darzulegen, nachdem eine intensive Arbeit von einem Vierteljahrhundert vorüber ist.

Ich ersah während meiner nicht sehr kurzen Thätigkeit, und stets mit Bedauern, dass es zu viele Arbeiter giebt, welche den empirischen Thatsachen einen zu grossen Werth beilegen; manchmal stehen sogar ihre Betrachtungen der Frage, wozu eigentlich die constatirten Thatsachen dienen mögen, gänzlich ferne.

Nicht selten vernahm ich sogar die extreme Meinung, die alleinige Aufgabe der Wissenschaft sei die Beobachtung und Constatirung der rohen empirischen Thatsachen. Manche verwerfen gänzlich oder fast gänzlich die Anwendung der Mathematik auf die naturhistorischen Wissenschaften. Alle diese Meinungen scheinen mir sehr irrthümlich zu sein.

Was speciell die letzterwähnten betrifft, so scheint mir dieselbe zu besprechen keiner Mühe werth, da die Autoren solcher Aeusserungen, so viel ich solche kenne, eben mit dem wichtigen Hilfsmittel des menschlichen Intellects, welches sie mit leichtem Herz als etwas Untaugliches und Ueberflüssiges erklären, ganz unbekannt sind. Es genügt also, Kenntnisse dieser Art zu erwerben, um diese irrthümliche Meinung zu verlassen.[1])

Die reinen Empiriker, welche mir bei der jetzigen Lage der Wissenschaft besonders zahlreich vertreten scheinen, verwerfen nichts, was ihnen unbekannt ist, sie streben möglichst umfangreiche Kenntnisse von Thatsachen zu erwerben; aber sie ignoriren die philosophischen und überhaupt die theoretischen Schritte in der Wissenschaft, sie verlangen immer wirkliche Thatsachen und nicht theoretische Speculationen.

---

[1]) Andererseits kenne ich manche reine (sogar hervorragende) Mathematiker, welche ebenso den Nutzen der Anwendung derselben auf die Naturwissenschaft verwerfen und dieselbe als blosse Gymnastik des Geistes betrachten. Nur aber zeichnen sich gerade diese Männer durch fast völlige Unkenntniss der Naturwissenschaften aus.

Mit den Anhängern dieser Schule wäre viel zu streiten, wären sie nicht von vornherein so gleichgültig und kalt für alle theoretischen Auseinandersetzungen.

Von gewissem Standpunkte haben sie unbestreitbar Recht. Hätten wir die Möglichkeit gehabt, alle Thatsachen zu kennen, so wäre dies das Beste, und die Wissenschaft selbst wäre ein ganz überflüssiges und müssiges Ding. Da aber nun einmal von dieser Allkenntniss keine Rede sein kann, so hält die Logik und der gesunde Sinn es für das Beste, eine möglichst grosse Anzahl von Thatsachen zu kennen, wenigstens in einigen Gebieten. Nun aber lehrt uns die gesammte Geschichte der Wissenschaft, dass ein einziges gut festgestelltes Gesetz in sich so viele Thatsachen enthält, dass es auf empirischem Wege ganz unmöglich wäre, alle diese Thatsachen an der Hand der directen Erfahrung zu prüfen; dazu wäre die intensivste Arbeit bei längster Lebensdauer eines Forschers viel zu kurz.

Der allgemein erkannte Werth der Gesetze der Wissenschaft besteht gerade darin, dass ein solcher über den Rahmen der directen Beobachtung hinausreicht, und dass alle neuen Beobachtungen, welche dem Entdecker des Gesetzes durch directe Beobachtung unbekannt waren, dasselbe nur bestätigen und bekräftigen.

Aus derselben Geschichte entnehmen wir ferner die Erfahrung, dass selbst dann, wenn nach längerer Kenntniss eines gut abgeleiteten Gesetzes eine Beobachtung zum Vorschein kommt, welche demselben scheinbar widerspricht, auch dies nur einen weiteren Schritt in der Wissenschaft bedingt, und bald klar wird, dass nicht das Gesetz unrichtig sich erweist, sondern die Formulirung desselben noch nicht ganz streng und allgemein war, so dass im Allgemeinen nach einer solchen wichtigen Entdeckung das früher constatirte Gesetz nicht fällt, nicht zu Grunde geht, sondern nur eine Variation in der Formulirung erleidet, respective durch Entdeckung neuer, allgemeinerer Gesetze in hohem Grade an Bedeutung gewinnt.

Darin liegt meiner Ansicht nach der Grundunterschied in den Standpunkten eines Mannes der Wissenschaft und eines

Arbeiters auf empirischem Gebiete. Der Letztere findet kein Interesse in der Kenntniss von Gesetzen, welche ihm nicht direct zum Wegweiser in seiner Thätigkeit dienen, und diese hat oft mit den complicirtesten Combinationen zu rechnen. Für ihn sind solche empirische, vielleicht ganz zufällige, Relationen von höchstem Werthe, welche auch in der Mehrheit der Fälle in den Umständen, in welchen er arbeitet, sich als richtig erweisen. Für ihn hat sehr wenig Werth der Umstand, dass unter sehr zahlreichen Fällen, welche vor ihm vorbeigehen, eine unbedeutende Anzahl in directem und grellem Widerspruche mit seinen empirischen Schlüssen stehen. Er nimmt sie als einfache Ausnahmefälle an, und ist von Anfang an zu der Ueberzeugung gelangt, dass es unmöglich sei, dass keine Ausnahmefälle vorkämen.

Für einen Mann der Wissenschaft ist gerade das Gegentheil der Fall. Ein einziger Ausnahmefall ist genügend, um seine früheren Schlüsse zu verlassen und als unrichtig zu erklären. Natürlich muss der Ausnahmefall ganz sicher und zweifellos constatirt sein.

Ist ein Mal ein Ausnahmefall von einer Seite angekündigt worden, so kann eine solche Angabe nicht direct und von vornherein angenommen werden, sondern sie unterliegt einer allseitigen kritischen Besprechung. Es kann vorkommen, dass der Widerspruch ein scheinbarer ist und von der Ungenauigkeit der neuen Beobachtung herrührt, oder die von derselben gegebenen Zahlen vielleicht sehr nahe an der Grenze der Beobachtungsfehler stehen, oder endlich ist es möglich, dass das früher angekündigte Gesetz richtig ist, aber nur ein Grenzgesetz ist d. h. in dem Rahmen der hierzu gehörenden Erscheinungen nicht allein gültig ist, sondern zugleich ein anderes respective andere Gesetze in denselben ihren Theil nehmen, aber die Giltigkeit derselben nur ausserhalb gewisser Grenzen erkennbar ist. Nun ist auch der Fall möglich, dass das Gesetz bei der früheren Formulirung sich wirklich als ein ungenaues erweist, und zwar in Folge einer ungenauen Auffassung und Definition einiger

ihm zu Grunde liegender Begriffe; mit der entsprechenden Berichtigung erhält das Gesetz seine volle Kraft.

Es wäre sehr leicht, für alle diese Fälle so viele Beispiele anzugeben, wie man will, aber gerade desswegen glaube ich keine beibringen zu müssen.

So weit sich meine Erfahrung erstreckt, glaube ich einen Schritt weiter zu gehen und aussprechen zu können, dass vielleicht kein einziges Mal in der Geschichte der Wissenschaft ein Gesetz von allgemeinerer Bedeutung als ein zufälliges Resultat der empirischen Beobachtung hervortrat. In den überaus meisten Fällen entstand es im Kopfe seines Entdeckers als Resultat seiner speculativen Thätigkeit, und nachdem es als ein fester Schluss abgeleitet war, wandte sich der Entdecker selbst oder ein anderer Gelehrter der experimentellen Prüfung der deductiven Folgerung zu. Beachte man nur, dass bei der experimentellen Prüfung so viele nebensächliche Umstände vorkommen, welche selbst das beste und genaueste aller Gesetze maskirt hätten, dass es wirklich nur dann möglich erscheint, dasselbe an der Hand der Erfahrung unbestreitbar festzustellen, wenn der Forscher, von dem Lichte der deductiven Theorie als einem bewährten Wegweiser geführt, allen diesen störenden Umständen Rechnung trägt und dieselben in dem Gange seiner Untersuchung überwindet und zur Seite stellt.

Diese Behauptung zu vertheidigen wäre eine specielle Aufgabe in der Geschichte der Wissenschaft. Ich gehe jetzt nicht so weit; aber ich kann nicht umhin, gegen den übertriebenen Werth der empirischen Thatsachen ein Wort zu schreiben.

Es giebt Thatsachen und Thatsachen.

Es ist eine unbestritten feststehende empirische Thatsache, dass die Sonne sich um die Erde dreht. Diese Thatsache wurde in allen Zeiten und von allen Menschen wahrgenommen. Ist es aber eine Wahrheit? Oder nicht gerade das Gegentheil, d. h. dass die Erde sich um die Sonne dreht? Ebenso unbestritten fest steht die empirische Thatsache, dass ein grosser und mächtiger Staat das Recht hat, über einen kleinen und

schwachen Staat zu dominiren? Ob aber nicht wieder die Wahrheit gerade das Gegentheil wäre?

Um aber auf das Gebiet der Krystallographie zu kommen, betrachten wir einige Beispiele aus diesem:

Steht nicht fast jede einzeln genommene Beobachtung, eine jede Messung, in directem Widerspruch mit dem, was gewöhnlich als Grundgesetz der Krystallographie bezeichnet wird? Stellen wir die Reihen der Messungen zweier Beobachter einer und derselben krystallinischen Substanz zusammen, finden wir dann nicht, dass die directen Beobachtungszahlen für verschiedene Flächen verschiedenartig auseinandergehen, was ganz unmöglich wäre, wenn das Gesetz in allen Fällen und für alle Flächen seine volle Giltigkeit besässe? Noch merkwürdiger ist es aber, dass gerade die Empiriker es trotz dieses Widerspruches als eine unbestreitbare Thatsache erkennen, und sich von solchen Schlüssen resp. Gesetzen abkehren, welche keine derartigen experimentellen Widersprüche zeigen resp. sogar ihrem Wesen nach keine solche Widersprüche zu zeigen im Stande sind, wie z. B. das Gesetz der Symmetrie (32 Symmetriearten), das Gesetz der krystallinischen Homogenität, in welchem der Verf. das wirkliche Wesen, das echte Grundgesetz der Krystallographie erkennt (es ist zugleich das Gesetz der parallelen Lagerung der Krystalltheilchen) und manche andere.

Auch in Betreff der sogenannten optisch-anomalen Krystalle ist es nicht die am besten constatirte empirische Thatsache, dass verschiedene Theile derselben, selbst solcher Krystalle, welche in Hinsicht ihrer äusseren Formen der kubischen Syngonie angehören, sich als doppelbrechend oder sogar zweiaxig erweisen. Manchmal gelingt es am besten zu constatiren, dass verschiedene Theilchen eines und desselben Körnchens (ich möchte sagen eines und desselben Individuums) sich in optischer Hinsicht als zu verschiedenen Syngoniearten gehörig erweisen, wie dies z. B. in neuester Zeit von Hrn. C. Klein ganz klar dargelegt worden ist. Ob aber die Wahrheit ist, dass wirklich verschiedene Theilchen einer und derselben Substanz zu ganz verschiedenen Mineralarten gehören?

Meinerseits sehe ich nicht den geringsten Grund zu zweifeln, dass die Wahrheit nicht in dem empirischen Standpunkte liegt, und dass die einzige, möglicherweise wahre Anschauung in dem hoch theoretischen Standpunkte von Hrn. Klein liegen kann; solche Thatsachen beweisen auf's Klarste, dass die rohen optischen Beobachtungen noch nicht genügend sind, um von vornherein die Syngonieart der Krystallsubstanz zu constatiren, und dass vielmehr andere Umstände wie Druck, isomorphe Beimischungen auch ihren Einfluss üben.[1])

Sind noch andere Beispiele dazu nöthig, zu zeigen, dass nicht der empirische Standpunkt der massgebende für die Wissenschaft sein muss, dass gerade darin der Unterschied zwischen den Arbeitern in der Wissenschaft und denen auf empirischem Gebiete besteht, dass für die letzteren die einzelnen empirischen Thatsachen der letzte Zweck, für die ersten aber sie nur insofern von Interesse sind, als sie zur Erkenntniss der Gesetze dienlich sind?

Sind noch solche Beispiele aus dem Gebiete der Krystallographie und Mineralogie herbeizuziehen, so nehme ich zuerst als ein solches das des Leucits. War es nicht eine der best constatirten empirischen Thatsachen, dass derselbe der kubischen Syngonie angehört; und doch haben die Arbeiten eines G. vom Rath und einer Reihe anderer hervorragender Specialisten diese scheinbar festgestellte Thatsache umgeworfen und sogar für die reinen Empiriker klar gemacht, dass derselbe nicht kubisch ist.

Dieses Beispiel ist dem der Umdrehung der Sonne in dem Sinne analog, dass trotz der allgemein erkannten Wahrheit der

---

[1]) Schon längst habe ich Bekanntschaft mit einer Reihe von Dünnschliffen des anomalen Granats aus den Turjinsk'schen Gruben gemacht, welche mich zu näheren Schlüssen über die Ursachen der Anomalie geführt hatten. Leider verhindern mich zahlreiche Beschäftigungen, die betreffende Arbeit endgültig zu beschliessen. Mit desto grösserer Freude ersah ich aus der letzten Arbeit von Hrn. C. Klein, dass derselbe auf Grund der Beobachtungen zu manchen Schlüssen gekommen ist, zu welchen auch meine noch nicht veröffentlichten Beobachtungen geführt hatten. Meine Beobachtungsmethode war aber eine ganz andere.

Leucit in gewöhnlichem Verkehr doch als eines der besten Beispiele einer schön auskrystallisirten kubischen Substanz gelten kann, für welche die einfache Form $(211)_4$ sehr charakteristisch ist.

Etwas Analoges gilt auch für den Perowskit. Auf Grund seiner genauesten (wenn auch einseitiger) Messungen, hat Hr. v. Kokscharow die These aufgestellt:[1])

„Die Gesammtheit aller krystallographischen Untersuchungen lässt keinen anderen Schluss zu, als den, dass der Perowskit in keinem anderen Systeme krystallisiren kann, als im regulären" (also kubischen).

Doch erwies sich als eine Wahrheit — und diese Wahrheit musste Derselbe bald anerkennen —, dass der Perowskit nicht kubisch ist.

In den beiden letzten Beispielen war die Widerlegung der rohen Thatsachen mit dem Entstehen neuerer Begriffe und neuerer Gesetze verbunden, und zwar mit dem Begriff des pseudosymmetrischen Krystalls und dem Gesetz der Pseudosymmetrie und Mimesie.

Ist es nicht eine merkwürdige Thatsache, dass die besten Arbeiten von Chr. Hessel über ein halbes Jahrhundert fast von keiner Seite beachtet wurden, und doch steht die Wahrheit fest, dass die von demselben angekündigte Conception und seine theoretisch deductiven Folgerungen die allein richtigen waren. Der kurzzeitige Ruhm wurde anderen Gelehrten zu Theil, die Wahrheit, welche aber sehr spät begriffen und anerkannt wurde, bleibt mit dem Namen dieses bedeutenden Mannes der Wissenschaft sowie mit dem Namen von A. Gadolin verbunden, welcher zum zweiten Male dieselbe Wahrheit begriff und verkündete.

Ist der vom Verfasser betretene Weg der richtige, so muss man sich in der wissenschaftlichen Thätigkeit in erster Linie bestreben, möglichst allgemeine Begriffe auszuarbeiten

---

[1]) Verhandlungen k. Mineral. Ges. zu Petersburg, 1874, B. 9, S. 204 (russ.)

und möglichst weitläufige deductive Folgerungen zu ziehen und dieselben an der Hand der Erfahrung zu prüfen.

Stehen wir einmal auf dem rein empirischen Standpunkte, so sind solche Dinge, wie eine rationelle Nomenclatur, allgemeine Symbole und Bezeichnungen fast überflüssige Dinge. Eine empirische Beschreibung kann ebensogut mittelst Bezeichnungen eines Hauy, eines Lévy oder eines Naumann ausgeführt werden. Von Widersprüchen mit den Gesetzen kann dann nicht die Rede sein, wenn man dem Wesen nach denselben nur sehr wenig Werth beilegt und auf den ersten Platz die rohe Beobachtung stellt.

Stellt man sich aber auf einen anderen Standpunkt, und zwar auf denjenigen, für welchen die Ausarbeitung der allgemeinen und genauen Begriffe und Gesetze die wichtigste Aufgabe der Wissenschaft ist, so verhält sich die Sache ganz anders. Jede Beobachtung muss in Beziehung zu feststehenden oder noch nicht definitiv aufgestellten Gesetzen gebracht werden; von ihr ausgehend ist es nothwendig, zu prüfen, ob nicht eine Aenderung in unseren allgemeinen Begriffen nothwendig wäre, damit sie mit dem System unserer Schlussfolgerungen nicht in Widerspruch gerathe. Kann die beobachtete Thatsache dazu nicht beitragen, so ist derselben nur ein relativ geringer Werth beizumessen. Um aber von einer Thatsache ausgehend, zu allgemeinen Principien überzugehen, muss dieselbe in allgemeiner und einheitlicher Bezeichnung ausgedrückt werden.

Was wäre aus dem die Wissenschaft überschwemmenden Materiale von goniometrischen Messungen geworden, würden dieselben direct durch die rohen Zahlen der Beobachtung übergeben werden? Natürlich erlaubt schon seit der Zeit von Hauy der Stand unserer Wissenschaft nicht mehr einen so rohen Empirismus. Jedem Beobachter ist gut bewusst, dass seiner Beobachtung nur dann eine Bedeutung zukommt, wenn sie durch das auf dem Grundgesetze der geometrischen Krystallographie fussende System der Symbole ausgedrückt wird.

Die Arten solcher Symbole sind aber recht zahlreich; welcher Art derselben man sich zu bedienen hat, scheint noch

Vielen fast gleichgültig, als ob dies eine Thatsache des Beliebens wäre.

Wäre das Gesetz der Rationalität allein in Betracht zu ziehen, so würde dieser Standpunkt fast der richtige sein. Aber es giebt Symbole, welche keineswegs diesem Gesetze allein Rechnung tragen.

Wir wissen sehr gut, dass es vollkommen möglich ist, durch genau dieselben Symbole die analogen Flächen resp. Kanten sämmtlicher Krystalle auszudrücken, welcher Syngonie- resp. Symmetrieart dieselben angehören mögen. Es giebt also etwas, was sämmtliche Krystalle als Einheitliches verbindet. Dieses Verbandgesetz muss ein mathematisches Gesetz sein, da wir es hier mit rein mathematischen Verhältnissen zu thun haben. Was ist das für ein Gesetz? Von wem wurde es entdeckt resp. formulirt?

Das Gesetz ist das der Projectivität sämmtlicher Krystallflächencomplexe. Dass dies wirklich ein allgemeines und dabei ein mathematisches Gesetz ist, beweist unwiderleglich die Thatsache, dass z. B. auf demselben fussend, der Verfasser ein neues System der krystallographischen Berechnungen zu Stande bringen konnte, und diejenigen, welche demselben eine Beachtung geschenkt haben, wissen sehr gut, in wie ansehnlichem Verhältniss sich dadurch die Berechnungen vereinfachen liessen.

Somit haben wir darin alle Merkmale eines realen und dabei sehr wichtigen Dinges. Dass dieses Gesetz schon längst den hervorragenden Specialisten bekannt und stillschweigend anerkannt wurde, unterliegt für mich keinem Zweifel. Meiner Ansicht nach wurde dieses Gesetz ganz klar von Miller, von Qu. Sella, von V. v. Lang begriffen und benutzt, wenn ich auch leider bei diesen bedeutenden Männern keine ausdrückliche Formulirung desselben finde. Ich glaube dasselbe schon in dem jetzt gut bekannten Werke von Hessel klar ausgedrückt gefunden zu haben, und zwar in dem von demselben so genannten Gerengesetze (die Benennung selbst ist mir jedoch nicht klar).

Der Verfasser bediente sich dieses Gesetzes als eines der wichtigsten Wegweiser von dem Beginn seiner selbständigen

Arbeiten in dem Gebiete der Krystallographie an, indem in den „Elementen der Gestaltenlehre“ ganz eingehend (mit Benutzung der Methoden der synthetischen Geometrie) die projectiven Verhältnisse sämmtlicher Krystallflächencomplexe studirt wurden. In den „Analytisch-krystallographischen Studien“ wurde dieses Gesetz von Anfang an als Grundlage angenommen und dabei die rein analytische Methode angewandt. Die I. und III. Studie sind gänzlich der Entwicklung dieses Gesetzes gewidmet; die IV. Studie ist nichts weiter als die praktische Anwendung dieses Gesetzes auf krystallographische Berechnungen.

Für einen reinen Empiriker ist die Existenz dieses, ebenso wie mancher anderer (die Logik hätte die Uebertragung derselben auf alle Gesetze überhaupt gefordert) Gesetze ganz gleichgültig. Die Existenz desselben fügt nicht die kleinste Thatsache zu dem ausserordentlichen Schatze derselben hinzu. Wer aber die Thatsachen selbst nur als ein Material für wissenschaftliche Zwecke ansieht, für den ist dies gar nicht so gleichgültig.

Damit ein Gesetz leichter ersichtlich wird, müssen die Thatsachen so angeordnet und ausgedrückt werden, dass dasselbe nicht durch die Bezeichnung selbst verdunkelt oder sogar verdeckt wird.

Nun unterliegt es keinem Zweifel, dass eine Reihe von Gesetzen existirt, welche durch analoge und einheitliche Bezeichnungen in den Krystallen aller oder nur einiger Syngoniearten ihren Ausdruck finden. Hierzu gehört auch das Gesetz der Rationalität der Parameter, das Gesetz der Symmetrie (insofern die analogen Symmetrieelemente durch analoge Combinationen der Symbole ausgedrückt werden). Hierzu müssen auch die Gesetze der Zwillingsbildung, der Spaltbarkeit, der Härte u. s. w. gehören, so bald einmal diese Gesetze wirklich und streng auf einheitlicher Grundlage definirt werden. Aus der Reihe hierzu gehörender Gesetze erlaube ich mir ein aus der Theorie der Krystallstructur abgeleitetes und durch eine Reihe directer Beobachtungen schon im Jahre 1883 festgestelltes Gesetz des Wachsthums der Krystalle hervorzuheben.

Dasselbe lautet:[1])

Die Wachsthumsrichtungen der Krystalle sind durch dieselben Symbole bestimmt, wie die Flächen der für die Structur charakteristischen Paralleloëder.

Natürlich sind bei der Formulirung dieses Gesetzes nicht beliebige Systeme der Symbole anwendbar, sondern nur die allein zulässigen allgemeinen sog. Miller'schen Symbole. Nun habe ich schon mehrere Male die Frage aufgestellt, ob dieses für die Feststellung der Structur eines Krystalls grundlegende Gesetz anders als mittelst eines einzigen einheitlichen Systems von Symbolen ausgedrückt werden kann? Dasselbe wird auch für alle angedeuteten Gesetze gelten, so bald einmal dieselben eine allgemeinere und genauere Formulirung erhalten haben.

Diejenigen, welche den Satz, dass die Miller'schen Symbole die allein zulässigen sind, bekämpften, haben aber diese Anfrage unbeantwortet gelassen. Sie wollen den Beweis erbringen, dass sie ausser denjenigen Symbolen, welche im Verkehr sind resp. waren, noch andere aufstellen können, ohne mit dem Grundgesetze der geometrischen Krystallographie in Widerspruch zu gelangen. Das ist ja aber ohne speciellen Beweis klar. Die Frage kann nur darin bestehen, ob ein anderes einheitliches System der Symbole möglich ist, welches nicht nur dem Gesetze des rationalen Parameter Rechnung trägt, sondern überhaupt mit dem jetzigen, jedenfalls ziemlich hohen Stande unserer fundamentalkrystallographischen Kenntnisse im Einklang steht. Die unbedingte Forderung ist aber die Einheitlichkeit, und gerade diese wird von Manchen vernachlässigt. Es scheint, dass bis jetzt nur im Vaterlande von Qu. Sella diese Forderung zu allgemeinerem Bewusstsein gekommen ist.[2])

---

[1]) Zuerst in den Sitzungsberichten der k. Mineralog. Ges. zu St. Petersburg im Jahre 1883 formulirt. S. auch Zeitschrift f. Krystallographie, XXI, S. 584.

[2]) Auch in der allerletzten Zeit sehe ich in den Arbeiten eines hervorragenden Gelehrten dieses Landes, H. C. Viola, die Bestätigung dieser meiner Ansicht. (Vgl. Zeitschrift f. Krystallographie, XXVI, S. 119 ff.)

Es sei mir erlaubt, noch ein paar Worte dem Gesetze der Spaltbarkeit zu widmen. Wenn das Gesetz selbst auch noch bei weitem nicht so klar und allgemein formulirt worden ist, so wird es doch schon längst dahin ausgesprochen, dass die Spaltebenen mittelst Symbolen mit einfachsten Indices ausgedrückt werden können. Diese Formulirung steht auch mit den deductiven Folgerungen der Theorie der Krystallstructur im Einklange.

Das Gesetz selbst hat augenscheinlich die Bedeutung, dass, wenn die Krystallflächencomplexe richtig aufgestellt würden, die Spaltebenen einen analogen Ausdruck für verschiedene Syngoniearten gefunden hätten. Und was wäre dann aus einem allgemeinen Gesetze geworden, wenn man für verschiedene Syngoniearten verschiedene Principien zur Anwendung gebracht hätte?

Dasselbe gilt, wie erwähnt, für eine Reihe anderer Gesetze.

Weiter über die Aufstellung der Krystallflächencomplexe. Wie viele Gesetzmässigkeiten sind dadurch verloren gegangen, dass man diese Aufstellung mehr oder weniger als eine Sache des Beliebens ansieht. Ich wiederhole noch einmal, dass dieser Standpunkt sehr natürlich ist für einen Empiriker; aber ist es nicht klar, dass wir gerade demselben das Verborgenbleiben vieler schätzbarer Resultate verdanken?

Die Theorie der Krystallstructur giebt uns ein festes Princip zur Aufstellung der Krystallflächencomplexe. Für einen Theoretiker dient schon dieser Umstand dazu, dieser Theorie sein besonderes Augenmerk zuzuwenden. Für Empiriker sind dies müssige Fragen.

Jedem Specialisten der Krystallographie ist gut bekannt, dass die Complexe der Flächen und der Kanten in sehr engem Zusammenhange stehen, einander zugeordnet sind. Das gegenseitige Verhältniss ist das des Dualismus d. h. eine der einfachsten Arten der Projectivität.

Bei verschiedenen Aufstellungen der Complexe ist die Zuordnung eine verschiedene. Von dem Principe ausgehend, dass es nicht gleichgültig ist, welche Art der Correlation zwischen

denselben anzunehmen sei, kommen wir wiederum zu dem Schlusse, dass nur eine Aufstellungsart die richtige sein kann. Diese mit ganz strenger Begründung aufzufinden, ist eine der wichtigsten und interessantesten Aufgaben der Krystallographie. Nur dann können wir erwarten, dass die wirklich existirenden Verhältnisse zwischen verschiedenen krystallinischen Substanzen zum Ausdruck kommen und die vorhandenen Gesetzmässigkeiten nicht verloren gehen.

Nun sind aber von allen bisher im Verkehr stehenden Systemen von Symbolen die Miller'schen die einzigen, welche allen Anforderungen der jetzigen Krystallographie genügen. Für viergliedrige Symbole erscheint es sogar unmöglich, eine Correlation zwischen Flächen- und Kantencomplexe eindeutig aufzustellen.

Ich glaube hier nicht nöthig zu haben, andere besondere und meiner Ansicht nach ganz unersetzbare Vortheile der Miller'schen Symbole zu besprechen. Glücklicherweise ist dies schon aus dem Grunde unnöthig, dass zur Zeit diese Symbole nicht nur sich der vorherrschenden Verbreitung erfreuen, sondern immer mehr und mehr alle anderen beseitigen.

Unbegreiflicherweise bleibt aber ein Ausnahmefall — der der hexagonalen Syngonie —, für welchen selbst keine Tendenz zum Vorschein kommt, für diese Symbole die herrschende Lage zu erobern. Dadurch wird aber die Einheitlichkeit des gegenwärtigen krystallographischen Systems auf ein Mal durchbrochen und tritt auf's klarste der vorherrschende empirische Standpunkt zu Tage.

Welcher wichtige Umstand bedingt, dass man für eine einzige Syngonie die schon fast eingetretene Einheitlichkeit bricht und sozusagen zwei verschiedene Krystallographien neben einander stellt?[1])

[1]) Jedenfalls liegen dabei keine pädagogischen Gesichtspunkte vor; die letzteren fordern gerade das Entgegengesetzte. Es versteht sich von selbst, dass es den Anfängern zweimal so leicht ist, eine Krystallographie zu studiren, als zugleich zwei verschiedene. Dieser Umstand war besonders für mich ganz augenscheinlich, da es mir zugefallen ist, einen

Ich muss gestehen, dass für mich persönlich dies immer als ein Räthsel erschien, und ich suchte vergebens nach einer genügenden Erklärung dieser Anomalie (oder vielleicht Anachronismus).

Der einzige Grund, den man von verschiedener Seite vernimmt, ist ganz belanglos. Man sagt nämlich, dass die Miller'schen Symbole für manche Symmetriearten dieser Syngonie für eine einzige einfache Figur verschieden zusammengesetzt würden. Wovon kommt aber die Forderung, dass die Symbole für verschiedene Flächen nicht verschieden zusammengesetzt sein müssen? Ob die Symbole für andere Syngoniearten gleich zusammengesetzt sind? Es ist einleuchtend, dass gleich zusammengesetzt nur die analogen Flächen (verschiedener Syngoniearten) sein können, und gerade diese gleiche Zusammensetzung giebt uns die Möglichkeit, bei sehr verschiedenen Syngonieverhältnissen auf die Analogie in der krystallographischen Bedeutung diese Flächen zu schliessen.

Ist die Symmetriegrösse eines Krystalls gleich S, so ist im Allgemeinen eine einfache Figur von S Flächen begrenzt, und jeder Fläche derselben, einzeln genommen, entspricht eine besondere Zusammensetzung des Symbols.

Nun wendet man ein, dass in den anderen Syngoniearten der Unterschied in der Zusammensetzung einzelner Symbole nur in dem algebraischen Vorzeichen und in der Anordnung der Zahlen besteht; die Zahlen selbst bleiben aber dieselben. Ganz richtig. Wer hat aber bewiesen, dass dieser Unterschied in der Zusammensetzung wichtiger und tiefgreifender ist als der in der Aenderung der Anordnung der Zahlen oder in der Aenderung der Vorzeichen.

Vom algebraischen Standpunkte aus sind eine positive und eine negative Zahl mit demselben absoluten numerischen Werthe ebenso verschiedene Zahlen, wie irgend zwei Zahlen überhaupt. Bei einer Aenderung der Anordnung dieser Zahlen springt dieser

---

Cursus der Krystallographie bei minimaler Studienzeit zu halten. Indessen sollte davon nicht Erwähnung geschehen, als von einem selbstverständlichen Dinge.

Unterschied noch schärfer in die Augen; wenn wir z. B. die Symbole $(a\,b\,c)$ und $(b\,c\,a)$ vergleichen, so finden wir, dass an der Stelle der Zahl a jetzt b steht, anstatt b steht c und anstatt c steht a; sämmtliche Indices des Symbols sind also wesentlich andere geworden, nicht weniger verschieden, als wenn statt $(a\,b\,c)$ das Symbol $(d\,e\,f)$ stände, d. h. in beiden Fällen sind die ersetzenden Zahlen durch keine Gesetzmässigkeit mit der ersetzten Zahl selbst verbunden.

Ich erwarte noch den Einwand, dass bei der Aenderung des Vorzeichens resp. der Anordnung der Indiceszahlen die numerischen Werthe zwar verschieden sind, aber die Zahlen untereinander in einfachem numerischen Verhältnisse stehen. Ist dies aber auch nicht für die Miller'schen Symbole der Fall? Wenn vielleicht das Verhältniss nicht so unmittelbar handgreiflich ist, denn für solche kommt ein Fall vor, dass das Symbol $(a\,b\,c)$ durch $(-a+2b+2c,\ 2a-b+2c,\ 2a+2b-c)$ ersetzt werden muss, so ist ganz einleuchtend, dass selbst für diesen Fall der Unterschied in dem Gesetze der Zusammensetzung von ganz abzusehender Tragweite ist. Und nun hat es den Anschein, als ob wegen eines so ganz nebensächlichen Umstandes man ein ganz besonderes System der Krystallographie aufgestellt hat.

Ich gehe aber weiter und will zeigen, dass darin nicht ein Nachtheil, sondern ein höchst wichtiger Vortheil der Miller'schen Symbole liegt.

In der Lehre von der Symmetrie werden die Verhältnisse zwischen den Indices zweier Flächen oder Kanten gegeben, welche durch die Existenz eines Symmetrieelementes bedingt worden sind. Dort ist der Beweis erbracht, dass dieses Verhältniss von der Art der Aufstellung des Krystallflächencomplexes abhängig ist und bei einheitlicher Aufstellung noch von der räumlichen Lage des betreffenden Symmetrieelementes. Ist z. B. eine zweizählige Symmetrieaxe gegeben, und fällt dieselbe mit einer krystallographischen Axe zusammen (in welchem Falle die beiden anderen krystallographischen Axen untereinander und zur ersten senkrecht sind), so haben die Indices beider gleichen

Gebilde gleichen absoluten numerischen Werth, und für diese Axe selbst behalten sie sogar dasselbe Vorzeichen; für beide andere Axen ändert sich aber das Vorzeichen. Nimmt die Symmetrieaxe eine andere Lage in dem Complexe an, so ändert sich hiermit auch das Gesetz der Zusammensetzung der Symbole beider abgeleiteten Gebilde. Ein solches Gesetz erhalten wir für denjenigen Fall, in welchem z. B. diese Axe die Lage einer Diagonale einer Würfelfläche einnimmt; ein noch anderes Gesetz gilt für denjenigen Fall, in welchem dieselbe Axe die Lage einer Würfel- (resp. Rhomboeder-) Diagonale annimmt. Haben wir einmal diese Gesetze erkannt, so schliessen wir direct aus der Zusammensetzung der Symbole auf das Vorhandensein bestimmter und bestimmt orientirter Symmetrieelemente, und auch umgekehrt, sind die Symmetrieelemente bekannt, so schreiben wir direct die Symbole der aus einer gegebenen Fläche (resp. Kante) durch das gegebene Symmetrieelement bedingten anderen Flächen (resp. Kanten). Und gerade der oben erwähnte Fall der hexagonalen Syngonie ist derjenige, für welchen eine zweizählige Symmetrieaxe die letztgenannte Lage annimmt (da aber für die hexagonale Syngonie dieselbe Gerade nothwendigerweise auch dreizählige Symmetrieaxe ist, so bezieht sich also der genannte Fall auf die sechszählige Symmetrieaxe und ausschliesslich für diesen Fall). Dadurch haben wir also den sehr wichtigen Vortheil der directen Kenntniss von der Existenz der sechszähligen Symmetrieaxe gewonnen, und diesen Vortheil liefert uns wieder nur die Anwendung des einheitlichen Miller'schen Systems der Symbole.

Nun stehe ich wieder vor der Frage, wie es geschehen konnte, dass statt desjenigen Vortheiles, welchen uns auch in diesem Falle das Miller'sche System in die Hand giebt, man das ganze System umgeworfen und Alles, was mittelst desselben ganz klar zu Tage getreten war, in einen chaotischen Haufen zusammengeworfen hatte. Dem Wesen nach ist dieses Verfahren ein System absichtlicher Verdunkelung aller klar gewordenen krystallographischen Resultate. Sollte ich darin irren, so hätte ich grosse Befriedigung gefühlt, wenn es mir bewiesen würde.

Die nähere Bekanntschaft mit dieser flagranten Anomalie in dem jetzigen Stande der Krystallographie hat mir Manches klar gemacht, was sonst ganz unglaublich erscheinen würde. Wenn so viele Jahrzehnte zu gering erscheinen, um solche elementare Dinge zum allgemeinen Bewusstsein zu bringen, so ist es noch begreiflicher, dass das ganz neue und originelle System von H. Hessel ganz ausser Acht gelassen wurde, denn sich dessen zu bemächtigen, erfordert natürlich viel mehr Mühe. Auch werden mir viele andere Aeusserungen verständlicher, welche sonst sehr seltsam erscheinen würden. So lese ich z. B. eine Aeusserung eines sehr hoch geschätzten und verdienten Collegen[1]) über die neue krystallographische Nomenclatur: „... termini technici, deren Zahl allerdings geringer ist, als die der bisherigen, durch die aber doch die Gesammtzahl der Ausdrücke um ein sehr erhebliches vermehrt wird, denn es kann doch nicht erwartet werden, dass die alten, eingebürgerten Ausdrücke nun auf einmal durch die neuen verdrängt werden sollen ...“ Dass ein jedes neue Wort, würde dasselbe auch in der neueren Nomenclatur zehn alte ersetzen, doch die Gesammtheit aller Worte, alter und neuer, um eins vergrössert, kann als selbstverständlich gelten, und ist anders nicht denkbar! Die Frage kann nur darin bestehen, ob wirklich die gesammte Anzahl neuer Worte geringer ist, als die der alten, und diese beantwortet der geehrte Gelehrte allerdings bejahend. Nun wie kommt es, dass selbst nach einer so befriedigenden Antwort unerwartet die Behauptung aufgestellt wird, dass die Verdrängung der alten Worte doch nicht erwartet werden soll. Ich glaube, mein hochgeehrter College hat sich zu sehr an Anomalien in dem Gebiete der Krystallographie gewöhnt. Derselbe sucht seine strenge Behauptung noch zu mildern, indem er sagt, dass die neuen Worte weder schön und kurz, noch zweckmässig und bezeichnend erscheinen.

Da aber der Verfasser einigermassen an der Aufstellung der neuen Nomenclatur gearbeitet hat, so kommt es ihm natür-

[1]) Brauns in dem Referat über Groth's Physikal. Krystallographie, N. Jahrb. f. Min. etc. 1892. II. 405.

lich auch zu, sein Wort auszusprechen. Von der Zweckmässigkeit kann natürlich keine Rede sein, da mein College selbst in obigen Worten die Frage für den Verfasser auf sehr befriedigende Weise beantwortet hat. Es sind also die Fragen über die Schönheit, Kürze und die Eigenschaft „bezeichnend" zu behandeln. Leider muss ich auch auf die Besprechung der ersten Eigenschaft verzichten, da ich kein Aesthetiker bin, und überhaupt diese Forderung für ein System der Termini technici für mich ganz neu ist. Nehmen wir als Beispiel die so hoch ausgebildete Nomenclatur der organischen Chemie und werfen die Frage auf, ob die Termini, etwa Isovaleralbuttersäuredibromid[1]) oder sonstige, sich durch besondere Schönheit auszeichnen; oder, wenn die Aesthetiker eine ablehnende Antwort auf diese Fragen geben würden, müssten die Specialisten der organischen Chemie ihre Nomenclatur über Bord werfen, trotzdem dass diese für sie die beste und erwünschteste ist.

Für meine Besprechung genügen natürlich die von meinem Collegen selbst sorgfältig ausgewählten Beispiele. Er meint, dass „Zirkon gehört jetzt zur ditetragonal-bipyramidalen Classe des tetragonalen Krystallsystems, Kalkspath zur ditrigonal-skalenoëdrischen Classe desselben Systems. Natriumchlorat gehört zur tetraëdrisch-pentagondodekaëdrischen Classe, Schwefelkies zur dyakisdodekaëdrischen Classe des kubischen Krystallsystems."

Obgleich hier nicht wenig Mühe aufgewendet wurde, um die besonders bezeichnenden (im Sinne des Herrn Collegen) Benennungen auszuwählen, musste er doch von sich selbst viele überflüssige Wörter beifügen, um es möglich zu machen, beim Gebrauch der Worte der neuen Nomenclatur so unbequeme Namen zusammenzusetzen. Dies wäre nicht geschehen, hätte er den Principien der neuen Nomenclatur eine Spur Beachtung geschenkt. Diesen Principien gemäss werden direct die Symmetriearten bezeichnet (Hr. Groth will dieses Glied der Classi-

[1]) Ich nehme natürlich dieses Beispiel auf's Gerathewohl. Es wäre leicht, die Benennungen in Bezug auf ihre „Schönheit und Kürze" noch besonders herauszuwählen.

fication durch das Wort „Classe“ bezeichnen; meiner Ansicht nach ist sogar dieses Wort ganz überflüssig, da mit demselben nichts Neues gegeben wird, was nicht schon in der Charakteristik der Symmetrieart inbegriffen ist), und die Zugehörigkeit zu einem Krystallsystem wird dann von selbst verständlich und jedes diesbezügliche Wort ganz überflüssig. Gerade bei der jetzt herrschenden empirischen Terminologie ist die Angabe des Krystallsystems nothwendig, nicht aber bei der neuen Nomenclatur; es wäre ganz unverständlich, wenn man gesagt hätte, Zirkon gehört zur holoedrischen Abtheilung; es ist unbedingt nothwendig beizufügen: des tetragonalen Systems. Wozu aber von dem System zu sprechen, wenn durch das Wort „ditetragonal-bipyramidal“ Alles gesagt worden ist und dabei eine bildliche Vorstellung dieser Symmetrieart direct aus der Bezeichnung selbst hervorgeht, allerdings nur für denjenigen, welcher weiss, was ditetragonale Bipyramide ist. Hätte mein geehrter Herr College gewünscht, noch zusammengesetztere Bezeichnungen aufzustellen, so würde er darin volles Recht und unbegrenzte Möglichkeit haben[1]), aber das wäre dann seine Nomenclatur, und der Verfasser würde genöthigt sein, eine solche als angeblich seine eigene abzuleugnen. Der Verfasser ist ja eben kein Anhänger von überflüssigen Worten. Als Beleg dazu kann ich auf meine eigene goniometrische Untersuchung des Zirkons hinweisen (Zeitschrift f. Krystallogr. XXI, S. 597), wo die Symmetrieart einfach ditetragonal-bipyramidal bezeichnet sein würde, wenn nicht der Umstand im Wege gestanden wäre (ebenda S. 659), dass an dem gemessenen Krystall vielleicht scheinbar die verti-

[1]) Ob z. B. das richtige Wort „Bipyramide“ weniger schön und bezeichnend ist als „Pyramide“ (welches von der Zeit eines Pythagoras in ganz anderem Sinne gebraucht wurde, als dies von den jetzigen Mineralogen geschieht) und dergleichen Fragen lasse ich dahin gestellt. Aber irgendwie muss man die echte, richtige Pyramide bezeichnen, ebenso wie sehr viele andere Begriffe, welche bis zur letzten Zeit in den Handbüchern keinen Platz fanden. Daran scheint der geehrte Herr College nicht gedacht zu haben. Hätte er selbst dafür Termini technici vorschlagen können, so hätten wir jedenfalls eine neue Nomenclatur vor uns gehabt.

calen Symmetrieebenen gefehlt hätten. Ebenso für Kalkspath hätte er statt „Ditrigonal-skalenoëdrische Classe des trigonalen Krystallsystems" einfach die Bezeichnung „hexagonal-skalenoëdrisch", für Dioptas — „rhomboëdrisch", für Natriumchlorat — „tetartoëdrisch" und für Schwefelkies — „dodekaëdrisch" gefunden. Für diese Bezeichnungen bin ich gern verantwortlich; die von dem geehrten Herrn Collegen angegebenen Bezeichnungen gehören aber ihm selbst, und er selbst muss für dieselben verantwortlich sein.

Meiner Ansicht nach hat Herr Brauns sich gerade für die neue Nomenclatur verdient gemacht, indem er nach den Principien der jetzt herrschenden Nomenclatur (wenn überhaupt von solchen die Rede sein kann) neue Bezeichnungen bildete und dann erklärte, dass dieselben „weder schön und kurz, noch zweckmässig und bezeichnend" sind.

Das Bezeichnendste bleibt aber dabei, dass von den Principien kein Wort gesagt wird, während gerade in diesen der einzige entscheidende Punkt für die gewünschte Einigkeit und Einheitlichkeit liegt.

Bis jetzt habe ich nur gegen den reinen Empirismus gesprochen. Nun kommt manchmal die ganz entgegengesetzte Richtung zum Vorschein, und zwar die Neigung zu willkürlich theoretischen Auffassungen und Hypothesen, welche in den erkannten Gesetzen keine Wurzel haben und zumal zu keinen an der Erfahrung zu verificirenden Schlüssen führen. Die lange Geschichte der Wissenschaft hat den Kreis der so gesinnten Männer sehr beschränkt; jetzt finden diese keine Vertreter in den leitenden wissenschaftlichen Kreisen. Natürlich ist diese dem rohen Empirismus entgegengesetzte Richtung eine unfruchtbare, aber sie scheint mir bei weitem nicht so schädlich für den Fortschritt der Wissenschaft als der rohe Empirismus selbst. Die unbegründeten und fruchtlosen Hypothesen haben sehr geringen Werth, aber sie fordern auch sehr wenige Mühe, und bei der jetzigen Entwicklung der Wissenschaft erfreuen sie sich geringer Beachtung. Der empirische Standpunkt fordert von dessen Vertretern sehr viele Mühe und Kraftaufwand, ohne

vielleicht gleichwerthige Resultate zu liefern; dieselben tüchtigen Männer hätten möglicherweise bei anderer Anschauung und bei demselben Kraftaufwand etwas Werthvolleres schaffen können. Gerade in diesem Punkte scheint mir der grösste Schaden des Empirismus zu liegen. Die Arbeit auf dem wissenschaftlichen Gebiete besonders geht viel productiver vor sich, wenn nicht nur die Hände und Augen, sondern auch der Verstand möglichst intensiv an derselben Theil nimmt. Die künstliche Fesselung desselben ist vielleicht das Schädlichste, was der sogenannte Positivismus in das Feld der Wissenschaft mitgebracht hat.

Andererseits, wie es sehr oft vorkommt, berühren sich die Gegensätze: ich meine den rohen Empirismus und die Neigung zu unbegründeten Hypothesen. Es ist praktisch unmöglich, nicht von Ideen geleitet zu werden, und derjenige, welcher aus Ehrfurcht vor dem Positivismus mit Gewalt alle, oder wenigstens tiefergreifende, theoretische Anschauungen aus seinem Intellect hinauszuwerfen sucht, wird zu einem Sclaven zufälliger und ganz unbegründeter Anschauungen.

Diese Betrachtungen allgemeiner Art haben mich zu der Ueberzeugung geführt, dass in dem rohen Empirismus nicht nur keine Wahrheit verborgen ist, sondern diese Richtung in der Wissenschaft die schädlichste ist, und in derselben die grössten Hindernisse für die sehr erwünschte Einigkeit enthalten sind. Die Interessen der krystallographischen Wissenschaft fordern möglichst grosse Einigkeit in allen formellen Attributen der Wissenschaft, und diese Einigkeit, welche nur auf der Gesammtheit unserer Kenntnisse begründet werden kann, kann nur dann zu Stande kommen, wenn nicht nur die Wichtigkeit der leitenden Principien allgemein anerkannt wird, sondern in den Principien selbst mehr oder weniger allgemeine Uebereinstimmung vorhanden ist.

Es muss Einigkeit in der rationellen und einfachsten Nomenclatur, Einigkeit in den Principien der Aufstellung, der Bezeichnung, der Abbildung und in der Symbolistik erzielt werden. Ich wiederhole nochmals, dass diese Einigkeit aber nur auf dem festen Grunde solider Kenntnisse aufgestellt werden

kann. Nehmen wir auf's Geradewohl ein Beispiel. Man nennt z. B. eine der Syngoniearten „das reguläre Krystallsystem". Ist es möglich, damit einverstanden zu sein, für den, welcher aus den Anfangsgründen der Symmetrielehre weiss, dass es zwei reguläre Systeme giebt: eines, welchem u. A. die Formen der regulären Körper Tetraeder, Hexaeder und Oktaeder angehören, und das zweite, welchem Dodekaeder und Ikosaeder angehören. Wenn man einwenden will, dass das zweite System in natürlichen Krystallen nicht vertreten ist, so muss in Betracht gezogen werden, dass die Wissenschaft sich nicht in abgesonderte Zellen theilen lässt, und dass die Principien der Gestaltenlehre von einer mehr abstracten Natur sind, so dass sie sich nicht durch einen speciellen Fall ihrer Anwendung einengen und einer Theilwissenschaft unterordnen lassen; sonst hätten wir wieder nicht eine einzelne Gestaltenlehre vor uns, sondern so viele Gestaltenlehren, als Anwendungen derselben in verschiedenen Zweigen der Wissenschaft gemacht werden können. Auch über das Wort System habe ich schon Gelegenheit gehabt ein Wort zu sprechen und darauf hinzuweisen, dass es eigentlich ganz unbestimmt bleibt, was eigentlich ein Krystallsystem ist. In der Gestaltenlehre ist aber derselbe Begriff ganz deutlich definirt worden, und dieser Begriff kann keineswegs mit dem der meisten Krystallographen in Einklang gebracht werden; z. B. hat diese Lehre ganz unwiderleglich als ein einziges System die Gesammtheit derjenigen sogenannten Systeme der Krystallographen zusammengefasst, welche als rhombisches, monoklines und triklines besonders bezeichnet werden. Das wurde schon 1829 von Ch. Hessel, welcher dieses System als ein digonales bezeichnete, ganz klar begriffen und aufgestellt.

Ueberhaupt stösst derjenige, welcher sich der Elemente der Gestaltenlehre bemächtigt hat, fast auf jedem Schritte auf Widersprüche der Principien dieser Lehre mit den bis jetzt herrschenden Auffassungen. Folglich kann die Einigkeit nur begründet werden auf nähere Kenntnisse derjenigen, ausserordentlich einfachen, Zweige der synthetischen Geometrie, welcher schon von Ch. Hessel als Gestaltenlehre bezeichnet wurde.

In dieser Hinsicht ist ausserordentlich verdienstlich die neue Auflage der Physikalischen Krystallographie von Prof. P. Groth, welche einen colossalen Fortschritt in der Erzielung der gewünschten Einigkeit bedeutet.

Mit der Einigkeit Hand in Hand geht auch die Einfachheit, und Arbeiten, wie z. B. in der allerletzten Zeit die von C. Viola, begrüsse ich als sehr willkommene, um endlich mit möglichst geringem Zeitaufwand alle Krystallographen auf genauestem und einfachstem gemeinsamen Grunde zu vereinigen.

Ob diese Kenntnisse für Einige mit Hülfe der Methoden der synthetischen Geometrie, analytischen Geometrie, Kinematik oder Quaternionenlehre am leichtesten erworben werden können, ist eine Nebensache. Die Principien bleiben für alle dieselben.

Zum Schluss erlaube ich mir in wenigen Worten die kritischen Bemerkungen zu beantworten, mit welchen mehrere, von mir hochgeschätzte Collegen einige meiner Schlussfolgerungen und Aeusserungen beehrt haben. Mit grosser Freude ersah ich, dass ich anstatt gegnerischer Angriffe, zuletzt in der Person mancher dieser Collegen meine Bundesgenossen begrüssen kann.

Zuerst begrüsse ich als solchen Herrn Barlow; mit manchen Schlussfolgerungen desselben konnte ich mich nicht einverstanden erklären. Nachdem derselbe aber den Nachtrag zu seiner früheren Arbeit der Oeffentlichkeit übergeben hatte, ist jetzt zwischen uns vollständige Uebereinstimmung vorhanden.[1])

Etwas analoges kann ich mit Befriedigung constatiren betreffend den Schluss der langjährigen gegenseitigen Auseinandersetzung mit Hrn. Hecht über den von mir aufgestellten Satz von der dreizähligen Symmetrieaxe. Mit seinen Worten:[2]) dass „der Satz von der Rationalität der dreizähligen Symmetrieaxe natürlich richtig ist", ist die weitere Besprechung beschlossen; ganz nebensächlich bleibt noch meine Nichtübereinstimmung mit seinen hinzugefügten Worten „wenn man die physikalischen

---

[1]) Zeitschrift f. Krystallographie, Bd. XXV, S. 86 ff.

[2]) Neues Jahrbuch für Mineralogie etc., 1895, VI. B., S. 252.

Verhältnisse berücksichtigt". Einerseits stimmen diese Worte gerade mit derjenigen Behauptung von mir, dass ich den Hauptbeweis dieses Satzes in dem echten Grundgesetze der Krystallographie (in welchem also die physikalischen Verhältnisse, und zwar die physikalischen Eigenschaften im weitesten Sinne berücksichtigt worden sind); andererseits aber scheint mir diese Hinzufügung überflüssig, da selbst aus der Theilform des Grundgesetzes, und zwar aus dem Grundgesetze der geometrischen Krystallographie, dieser Satz ebenso klar hervorgeht.

Vielleicht ist es nicht ganz unzweckmässig, dieser, wenn auch ganz nebensächlichen Frage ein paar Worte zu widmen. Der Satz besteht darin, dass eine dreizählige Symmetrieaxe nothwendigerweise eine mögliche Krystallkante ist. Der Satz muss somit gänzlich auf dem Begriffe und der Definition der Symmetrieaxe fussen, nicht etwa einer Schraubenaxe oder dergleichen, wenn auch ganz natürlich möglich ist, den Satz zu erweitern und zu behaupten, dass jede Deckaxe nothwendig eine mögliche Krystallkante ist, unter Deckaxe eine Symmetrieaxe oder eine Schraubenaxe verstanden.

Nun wendet Hr. Hecht dem gegenüber ein, dass an einem einfachen Beispiele die Unrichtigkeit dieses Satzes von rein geometrischem Standpunkte aus darzulegen sei, und zwar aus der Betrachtung des folgenden Punktsystems: „Auf einer von drei geraden Linien, die sich in einem Punkte schneiden und die mit einander gleiche Winkel bilden, nehme ich, vom Schnittpunkt ausgehend, Punkte an, die immer um r von einander entfernt sind. Auf der zweiten betrage die Entfernung zweier Punkte $r\sqrt[3]{2}$ und auf der dritten $r\sqrt[3]{4}$. Von diesen Punkten ausgehend, habe man ein Raumgitter construirt. Dann sind bekanntlich nur solche Ebenen als Krystallflächen möglich, welche drei Punkte in sich enthalten (Gesetz der rationalen Axenschnitte). Die Flächen dieses Raumgitters bilden einen Complex, der eine dreizählige Symmetrieaxe besitzt".

Natürlich hat dabei Hr. Hecht den Complex in dem Sinne aufgefasst, wie es gewöhnlich der Fall ist, d. h. die Gesammt-

heit der durch einen Punkt hindurchgehenden Flächen, wie dieser Complex zum Zwecke der Berechnung und der graphischen Abbildung der räumlichen Lage der Flächen zur Anwendung kommt. Dabei sind sämmtliche parallele Flächen durch eine einzige repräsentirt. Wenn wir aber nicht nur die anguläre Stellung einzelner Flächen in Betracht ziehen, sondern die geometrischen Eigenschaften überhaupt, so scheint mir dieses Verfahren unerlaubt.

Hätten wir dies gethan, so würde jede Unterscheidung zwischen Symmetrieaxen und z. B. Schraubenaxen aufgehört haben, und gerade hier handelt es sich um Symmetrieaxen. Nun ist nichts leichter als zu beweisen, dass, wenn wir keine solche (sonst zu speciellen Zwecken angewendete) Transformation des Complexes ausführen, und denselben genau so uns vorstellen, wie Hr. Hecht selbst es uns vorschlägt, die Symmetrieaxen verloren gehen, und als Deckaxe für analoge Flächen eine Schraubenaxe mit Deckschiebungen resultirt, welche eine geometrische Progression bilden (und nicht eine arithmetische, wie dies für eigentlich sogenannte Schraubenaxen der Complexe angenommen wird). Nun sind aber solche Deckaxen unmöglich, da nach den Elementen der Symmetrielehre als mögliche Deckaxen sich nur Symmetrieaxen und Schraubenaxen in engem Sinne (Deckschiebungen mit arithmetischer Progression) ableiten lassen; nur solche Decksymmetrieelemente der Complexe sind zulässig, alle anderen sind unmöglich.

Jedenfalls scheint die Frage endgültig abgeschlossen.

Was mich aber besonders erfreut hatte, ist die Ueberzeugung, mit welcher Herr Hecht über die Richtigkeit des Satzes spricht, eine Ueberzeugung, welche er auch früher gehegt hatte[1]), und trotzdem verbleibt er bei der Meinung, dass dieser Satz keineswegs aus dem gewöhnlich angenommenen Grundgesetze der geometrischen Krystallographie hervorgeht. Wenn nun aber eine Ueberzeugung über eine Thatsache entsteht, welche nicht unmittelbar aus der Beobachtung entnommen

[1]) Leider habe ich keine Erwähnung davon in seinen früheren Arbeiten finden können.

werden kann, so ist stillschweigend ein vollkommen feststehendes Gesetz angenommen, und dieses Gesetz ist für denselben also nicht das eben erwähnte. Diese Ueberzeugung stimmt also genau mit den meinigen, nach welcher das gewöhnlich angenommene nicht das wirkliche Grundgesetz der Krystallographie ist; in dem wirklichen sind nämlich sämmtliche „physikalische Verhältnisse" der Krystalle berücksichtigt. In der Motivirung dieser Ueberzeugung bestand der Inhalt meiner Arbeit über das Grundgesetz der Krystallographie. Es scheint, dass in dieser sehr wichtigen Frage ich die Freude habe, in der Person des Herrn Hecht einen Bundesgenossen zu begrüssen.[1])

Jetzt liegt mir noch ob, einige Ausführungen von Herrn V. Souza de Brandão zu beantworten. Dieser meint, dass die von mir befürworteten Miller'schen Symbole nicht krystallographisch (?) seien, (und diese Forderung will er vor allen anderen in erste Linie stellen). Er sagt wörtlich: „Dem Symmetriegesetze aber entsprechen die Miller'schen hexagonalen Symbole nicht, indem das objective Substrat dieses Gesetzes — die einfache Form — durch sie kein einfaches und übersichtliches Zeichen erhält."[2]) Aus diesen Worten ersehe ich mit voller Augenscheinlichkeit, dass Herrn Brandão unbekannt geblieben ist, dass gerade diese Frage (und zwar in allgemeinster Weise — für alle Symmetriearten bei alleinigem Gebrauch der Miller'schen Symbole) der Gegenstand einer speciellen Arbeit des Verfassers war, in welcher überhaupt die Relationen zwischen Symmetrieelementen (ihre Lage inbegriffen) und dem Gesetze der Substitutionen der Flächenindices der einfachen Figuren mit besonderer Umständlichkeit studirt wurden[3]), und deren Resultat war, dass die Gesetze dieser Substitutionen (welche also zugleich

[1]) Dieselbe Auffassung sehe ich von Hrn. C. Viola ausgedrückt (Zeitschrift für Krystallographie XXVII, S. 2). Soll ich erwähnen, dass im Gegensatz dazu dieselbe Auffassung von einem Paläontologen als eine hypothetische bezeichnet wurde (Bibl. géol. de la Russie 10. 1895, p. 81; cit. i. Neuen Jahrbuch für Mineralogie 1896. B. II, S. 2)?

[2]) Zeitschrift f. Krystallogr. XXIV, S. 596.

[3]) Der Versuch durch ein kurzes Zeichen die Symbole aller gleichen Richtungen auszudrücken.

der Ausdruck der vorhandenen Symmetrieelemente sind) sehr einfach ausgedrückt werden können. Auf diese Weise erhielten auch sämmtliche einfache Figuren sämmtlicher 32 Symmetriearten einen sehr einfachen Ausdruck in der Form eines Symbols, welcher sich von dem gewöhnlichen, für eine einzige Fläche dienenden, nur durch die Art der Klammern und besonders durch verschiedene Buchstabentypen (fett, cursiv u. s. w.) unterscheidet. Nachdem dies einmal geschehen ist, fällt jeder Beweis der Unmöglichkeit derselben von selbst. Dabei muss ich besonders ausdrücklich hervorheben, dass die von mir vorgeschlagenen Zeichen nicht krystallographische Symbole in demjenigen strengen Sinne des Wortes sind, wie dies in der Krystallographie allgemein angenommen ist, da dieselben sich nur auf eine einzige Fläche (resp. Kante) beziehen, sondern nur kurze Zeichen für die Gesammtheit solcher Symbole aller Flächen (resp. Kanten) einer einzigen einfachen Figur. Demgemäss protestire ich gegen den Ausdruck des Herrn Brandão über die Miller-Fedorow'schen Symbole. Die meinigen sind nur kurze Zeichen; als die echten Symbole sind von mir ausschliesslich die Miller'schen gebraucht worden, ohne dass dabei von mir ein Jota Veränderung in denselben angebracht würde. Ich bin ein principieller Gegner alles Ueberflüssigen, und die leitende Idee meiner Arbeit ist die Einheitlichkeit; auf Grund dieser Idee stehe ich fest an der Behauptung, dass die Miller'schen Symbole die allein zulässigen sind. Auf derselben Idee fussten meine Einwendungen gegen den Vorschlag des Herrn Brandão selbst, da derselbe diese Einheitlichkeit bricht. Ich kann die Sache nicht anders verstehen, als folgendermassen: Wenn gezeigt wird, dass ein anderes System der Symbole, ebenso wie das Miller'sche, allen Forderungen für alle Syngoniearten und für alle Fälle überhaupt genügt, so hätte erst dann die Frage gestellt werden können, welches System vorzuziehen sei. Wenn z. B. Hr. Brandão sagt, dass „die dreizähligen Symbole, welche den durch Fortlassen des dritten Index eines Bravais'schen Flächensymbols dreizählig gestalteten entsprechen, vollkommen analytische und rechnerische

Symbole sind", so hat er natürlich Recht, aber er selbst fügt hinzu, dass diese Symbole für hexagonale Krystalle monokliner Natur wären. Ist dies ein so wichtiger Vortheil der Bravais'schen Symbole, dass dafür eine Ausnahme nothwendig zu machen ist, und die Miller'schen Symbole durch die Bravais'schen zu ersetzen sind? Wäre aber auch dieser Nachtheil gerade der letzteren Symbole nicht dagewesen, so würde ich doch dieselben nur dann als tauglich bezeichnen können, wenn dieselben nicht nur für hexagonale, sondern für sämmtliche Krystalle überhaupt gleich tauglich wären. Dabei ziehe man noch in Betracht, dass das ganze Gebiet der jetzigen theoretischen Krystallographie auf der Anwendung der Miller'schen Symbole beruht, und jeder Studirende, der sich der einfachen Principien dieser Anwendung bemächtigt hat, ist jede rechnerische und graphische Aufgabe sofort aufzulösen im Stande. Für die Bravais'schen Symbole steht noch bevor, eine neue Krystallographie auszuarbeiten, und wir, die Lehrer der Jugend, stehen selbst vor der Frage, welcher Index in dem Bravais'schen Symbole für eine graphische oder rechnerische Aufgabe fortzulassen wäre, welche Kante unter einem beliebigen Symbol $[r_0\ r_1\ r_2]$ zu verstehen sei, kurz, wir stehen vor einer noch zu lösenden Frage bei jeder Aufgabe einfachster Art, welche uns vorkommt.

Die Bravais'schen Symbole sind für mich ebenso wie die Symbole Hauy's und viele andere in Verkehr gewesene Symbole, nur beschreibende, also nur von einem sehr einseitigen Standpunkte zulässig.[1])

Durch das eben Gesagte scheint es mir überflüssig gemacht, andere Einwendungen von Hrn. Brandão zu besprechen. Wenn ich z. B. mich nicht einverstanden erklären kann, dass in meiner Besprechung der Symbole des Hrn. Brandão ich selbst etwa

[1]) Wäre ein Krystallflächencomplex mit irrationaler dreizähliger Deckaxe denkbar, wie es früher von HH. Gadolin und Hecht angenommen wurde, so fiele das Bravais'sche Axensystem von selbst als ein unmögliches, und das Miller'sche System als das allgemeine bliebe auch für diesen Fall allein anwendbar.

andere Symbole im Auge gehabt (darüber zu richten überlasse ich den Lesern), so bleibt die Sache dadurch ungeändert, da Hr. Brandão selbst ganz ausdrücklich betont, dass seine Symbole nur für einen speciellen Fall anwendbar sind. Ich bespreche aber nur die allgemein anwendbaren Symbole.

Nachträgliche Bemerkung. In den „Fortschritten der Physik" für 1894 in dem Referate einer Notiz von Hrn. Hess, welches mit F. P. unterschrieben ist (S. 225) finde ich eine Bemerkung über einige, missverständliche Behauptungen meinerseits. Dass solche von Hrn. Hess wirklich angeblich gefunden, weiss ich recht gut. Aus der Notiz selbst wird mir aber nicht klar, ob diese Meinung nur diejenige des Hrn. Hess ist, oder ob dieselbe auch von dem Herrn Referenten selbst getheilt wird. Nur von der letzten Voraussetzung ausgehend, erlaube ich mir, den geehrten Herrn Referenten zu fragen, welche Behauptungen die missverständlichen sein sollen? Herr Hess hat bekanntlich zwei Punkte meiner Arbeiten angegriffen: 1. dass die Behauptung von Hrn. Hess selbst, dass alle Isoeder typische sind, missverständlich ist, und dass in den Elementen der Gestaltenlehre des Verf.'s ein ganzes Kapitel mit dieser Behauptung im Widerspruche steht, und 2. dass eine von H. v. Staudt eingeführte Function von diesem bedeutenden Geometer ungenau als ein Sinus bezeichnet wurde. Bei beiden Hinweisungen stand ich streng auf dem Standpunkte der reinen Mathematiker, welcher in elementaren Lehrbüchern ganz unzweideutig ausgesprochen ist.

Damit meine erste Behauptung unrichtig wäre, muss man die gleichen resp. symmetrischen Polygone, falls dieselben die Grenzflächen eines Polyeders bilden, nicht als solche verstehen, welche deckbar resp. symmetrisch gleich sind, sondern noch um eine Kugel umgeschrieben werden sollen. Bei dieser Definition hätten die untypischen Isoeder, deren eine Reihe in meiner Arbeit angezeigt worden ist, z. B. das Rhombenikosaëder, nicht gleiche Flächen gehabt, obgleich sämmtliche Flächen desselben deckbar gleich sind.

Damit die zweite Behauptung unrichtig wäre, muss man unter „Sinus“ nicht eine Function einer veränderlichen Grösse verstehen, welche als eine Winkelgrösse aufgefasst, durch das Verhältniss zwischen einer Kathete und Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks (welches den gegebenen Winkel enthält, und als Kathete muss die gegenüber liegende genommen werden) ausgedrückt werden kann, sondern eine ganz andere Function.

Sobald ich von Seiten der Herren reinen Mathematiker von der Nothwendigkeit einer solchen Aenderung dieser Grunddefinitionen erfahre, werde ich gerne meine beiden Behauptungen zurücknehmen. Bis dahin bleibt es mir unklar, wie von einer Missverständlichkeit solcher Behauptungen die Rede sein kann.

Die vorstehenden Zeilen wurden vor mehr als einem halben Jahre geschrieben. Zur Zeit der Correctur bin ich veranlasst, noch eine mich betreffende Aeusserung zu besprechen.

Es ist dies nämlich die von Hrn. F. Herrmann gemachte Einwendung gegen die Einstellung des Oktaëders zweiten Grades (nicht aber zweiter Ordnung, da in der Morphologie der Polyeder unter diesem Worte ein ganz anderer Begriff verstanden wird) in die Reihe der regulären (Zeitschrift für Krystallographie, XXVII, S. 288).

Bei dieser Einstellung liess ich mich von der von H. Cauchy (Journ. de l'Éc. polytechn. C. 16, p. 65) gegebenen Definition der regulären Polyeder leiten, welche in der jetzt allgemein angenommenen Ausdrucksweise der Symmetrielehre lautet: Unter einem regulären Polyeder versteht man ein solches, durch dessen Centrum ebenso wie durch dessen Scheitelpunkte Symmetrieaxen von nicht geringerer als 3-Zähligkeit hindurchgehen. Von der Regelmässigkeit der Flächen und der Gonoeder kann Abstand genommen werden.

Aus dieser Definition leitet man direct ab, dass die Anzahl der Flächen und der Scheitelpunkte nur der Anzahl gleicher Symmetrieaxen einer Symmetrieart gleich oder zweimal so gross sein kann.

Für das Tetraeder 1. Grades ist die Anzahl der Flächen und Scheitelpunkte gleich der Anzahl der 3-zähligen Axen des kubooktaedrischen Systems.

Für das Oktaeder 1. Grades ist die Anzahl der Flächen doppelt so gross, und die Anzahl der Scheitelpunkte gleich der Anzahl der 4-zähligen Symmetrieaxen, und für den Würfel vertauschen sich diese Anzahlen unter einander u. s. w.

Nun sieht man aber ganz klar, dass für das Oktaeder 2. Grades die entsprechenden Zahlen doppelt so gross sind, wie für das Tetraeder 1. Grades.

Hr. Herrmann hat also nicht Recht, wenn er hierzu noch die Gesammtheit von 5 Hexaedern und sonstige Figuren zurechnet, welche unter denen von mir abgeleiteten regulären Polyedern nicht angegeben worden sind.

Leider ist demselben das Original meiner Arbeit nicht zugänglich (das Original ist in russischer Sprache veröffentlicht), und derselbe hat nur den in der Zeitschrift für Krystallographie XXI, S. 694 enthaltenen sehr kurzen Auszug benutzt. Darin hätte er umständlich genug die Inconsequenzen aufgezählt finden können, zu welchen die Annahme derjenigen Beschränkung in der allgemeinen Definition geführt hätte, nach welcher die Polyeder höheren Grades überhaupt nicht von denjenigen des ersten Grades zusammengesetzt werden dürfen.

Uebrigens sind aber gerade in dieser Arbeit alle Polyeder höheren Grades überhaupt als aus denen des ersten Grades zusammengesetzt aufgefasst und abgeleitet worden. Bei der gemachten Beschränkung würden also überhaupt keine Polyeder höheren Grades existiren.

Uebrigens lautet das Original (S. 277): „in dem Begriff einer regulären Figur höheren Grades ist das Vorhandensein von etwas Künstlichem nicht zu leugnen".