

Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen

Klasse

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften

zu München

Jahrgang 1954

München 1955

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung

Überprüfung des Maßstabs und der Orientierung des neuen bayerischen Hauptdreiecksnetzes

Von Max Kneißl in München

Vorgelegt am 5. März 1954

Mit 4 Anlagen

I. Der Aufbau des Hauptdreiecksnetzes

Das heutige deutsche Hauptdreiecksnetz wurde zwischen 1876 und 1942 beobachtet und in seinen südlichsten Teilen erst zwischen 1948 und 1952 vollendet. Es kann daher kaum als homogenes Netz angesprochen werden. Andererseits haben die Art der Vermarkung der Hauptdreieckspunkte mit Pfeiler und Unterlagsplatte (später kam dazu noch ein Granitwürfel mit einem eingelassenen Tonkegel mit einer feinen Bohrung, die das Punktzentrum darstellte und verschiedene Nebenversicherungen) und die Art der Beobachtung (Winkelmessung in allen Kombinationen) in dieser Zeit kaum eine Änderung oder Verbesserung erfahren. Die in den letzten Jahrzehnten erzielte geringe Genauigkeitssteigerung bei der Winkelbeobachtung I. O. fällt dabei nicht allzusehr ins Gewicht.

Dagegen wurde der Netzaufbau und die davon abhängige Netzausgleichung im Laufe der Jahrzehnte wesentlich geändert. Die noch vor der Jahrhundertwende unter der Leitung von Oskar Schreiber im Westen und Nordwesten des Reichs angelegten Netzteile¹ bestanden aus einfachen Dreiecksketten,

¹ Hierzu gehören etwa folgende Netzteile:

1876 die Elsaß-Lothringische Dreieckskette mit der Basis Oberbergheim,
1880–1881 die Hannover-Sächsische Dreieckskette mit der Basis bei Göttingen,
1881–1882 das Sächsische Dreiecksnetz,
1882–1885 die Hannoversche Dreieckskette mit der Basis bei Minden,

die große Gebietsteile umspannten. Beim Zusammenschluß dieser Ketten zu weitmaschigen Polygonen mußten Zwangsanschlüsse in Länge und Breite von mehreren Metern auf Ketten von nur 100 bis 200 km Länge verteilt werden, obgleich der Maßstab der Ketten durch zahlreiche Grundlinien gesichert wurde. Die von den Ketten umspannten Räume wurden durch Füllnetze überdeckt, die unter Berücksichtigung aller Anschlußbedingungen in den vorgegebenen Polygonrahmen eingeschaltet wurden.

Um 1900 bis 1926 wurden vor allem die östlich der Elbe gelegenen älteren preußischen Triangulationen systematisch erneuert und über die Verbindungskette Berlin – Schubin mit den westlichen Triangulationen verbunden, wobei man zweckmäßig abgeteilte Flächennetze bevorzugte. Im einzelnen wurden zwischen 1899 und 1926 folgende Netze beobachtet:

- 1899–1903 das Westpreußische Hauptdreiecksnetz mit der Basis Schubin,
- 1903–1908 das Ostpreußische Hauptdreiecksnetz mit der Basis Gumbinnen,
- 1908–1913 die Verbindungskette Berlin – Schubin mit der Basis Berlin,
- 1914 das Märkisch-Schlesische Dreiecksnetz mit der Basis Wohlau begonnen, aber erst nach dem Weltkrieg 1922 bis 1926 beendet.

Nach mehrjähriger Pause kam es erst wieder nach 1933, insbesondere nach Erlaß des Gesetzes zur Neuordnung des deutschen Vermessungswesens vom 3. Juli 1934 zu einer systematischen Erneuerung alter Netzteile und zum Aufbau eines einheit-

- 1884–1888 der Nördliche Niederländische Anschluß,
- 1886–1887 das Wesernetz,
- 1888 das Thüringische Dreiecksnetz,
- 1889–1892 die Rheinisch-Hessische Dreieckskette und der Südliche Niederländische Anschluß,
- 1893–1895 das Niederrheinische Dreiecksnetz,
- 1896–1897 das Pfälzische Dreiecksnetz,
- 1899 der Französische Anschluß.

lichen Hauptdreiecksnetzes (Reichsdreiecksnetz I. O.) in allen deutschen Ländern.

Im Zuge dieser Erneuerung wurden in Norddeutschland folgende Netze neu erkundet, sehr großzügig mit Signalthochbauten besetzt und mit modernsten Theodoliten beobachtet:

- 1933–1936 das Ostpommersche Hauptdreiecksnetz mit der Basis Stolp,
- 1932–1937 das Vorpommersche Hauptdreiecksnetz mit der Basis Rügen,
- 1936–1938 das Märkisch-Mecklenburgische Dreiecksnetz,
- 1936–1939 die Erweiterung des Dänischen Anschlusses und das Sächsische Anschlußnetz.

In dieser Zeit büßten die süddeutschen Landesvermessungsämter ihre Selbständigkeit ein, sie erhielten aber die Möglichkeit, unter Leitung des seinerzeitigen Reichsamts für Landesaufnahme, ihre Hauptdreiecksnetze von Grund auf und nach modernsten Gesichtspunkten zu erneuern. So konnten zwischen 1935 und 1937 das Badisch-Württembergische und das Nordbayerische Hauptdreiecksnetz, 1938 das Donaunetz, 1939 das Oberdonaunetz und 1940 das Südbayerische Hauptdreiecksnetz neu erkundet, bebaut und beobachtet werden (Anlage 1).

Nach einem RdErl. d. RMdI. vom 15. 8. 1940 wurden die Koordinaten der nach 1872 in Nordwestdeutschland beobachteten Rahmenketten und Füllnetze als endgültig erklärt und zur Grundlage für die Koordinierung und Neuausgleichung aller übrigen deutschen Netzteile gemacht. Der 1940 endgültig festgelegte Nordwestdeutsche Block umfaßte folgende Netze:

- Hannoversch-Sächsische Dreieckskette aus den Jahren 1880 bis 1881,
- Sächsisches Dreiecksnetz aus den Jahren 1881–1882,
- Hannoversche Dreieckskette aus den Jahren 1882–1885,
- Wesernetz aus den Jahren 1886–1887,
- Thüringisches Dreiecksnetz aus dem Jahre 1888,
- Nördlicher Niederländischer Anschluß aus den Jahren 1884 bis 1888,

Süddlicher Niederländischer Anschluß aus den Jahren 1889 bis 1892,

Rheinisch-Hessische Dreieckskette aus den Jahren 1889–1892,
Niederrheinisches Dreiecksnetz aus den Jahren 1893–1895,
Belgischer Anschluß aus dem Jahre 1894.

An diesen festen nordwestdeutschen Block wurden die neu-bearbeiteten Triangulationen in der Weise angefeldert, daß die einzelnen Teilnetze zunächst je für sich nach dem Boltzschen Entwicklungsverfahren zwangsfrei ausgeglichen und sodann nach dem Helmertschen Verfahren zusammengeschlossen wurden. Auf den vollkommenen Zwangsanschluß wurde verzichtet; man beschränkte sich darauf, die an den Nahtstellen zwischen den einzelnen Netzen übrigbleibenden Klaffungen zu einem Minimum zu machen.

Hierzu mußten nach der Ausgleichung der Teilnetze durch die Übernahme einer Ausgangsseite aus dem endgültig festliegenden Anschlußnetz zunächst eine Annahme für den Maßstab getroffen und sämtliche Seiten mit dem angenommenen Maßstab vorgerechnet werden. Alsdann folgte die vorläufige Koordinierung, die im allgemeinen von der Orientierung und den Endpunkten der übernommenen Seite ausging. Aus dem Vergleich der so bestimmten vorläufigen Koordinaten der Randpunkte des anzuschließenden Netzes mit den identischen festen Werten des endgültigen Netzes wurden dann der endgültige Maßstab und die endgültige Orientierung sowie die endgültige Lage des anzuschließenden Netzes durch eine lineare konforme Transformation so bestimmt, daß die Quadratsumme für die übrigbleibenden linearen Klaffungen an den Nahtstellen ein Minimum wurde. Die Anfelderung der einzelnen Netze erfolgte auf Weisung des Reichsamts für Landesaufnahme ohne Berücksichtigung der in den neuen Netzen liegenden und gemessenen Grundlinien und ohne Überprüfung und Verbesserung der Orientierung durch die Einbeziehung Laplacescher Punkte. *Demnach wurde der Maßstab und die Orientierung für das ganze Reichsdreiecksnetz aus dem Maßstab und der Orientierung des nordwestdeutschen Blockes abgeleitet und auf jedes neu anzuschließende Netz übertragen.*

Während die neubearbeiteten nordöstlichen Netze erst nach dem Zusammenschluß der Teilnetze unter sich als Ganzes an die

Ostgrenze des nordwestdeutschen Blockes angefeldert wurden, erfolgte der Anschluß der süddeutschen Netze an die südliche Grenze des nordwestdeutschen Blockes in der Weise, daß zunächst das Nordbayerische Hauptdreiecksnetz und hierauf das Pfälzische Hauptdreiecksnetz, dann das Badisch-Württembergische Netz je für sich und dann erst die weiteren Netze angefeldert wurden. Mit den neuen nordöstlichen Netzen hing der Süden zunächst nur mit einem Punkt, dem Kapellenberg im Vogtland, zusammen, bei dem sich ein befriedigender Anschluß ergab. Der endgültige Zusammenschluß der süddeutschen Netze mit den nordöstlichen Netzen wurde nach Eingliederung des Böhmisches-Mährischen Hauptdreiecksnetzes herbeigeführt, wodurch gleichzeitig auch das Donauhauptnetz an den süddeutschen Block herangeführt und die Grundlage für den Anschluß des Südmärkischen und des Alpenländischen Netzes geschaffen wurde.

Durch das fortgesetzte Anfeldern von Netzteilen bestand die Gefahr, daß einzelne Netze im ganzen verschwenkt und im Maßstab verzerrt wurden, so daß bei weiteren Zusammenschlüssen mit unverhältnismäßig großen Klaffungen an den Nahtstellen gerechnet werden mußte. Diese Gefahr bestand vor allem in Süddeutschland durch die Übernahme des Anschlußzwanges, der in den südlichen Randpunkten des nordwestdeutschen Blockes deshalb als besonders groß zu erwarten war, weil diese Randpunkte verschiedenen Netzen angehören, nämlich der Rheinisch-Hessischen Dreieckskette mit Einschluß des Niederrheinischen Dreiecksnetzes, dem Thüringischen Dreiecksnetz und dem Sächsischen Dreiecksnetz.¹ Maßstab und Orientierung des neuen bayerischen Hauptnetzes sollen daher besonders überprüft werden.

¹ Kneißl, M.: „Das alte bayerische Hauptdreiecksnetz.“ Beobachtung, Ausgleichung und Koordinatensystem. Mitt. RfLA, 1940, S. 200–216; „Die Entwicklung des neuen bayerischen Hauptdreiecksnetzes“. Nachr. Reichs-Verm.-Dienst, 1941, S. 100–113; „Die Ergebnisse der Ausgleichungen und der Zusammenschlüsse der süddeutschen Dreiecksnetze.“ Nachr. Reichs-Verm.-Dienst, 1941, S. 42–72; „Betrachtungen zur Erneuerung und Umformung der Grundlagen des bayerischen Landesvermessungswerks.“ Nachr. Reichs-Verm.-Dienst, 1942, S. 6–43.

II. Überprüfung des Maßstabs des neuen bayerischen Hauptdreiecksnetzes

In Südbayern wurde bereits in den Jahren 1920/21 im Zuge der Erneuerung der alten bayerischen Landestriangulation eine neue Grundlinie¹ zwischen Dachau und Schleißheim gemessen und auf die Hauptdreiecksseite München, nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte – Schweitenkirchen, Laternturm, Helmstangenmitte des alten Hauptdreiecksnetzes übertragen. Die Messung erfolgte mit 3 Invardrähten über Stative; die Drähte wurden dabei je im Hin- und Rückgang für sich über die Standlinie geführt, wobei jedesmal die Stative mit den Meßmarken neu aufgestellt, eingerichtet und einnivelliert werden mußten. Dadurch wurden 6 unabhängige Messungen erreicht. Die Drähte wurden vor und nach der eigentlichen Basismessung auf einer Vergleichsgrundlinie (München – Feldmoching mit einer Länge von 1247,80005 leg. Meter $\pm 1,24$ mm; Genauigkeit 1:1000000 der Länge) geeicht. Da der Besselapparat erhebliche systematische Fehler vermuten läßt, schätzte Clauß die absolute Genauigkeit der Eichmessung auf ± 1 cm.

Mit Hilfe der so geeichten Drähte ergab sich für die Standlinie eine Gesamtlänge von

$$L = 6293,97415 \text{ m} \pm 3,4 \text{ mm} \\ (\text{d. i. } 1 : 1850000 \text{ der Länge})$$

in Messungshöhe und im gesetzlichen internationalen Metermaß oder bezogen auf das Besselsche Referenz-Ellipsoid und in der mittleren Meereshöhe Null

$$L_0 = 6293,5000 \text{ m} \pm 3,4 \text{ mm}.$$

Der trigonometrischen Übertragung der direkt gemessenen Standlinie L_0 auf die Seite S_0 (München, nördl. Frauenturm,

¹ Clauß, G.: „Die Längenbestimmung einer neuen Grundlinie für das Bayerische Landesdreiecksnetz im Jahre 1920/21.“ Sitzungsberichte d. Bayer. Akad. d. Wissensch. 1930, S. 1–32.

Helmstangenmitte – Schweitenkirchen, Kirche, Helmstangenmitte) diene das in *Anlage 2* dargestellte Vergrößerungsnetz.

Die Übertragung der Standlinie auf die Hauptdreiecksseite S_0 (München, nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte – Schweitenkirchen, Laternturm, Helmstangenmitte) wurde doppelt ausgeführt:

1. Mit den *gemessenen* notwendigen 8 Bestimmungswinkeln über die Seiten München – Deutenhausen, München – Aufkirchen, Deutenhausen – Aufkirchen, Aufkirchen – Schweitenkirchen. Dabei ergab sich die Vergrößerungsseite München, nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte – Schweitenkirchen, Laternturm, Helmstangenmitte zu

$$\begin{aligned} S_0 &= 40881,225 \text{ m} \pm 0,046 \text{ m} \\ \log S_0 &= 4.611\,52390 \\ &(\text{d. i. } 1 : 1030000 \text{ der Länge}) \end{aligned}$$

im gesetzlichen internationalen Metermaß und unter Berücksichtigung der mittleren Unsicherheit der Standlinie.

2. Nach methodischer Ausgleichung des Basisvergrößerungsnetzes nach bedingten Beobachtungen unter Beachtung der Winkelgewichte des Beobachtungsplanes und Berechnung der Seitenlängen mit den ausgeglichenen Netzwinkeln. Dabei ergab sich die Vergrößerungsseite mit

$$\begin{aligned} S_0 &= 40881,228 \text{ m} \pm 0,165 \text{ m} \\ &(\text{d. i. } 1 : 250000 \text{ der Länge}) \end{aligned}$$

nahezu gleich groß, aber mit wesentlich größerer Unsicherheit.

Der große Genauigkeitsabfall rührt davon her, daß bei 2 Richtungen des Netzes außerordentlich ungünstige Verhältnisse (Seitenrefraktion) die Messung beeinflussen, wodurch der Gewichtseinheitsfehler der Beobachtung auf $\pm 1,94''$ absank. Mit Rücksicht hierauf ging Clauß bei der Genauigkeitsberechnung von der auf den Standorten im Mittel erreichten Winkelgenauig-

keit aus und berechnete den mittleren Fehler vom mittleren Gewicht eines auf dem Standort ausgeglichenen Winkels zu $\mu = 0,717''$. Damit ergibt sich ein Übertragungsfehler von $\pm 0,061$ m und unter Berücksichtigung des mittleren Fehlers der Standlinie L_0 von $\pm 3,4$ mm ein mittlerer Gesamtfehler zu $M_0 = \pm 0,065$ m.

Die Angaben für die mittlere Unsicherheit der Vergrößerungsseite schwanken also zwischen $\pm 4,6$ cm und $\pm 16,5$ cm, wobei noch zu beachten ist, daß hierin ein etwaiger systematischer Fehler der Vergleichsgrundlinie nicht zum Ausdruck kommt.

Zur Überführung der Basisvergrößerungsseite München, nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte – Schweitenkirchen, Laterturm, Helmstangenmitte, die 1921 berechnet wurde, auf die neue Hauptdreiecksseite München, nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte – Schweitenkirchen, neues Zentrum (Festlegung I. O.) im neuen Hauptdreiecksnetz (Reichsdreiecksnetz) wurden 1939 während der Winkelmessung I. O. auf Schweitenkirchen auf dem Beobachtungsgerüst I. O. (Beobachtungshöhe 40 m) die Richtung nach Schweitenkirchen, Helmstange (1939) im Anschluß an die Hauptnetzrichtung Schweitenkirchen Z (Festlegung I. O.) – Kösching, Königsberg (Festlegung I. O.) gemessen und die Entfernung Schweitenkirchen Z – Schweitenkirchen, Helmstange (1939) aus einem älteren örtlichen Netz ohne genaue Überprüfung der Strecken behelfsmäßig zu 99,072 m bestimmt. Die Strecke Schweitenkirchen Z – Schweitenkirchen, Helmstange (1939) wurde dabei mit Hilfe des Dreiecks $\underline{2}$ – $\underline{2}$ – Helmstange (1939) aus der Entfernung $c = (\underline{2} - \text{Helmstange } 1939) = 50,161$ m bestimmt, wobei c über das Dreieck $\underline{1} - \underline{2} - \text{Helmstange } (1939)$ aus den früher gemessenen Strecken $\underline{1} - \underline{1^a}$ und $\underline{1^a} - \underline{2}$ abgeleitet wurde (vgl. hierzu Anlage 3).

Obwohl aus früheren Messungen bekannt war, daß die Helmstange zwischen 1921 und 1934 durch Winddruck eine Verlagerung um rund 3 cm nach Osten erfahren hatte, wurden offenbar die Änderung in der Lage der Helmstange im Jahre 1939 gegenüber der Lage der Helmstange im Jahre 1921 nicht überprüft.

Auf Grund der Messungen im Jahre 1939 war vor dem Kriege nur eine vorläufige Vergleichung des Maßstabs des Reichsdrei-

ecksnetzes mit der Münchener Grundlinie 1920/21 möglich.¹ Andererseits konnten die geplanten Nachmessungen erst im Jahre 1948 unter besonders erschwerten Verhältnissen durchgeführt werden, weil inzwischen der Signalhochbau in Schweitenkirchen Z abgebrochen worden war und weil während des Krieges auch der Beobachtungsband für die Basismessung und Basisvergrößerung 1920/21 verlorengegangen ist. Das neue Zentrum des T.P. I. O. Schweitenkirchen liegt außerhalb des Ortes. Die Richtung nach dem Kirchturm ist so verbaut, daß ohne Signalhochbau ein sauberer Anschluß in Richtung und Länge an die Festlegungsmarken auf dem Turm nicht möglich ist. Vom Boden aus kann in Schweitenkirchen Z zwar die Helmstange des Kirchturms angezielt werden, Anschluß an eine Hauptnetzrichtung aber ist nicht möglich.

Da die Errichtung eines Signalhochbaues allein für die Übertragungsmessung nicht möglich war, habe ich 1948 versucht, durch ein ausgedehntes örtliches Netz, das in sich gut verprobt werden konnte und unter Beibehaltung des 1939 gemessenen Richtungsanschlusses, die Übertragungselemente, nämlich Richtung und Entfernung zwischen Schweitenkirchen, Helmstange (1921) bzw. (1948) und Schweitenkirchen Z (Festlegung I. O.) indirekt zu ermitteln. Dabei wurden einerseits das neue Zentrum für Schweitenkirchen im alten bayerischen Soldner-System koordiniert und andererseits die im Reichsdreiecknetz ermittelten geographischen Koordinaten des Zentrums zur Kontrolle auf die Helmstange (1948) übertragen.

Im Soldnernetz wurden die Koordinaten (1921) für den Bolzen im Südfenster des Kirchturms Schweitenkirchen als Ausgangskoordinaten angehalten. Man erhielt auf diese Weise ein einwandfrei verfestigtes und stabiles Dreieck: Schweitenkirchen, Turm, Bolzen/Südfenster – Schweitenkirchen Z (Festlegung I. O.) – München, nördl. Frauenturm, Helmstange, auf das mit genügender Genauigkeit die Helmstangen (1921) bzw. (1948) Schweitenkirchen bezogen werden konnten.

¹ Vgl. hierzu Kneißl, M.: „Die Ergebnisse der Ausgleichung und der Zusammenschlüsse der süddeutschen Dreiecksnetze.“ Nachr. Reichs-Verm.-Dienst, 1941, S. 71.

Die Unveränderlichkeit der Helmstange des nördl. Turms der Frauenkirche in München zwischen 1904 und 1948 wurde 1953 überprüft und darüber an anderer Stelle berichtet.¹

In die örtlichen Messungen in Schweitenkirchen wurden alle noch vorhandenen älteren Versicherungsmarken (Anlage 3), insbesondere die Polygonpunkte 1, 1^a, 2, 3, 4, 5 und 6 einbezogen und zur Verbindung dieses Polygons mit der neuen Festlegung noch der Hilfspunkt 7 eingeschaltet. Zur unabhängigen Bestimmung der Entfernung Schweitenkirchen Z – Schweitenkirchen, Helmstange 1948 wurde schließlich noch eine Hilfsbasis Schweitenkirchen Z – Hilfspunkt 8 angelegt. Weiter konnten für Schweitenkirchen, Laternturm aus früheren Rechenbänden folgende Koordinaten übernommen werden:

Helmstange (1921): $x = +40804,086$ m; $y = -2498,813$ m
(Rchbd. VI, S. 54)

Helmstange (1934): $x = +40804,078$ m; $y = -2498,784$ m
(Rchbd. VI, S. 718)

Bolzen im Süd-

fenster (1921/48): $x = +40804,232$ m; $y = -2499,035$ m
(Rchbd. VI, S. 64).

Der Bolzen im Südfenster wurde 1948 unversehrt aufgefunden, so daß auf diesen das örtliche Netz neu bezogen werden konnte, wobei die Orientierung durch Anschluß der Beobachtungen im Bolzen/Süd an die Punkte Johanneck, Kirche (Entfernung 2,7 km) Ampertshausen, Kirche (Entfernung 4,1 km) gewonnen wurde.

Die örtlichen Messungen umfaßten:

1. die direkte Messung der in Anlage 3 eingetragenen Strecken mit zwei geeichten Stahlmaßbändern unter Beachtung konstanten Zugs und der Temperaturverbesserungen, Reduktion auf den Meereshorizont sowie Kontrollmessung aller Strecken mit Hilfe eines Zeiß-II-Theodolits und 2-m-Basislatte.
2. Beobachtung aller in Anlage 3 eingetragenen Richtungen soweit möglich mit Zwangszentrierung (Zeißsche Streckenmeßeinrichtung).

¹ Kneißl, M.: „Die Lage des Nullpunkts des alten bayerischen Landesvermessungssystems.“ Sitzungsber. d. Bayer. Akad. d. Wiss. 1953, S. 233–247.

Auf Grund dieser Messungen wurden folgende Berechnungen durchgeführt:

1. Übertragung der Soldner-Koordinaten von Schweitenkirchen, Turm, Bolzen/Süd auf Polygonpunkt 1 im Anschluß an die Direktionswinkel Schweitenkirchen, Bolzen/Süd nach Kirche Johanneck und Kirche Ampertshausen und mit Hilfe der Seite Bolzen/Süd – 1, die aus der direkt gemessenen Seite 1 – 1^a berechnet und mit Hilfe des Dreiecks 1 – Bolzen/Süd – 6 verprobt wurde.
2. Berechnung und Ausgleichung des geschlossenen Polygonzuges 1 – 1^a – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 1, Koordinierung aller Punkte des Zuges im Anschluß 1.
3. Neukoordinierung von Schweitenkirchen, Helmstange (1948) durch Vorwärtseinschneiden von 1, 1^a, 2, 3, 4, 5 und 6 aus mit Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate.
4. Bestimmung der Entfernung und Richtung Schweitenkirchen, Helmstange (1948) – Schweitenkirchen, Festlegung I. O. mit Hilfe des Dreiecks Z – 3 – Helmstange (1948), wobei die Seite 3 – 7 aus dem Dreieck 3 – 7 – Z und die Seite 3 – Helmstange (1948) aus der Ausgleichung 3 abgeleitet wurden.
5. Verprobung der Entfernung und Richtung Schweitenkirchen, Helmstange (1948) – Schweitenkirchen, Festlegung I. O. mit Hilfe des Dreiecks Z – 8 – Helmstange (1948).
Durch diese Rechenanordnung konnte die Entfernung unabhängig und durchgreifend verprobt werden. Die Orientierung wurde mit Hilfe des 1939 gemessenen Anschlußwinkels Schweitenkirchen Z nach Helmstange (1939) überprüft.
6. Koordinierung von Schweitenkirchen Z im Soldner-Netz und Koordinierung von Schweitenkirchen, Laternturm, Helmstange (1948) und Bolzen/Süd im neuen bayerischen Hauptdreiecksnetz (Reichsdreiecksnetz).

Im einzelnen ergaben sich folgende Kontrollen und mittlere Unsicherheiten für die Bestimmung der Übertragungselemente:

1. Polygonzug 1, 1^a, 2, 3, 4, 5, 6, 1 :

Richtungsschlußfehler: $f_{\beta} = +11^{\text{cc}}$

Koordinatenschlußfehler: $f_x = -3 \text{ mm}$

$f_y = +8 \text{ mm.}$

2. Einzelpunkteinschaltung von Schweitenkirchen, Turm, Helmstange (1948):

$$m = \pm 43^{\text{cc}}$$

$$m_x = \pm 1,3 \text{ mm}$$

$$m_y = \pm 1,7 \text{ mm.}$$

3. Soldner-Koordinaten der Helmstange:

x (m)	y (cm)
(1921) +40804,086	—2498,813
(1934) +40804,078	—2498,784
(1939) unbekannt	
(1948) +40804,095	—2498,785.

4. Ableitung des Direktionswinkels in Schweitenkirchen, Helmstange (1948) nach Schweitenkirchen Z.

Rechnet man in Schweitenkirchen Z die Direktionswinkel nach den Helmstangen (1934) und (1948), so haben diese in den Helmstangen eine Querabweichung von nur 6 mm. Diese Abweichung liegt innerhalb der Genauigkeit der früheren Koordinierungen, so daß die Orientierung zwischen Helmstange und Festlegung I. O. mit Hilfe der Richtung und Entfernung nach Kösching, Königsberg T.P. I. O. und des 1939 gemessenen Winkels in Schweitenkirchen Z zwischen T.P. I. O. Kösching, Königsberg und Schweitenkirchen, Helmstange (1939) berechnet werden darf.

Damit findet man den Direktionswinkel Schweitenkirchen, Helmstange (1948) nach Schweitenkirchen Z (Festlegung I. O.) zu

$$\varphi = 125,3708^{\text{g}}.$$

5. Die Entfernung $e = \text{Helmstange (1948)} - Z$ ergibt sich aus dem Dreieck $Z - \underline{3} - \text{Helmstange (1948)}$, wobei die Seite

$Z - \underline{3}$ aus dem Dreieck $\underline{3} - \underline{7} - Z$ abgeleitet wurde zu

$$e = 99,101 \text{ m.}$$

Dieselbe Entfernung wurde über das Dreieck $Z - \underline{8} - \text{Helmstange (1948)}$ direkt zu

$$e = 99,105 \text{ m gefunden.}$$

Damit wird für die weitere Rechnung e im Mittel zu

$$e = 99,103 \text{ m}$$

im internationalen Metermaß oder für die Berechnung im bayerischen Soldner-System zu

$$e = 99,102 \text{ leg. Meter angenommen.}$$

6. Mit Hilfe der unter 4 und 5 angegebenen Orientierung und Entfernung ergeben sich für Schweitenkirchen Z folgende Soldner-Koordinaten:

$$\begin{aligned} x &= 40895,431 \text{ m} \\ y &= -2537,242 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{legale Meter})$$

Im Reichsdreiecksnetz hingegen findet man ausgehend von den Koordinaten für München, nördl. Frauenturm, Helmstange und Schweitenkirchen Z mit denselben Übertragungselementen für Schweitenkirchen, Laternturm, Helmstange (1948) und beim Übergang auf den Bolzen im Südfenster folgende Koordinaten:

Punkt	Geograph. Breite <i>B</i>	Geograph. Länge <i>L</i>
München, nördl. Frauenturm .	$48^{\circ} 08' 22,5290''$	$11^{\circ} 34' 27,7335''$
Schweitenkirchen Z = Festlegung I. O.	$48^{\circ} 30' 26,6625''$	$11^{\circ} 36' 31,5143''$
Schweitenkirchen, Laternturm, Helmstange (1948) ..	$48^{\circ} 30' 23,7059''$	$11^{\circ} 36' 29,6381''$
Bolzen/Südfenster	$48^{\circ} 30' 23,6455''$	$11^{\circ} 36' 29,6503''$

7. Aus den unter 6 berechneten Koordinaten können nun folgende Entfernungen und Richtungswinkel bzw. Azimute berechnet werden:

a) Im alten bayerischen Soldner-System. Bezugsfläche: Bayer. Soldner-Kugel
Tab. 1

Standpunkt:	München, nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte				
	Schweitenkirchen				
Zielpunkt:	Helmstange 1921	Helmstange 1934	Helmstange 1948	Bolzen/Süd	Festlegung I. O.
Entfernungslog S' . .	1	2	3	3	5
in leg. Metern	4.611 51 647 (40880,432 m _{leg.})	4.611 51 637 (40880,422 m _{leg.})	4.611 51 655 (40880,533 m _{leg.})	4.611 49 696 (40878,689 m _{leg.})	4.612 50 903 (40974,063 m _{leg.})
Übergang auf int. Meter	+580 E ₈	+580 E ₈	+580 E ₈	+580 E ₈	+580 E ₈
Entfernungslog S . .	4.611 52 227	4.611 52 217	4.611 52 235	4.611 50 276	4.612 51 483
in int. Metern $S =$. .	40881,072 m _{int.}	40881,062 m _{int.}	40881,079 m _{int.}	40879,235 m _{int.}	40974,610 m _{int.}
Entfernungslog S_0 . .	4.611 52 390	4.611 52 380	4.611 52 398	4.611 50 439	4.612 51 646
der Basisvergrößerung 1920/21 in int. Metern					
$S_0 =$	40881,225 m _{int.}	40881,216 m _{int.}	40881,233 m _{int.}	40879,388 m _{int.}	40974,764 m _{int.}
log $S_0 - \log S =$. .	+163 E ₈	+163 E ₈	+163 E ₈	+163 E ₈	+163 E ₈
$S_0 - S =$	+0,153 m	+0,154 m	+0,154 m	+0,154 m	+0,154 m
Direktionswinkel . .	93° 30' 15,84"	93° 30' 15,70"	93° 30' 15,70"	93° 30' 17,53"	93° 33' 00,82"
Direktionswinkelunter- schied:	+0,14"	0	0	+1,83"	+2' 45,12"

Hiernach unterscheidet sich die Seite München, nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte und Schweitenkirchen, Helmstangenmitte (1921) im alten bayerischen Soldner-System, wenn man vom legalen Maßsystem auf das internationale Maßsystem übergeht, von der 1920/21 bestimmten Basisvergrößerungsseite lediglich um 15 cm. Durch die kleinen Veränderungen der Helmstange Schweitenkirchen schwankt die Länge der Seite München, nördl. Frauenturm – Schweitenkirchen, Turm um rund ± 1 cm. Dabei muß noch eingeräumt werden, daß ein Teil dieser Änderungen nicht ganz real sein dürfte, sondern wenigstens zum Teil auf örtliche Übertragungsfehler zurückgeführt werden muß. Andererseits ist die Genauigkeit der Übertragung der Koordinaten zwischen Schweitenkirchen, Helmstangenmitte und Schweitenkirchen, Festlegung I. O. ebenfalls nur auf etwa ± 1 cm unsicher, so daß man die Basisvergrößerungsseite München, nördl. Frauenturm – Schweitenkirchen Z mit der in Tab. 1 (Spalte 1) gefundenen Differenz $S_0 - S$ (Helmstange 1921) in die entsprechenden Werte S_0 (Helmstange 1934), S_0 (Helmstange 1948), S_0 (Bolzen/Süd) bzw. S_0 (Festlegung I. O.) der Tab. 1, Spalte 2, 3, 4 und 5 umrechnen darf. Mit diesen umgerechneten Werten ergeben sich gegenüber den entsprechenden Seiten im Reichsdreiecksnetz die Abweichungen unter b).

- b) Im neuen bayerischen Hauptnetz (endgültiges Reichsdreiecksnetz). Bezugsfläche: Bessel-Ellipsoid

Tab. 2

Standpunkt:	München, nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte		
Zielpunkt:	Schweitenkirchen		
	Helmst. 1948	Bolzen/Süd	Festlegung I. O.
Entfernungslog S	4.611 52 173	4.611 50 212	4.612 51 423
in int. Metern $S =$. . .	40 881,021 m _{int.}	40 879,175 m _{int.}	40 974,554 m _{int.}
log $S_0 =$	4.611 52 398	4.611 50 439	4.611 51 646
Basisvergrößerungs- seite $S_0 =$	40 881,233 m _{int.}	40 879,388 m _{int.}	40 974,764 m _{int.}
log $S_0 - \log S$	+225 E_8	+227 E_8	+223 E_8
$S_0 - S$	+ 0,212 m	+ 0,213 m	+ 0,210 m
Azimut	3° 30' 31,04"	3° 30' 32,88"	3° 33' 16,17"
Azimutunterschied . . .	0	+ 1,84"	+ 2' 45,13"

Damit weicht die Hauptdreiecksseite München-Schweitenkirchen von der aus der Basisübertragung gefundenen Länge im Sinne einer Verbesserung um $+ 21$ cm ab. Der Maßstab ist also bis auf $1 : 200000$, d. s. 5 mm pro km, richtig. Mehr kann auch von einer modernen, gutausgeglichenen Triangulation I. O. nicht verlangt werden. Da die Basisübertragung selbst mit einem Fehler von etwa ± 5 cm bis ± 16 cm behaftet ist, ist das Ergebnis durchaus befriedigend. Allerdings ist dabei zu beachten, daß der ursprüngliche Maßstab des Reichsdreiecksnetzes in legalen Metern galt und erst nachträglich „per definitionem“ in internationale Meter umgewandelt wurde, weil sich zeigte, daß die Ausmaße des Besselschen Bezugsellipsoids zu klein und der eigentliche Netzmaßstab zu groß waren. Die Wahl eines ungünstigen Bezugsellipsoids und der Fehler im Netzmaßstab des Reichsdreiecksnetzes konnten – dies beweist die vorliegende Untersuchung – in Bayern durch den angeordneten Übergang von legalen zu internationalen Metern im Maßsystem gut kompensiert werden.

Andrerseits zeigt die Untersuchung, daß die Seitenlängen im neuen bayerischen Hauptdreiecksnetz und im alten Soldner-Netz verblüffend gut übereinstimmen, nämlich 6 cm auf rund 41 km oder auf $1 : 700000$, wobei allerdings die Seiten im Soldner-Netz – wie es auch sein muß – erst von legalen in internationale Meter umgerechnet wurden.

Bei der Berechnung des Zentraleuropäischen Netzes wurde die Basisvergrößerungsseite

München, nördl. Frauenturm – Schweitenkirchen Z
(Festlegung I. O.)

in Ausgleichung I^b mit $\log S_0 = 4.612\ 51\ 650$ oder S_0
 $= 40974,768\ m_{\text{int.}}$

und in Ausgleichung II mit $\log S_0 = 4.612\ 51\ 661$ oder S_0
 $= 40974,778\ m_{\text{int.}}$

eingeführt und daraus nach Glättung des Maßstabes durch eine gegenseitige Abgleichung der Vergrößerungsseiten endgültig erhalten

$$\log S_0 = 4.612\ 51\ 649 \text{ oder } S_0 = 40974,767\ m_{\text{int.}}$$

$$\text{bzw. } \log S_0 = 4.612\ 51\ 657 \text{ oder } S_0 = 40974,774\ m_{\text{int.}}$$

Damit ist auch im Knotennetz München des zentraleuropäischen Netzes der Maßstab richtig gewählt.

III. Überprüfung der Orientierung und Lage

Die Bayerische Kommission für die Internationale Erdmessung und das Deutsche Geodätische Forschungsinstitut haben in der Zeit von 1900 bis 1952 für insgesamt 14 trigonometrische Punkte I. und II. O. des bayerischen Landesdreiecksnetzes durch genaue astronomische Messungen die astronomisch-geographischen Breiten und Längen, darunter für 10 Punkte auch je mindestens ein astronomisches Azimut, bestimmt (Anlage 4). Auf Grund dieser Messungen ist es möglich, die Lagerung und Orientierung des neu berechneten Hauptdreiecksnetzes auf dem gewählten Bezugsellipsoid zu überprüfen. Diese Überprüfung erfolgte durch Vergleich der astronomischen und geodätischen Koordinaten identischer Punkte sowie durch günstigste Anpassung des geodätischen Netzes an die astronomischen Beobachtungsdaten. Das Hauptdreiecksnetz wird dabei, ohne es in seiner Form zu ändern, in Länge und Breite verschoben und um einen Zentralpunkt gedreht. Parallelverschiebung und Drehung sind durch eine Ausgleichung so zu bestimmen, daß die Quadratsumme der übrigbleibenden Unterschiede zwischen den astronomischen und geodätischen Koordinaten und der Quadratsumme der Laplaceschen Widersprüche ein Minimum wird. Für die Ausgleichung gilt folgende Forderung:

$$[\xi_i^2 + \eta_i^2] = \text{Min. und } [w_i^2] = \text{Min.}$$

wobei ξ_i und η_i die Lotabweichungskomponenten in Breite und Länge und w den Laplaceschen Widerspruch bedeuten. Hierzu sind in neuerer Zeit durch H. Wolf und K. Ledersteger besondere Berechnungsverfahren vorgeschlagen worden. Dr. Wolf verbindet die beiden Forderungen, indem er von einer den Gesetzen der Fehlerwahrscheinlichkeit entsprechenden Normalverteilung der Lotabweichungen und der Laplaceschen Wider-

sprüche ausgeht und für letztere ein Gewicht P_w ableitet, das eine Zusammenfassung der beiden Forderungen in

$$[P_i \xi_i^2 + P_i \eta_i^2 + P_w \cdot w_i^2] = \text{Min.}$$

gestattet. Dagegen trennt Dr. Ledersteger die Lotabweichungen als physikalische Größen streng von den Laplaceschen Widersprüchen, die tatsächliche Fehler darstellen, und spaltet dadurch die Fehlergleichungen in voneinander unabhängige Teilsysteme auf, so daß die Normalgleichungen in unabhängige Einzelgleichungen zerfallen.

Die Untersuchung der Orientierung und Lage wurde von meinem Mitarbeiter Dipl.-Ing. H. Aschauer durchgeführt. Aschauer mußte zunächst die gesamten in Bayern vorliegenden astronomischen Messungen auf die entsprechenden Punktzentren des neuen bayerischen Hauptdreiecksnetzes umrechnen. Auf Grund dieser Umrechnungen kommt man zu sehr wertvollen Vergleichen und Schlußfolgerungen hinsichtlich der inneren und äußeren Genauigkeit der vorliegenden astronomischen und geodätischen Beobachtungen. Durch Gegenüberstellung der astronomischen und geodätischen Koordinaten und Azimute wurden die Lotabweichungskomponenten und die Laplaceschen Widersprüche berechnet und nach dem Verfahren von Wolf und Ledersteger ausgeglichen. Mit Rücksicht darauf, daß die Lotabweichungskomponenten der vorliegenden 10 Laplaceschen Punkte, die ziemlich gleichmäßig über ganz Bayern verteilt sind, vor allem in der Breite gegenüber den 4 Lotabweichungspunkten, die unmittelbar den Alpen vorgelagert sind, systematische Abweichungen aufweisen, führte Aschauer beide Ausgleichungen zweimal durch, wobei er zunächst alle 14 Punkte und dann nur die 10 Laplaceschen Punkte für sich berücksichtigte.

Dabei ergaben sich folgende Verschiebungen im Zentralpunkt Eichelberg:

a) Ausgleichung unter Berücksichtigung aller Punkte:

Verfahren Dr. Wolf:	Verfahren Dr. Ledersteger:
$dL_0 = -1,114'' \pm 1,77''$	$dL_0 = -1,111'' \pm 1,30''$
$dB_0 = -0,448'' \pm 1,16''$	$dB_0 = -0,460'' \pm 1,39''$
$dA_0 = -0,505'' \pm 1,40''$	$dA_0 = -0,332'' \pm 1,11''$

b) Ausgleichung unter Berücksichtigung der Laplaceschen Punkte:

Verfahren Dr. Wolf:

$$dL_0 = + 0,074'' \pm 0,88''$$

$$dB_0 = - 3,207'' \pm 0,58''$$

$$dA_0 = + 0,545'' \pm 0,93''$$

Verfahren Dr. Ledersteger:

$$dL_0 = + 0,075'' \pm 1,01''$$

$$dB_0 = - 3,191'' \pm 0,43''$$

$$dA_0 = + 0,536'' \pm 1,06''$$

Hierin bedeutet dL_0 , dB_0 , dA_0 die Verschiebung des geodätischen Netzes in der Länge und Breite bzw. seine Drehung im Sinne einer Azimutverbesserung. Hiernach ergibt sich zunächst eine gute Übereinstimmung der Berechnung nach beiden Verfahren, sowohl hinsichtlich der Absolutbeträge als auch ihrer mittleren Unsicherheiten. Andererseits zeigt aber die große Differenz in der Breitenverschiebung bei Beachtung der Lotabweichungen aller Punkte gegenüber der Verschiebung, wenn nur die Lotabweichungen der Laplaceschen Punkte berücksichtigt werden, die Problematik der Lotabweichungsausgleichung und insbesondere den großen Einfluß auf, der durch die Auswahl der Punkte entsteht. Bemerkenswert ist die gute Stimmigkeit der Orientierung, die in einem Fall $-0,5''$, im anderen Fall $+0,5''$ beträgt. Weiter ist auffällig, daß die Laplaceschen Widersprüche durch die Ausgleichung nur ganz geringfügige Verbesserungen erhalten haben. Die nachstehende Tabelle zeigt die Laplaceschen Widersprüche vor und nach den beiden Lotabweichungsausgleichungen unter Beibehaltung der nach dem Verfahren von Wolf gefundenen Werte. Die Widersprüche erreichen im Maximum bis zu $4''$ und liegen im Durchschnitt bei etwa $\pm 2''$. Bemerkenswert ist, daß zum Teil mit denselben astronomischen Beobachtungen früher die Lage und Orientierung des von Orff ausgeglichenen alten bayerischen Landesdreiecksnetzes untersucht wurde,¹ wobei die Laplaceschen Widersprüche noch etwas größere Beträge erreichten, so daß man glaubte, man könnte sie durch eine Verbesserung des geodätischen Netzes wesentlich herabsetzen. Die

¹ Finsterwalder, Seb.: „Eine neue astronomische Orientierung des bayerischen Hauptdreiecksnetzes“, Sitzungsber. d. Bayer. Akad. d. Wiss. 1935, S. 81–91, und Kneißl, M.: „Verbesserung der Orientierung eines Dreiecksnetzes durch Laplacesche Punkte“, Sitzungsber. d. Bayer. Akad. d. Wiss. 1939, S. 11–26.

Untersuchung des neuen bayerischen Dreiecksnetzes gibt nun Veranlassung, die astronomischen Azimute zu überprüfen und gegebenenfalls neu zu messen. Wegen weiterer Einzelheiten hierzu darf auf die Originalarbeit von Herrn Dipl.-Ing. H. Aschauer¹ hingewiesen werden, die in den Veröffentlichungen der DGK, Reihe C, Dissertationen, erscheint.

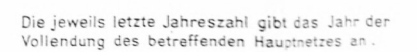
Tabelle 3. Zusammenstellung: Laplacesche Widersprüche

Nr.	Punkt	w_i^0 "	Fall 1 (Wolf) $(w_i)_1$ "	Fall 2 (Wolf) $(w_i)_2$ "
1	Altenburg	+ 1,52	+ 1,169	+ 1,001
2	Arber	+ 2,19	+ 1,860	+ 1,753
3	Asten	— 2,53	— 2,849	— 2,982
4	Eichelberg	— 3,56	— 3,897	— 4,049
5	Frankenwarte . . .	+ 0,86	+ 0,505	+ 0,306
6	Hesselberg	+ 0,41	+ 0,067	— 0,123
7	Kirchheim	— 0,21	— 0,542	— 0,746
8	Lehnbühl	+ 2,03	+ 1,684	+ 1,560
9	München	+ 2,33	+ 2,004	+ 1,835
10	Wülzburg	+ 1,81	+ 1,470	+ 1,295
	$w_d = \pm \sqrt{\frac{[ww]}{n}} = \pm 2,00''$		$\pm 1,94''$	$\pm 1,94''$

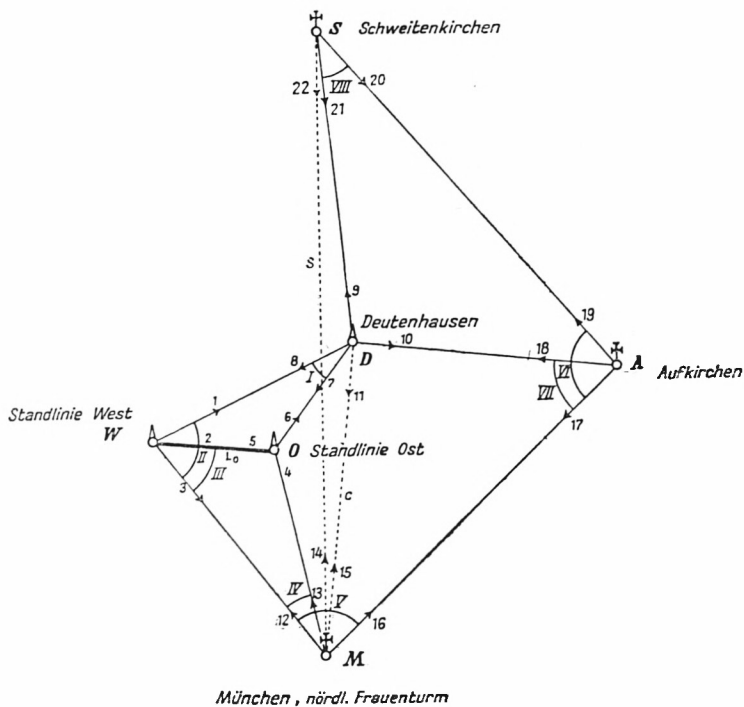
¹ Aschauer, H.: „Die Orientierung des neuen bayerischen Hauptdreiecksnetzes“, Veröffentl. der DGK, Reihe C, Heft Nr. 14.

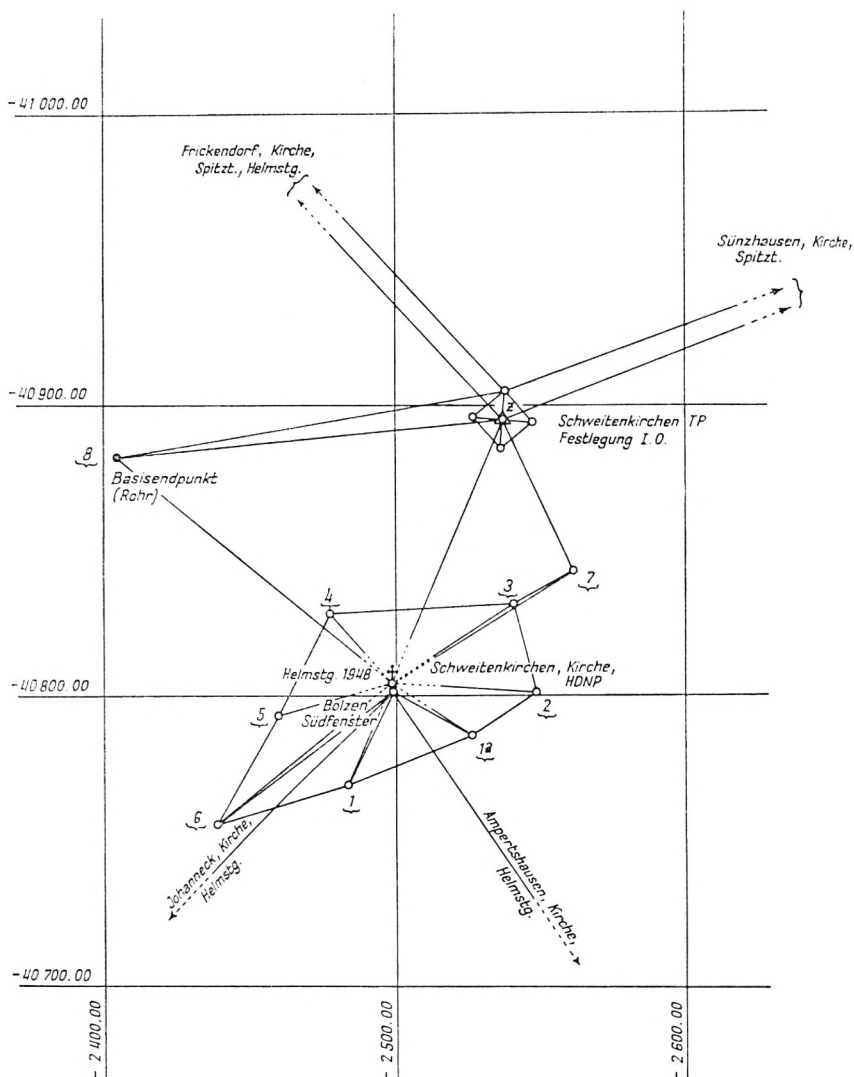
Anlage 1

A horizontal scale bar with markings at 0, 20, 40, 60, 80, and 100 km. The text '100 km' is at the right end.



Anlage 2

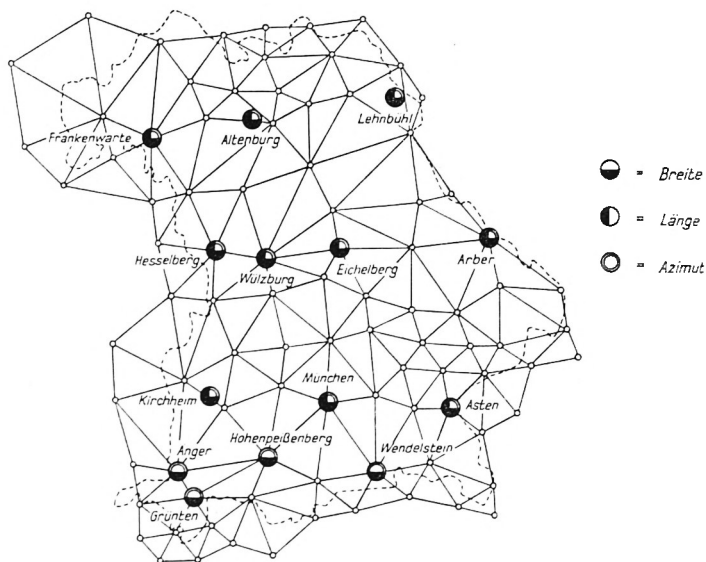




Hauptdreiecksnetzpunkt Schweitenkirchen

(aus N. O. 18. 2. 11)

Anlage 4



$M = 1:4\,000\,000$

Verteilung der astronomischen Punkte
in Bayern