

Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen

Klasse

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften

zu München

Jahrgang 1953

München 1954

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung

Höhentriangulation im Isartal

Vorläufiger Bericht

Von Walther Hofmann in München

Vorgelegt von Herrn Richard Finsterwalder am 9. Januar 1953

Mit 4 Figuren

Im Sommer 1951 begann der Verfasser auf Anregung von Prof. R. Finsterwalder mit der Untersuchung der trigonometrischen Höhenmessung in einem relativ kleinen Netz von Punkten um den bei Fall im Isarquertal geplanten Sylvensteinspeicher. Feld- und Rechenarbeiten konnten mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft durchgeführt werden.

Die Winkelmessungen des Jahres 1951 wurden im Juni 1952 durch astronomische Beobachtungen zur Bestimmung von Lotabweichungen ergänzt und durch gegenseitig-gleichzeitige Höhenwinkelmessungen kontrolliert. Die Rechenarbeiten gehen ihrem Abschluß entgegen. Der vorliegende Bericht enthält die bisherigen Ergebnisse dieser Arbeiten, soweit sie als gesichert betrachtet werden können. Auf theoretische Ableitungen und eingehende Diskussionen ist dabei verzichtet worden. Über die gesamte Arbeit ist nach Abschluß einiger weiterer theoretischer Untersuchungen und der zugehörigen Anwendungen auf das gewählte praktische Beispiel eine größere Veröffentlichung vorgesehen.

Ziel der Arbeit: Auf Grund der bisherigen Arbeiten zur trigonometrischen Höhenmessung, vor allem derer von R. Finsterwalder, war zu erwarten, daß im Gebirge die Meereshöhenunterschiede von Punkten eines zweckmäßig angelegten, d. h. die Massenverteilung berücksichtigenden Netzes mit hoher Genauigkeit durch reine Höhentriangulation zu gewinnen sind. Es sollte daher versucht werden, die mittleren Fehler solcher trigonometrisch bestimmter Höhenunterschiede auf ± 1 cm herabzumindern.

Bei der Übertragung der absoluten Meereshöhe von einem nivellistisch bestimmten Talpunkt in das Gipfelniveau ist auf Geoidundulationen, verursacht durch die ungleichmäßige Verteilung der sichtbaren Massen, Rücksicht zu nehmen. In einem Übertragungsprofil vom Isartal zum Gipfelnetz sollte untersucht werden, wieweit dies im Rahmen der trigonometrischen Höhenmessung möglich ist und ob sich bei der Übertragung ebenfalls cm-Genauigkeit erreichen läßt. – Die Untersuchungen sollten auf diese Weise zeigen, wieweit die trigonometrische Höhenmessung im Gebirge mit dem Nivellement als genaue Höhenmeßmethode konkurrieren kann, bzw. ob sie dort dem Nivellement überlegen ist.

Weiter sollte sowohl im Profil als auch im Höhennetz die Gestalt des Geoids im Netzbereich aus den trigonometrischen Höhenmessungen bestimmt und die Zuverlässigkeit der Ergebnisse mit Hilfe astronomischer Messungen überprüft werden.

Das flächenhafte Höhennetz

Geodätische Grundlagen: Für Aufnahme- und Absteckungsarbeiten im Rahmen des Sylvensteinprojektes hatte Dr. W. Kuny im Laufe des Jahres 1950 ein Triangulationsnetz eingemessen und die Lage seiner Punkte mit einer Genauigkeit von ± 1.6 cm bestimmt.¹ 6 dieser Punkte auf Gipfeln oder in Gipfelnähe wurden ausgewählt und entsprechend der Figur 1 zu einem Höhennetz zusammengefaßt.

Das Übertragungsprofil verläuft zwischen den Punkten Stuhlbach-Joch N und Staffel; mit Rücksicht auf die vorgesehenen Lotabweichungsmessungen wurde es stark angenähert im Azimut des Meridians gewählt. Im Isartal geht das Profil von dem an das Bayerische Landesnivellement angeschlossenen Punkt J 49 aus. Zur Höhenübertragung auf den Gipfelpunkt Staffel dienten die Punkte PP 141 und Hirschhörndl.

Die Entfernungen der Punkte im Höhennetz betragen 4–12 km.

¹ Siehe hierzu: W. Kuny, Der Sylvensteinspeicher und seine Vermessungsaufgaben. Zeitschrift für Vermessungswesen 1951 S. 330–336.

Signalisierung: Die Punkte des Sylvensteinnetzes waren mit zentrisch aufgestellten Stangensignalen von 3 m (Punkt Staffel: 5 m) Höhe signalisiert. Am oberen Ende der Signalstangen waren 3–5 Paare weißroter, gekreuzter Bretter (Länge 60 cm, Breite 10–15 cm) angeschlagen. Da Mittel für eine Signalisierung, die der Messung von Höhenwinkeln besser angepaßt gewesen wäre, fehlten, wurden diese Signale auch für die Höhentriangulation benutzt. Als Höhenziel diente dabei jeweils die Oberkante des obersten Brettpaares. Die Reduktionen, die an den Entfernungen wegen der exzentrischen Befestigung der Brettpaare und wegen der mehr oder minder starken Signalschiefe anzubringen waren, wurden durch Abloten mit dem Theodolit bestimmt.

Die Signale haben sich im allgemeinen gut bewährt. Schwierigkeiten traten nur dann auf, wenn bei größerem Höhenunterschied zwischen weit entfernten Punkten die angezielte Brett-kante nicht senkrecht zur Visur stand. Der horizontale Meßfaden im Fernrohr schneidet dann die schief erscheinende Brett-kante und deren Mittelpunkt muß geschätzt werden. Für diese Fälle ist die Entwicklung von Signalen zu empfehlen, die speziell der Höhentriangulation angepaßt sind. Vorschläge hierzu werden im Rahmen des endgültigen Berichtes vorgelegt.

Instrument: Alle Beobachtungen (auch die astronomischen) wurden mit einem Wild-Universal-Theodolit T 2 (400^g) neuer Bauart ausgeführt. Dieses verhältnismäßig kleine und leichte Instrument wurde gewählt, weil der Aufwand für die Messungen von vornherein so gering als möglich gehalten werden sollte (zwei Mann Beobachtungs- bzw. Arbeitspersonal). Bei unbegrenzter Transportfähigkeit auch im Hochgebirge zeigte es genügende Standfestigkeit, Lichtstärke und Unempfindlichkeit gegen Witterungseinflüsse. Die Prüfung seiner Meßgenauigkeit in der Technischen Hochschule München führte zu folgenden Werten:

Ablese- (Koinzidenz-) Genauigkeit	$\pm 1.6^{\text{cc}}$
Einspielgenauigkeit der Höhenkreislibelle (Koinzidenz-Einstellung)	$\pm 4.3^{\text{cc}}$
Zielgenauigkeit	$\pm 2.5^{\text{cc}}$
Genauigkeit eines einmal in beiden Fernrohlagen gemessenen Höhenwinkels	$\pm 3.7^{\text{cc}}$

Eine Untersuchung im Herstellerwerk Wild-Heerbrugg/Schweiz zeigte, daß das Instrument keine Fernrohrbiegung aufweist.

Für die Zwecke der Höhentriangulation wäre es eventuell vorteilhaft, wenn der Höhenkreis des Instrumentes verstellbar angeordnet wäre (nach Mitteilung der Firma Wild prinzipiell möglich).

Beobachtungsverfahren und -genauigkeit: Auf jedem Netzkpunkt wurden die Höhenwinkel nach allen sichtbaren Nachbarkpunkten in 6 Sätzen um die Mittagszeit (10–14 Uhr) eines Tages gemessen. Die Messung in der zweiten Fernrohrlage schloß sich bei jedem Ziel unmittelbar an die in der ersten Lage an. Der Höhenwinkel wurde in jedem Satz aus den Einstellungen von Ober-, Mittel- und Unterfaden des Fadenkreuzes gewonnen, so daß für jeden Winkel 18 Beobachtungen vorliegen. Die Messung des Höhennetzes konnte an 6 aufeinanderfolgenden Tagen und innerhalb derselben Großwetterlage durchgeführt werden.

Als mittlere Fehler des Mittels für einen Höhenwinkel ergaben sich auf den einzelnen Stationen die folgenden Werte:

Stuhlbach-Joch N	$\pm 1.2^{\text{ec}}$
Staffel	$\pm 1.4^{\text{ec}}$
Kotzen	$\pm 1.6^{\text{ec}}$
Hoher Zwiesler	$\pm 1.4^{\text{ec}}$
Hühnerberg	$\pm 2.0^{\text{ec}}$
Gerstenrieder Kopf	$\pm 2.0^{\text{ec}}$

Die durchschnittliche Gesamtgenauigkeit der Höhenwinkel-messung ist demnach $\pm 1.6^{\text{ec}}$.

Die mittleren Fehler eines einmal gemessenen Höhenwinkels sind etwa viermal so groß, im Durchschnitt also $\pm 6.4^{\text{ec}}$. Der Unterschied zwischen diesem Wert und dem im geschlossenen Raum ermittelten von $\pm 3.7^{\text{ec}}$ geht zu Lasten der Refraktions-unruhe während der Beobachtungszeit.

Systematische Schwankungen oder Gänge der Höhenwinkel, die durch systematische Refraktionsänderungen hätten hervorgerufen werden können, waren nicht zu beobachten. Die Refraktion scheint daher während der Beobachtungszeiten bis auf eine gewisse Unruhe konstant geblieben zu sein.

Berechnung und Ausgleichung der Höhenunterschiede: Von den $6 \times 5 = 30$ möglichen Visuren des Höhennetzes konnten 29 beobachtet werden; die Visur Gerstenrieder Kopf–Kotzen fiel aus. Die einseitigen Höhenunterschiede wurden unter Berücksichtigung der ellipsoidischen Erdkrümmung und der Höhenlage des Netzes, jedoch ohne Refraktionskorrektur berechnet und durch Mittelung mit den zugehörigen Gegenvisuren paarweise zu 14 gegenseitigen Höhenunterschieden zusammengefaßt. Die Unterschiede zwischen Hin- und Rückvisur, in denen die Einflüsse der Refraktion und der Geoidkrümmung zum Ausdruck kommen, werden später zur Ermittlung dieser beiden Größen dienen.

Bei 5 Unbekannten, für welche die Verbesserungen der vom Punkt Stuhlbach-Joch N (höchster Punkt des Netzes) ausgehenden Höhenunterschiede gewählt wurden, standen 9 Überbestimmungen zu einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen mit Gewichten $\left(p = \frac{c}{s^2}\right)$ zur Verfügung. Die Absolutglieder der Fehlergleichungen, die als Schlußfehler in 9 Höhenpolygonen aufzufassen sind, betrugen 0.1 bis 5.6 cm.

Die aus der Ausgleichung hervorgehenden Verbesserungen der Höhenunterschiede betrugen -0.9 bis $+3.9$ cm. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler ergab sich aus der Ausgleichung zu ± 2.1 cm. Er kommt einem Höhenunterschied zwischen 2 Punkten, die 8 km auseinanderliegen, zu und entspricht einer Höhenwinkelgenauigkeit von $\pm 1.6''$, stimmt also mit der Beobachtungs-genauigkeit überein.

Die mittleren Fehler der ausgeglichenen Höhenunterschiede betragen ± 0.8 cm bis ± 1.1 cm. Damit ist das Hauptziel der Arbeit, nämlich die Gewinnung von Meereshöhen mit cm-Genauigkeit, erreicht.

Die Größenordnung der mittleren Fehler, die genau der Winkelmeßgenauigkeit entspricht, zeigt weiter, daß

1. die Refraktion im Gebirge insoweit als konstant und gleichmäßig angesehen werden kann, als sie das Mittel aus gegenseitigen Höhenunterschieden, deren Messung einen oder mehrere Tage innerhalb derselben Wetterlage auseinanderliegt, um nicht mehr als Millimeterbeträge verfälscht,

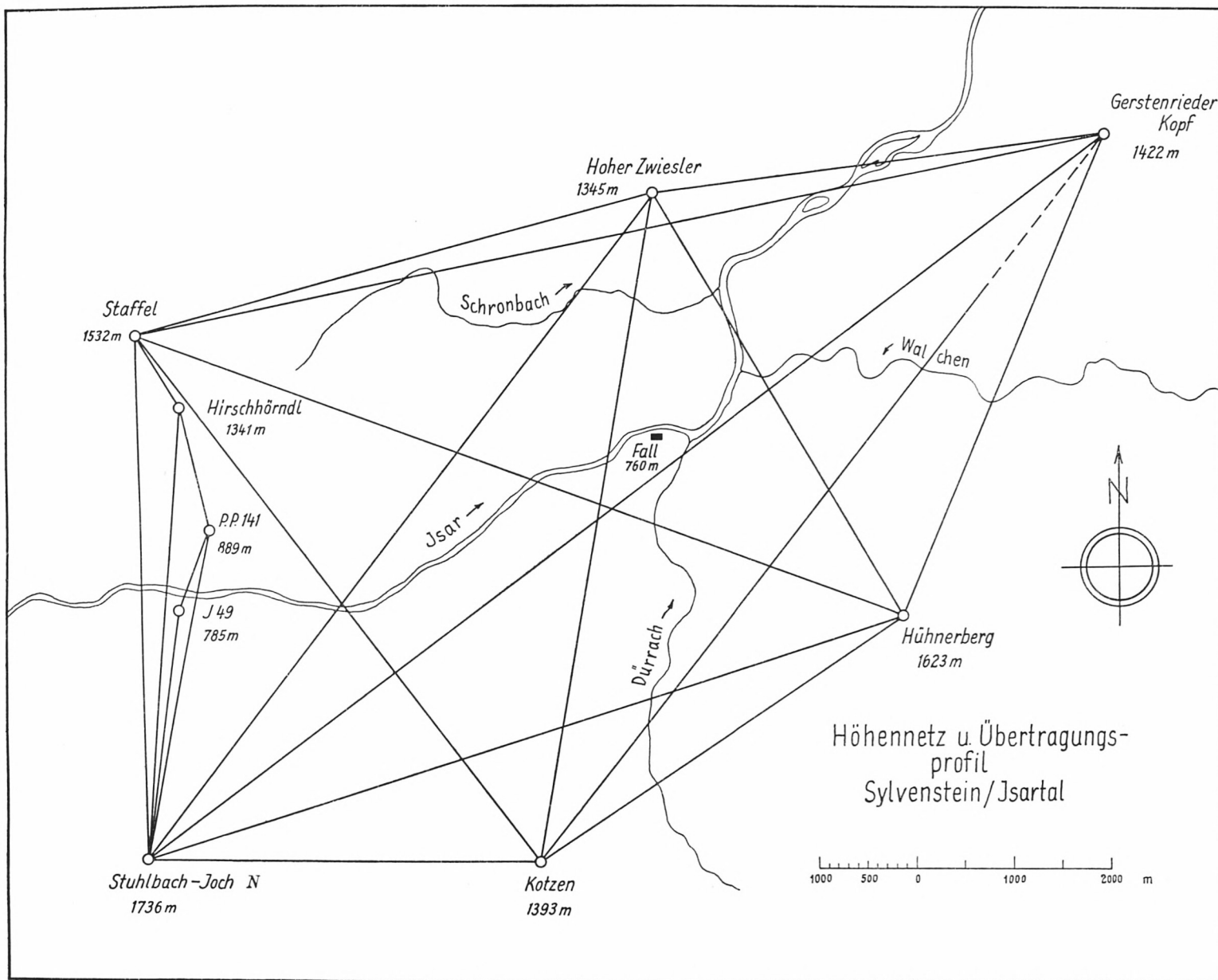
2. die Punkte des Höhennetzes so gewählt sind, daß die Geoidkrümmung zwischen je zweien von ihnen als konstant betrachtet werden kann. Denn ein nichtlinearer Verlauf der Lotabweichungen innerhalb des Höhennetzes müßte in großen mittleren Fehlern einzelner Höhenunterschiede zum Ausdruck kommen.

Gegenseitig-gleichzeitige Messungen: Zur Erhärtung dieses Ergebnisses wurden ein Jahr später 2 Visuren des Höhennetzes, nämlich Stuhlbach-Joch N–Staffel und Hoher Zwiesler–Gerstenrieder Kopf, nochmals gegenseitig-gleichzeitig mit 2 Wild-T 2-Instrumenten beobachtet. Während die einseitigen Höhenunterschiede bis zu 3 cm von den entsprechenden des Vorjahres abweichen, beträgt die Differenz der Mittel nur 0.4 bzw. 0.7 cm. Ähnliche Vergleichsergebnisse im Profil, das hinsichtlich der Refraktion noch ungünstigere (hangnahe) Visuren aufweist, zeigen, daß im Gebirge der viel größere Aufwand an Personal und Zeit für gegenseitig-gleichzeitige Messungen ohne Genauigkeitsminderung eingespart werden kann.

Das Übertragungsprofil

Das Isartal ist als tiefe Furche zwischen die im Norden und Süden flankierenden Gebirgsrücken eingesenkt. Infolge dieser Verteilung der sichtbaren Massen ist eine Geoiddepression zu erwarten, die in den allgemeinen Anstieg des Geoids gegenüber dem Ellipsoid am Alpenrand eingebettet ist und deren Tiefstpunkt unter der Sohle des Tales liegt. Wenn eine solche Depression auch nicht zu einer negativen (nach außen konkaven) Krümmung des Geoids führt, so kann ihr Verlauf gegenüber dem Ellipsoid doch mit starker Annäherung als sinusförmig angenommen werden. Da die Hauptvoraussetzung für die Gewinnung von Meereshöhen aus der trigonometrischen Höhenmessung die Konstanz der Krümmung des Geoidschnittes zwischen den Endpunkten einer Visur ist, kann der Höhenunterschied zwischen Tal- und Gipfelpunkt des Übertragungsprofiles nicht mit einer, durchgehenden, Visur ermittelt werden. Dies sei an Hand der Figur 2 näher erläutert:

Die beiden Punkte 1 und 2, die am unteren und oberen Scheitelpunkt einer sinusförmigen Geoiddepression angenommen sind,



zunehmen ist, genügt dabei die Anordnung zweier Zwischenpunkte: sie werden am günstigsten an jene Stellen des Profiles gelegt, wo die Tangente an die Scheitelkrümmungskreise der Sinuslinie dieselbe Steigung hat wie deren Wendetangente (siehe Figur 3). Wie sich leicht zeigen läßt, wird bei dieser Art der Anschmiegung an das Geoidprofil die Differenz zwischen geoidischem und ellipsoidischem Höhenunterschied bis auf einen Restbetrag von der Größenordnung weniger Millimeter erfaßt und ausgeschaltet.

Die Addition der drei Zwischenhöhenunterschiede ergibt einen anderen, im vorliegenden Fall kleineren Gesamthöhenunterschied der Profilendpunkte als die durchgehende Visur.

Beobachtungen im Profil: Die gegenseitigen Höhenwinkel der Profil-Visuren J 49–PP 141, PP 141–Hirschhörndl, Hirschhörndl–Staffel sowie die durchgehende Visur J 49–Staffel wurden sowohl im selben Verfahren wie das Höhennetz als auch – ein Jahr später – im gegenseitig-gleichzeitigen Verfahren in je 6 Sätzen 18fach gemessen. Die mittleren Fehler der gemittelten Höhenwinkel haben dieselbe Größenordnung wie die der Visuren im Höhennetz (1.0 – 1.6^{cc}). Das gleichzeitige bzw. nicht gleichzeitige Verfahren für die Beobachtung der gegenseitigen Höhenwinkel ergab für die einzelnen Höhenunterschiede Differenzen von 1.0 cm bis 0.7 cm. Hieraus geht abermals hervor, daß die gegenseitig-gleichzeitige Messung selbst bei den verhältnismäßig hangnahen Visuren des Profiles keine Steigerung der Genauigkeit erbringt.

Ergebnis der Profilmessungen: Der mit der durchgehenden Visur bestimmte Höhenunterschied der Profilendpunkte J 49 und Staffel ergab sich um 4.9 cm größer als die Summierung der drei Zwischenhöhenunterschiede. Dieser Betrag muß als die Senkung des Geoids gegenüber dem Ellipsoid zwischen Staffel und J 49 betrachtet werden.

Auch der Höhenunterschied J 49–Stuhlbach-Joch N auf der Südseite des Tales ist ellipsoidisch und geoidisch bestimmt. Die erste Bestimmung ergibt sich aus der direkten Visur zwischen den beiden Punkten, die zweite aus dem Anstieg über das Übertragungsprofil zum Punkt Staffel und der angeschlossenen Visur

Staffel–Stuhlbach-Joch N des Höhennetzes. Die Differenz beträgt 4.7 cm, so daß der Geoidanstieg auf der Südseite des Tales der Senkung auf der Nordseite fast genau entspricht. – Ein weiterer Wert für die Senkung ergibt sich auf ähnliche Weise aus der Visur von J 49 zum 10 km entfernten Punkt Hühnerberg des Höhennetzes. Auch dieser Wert stimmt mit 4.8 cm sehr gut in das aus dem Übertragungsprofil gewonnene Bild der Geoidundulation.

Astronomische Kontrollmessungen: Zur Kontrolle des trigonometrisch gefundenen Wertes der Geoidsenkung im Isartal wurde das Geoidprofil zwischen Stuhlbach-Joch N, J 49 und Staffel aus den astronomisch bestimmten Lotabweichungen der Profilstationen bestimmt. Da das Profil fast genau nord-südlich gerichtet ist, genügte dazu die Bestimmung der geographischen Breiten der Profilpunkte. Die Breiten wurden aus Zirkummeridianzenitdistanzen von Südsternen (Sternbild Bootes) gewonnen. Die mittleren Fehler des Mittels der aus je 48 Beobachtungen berechneten Breiten betragen für alle Stationen $\pm 0.3''$. Diese Genauigkeit wird zwar nicht den absoluten Werten der Breiten zukommen; da aber die Beobachtungen in 5 aufeinanderfolgenden Nächten nach denselben Sternen und innerhalb derselben Wetterlage ausgeführt wurden, dürften die Breitenunterschiede der Punkte mit dieser Genauigkeit bestimmt sein.

Die Lotabweichungen wurden durch Vergleich der astronomischen Breiten mit den aus den Soldnerkoordinaten der Punkte berechneten geodätischen Breiten gewonnen. Sie beziehen sich also auf die Soldnerkugel des Bayerischen Landeskoordinatensystems. Sie betragen:

Staffel	+ 10.3''
Hirschhörndl	+ 6.3''
PP 141	+ 5.4''
J 49	+ 9.1''
Stuhlbach-Joch N	+ 11.2''.

Die Reduktion der Lotabweichungen auf den Punkt Staffel führt auf folgende Werte:

Staffel	0''
Hirschhörndl	— 4.0''

PP 141	— 4.9''
J 49	— 1.2''
Stuhlbach-Joch N	+ 0.9'',

in denen nunmehr der allgemeine Anstieg des Geoids am Alpenrand, der sich in einer Schrägstellung gegen das Ellipsoid von ca. 10'' äußert, nicht mehr enthalten ist. Die reduzierten Werte bestätigen die Richtigkeit der Annahme einer sinusförmigen Geoidsenke im Isartal. Der Unterschied der Lotabweichungen in Staffel und J 49 läßt darauf schließen, daß die Sinuslinie in J 49 noch nicht ihr Minimum erreicht hat. Das Überwiegen der Lotabweichung in Stuhlbach-Joch N gegen die in Staffel um 0.9'' legt weiter die Annahme nahe, daß das Geoid im Bereich des Isartales im Vergleich zum Ellipsoid eine nach oben konkave Krümmung aufweist, daß also dieses Gebiet noch innerhalb der Aufbiegung des Geoids am Alpenrand liegt.

Mit Hilfe der beobachteten Lotabweichungen kann untersucht werden, wie weit die Annäherung des Geoidschnittes durch eine Sinuslinie berechtigt ist. Man hat zu diesem Zweck die Gleichung des Geoidschnittes in der Form

$$h = a \cdot \cos(b \cdot s) \quad (1)$$

anzusetzen (siehe Figur 4), in der a und b zwei Maßstabsfaktoren für die Amplitude und die Periode der Sinuslinie bedeuten. Diese Gleichung stellt die Entwicklung in eine Fourier-Reihe für den Geoidschnitt dar, die jedoch nur ein Glied besitzt, weil sich die Beobachtungen nur über etwa eine halbe Periode erstrecken. a und b können aus zwei Lotabweichungen in Punkten mit bekanntem s bestimmt werden. Im vorliegenden Fall, wo drei Lotabweichungen zur Verfügung stehen, ist eine Ausgleichung für die Werte a und b möglich. Sie ergibt für den Geoidschnitt die Gleichung:

$$h_{\text{in m}} = 0.0271 \cdot \cos(0.00103 \cdot s_{\text{in m}}).$$

Die aus der Ausgleichung hervorgehenden wahrscheinlichsten Verbesserungen der beobachteten Lotabweichungen betragen:

in Hirschhörndl	— 0.23''
in PP 141	+ 0.07''
in J 49	— 0.40''.

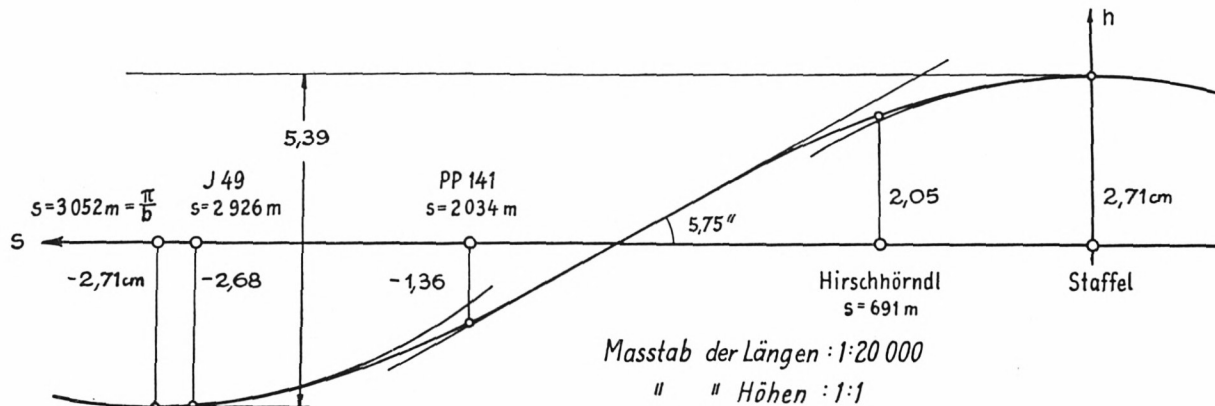


Fig. 4. Geoidprofil zwischen J 49 und Staffel

Die Größenordnung dieser Werte entspricht der des mittleren Fehlers der Lotabweichungen. Die Anschmiegung der berechneten Sinuslinie an das tatsächliche Geoidprofil kann daher praktisch als vollkommen bezeichnet werden.

Die Gleichung des Geoidschnittes gibt weiter darüber Aufschluß, daß der Talpunkt J 49 etwa 100 m vor und 3 mm über dem Minimum der Sinuslinie liegt.

Die gesamte Senkung des Geoids im Isartal gegenüber dem Ellipsoid ergibt sich aus Gleichung (1) zu

$$2a = 5.42 \text{ cm,}$$

die Senkung zwischen Staffel und J 49 beträgt 5.39 cm. Dieser Wert erweist die Realität der aus der trigonometrischen Messung bestimmten Senkung von 4.9 cm. Damit ist die Notwendigkeit der treppenförmigen Übertragung der Meereshöhe vom Talpunkt ins Gipfelniveau gezeigt, zugleich aber auch die Möglichkeit, allein mit trigonometrischen Höhenmessungen das Ausmaß von Geoidundulationen zu bestimmen.

Die Geoidgestalt im Bereich des Höhennetzes

Wie schon erwähnt, sind nach Anbringung der ellipsoidischen Krümmungskorrektur $\frac{s^2}{2r}$ an den Höhenunterschieden die Differenzen zwischen den gegenseitigen Höhenunterschieden einer Visur nur noch durch die Refraktion und die zusätzliche Geoidkrümmung verursacht. Aus den Differenzen von Visuren verschiedenster Azimute können daher prinzipiell die Refraktion sowie die Azimute und die Krümmungswerte der beiden Hauptkrümmungslinien des Geoids im Beobachtungsbereich bestimmt werden. Die Bestimmung der letztgenannten Größen kommt der Ermittlung der Dupinschen Indikatrix der Geoidfläche in bezug auf das Ellipsoid gleich. Alle Netzvisuren wären zu diesem Zweck von einem einzigen Punkt auslaufend zu denken, der nicht fest innerhalb des Netzes zu lokalisieren ist, aber als charakteristischer Punkt, eben als Mittelpunkt der Dupinschen Indikatrix, für den Geoidbereich zu gelten hätte.

Die wahrscheinlichsten Werte für Refraktion, Azimut und Größe der Hauptkrümmungen (4 Unbekannte) könnten bei überschüssigen Visuren durch eine Ausgleichung gewonnen werden, deren Fehlergleichungen durch Linealisierung des Eulerschen Satzes entstehen.

Die Durchführung dieser Berechnungen stößt jedoch auf Schwierigkeiten, weil Refraktion und Geoidkrümmung mit demselben Faktor s^2 auf die Höhenunterschiede einwirken, praktisch also nicht zu trennen sind. Am deutlichsten erkennt man diesen Sachverhalt unter der Annahme einer konstanten zusätzlichen Geoidkrümmung. Sie hat genau dieselbe Wirkung wie eine zusätzliche Refraktion. Aber auch bei Krümmungsunterschieden in verschiedenen Azimuten kann immer ein konstanter Grundbetrag der Krümmung als Refraktion betrachtet werden. Es muß daher die Refraktion aus der Ausgleichung herausgenommen und vorweg bestimmt werden. Dies ist dann möglich, wenn auf zwei Punkten des Höhennetzes die Lotabweichungen in Richtung der gegenseitigen Visur bekannt sind. Die gegenseitigen Höhenunterschiede, berechnet aus den um die Lotabweichungen reduzierten Höhenwinkeln, liefern dann aus ihrer Differenz die Refraktion. Die Bestimmung von mehr als zwei Lotabweichungen erlaubt Kontrollen des Refraktionswertes.

Im Höhennetz des Isartales kann die Refraktion aus der Visur Stuhlbach-Joch N-Staffel, in deren Endpunkten astronomische Breitenbestimmungen durchgeführt wurden, gewonnen werden. Der Refraktionskoeffizient ergibt sich dabei zu 0.20. Dieser Wert stimmt sehr gut mit den aus den Visuren des Übertragungsprofils berechneten Werten überein, erscheint jedoch im Vergleich mit früheren Erfahrungen als zu hoch. So ergab sich bei den Schweizer Messungen im Gotthardt-Profil der Wert 0.11, während als guter Mittelwert für die Refraktion im Flachland 0.13 angesehen wird. Bevor die Untersuchungen der Geoidgestalt im Isartal fortgeführt werden, ist daher erst der Wert des Refraktionskoeffizienten zu überprüfen bzw. zu sichern. Die Arbeiten hierzu sind im Gange.