Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften

zu München

1930. Heft I

Januar-Märzsitzung

München 1930
Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission des Verlags R. Oldenbourg München

Die Längenbestimmung einer neuen Grundlinie für das Bayerische Landesdreiecksnetz im Jahre 1920/21.

Von Gustav Clauß.

Vorgelegt von S. Finsterwalder in der Sitzung am 1. Februar 1930.

Einleitung.

Im Hauptdreiecksnetze der bayerischen Landestriangulierung sind im Laufe der letzten hundert Jahre eine große Anzahl von Festpunkten verloren gegangen, andere sind infolge der Aufforstung vollständig verwachsen und ohne die Errichtung hoher Signalbauten nicht zu benutzen, wieder andere haben als Kirchtürme durch Umbau, Winddruck und Senkungen erhebliche Lageänderungen erfahren. Diese mißlichen Verhältnisse im Zusammenhalt mit den gesteigerten Genauigkeitsforderungen, welche die Technik und Wissenschaft an die Ergebnisse der Vermessung stellen, gaben Anlaß zur Erneuerung des Landesdreiecksnetzes von Grund aus. Die Durchführung der Erneuerung verlangt die Neubeobachtung der Dreieckswinkel, setzt aber zugleich auch die Kenntnis der genauen Länge von mindestens einer Hauptseite voraus, von der die Dreiecksberechnung ihren Ausgang nimmt und die dem Dreiecksnetze den Maßstab gibt.

Das Dreiecksnetz der ersten Landesvermessung rechts des Rheins stützte sich auf zwei Grundlinien. Die eine, als altbayerische Grundlinie bezeichnete, wurde im Jahre 1801 von dem französischen Oberst Bonne zwischen Oberföhring und Aufkirchen mit 5 m langen hölzernen Stangen in einer Erstreckung von 21653,8 m einmal gemessen, die Länge der anderen, der fränkischen Grundlinie, von Professor Schiegg im Jahre 1807 mit dem Reichenbachschen Basismeßapparat unter Verwendung des Meßkeils zu 13796,56 m bestimmt als Entfernung der Kirchtürme

St. Johann in Nürnberg und der Pfarrkirche in Bruck bei Erlangen. Die fränkische Grundlinie diente zunächst zur Prüfung der aus der altbayerischen Grundlinie abgeleiteten Dreiecksseiten des Hauptnetzes und in weiterer Folge zum Aufbau des Hauptdreiecksnetzes in der Oberpfalz und in den fränkischen Regierungsbezirken. (Eine eingehende Beschreibung dieser Basismessungen durch Geheimrat Professor Dr. Max von Bauernfeind befindet sich in dem Werke: Die wissenschaftlichen Grundlagen der bayerischen Landesvermessung, München 1873, Verlag des B. Landesvermessungsamts, bearbeitet von General von Orff.) Die einmalige Messung jeder der beiden Grundlinien läßt eine Berechnung der erzielten Genauigkeit nicht zu, doch haben die vielfache Verwendung des Landesdreiecksnetzes sowie die geodätischen Arbeiten der B. Kommission für die internationale Erdmessung eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung der Längenmessungen ergeben und gezeigt, daß den Grundlinien ein wesentlicher Fehler nicht anhaftet.

Wenn trotzdem für die Neubearbeitung des Hauptdreiecksnetzes die Längenbestimmung einer neuen Ausgangsseite nach neuzeitlichen Messungsverfahren und mit hochentwickelten Meßapparaten ins Auge gefaßt wurde, so geschah dies, weil die geodätischen Grundlagen der deutschen Dreiecksnetze mit Rücksicht auf den geplanten Zusammenschluß metronomisch völlig gleichwertig sein sollen und die Längenbestimmungen im Einklang mit den mit aller Schärfe beobachteten Netzwinkeln stehen müssen. Einer Anregung der B. Erdmessungskommission entsprechend, wurde zunächst die Neumessung der Bonneschen Grundlinie nach dem Schwerdschen Verfahren in Erwägung gezogen. Die Endpunkte dieser Grundlinie sind im Jahre 1802 sorgfältig versichert worden. Zwei massive steinerne 4,5 m hohe Pyramiden, die eine bei Oberföhring, die andere bei Aufkirchen, bergen in ihrem Innern die Versicherungsmarken und haben sie bis heute unversehrt erhalten. Eine vom Landesvermessungsamt im Jahre 1913 vorgenommene Erkundung der Anlage des Basisvergrößerungsnetzes ergab, daß die Meßbahn für die Standlinie hätte über wertvolles Kulturland geführt werden müssen, und daß zur Gewinnung der erforderlichen Sichten für die Winkelbeobachtung mehrere hohe Signalbauten zu errichten gewesen wären. Die Kostspieligkeit der Anlage im Zusammenhalte mit der Überlegung,

daß für die Entwicklung des Hauptnetzes doch wohl eine längere Ausgangsseite erwünscht wäre, führten zur Aufgabe des Projekts und zur Ausarbeitung eines neuen, das die rund 41 km lange Hauptdreiecksseite „München, nördlicher Frauenturm — Schweitenkirchen, Laternturm“ als Ausgangsseite vorsieht. Die Standlinie wurde in die Staatsstraße Dachau — Schleißheim verlegt, die auf eine Strecke von 8 km vollständig geradlinig und eben verläuft, wenig öffentlichen Verkehr hat und ohne besondere Vorrichtungen als Meßbahn benutzt werden kann. Dem Vergrößerungsnetze konnte eine einfache und zweckmäßige Form gegeben und die Signalisierung mit geringen Kosten durchgeführt werden.

Da sämtliche Grundlinien der deutschen Dreiecksnetze mit dem Besselschen Basisapparate der Preußischen Landesaufnahme gemessen worden sind, lag der Gedanke nahe, zur Wahrung der metronomischen Einheitlichkeit auch die Länge der Standlinie mit diesem Apparate zu bestimmen. Die Besselmessung erfordert aber ein zahlreiches, in der Handhabung des Geräts geschultes Personal und einen großen Zeit- und Kostenaufwand. Der Aufwand wäre gerechtfertigt, wenn der Apparat eine hohe Genauigkeit der Messungsergebnisse von vornherein verbürgen würde. Tatsächlich erfüllt der Besselapparat trotz aller Feinheiten, die seiner Einrichtung im Laufe der Jahre gegeben wurden, diese Forderung nicht, weil die eisernen Meßstangen thermischen Veränderungen in der Länge unterworfen sind, die nur unschädlich gemacht werden könnten, wenn sich die Temperatur der Stangen im Augenblick ihrer Verwendung mit einiger Sicherheit erfassen ließe.

Der nachteilige Temperatureinfluß wird nahezu vermieden, die Messung schreitet rascher vorwärts und läßt sich mit weniger Personal und geringeren Kosten ausführen, wenn an Stelle der 3,9 m langen Besselstangen 24 m lange Drähte aus einer Nickel-Stahllegierung (Invar) verwendet werden, deren Ausdehnungskoeffizient 25mal kleiner ist als jener des Stahles. Durch eigene Wahrnehmungen und gemachte Erfahrungen sowie durch die Veröffentlichung der Ergebnisse anderweitiger Drahtmessungen in der Fachliteratur kam ich zur Überzeugung, daß die Längenbestimmung mit Invardrähten für die Bedürfnisse der Katastervermessung sowohl als auch für wissenschaftliche Zwecke vollkommen ausreiche.

Diese Auffassung wurde vom wissenschaftlichen Berater des Landesvermessungsamts, Geheimen Rat Professor Dr. S. Finsterwalder uneingeschränkt geteilt. Demgemäß wurde die Messung der Standlinie mit dem Jaederinapparat in Vorschlag gebracht. Das Preußische Geodätische Institut und die Trigonometrische Abteilung der Preußischen Landesaufnahme, die beide ein lebhaftes Interesse an der Grundlinienmessung im Süden des Reichs bekundeten und ihre förderliche Mitwirkung in Aussicht stellten, vertraten die Anschauung, daß nur die Besselmessung in Betracht kommen könne. Als Begründung wurde angeführt, daß der Ausdehnungskoeffizient der Drähte nicht mit Sicherheit feststehe oder zu ermitteln sei, daß ferner die wechselnde Durchbiegung der Drähte infolge ungleicher Spannung und Torsion, der Einfluß von Wind und Regen und nicht zuletzt die geringe Konstanz der Drahtlängen in ihrer Zusammenwirkung systematische Fehler erzeugen, die das Messungsergebnis in untragbarer Weise entstellen. Dem darf entgegen gehalten werden, daß die bei einer großen Zahl von Drahtmessungen erzielte hohe innere Genauigkeit wohl kaum erreicht worden wäre, wenn tatsächlich die behaupteten Fehlereinflüsse sich so schädlich äußern würden. Sicher lassen sich durch geeignete Maßnahmen, insbesondere durch eine sorgsame Handhabung des Meßgeräts und durch eine sachgemäße Eichung der Drähte unmittelbar vor und nach der Grundlinienmessung manche der angeführten Fehlerquellen vermeiden oder doch so einschränken, daß auch von der Drahtmessung ein brauchbares Ergebnis erwartet werden darf. Zieht man weiterhin in Betracht, daß die unvermeidlichen Fehler der Winkelmessung im Laufe der Dreiecksberechnung die Genauigkeit der Seiten weit mehr beeinflussen als die Übertragung des Längenfehlers der Ausgangsseite, und überlegt, daß bei der Ausgleichung des gesamten deutschen Dreiecksnetzes das bayerische Hauptnetz an die Peripherieseiten der Dreiecksnetze der Nachbarstaaten angezwungen werden muß, die weitab von ihrer Ausgangsbasis liegend mit der Summe der aufgetretenen Fehler behaftet sind, so hat eine mit großem Personal- und Kostenaufwand auf das Höchste gesteigerte Genauigkeit der bayerischen Grundlinienmessung nur bedingten Wert. Die Sicherung der Genauigkeit der Seitenlängen im Hauptnetze läßt sich viel besser durch die Messung einer

zweiten Grundlinie in Franken erreichen, und unter den derzeitigen Verhältnissen rückt diese unmittelbare Längenbestimmung um so mehr in den Bereich der Ausführungsmöglichkeit, je billiger und rascher sich das Messungsgeschäft erledigen läßt. Aus all diesen Gründen war der Drahtmessung der Vorzug zu geben.

Um aber die Forderung der zuverlässigen Eichung der Drähte erfüllen zu können und zugleich dem bayerischen Landesdreiecksnetze dieselbe Maßeinheit zu geben, in welcher die Grundlinien des Reichs ausgedrückt sind, empfahl die Vermessungsleitung, in der Nähe der Standlinie eine entsprechend lange Vergleichsgrundlinie mit dem Besselschen Basisapparate der Preußischen Landesaufnahme zu messen und aus der Bessellänge die Längen der Invardrähte abzuleiten, mit denen die Messung der Standlinie vorgenommen werden soll. Dabei ist vorzusehen, daß die Längenbestimmung der Drähte von demselben Personal ausgeführt wird, das auch die Messung der Standlinie vollzieht und daß der Messungsvorgang bei beiden Arbeiten der nämliche bleibt.

I. Die Besselmessung der Vergleichsgrundlinie im Jahre 1920.

a) Die Meßbahn.

Als Meßbahn für die Vergleichsgrundlinie wurde ein als Gehsteig und Fahrt benutzter Geländestreifen ausgewählt, der sich neben der Bezirksstraße Milbertshofen — Schleißheim völlig gerade und mit geringem gleichmäßigen Gefälle hinzieht und der Gemeinde Feldmoching zu Eigentum gehört. Der Untergrund besteht aus Kalk- und Dolomitgeröll der Niederterrasse mit hochliegender Flinzschicht und gewährleistet die unveränderte Lage der Versicherungsmarken. Durch Bestellung einer beschränkten persönlichen Dienstbarkeit sicherte sich das Landesvermessungsamt das Recht zur Einbringung der ober- und unterirdischen Versicherungen sowie die dauernde und ungehinderte Benutzung eines 6 m breiten Streifens des Grundstücks als Meßbahn. Die zu messende Strecke erhielt eine Länge von 1248 m (ein Vielfaches von 4 und 24 m) und wurde durch 3 Zwischenpunkte in 4 Teile von je 312 m zerlegt. Da der Meßapparat aus 4 Stangen von je 3,9 m = 2 Besseltoisen besteht, die zusammen 15,6 m = 1 Bessellage ergeben, umfaßt die Gesamtstrecke 80 Lagen und jede Teil-

strecke 20 Lagen. Die Endpunkte der Strecke sind durch die sog. große Festlegung dauernd gekennzeichnet. Ein Betonwürfel von 90 × 90 × 90 cm Ausmaß umschließt in frostfreier Tiefe einen Granitstein von 80 × 15 × 15 cm. In die behauene Kopffläche des Steines ist ein Messingbolzen eingelassen, der eine feine Stahlspitze trägt. Vgl. die Anlage.

In ähnlicher Weise sind die Zwischenpunkte vermarkt worden, nur haben die Versicherungsmittel kleinere Ausmaße. Lotrecht über den unterirdischen Marken bezeichnen Polygonsteine aus Granit mit eingelassenen Messingbolzen die End- und Zwischenpunkte der Vergleichsgrundlinie. Die oberirdische Versicherung wurde mit größter Sorgfalt ausgeführt, weil die Grundlinie in Zukunft auch dazu dienen soll, die Längenmeßgeräte des Landesvermessungsamts zu eichen. Anmessungen von festen Marken der Umgebung aus erleichtern das Aufsuchen der bodengleich gesetzten oberirdischen Versicherungssteine.

b) Der Besselsche Basisapparat.

Seine Einrichtung ist in den Veröffentlichungen der Trigonometrischen Abteilung des Reichsamts für Landesaufnahme in den Werken: Hauptdreiecke VI. und VIII. Teil, zu beziehen durch die Buchhandlung Mittler u. Sohn, Berlin SW 68, Kochstraße 68, so eingehend beschrieben, daß sich eine Wiederholung hier erübrigt. Erwähnt sei nur, daß mit dem Apparate vom Jahre 1831 bis 1920 insgesamt 20 Grundlinien gemessen worden sind. (Eine Übersicht über die ausgeführten Messungen findet sich in Hauptdreiecke, Neue Folge I. Teil, Seite 26 und 27). Die Münchner Vergleichsgrundlinie schließt die Reihe.

c) Der Messungsvorgang.

Die Ausführung der Messung vollzog sich unter strikter Einhaltung der hierfür von der Preußischen Landesaufnahme auf Grund langjähriger Erfahrung erlassenen Vorschriften. Die vorbereitenden Arbeiten: Das Herrichten der Meßbahn, die Abmessung und Auspflockung der Meßstrecke, die Versicherung der End- und Zwischenpunkte, das Alignement der Galgen, der Festlegungen und der Richtpflöcke, der Anschluß der Versicherungsmarken an

das Landeshöhennetz und das Absetzen der Lotstände nahm die Zeit vom 11. mit 16. Mai 1920 in Anspruch. Die Besselmessung selbst wurde im Hin- und Rückgange vom 17. mit 20. Mai ausgeführt. Dabei waren insgesamt 55 Personen tätig, darunter 17 höhere Beamte. Die durchschnittliche Stundenleistung betrug 10 Lagen = 156 m.

d) Die Berechnung der Länge der Vergleichsgrundlinie in Messungshöhe.

Die Länge der Vergleichsgrundlinie setzt sich zusammen:

1. aus den Stangenlängen (80 Lagen zu je 4 Stangen),
2. den Korrektionen wegen der Temperatureinwirkung auf die Meßstangen, bestimmt aus den Ablesungen (a) am Metallthermometer der Meßstange,
3. der Summe der mit den Meßkeilen ermittelten Intervalle,
4. der Niveaureduktion (Zurückführung der schiefen Stangenlage auf den Horizont der Messungslinie),
5. der Alignementsreduktion (Berücksichtigung des Ausweichens einer jeden Stange aus der geraden Meßrichtung),
6. den Entfernungen der hinteren Schneide der Stange I von der Festlegung der Anfangs- oder Endpunkte der Grundlinienteilstrecken (Große Lotungen).

Zu 1. und 2.

Der Berechnung der Stangenlängen wurde die von General Schreiber aufgestellte Stangengleichung

$$L = l - m\,(a - 1{,}4) - \varrho\,(a - 1{,}4)^2 + \alpha \cdot h$$

zu Grunde gelegt.

In der Formel bezeichnen:

l die Stangenlänge bei der Ablesung a = 1,4 Linien am Metallthermometer,
(a = 1,4) entspricht einer Temperatur von 16° Reaumur)
m und ϱ die statischen Temperaturkoeffizienten,
$\alpha \cdot h$ ein dynamisches Temperaturglied,

das angefügt wird, weil die Eisen- und die Zinkstange des Metallthermometers der Temperaturänderung nur langsam folgen und

die Wärmeaufnahme beim Eisen und Zink in gleichen Zeiten verschieden groß ist;

a stellt die stündliche Änderung der Keilablesungen (a) am Metallthermometer dar,

h ist eine durch vielfache Versuche bestimmte Konstante.

General Schreiber hat die Werte für l, m, ϱ und h anläßlich der Göttinger Basismessung im Jahre 1880 ermittelt und daraus einen für die 4 Besselstangen gleichmäßig geltenden Mittelwert zu

$$L = 3898{,}4751 - 1{,}2132\,(a - 1{,}4) - 0{,}0431\,(a - 1{,}4)^2 + 0{,}1097\,a$$

abgeleitet.

L ergibt sich in legalen Millimetern; die Koeffizienten m, ϱ und h enthalten den Umwandlungsfaktor von Pariser Linien in Millimeter des legalen Meters (1 mm = 0,443296 Linien).

Von der Normaleichungskommission in den Jahren 1908 bis 1910 vorgenommene eingehende Untersuchungen des Besselapparates ergaben, daß die Schreiberschen Konstanten Veränderungen erfahren haben und nicht mehr zutreffend sind. Deswegen hat die Trigonometrische Abteilung der Preußischen Landesaufnahme im Jahre 1914 die Konstanten neu bestimmt und als Mittelwert für die 4 Meßstangen erhalten:

$$L = 3898{,}4346 - 1{,}2162\,(a - 1{,}4) - 0{,}0442\,(a - 1{,}4)^2 - 0{,}0352\,a.$$

Mit dieser Gleichung ist die Länge der im Jahre 1914 gemessenen schlesischen Grundlinie bei Wohlau sowie nachträglich auch noch die 1908 gemessene Grundlinie bei Berlin gerechnet worden. Die dabei erzielten befriedigenden Ergebnisse gaben Veranlassung, denselben Mittelwert auch bei der Berechnung der Münchner Vergleichsgrundlinie zu verwenden[1]).

Der Beitrag der Stangenlängen zu einer Strecke von n Lagen wird durch den Ausdruck dargestellt:

$$4\,n\,l - m\,\Sigma\,(a - 1{,}4) - \varrho\,\Sigma\,(a - 1{,}4)^2 + h \cdot \Sigma\,a.$$

[1]) Zur Zeit der Berechnung waren die Ergebnisse erneuter Bestimmungen der Besselkonstanten durch das Preußische Geodätische Institut in Potsdam sowie die in der Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1926, Heft 3 und 4 veröffentlichten Untersuchungen von Katasterlandmesser Hadert nicht bekannt.

Setzt man zur Abkürzung der Schreibweise $\Sigma(a - 1{,}4) = \mathfrak{A}$; $\Sigma a = \mathfrak{B}$ und mit genügender Annäherung

$$^{*}\Sigma(a - 1{,}4)^2 = \frac{1}{n}\mathfrak{A}^2,$$

so geht der Ausdruck über in

$$4nl - \mathfrak{A}m - \frac{1}{n}\mathfrak{A}^2 \cdot \varrho + \mathfrak{B}h.$$

(*Zeigten die Ablesungen (a) am Metallthermometer innerhalb einer Strecke größere Sprünge, so wurde das Glied $\Sigma(a - 1{,}4)^2$ scharf berechnet.) Nach der vorstehenden Formel erfolgte die Berechnung des Beitrages der Stangenlängen zur Länge der Vergleichsgrundlinie in dem vorgeschriebenen Formblatte.

Bemerkung: Da der Koeffizient h für das dynamische Temperaturglied sich im Jahre 1880 positiv, im Jahre 1914 negativ ergeben hat, wurde der Versuch gemacht, aus den Unterschieden der Hin- und Rückmessung einer jeden Teilstrecke die von der Temperatur abhängigen Konstanten herzuleiten. Eine zuverlässige Bestimmung der Koeffizienten war jedoch nicht zu erwarten, weil der Unterschied der Durchschnittstemperaturen bei der Hin- und Rückmessung der Gesamtstrecke nur 1° Celsius bezifferte. Aus gleichem Grunde mußte insbesondere auf die Ermittlung des Koeffizienten ϱ des quadratischen Temperaturgliedes von vornherein verzichtet werden.

Die Herleitung führte zu der Temperaturgleichung als Mittelwert für alle 4 Meßstangen:

$$L = 3898{,}4346 - 1{,}2577\,(a - 1{,}4) + 0{,}0820\,a.$$

Bei Anwendung dieser Gleichung wird die aus den Konstanten vom Jahre 1914 berechnete Länge der Vergleichsgrundlinie um 2,27 mm kürzer und der Unterschied zwischen Hin- und Rückmessung beziffert statt 3 mm nur noch 1,83 mm. Wegen der geringfügigen Längenänderung und in Anbetracht der unsicheren Bestimmung der Koeffizienten wurde von dem Ergebnisse der Untersuchung kein Gebrauch gemacht.

Zu 3.

Der Zwischenraum zwischen der vorderen Schneide der zurückliegenden Stange und der hinteren Schneide der nächstfolgenden

Stange wurde von je zwei Beobachterpaaren unabhängig voneinander mit den freihändig eingelegten Glaskeilen Nr. 1 und 3 gemessen. Dabei war vereinbart, daß die zu buchenden Ablesungen auf $^1/_{100}$ Doppelmillimeter übereinstimmen sollen; andernfalls hatte der Protokollführer die Wiederholung des Keillegens und der Ablesungen zu veranlassen. Der Einfluß der Keildruckwirkung blieb außer Ansatz, weil es an geeigneten Mitteln fehlte, die Größe der Druckwirkung für jedes Ableserpaar und für jede Stange nach beendeter Messung festzustellen.

Zu 4.

Die Neigung jeder Besselstange gegen die wagrechte Lage während der Messung wird durch eine über der Meßstange angebrachte Libelle (Niveau) mit Schraubentrommel bestimmt.

Bezeichnen: q die durch eine ganze Umdrehung der Niveauschraube bewirkte Änderung des Höhenunterschiedes der beiden Stangenenden,

S die Niveauangabe bei horizontaler Lage der Meßstange,

s die Niveauangabe bei geneigter Lage der Meßstange,

so wird die Zurückführung der schiefen Stangenlänge auf die wagrechte erhalten aus:

$$d_l = -\frac{q^2 \cdot (s - S)^2}{2\,(l + n)}$$

Die normale Stangenlänge $l = 3902$ mm; $n = 3{,}4$ mm als angenommenes mittleres Intervall.

Die Bestimmung der „q“ Werte der 4 Meßstangen erfolgte vor und nach beendeter Grundlinienmessung durch besondere Beobachtungen mit einem Nivellierinstrumente. Jede Meßstange wurde dabei unter Ausnützung der ganzen Hubhöhe der Schraube in 5 verschieden geneigte Lagen gebracht und die Ergebnisse der Beobachtung einer Ausgleichung unterzogen, aus der folgende Werte hervorgingen:

für Stange I $q_{I} = 24{,}078$
für Stange II $q_{II} = 23{,}927$
für Stange III $q_{III} = 24{,}074$
für Stange IV $q_{IV} = 24{,}096$.

Diese Werte konnten unbedenklich für die Dauer der Grundlinienmessung als konstant betrachtet werden. Dagegen erfahren die Trommelangaben S bei horizontaler Lage durch das Verziehen der Schutzkästen der Meßstangen und andere nicht erfaßbare Einflüsse fortwährende Änderungen, so daß die „S“ Werte für jede gemessene Teilstrecke ermittelt werden müssen. Demgemäß wurden vor Beginn jeder Tagesarbeit und nach Schluß derselben durch besondere Beobachtungen vorläufige Werte für S bestimmt. Durch geometrisches Einwägen im Hin- und Rückgange war der Höhenunterschied zwischen den aufeinanderfolgenden Festlegungen der Vergleichsgrundlinie sicher gegeben. Dieser Höhenunterschied läßt sich aus der Summe der mit den vorläufigen S Werten errechneten Stangenneigungen ebenfalls ermitteln, und die Vergleichung beider führt zu Fehlergleichungen, mit deren Hilfe im Ausgleichungsverfahren die „S“ Werte so verbessert werden, daß die aufgetretenen Widersprüche tunlichst verschwinden. Die für jede Stange und für jede Teilstrecke gültigen „S“ Werte wurden in chronologischer Folge in einer Tabelle zusammengestellt und bei der Berechnung der Niveaureduktion entsprechend verwertet.

Die endgültigen „S“ Werte schwanken zwischen:

bei Stange I 9,142 und 9,159
bei Stange II 9,806 und 9,855
bei Stange III 8,922 und 8,960
bei Stange IV 10,121 und 10,133

Die gesamte Neigungsreduktion bezifferte bei der Hinmessung — 27,192 mm, bei der Rückmessung — 31,787 mm.

Zu 5.

Zur Festlegung der geraden Meßrichtung waren fünf Galgen errichtet worden, von denen aus mit einem großen Theodolite die Einhaltung des Alignements beim Legen der Meßstangen überwacht

und kleine Abweichungen aus der Geraden gemessen wurden. Die Gesamtreduktion auf die gerade Linie betrug bei der Hinmessung — 0,466 mm, bei der Rückmessung — 0,277 mm.

Zu 6.

Um die Entfernung des Anfangs- und Endpunkts sowie der Zwischenpunkte der Vergleichsgrundlinie von der hinteren Schneide der über sie hinweggeführten Besselstange zu bestimmen, wurde bei der Überschreitung einer Festlegung die entsprechende Stange nach der Buchung der Ablesungen beiseite gestellt und durch eine Holzstange mit besonderen Meßeinrichtungen ersetzt. Eine ungefähr lotrecht über der Festlegung in die Holzstange eingesteckte feine Nadel bezeichnete den vorläufigen Lotpunkt. Der Abstand der Nadel von der Festlegung wurde von zwei beiderseits rechtwinklig zur Basislinie abgesteckten Lotständen aus von zwei Beobachtern gleichzeitig mit großen Theodoliten gemessen.

Auszug aus den Berechnungsheften (Formblatt 8).

$l = 3898{,}4346$ m legal; $m = 1{,}2162$; $\varrho = 0{,}0442$; $h = -0{,}0352$;

1. Hinmessung (H) von Süd nach Nord (Gefälle).

Strecke	Stangenlängen				Reduktionen				Streckenlänge in Messungshöhe	Mittelwert in legalen Metern
	$4\,n\,l$	$-\mathfrak{A}\,m$	$-\frac{1}{n}\mathfrak{A}^2\cdot\varrho$	$+\mathfrak{B}\,h$	Intervall I.	Neigung N.	Alignement A.	Festlegungs-Stange F.		
I.	311 874,768	− 6,077	− 0,017	− 0,134	+ 291,512	− 6,464	− 0,137	− 31,844	312 121,607	312,12217
II.	311 874,768	− 4,189	− 0,011	+ 0,200	+ 292,452	− 8,087	− 0,116	− 392,245	311 762,772	311,76328
III.	311 874,768	+ 6,752	− 0,019	+ 0,148	+ 273,478	− 5,599	− 0,109	− 113,229	312 036,190	312,03706
IV.	311 874,768	− 21,128	− 0,181	+ 0,172	+ 272,260	− 7,762	− 0,105	− 251,108	311 866,916	311,86647
Σ	1247 499,072	− 24,642	− 0,228	+ 0,986	+ 1129,702	− 27,912	− 0,467	− 788,426	1247 787,485	**1247,78898** m

2. Rückmessung (Z) von Nord nach Süd (Steigung).

										$\Delta =$ H − Z	$p\cdot\Delta\Delta$
										mm	
I.	311 874,768	+ 2,319	− 0,002	+ 0,146	+ 271,854	− 8,940	− 0,061	− 17,355	312 122,729	− 1,12	1,2544
II.	311 874,768	− 18,498	− 0,137	+ 0,198	+ 293,972	− 9,086	− 0,069	− 377,356	311 763,792	− 1,02	1,0404
III.	311 874,768	− 29,648	− 0,343	+ 0,146	+ 264,372	− 5,835	− 0,078	− 65,456	312 037,926	− 1,74	3,0276
IV.	311 874,768	+ 10,932	− 0,040	+ 0,079	+ 274,790	− 7,926	− 0,070	− 286,505	311 866,028	+ 0,89	0,7921
Σ	1247 499,072	− 34,895	− 0,522	+ 0,569	+ 1104,988	− 31,787	− 0,278	− 746,672	1247 790,475	− 2,99	6,1145 $=[p\Delta^2]$

Die 4 Teilstrecken haben das gleiche Gewicht $p = 1$.

Für die Teilstrecke als Gewichtseinheit wird der mittlere Fehler einer einmaligen Messung (20 Lagen = 312 m):

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{2 \cdot n}} = \sqrt{\frac{6{,}1145}{2 \cdot 4}} = \pm\, 0{,}87 \text{ mm};$$

der mittlere Kilometerfehler einer einmaligen Messung:

$$m_k = m \cdot \sqrt{\frac{1000}{312}} = \pm\, 0{,}87 \times 1{,}8 = \pm\, 1{,}57 \text{ mm};$$

der mittlere Kilometerfehler des arithmetischen Mittels aus allen 8 Messungen:

$$\mu_k = \frac{1.57}{\sqrt{2}} = \pm\, 1{,}11 \text{ mm};$$

der mittlere Fehler der Vergleichsgrundlinie

$$m_g = \mu_k \cdot \sqrt{\frac{1247{,}8}{1000}} = \pm\, 1{,}24 \text{ mm}.$$

Vergleichsgrundlinie in Messungshöhe:

$G = 1247{,}78898$ m $\pm$ 1,24 mm in legalen Metern

Eichungsmaß für die Drähte

= **1247,80563** m $\pm$ **1,24** mm im gesetzlichen Metermaß.

Genauigkeit 1 : 1 000 000 der Länge.

Die erzielte innere Genauigkeit von 1 : 1 000 000 der Länge steht völlig im Einklange mit den bei vorangegangenen Besselmessungen gemachten Erfahrungen, wonach von vornherein ein mittlerer Kilometerfehler von 1 mm erwartet werden durfte. Wie nahe das Endergebnis der Längenmessung der Wahrheit kommt, bleibt dahingestellt. Zunächst lassen die überwiegend negativen Vorzeichen der Unterschiede zwischen Hin- und Rückmessung in den Längen der 4 Teilstrecken auf das Vorhandensein systematischer Fehler schließen, deren Hauptursache im vorliegenden Falle neben der Temperatureinwirkung wohl in der Messung der Intervalle mit frei eingelegten Meßkeilen zu suchen ist. Die mehrfachen im Laufe der Jahre von der Trigonometrischen Abteilung der Preußischen Landesaufnahme vorgenommenen Eichungen der Besselstangen im Zusammenhalte mit gleichgerichteten Unter-

suchungen des Preuß. Geodätischen Instituts und der Normaleichungskommission haben gezeigt, wie schwierig es ist, die Länge der einzelnen Meßstangen zutreffend und einwandfrei zu bestimmen. Die thermischen Einwirkungen im Augenblicke der Verwendung der Stangen lassen sich nicht mit Sicherheit erfassen und in eine Formel kleiden, die den Temperatureinfluß zuverlässig berücksichtigt. Bei der Genauigkeitsbeurteilung wäre weiterhin der mittlere Fehler des Normalmaßes (Doppeltoise Baumann Nr. 9 und 10), der mittlere Fehler der Vergleichung des Normalmaßes mit jeder Besselstange, die Wirkung des Keildruckes beim Einlegen der Glaskeile und der Einfluß der Meßrichtung (Steigung und Gefälle) zu berücksichtigen gewesen.

Veranschlagt man die Zusammenwirkung aller der vorgenannten Fehlerquellen unter Zurechnung der thermischen Längenfehler, soweit sie nicht durch die angewendete Temperaturgleichung erfaßt worden sind, auf $\pm 20\,\mu$ (Mikron) für die Besselstange, so ergibt sich für die Vergleichsgrundlinie, zu deren Messung 320 Stangen aneinander gereiht wurden, eine weitere Unsicherheit der Länge von

$$320 \times 20 = 6400\,\mu = \pm 6{,}4 \text{ mm}.$$

Man wird daher der Wahrheit ziemlich nahe kommen, wenn man die Unsicherheit der Längenbestimmung der Vergleichsgrundlinie auf $\pm$ 1 cm bemißt.

Eine nochmalige Berechnung der Länge der Vergleichsgrundlinie mit den von General Schreiber im Jahre 1880 bestimmten Konstanten des Besselapparates lieferte den Wert

$$G = 1247{,}80005 \text{ legale Meter}$$

Der Unterschied beider Längenbestimmungen beziffert 11 mm.

II. Die Messung der Standlinie im Jahre 1921 mit dem Jaederinapparate der Preuss. Landesaufnahme.

Die Einrichtung des Meßapparats darf als bekannt vorausgesetzt werden. Zu der Ausrüstung gehören die 24 m langen und 1,65 mm dicken (Nickelstahl-)Invardrähte Nr. 36, 37 und 38, die bei der Messung verwendet wurden.

a) Die Eichung der Invardrähte.

Die Eichung wurde auf der Vergleichsgrundlinie in der Zeit vom 21. bis 23. April 1921 unmittelbar vor der Standlinienmessung vorgenommen und am 6. mit 9. Mai nach Beendigung der Standlinienmessung wiederholt. Der zweiten Eichung ist ein höheres Gewicht zuzuerkennen als der ersten, weil nunmehr das Personal mit der Handhabung des Apparates völlig vertraut war und die Schulung während der Standlinienmessung voll zur Auswirkung kam. Das höhere Gewicht wurde dadurch zum Ausdrucke gebracht, daß auch die Bessellängen der Teilstrecken der Vergleichsgrundlinie zur Bestimmung der Drahtlängen herangezogen wurden.

Als Beispiel diene die Längenbestimmung des Drahtes Nr. 37.

	$l_0 + d_l$	p	$p \cdot d_l$	v	v^2	pv^2
	internat. Meter					
I. Eichung auf der Gesamtstrecke	24 000 + 0,271	4	1,084	+ 12	144	576
II. Eichung auf der Gesamtstrecke	+ 0,290	4	1,160	− 7	49	196
II. Eichung auf der Teilstrecke I	+ 0,229	1	0,229	+ 54	2 916	2 916
II. Eichung auf der Teilstrecke II	+ 0,283	1	0,283	0	0	0
II. Eichung auf der Teilstrecke III	+ 0,363	1	0,363	− 80	6 400	6 400
II. Eichung auf der Teilstrecke IV	+ 0,282	1	0,282	+ 1	1	1
	$[p]$ =	12	3,401:12 = 0,283		$[pv^2]$ =	10089

Mittel = 24 000,283.

Mittlerer Fehler des arithmetischen Mittels

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[pvv]}{(n-1)[p]}} = \sqrt{\frac{10089}{5 \cdot 12}} = \pm 0{,}013 \text{ mm.}$$

Eichungswerte im gesetzlichen Metermaß bei 15°Celsius und 10 kg Spannung:

Draht Nr. 36 . . . l_{36} = 24,001 405 ± 0,016 mm
Draht Nr. 37 . . . l_{37} = 24,000 283 ± 0,013 mm
Draht Nr. 38 . . . l_{38} = 24,001 197 ± 0,016 mm

Die erhaltenen Eichungswerte stimmen mit den Ergebnissen früherer Eichungen, wie die nachfolgende Zusammenstellung zeigt, überein.

	Eichungsort und eichende Stelle	Eichzeit	Draht Nr. 36	Draht Nr. 37	Draht Nr. 38	Bemerkung
			24 000 +			
1.	Bureau international des poids et mesures in Sèvres bei Paris	März 1905	+ 1,08	— 0,03	+ 0,74	geeicht auf der Mauerbasis des Bureau
2.	Normaleichungskommission	Juni 1908	+ 1,19	+ 0,02	+ 0,90	geeicht auf dem Bandmaßkomparator der Kommission
		Sept.	+ 1,24	+ 0,04	+ 1,00	
3.	Bureau international des poids et mesures in Sèvres bei Paris	März 1912	+ 1,25	+ 0,10	+ 1,03	geeicht auf der Mauerbasis des Bureau
4.	Geodätisches Institut in Potsdam	Juni 1917	+ 1,50	+ 0,32	+ 1,18	geeicht auf der Potsdamer Versuchsbasis von 240 m Länge für die Basismessung in Brest-Litowsk, Russ.-Polen
		Juli	+ 1,58	+ 0,34	+ 1,15	
5.	Geodätisches Institut in Potsdam	Sept. 1917	+ 1,50	+ 0,26	+ 1,08	geeicht wie vor, für die Basismessung in Sedan
		April 1918	+ 1,49	+ 0,30	+ 1,13	für die Basismessung in Josefstadt
6.	B. Landesvermessungsamt	April 1921	+ 1,40$_5$	+ 0,28	+ 1,20	auf der Milbertshofener Vergleichsgrundlinie für die Standlinienmessung Dachau—Schleißheim
		Mai				

Die Eichungsergebnisse weisen eine allmähliche Zunahme der Drahtlängen nach, anscheinend hervorgerufen durch die Spannung während des Gebrauchs. Die Münchner Bestimmung der Drahtlängen läßt zugleich erkennen, daß die Länge der Vergleichsgrundlinie richtig ermittelt wurde und daß die dazu verwendeten Besselkonstanten wohl im allgemeinen zutreffend waren.

I. Eichung vor der Standlinienmessung	II. Eichung nach der Standlinienmessung	Änderung	Mittlerer Fehler der Längenbestimmung
Draht Nr. 36 ... 24,001430	24,001400	— 0,030 mm	± 0,016
Draht Nr. 37 ... 24,000271	24,000290	+ 0,020 mm	± 0,013
Draht Nr. 38 ... 24,001173	24,001209	+ 0,036 mm	± 0,016

Die Unterschiede in den Drahtlängen vor und nach der Standlinienmessung entsprechen den mittleren Fehlern der Längenbestimmung, so daß angenommen werden darf, daß sich die Drahtlängen während des ganzen Messungsvorganges nicht geändert haben.

b) Die Ausführung der Drahtmessung.

Obwohl nach dem eingeholten Gutachten der Geognostischen Abteilung des Oberbergamts München die geologische Beschaffenheit des Untergrundes keine sichere Gewähr für die unveränderte Erhaltung der unterirdischen Versicherungsmarken bietet, waren die Vorteile, welche die 8 km lange vollständig gerade und eben verlaufende Staatsstraße Schleißheim - Dachau als Meßbahn gewährte, groß genug, um etwaige Bedenken gegen ihre Benutzung zurücktreten zu lassen. Der Standlinie konnte eine Länge von 6288 m = 262 Drahtlagen gegeben werden. Um Einblick in die Fortpflanzung der Messungsfehler zu gewinnen und gleichzeitig der Messung enger begrenzte Abschnitte zuzuweisen, die den Abbruch und die Wiederaufnahme der Messung an festen Punkten ermöglichten, wurde die Gesamtlinie durch 4 Zwischenpunkte in 5 Teilstrecken zerlegt, von denen die erste und letze je 53, die 3 mittleren je 52 Drahtlagen zählen. Die Versicherung der End- und Zwischenpunkte geschah in gleicher Weise wie bei der Vergleichsgrundlinie (vgl. S. 6).

Die Messung wurde im allgemeinen nach der von der Trigon. Abteilung der Preußischen Landesaufnahme aufgestellten Anweisung für die Drahtmessung vorgenommen. Abweichend von dieser Vorschrift hat jedoch die Vermessungsleitung angeordnet, daß jeder Draht im Hin- und Rückgange für sich durch die Bahn zu führen sei, wobei jedesmal die Stative mit den Meßmarken neu aufgestellt und einnivelliert werden müssen. Dadurch wurden 6 voneinander völlig unabhängige Messungen erhalten, die von systematischen Fehlern weniger beeinflußt sind als die Ergebnisse von hintereinander bei gleicher Stativstellung ausgeführter Drahtmessungen. Die umständliche und schwerfällige Auflotung der Festlegungen mit dem Theodolite wurde durch Verwendung von zwei Lotstäben umgangen. Diese Stäbe konnten mittelst zweier großen senkrecht gekreuzten Libellen sorgfältig lotrecht gestellt werden. Außerdem

sind die Meßmarken der Stäbe in zwei um 180° verschiedenen Stellungen abgelesen worden. Den Beobachtern wurde die größte Gewissenhaftigkeit bei der Handhabung des Apparates zur Pflicht gemacht und insbesondere eingeschärft, daß die Ablesungen erst erfolgen dürfen, wenn die Drähte in die richtige Lage über der Marke gebracht und die Spanngewichte völlig zur Ruhe gekommen waren. Durch sachgemäßen Wechsel der Beobachter wurde der Einfluß der persönlichen Gleichung tunlichst unschädlich gemacht.

Die Drahtmessung begann am 25. April 1921 am Anfangspunkt „Ost" bei Schleißheim mit dem Drahte Nr. 36. Die Hin- und Rückmessung erforderte für jeden Draht 3 Arbeitstage, so daß am 4. Mai die Messung vollendet war. Insgesamt waren 30 Personen, darunter 11 höhere Beamte, 69 Stunden tätig. Die gemessene Gesamtstrecke bezifferte 37,8 km, die durchschnittliche Stundenleistung 545 m, die Höchstleistung 680 m. Im Vergleich zur Besselmessung wurde sonach mit dem halben Personalaufwande die dreifache Meßgeschwindigkeit erzielt.

c) Zusammenstellung der Messungsergebnisse und Berechnung der inneren Genauigkeit aus den Unterschieden der Hin- und Rückmessung.

n	Festlegungen	Draht Nr 36		Draht Nr. 37		Draht Nr. 38		Mittelwerte der Längen, gemessen mit		
		Δ = H − Z	$\Delta^2 : s_{km}$	Δ = H − Z	$\Delta^2 : s_{km}$	Δ = H − Z	$\Delta^2 : s_{km}$	Draht 36	37	38
1	Basis Ost bis I	+ 0,33	0,0855	− 0,23	0,0415	− 0,44	0,1521	1273,18352	,18201	,18248
2	I — II	− 0,58	0,2693	− 0,31	0,0769	+ 0,92	0,6776	1249,19745	,19622	,19645
3	II — III	+ 0,46	0,1694	+ 1,24	1,2309	+ 0,90	0,6484	1249,28397	,28216	,28210
4	III — IV	+ 0,03	0,0007	− 0,02	0,0003	+ 0,44	0,1550	1249,13145	,12821	,13023
5	IVb.Bas.West	− 0.47	0,1735	+ 0,36	0,1018	+ 1,35	1,4314	1273,18760	,18420	,18435
		+ 0,82 − 1,05	0,6984	+ 1,60 − 0,56	1,4514	+ 3,61 − 0,44	3,0645	6293,9840	,9728	,9756

Aus den Widersprüchen Δ der Hin- und Rückmessung für jeden Draht und den Formeln:

$$m_k = \pm \sqrt{\frac{1}{2n} \cdot \left[\frac{\Delta^2}{s}\right]}; \quad \mu_k = \frac{m_k}{\sqrt{2}}$$

werden erhalten:

Der mittlere Fehler der einmaligen Messung einer Einkilometerstrecke m_k

	Draht Nr. 36	Nr. 37	Nr. 38
$m_k =$	± 0,26 mm	± 0,38 mm	± 0,55 mm

Der mittlere Fehler der Doppelmessung einer Einkilometerstrecke μ_k

$\mu_k =$	± 0,19 mm	± 0,27 mm	± 0,39 mm

Der mittlere Fehler der im Hin- und Rückgange gemessenen Standlinie M

$M =$	± 0.47 mm	± 0,68 mm	+ 0,98 mm

Gemessen	L	M	$p = \frac{1}{M^2}$	$l = L - L'$	$p \cdot l$	$v = L_m - L$	vv	pvv
m.DrahtNr.36...	6293,9840	± 0,47	4,55	+ 14,0	63,70	− 4,28	18,32	83,27
m.DrahtNr.37...	6293,9728	± 0,68	2,19	+ 2,8	6,13	+ 6,92	47,89	104,79
m.DrahtNr.38...	6293,9756	± 0,98	1,04	+ 5,6	5,82	+ 4,12	16,97	17,65
Annahme $L' =$	6293,9700		$[p] = 7,78$		75,65			$[pvv] = 205,71$

Mittelwert $L_m = 6293,97972$
Reduktion auf die Gerade $\quad - \quad 332$

Mittlerer Fehler des Mittelwertes

$$\mathfrak{M} = \pm \sqrt{\frac{[pvv]}{(n-1)[p]}} = \sqrt{\frac{205,71}{2 \cdot 7,78}} = \pm 3,6 \text{ mm}.$$

Standlinie in Messungshöhe

$$L = 6293,9764 \pm 3,6 \text{ mm}$$

im gesetzlichen Metermaß. Sieht man von den mittleren Fehlern jeder einzelnen Längenbestimmung ab und betrachtet die Ergebnisse der 3 Doppelmessungen als gleichwertig, so wird nach Berücksichtigung der Reduktion auf die gerade Verbindungslinie des Anfangs- und Endpunkts der Standlinie die Länge in Messungshöhe:

$$L = \mathbf{6293,97415 \pm 3,4 \text{ mm}}$$

im gesetzlichen Metermaß.

Bei der Berechnung der inneren Genauigkeit der Messung wurde vorausgesetzt, daß den Unterschieden der Messungsergeb-

nisse im Hin- und Rückgange der Charakter zufälliger Fehler zukommt, was im Hinblick auf das Überwiegen der positiven Vorzeichen wohl nicht völlig zutrifft. Auf jeden Fall zeigen die Unterschiede keine Abhängigkeit von der Temperatur, wie eine für die einzelnen Teilstrecken und für jeden Draht nach Temperaturen während der Messung geordnete Zusammenstellung der auf 15° Celsius reduzierten Messungsergebnisse ersehen ließ. Es darf deshalb angenommen werden, daß die zur Längenbestimmung verwendete Temperaturgleichung der Drähte:

$$l_t = l_0 (1 + \overbrace{0{,}338}^{\alpha} \cdot 10^{-6} \Delta t + \overbrace{0{,}00007}^{\beta} \cdot 10^{-6} \Delta t^2)$$

zutreffend war. Überdies hat ein Versuch, den Koeffizienten α des linearen Temperaturgliedes aus den Messungsunterschieden zu bestimmen, eine befriedigende Übereinstimmung mit dem vorstehenden Werte ergeben. (Zu einer Neubestimmung des quadratischen Koeffizienten β fehlten die dazu erforderlichen Voraussetzungen.)

Die erzielte gute Übereinstimmung der Hin- und Rückmessung der Standlinie ist durch die sorgfältige Handhabung des Jaederinapparats, durch gleichmäßige Witterungsverhältnisse und nicht zuletzt durch das Geschick der Beobachter herbeigeführt worden. Die Münchner Basismessung hat die Erwartungen vollkommen erfüllt und gezeigt, daß die Drahtmessung sich sehr wohl zur Längenbestimmung von Grundlinien eignet. Die Trigonometrische Abteilung des Reichsamts für Landesaufnahme, die noch im Jahre 1913 auf der 17. allgemeinen Konferenz der Internationalen Erdmessung den Jaederinapparat als untauglich zu Präzisionsmessungen bezeichnet hat, ist nunmehr auch anderer Anschauung geworden und wird künftighin zur Grundlinienmessung Invardrähte oder Invarbänder in der gleichen Weise verwenden, wie sie in München angeordnet war.

Die absolute Genauigkeit der Längenbestimmung hängt in erster Linie von der Zuverlässigkeit ab, mit der die Länge des der Eichung der Drähte dienenden Vergleichers gemessen werden kann. In dieser Hinsicht wäre es sehr zu begrüßen, wenn zur Ermittlung der Länge des Vergleichers ein Apparat in Verwendung genommen werden könnte, der in Konstruktion, Leistungsfähigkeit und leichterer Handhabung dem veralteten Besselapparat überlegen ist.

III. Das Vergrösserungsnetz.

Die trigonometrische Übertragung der gemessenen Standlinie auf die als Ausgangsseite für die Entwicklung des neuen Hauptdreiecksnetzes in Aussicht genommene Hauptseite München-Schweitenkirchen erfolgte in dem in der Anlage dargestellten Vergrößerungsnetze. Die Topographie des Geländes kam der Netzanlage sehr zu statten, so daß mit 4 günstig geformten Dreiecken eine 6fache Vergrößerung der Standlinie erreicht wurde, wobei der kleinste Netzwinkel immer noch $22^1/_2{}^0$ beziffert. Zur Signalisierung waren über den Endpunkten der Standlinie je ein 4,5 m hoher Bock und über dem Netzpunkte Deutenhausen ein 8 m hohes Gerüstsignal erforderlich. Die übrigen 3 Netzpunkte werden durch Kirchtürme gebildet, deren Schallöffnungen zur Winkelmessung eingerichtet werden konnten. Die einzige ernstliche Schwierigkeit bereitete ein Hochwald in der Linie Aufkirchen-Schweitenkirchen, wo die gegenseitige Sicht durch einen längeren Durchhau erzwungen werden mußte.

Eine der Seiten des Vergrößerungsnetzes, die Hauptdreiecksseite der ersten Landestriangulierung München-Aufkirchen, enthält die altbayerische Grundlinie. Dadurch wurde es möglich, die Bonnesche Längenbestimmung dieser alten Grundlinie nachzuprüfen (vgl. S. 30).

Das Vergrößerungsnetz enthält 32 Winkel. Zur Konstruktion der Netzfigur sind aber nur 8 Winkel notwendig. Da jeder Winkel nach Maßgabe seiner Größe von verschiedenem Einfluß auf das Ergebnis der Übertragung ist, war zu untersuchen, welche Winkel und wie oft dieselben zu messen sind, damit die Hauptseite $\overline{MS}$ möglichst genau aus der Übertragungsrechnung erhalten wird. Die Untersuchung wurde sowohl nach dem von General Schreiber bei dem Göttinger Basisvergrößerungsnetz angewendeten Verfahren (Zeitschr. f. Vermessungswesen, Jahrgang 1882, S. 129) als auch nach der von Geheimrat Professor Dr. L. Krüger angegebenen Methode (Über die Bestimmung der Winkelgewichte in Basisnetzen, Veröffentlichung des Pr. Geodätischen Instituts in Potsdam, Neue Folge Nr. 81, Berlin 1920) durchgeführt. Schließlich wurde das Ergebnis der Untersuchung noch nach folgendem, von Ge-

heimrat Professor Dr. S. Finsterwalder angegebenen Verfahren nachgeprüft und das Ergebnis dieser Nachprüfung in der weiteren Folge verwertet.

Für die zur Übertragung erforderlichen 8 Winkel seien angenommene Näherungswerte mit I, II, III u. s. f. und ihre Verbesserungen entsprechend mit (I), (II), (III) u. s. f. bezeichnet.

Die logarithmische Übertragungsfunktion wird alsdann durch den Ausdruck dargestellt:

$$\lg \frac{\overline{MS}}{L_0} = U_0 + a_1 \cdot (\mathrm{I}) + a_2 (\mathrm{II}) + \cdots + a_8 (\mathrm{VIII}).$$

Würde man jedem der 8 Winkel das für die Triangulierung I. Ordnung übliche Gewicht = 24 beilegen, so wären $8 \times 24 = 192$ Sätze zu messen. Der dazu notwendige Arbeitsaufwand soll beibehalten, aber eine zweckdienlichere Gewichtsverteilung vorgenommen werden.

1. Bedingung:

$$p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_8 = 192 \qquad \ldots . \text{Gl. (1)}$$

Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetze wird das mittlere Fehlerquadrat M^2 der Übertragungsfunktion:

$$M^2 = a_1^2 \cdot \frac{m_1^2}{p_1} + a_2^2 \cdot \frac{m_2^2}{p_2} + \cdots + a_8^2 \cdot \frac{m_8^2}{p_8}.$$

Setzt man $M^2 = \lambda (p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_8)$, so wird:

$$\begin{array}{l} a_1^2 \cdot m_1^2 \cdot p_1^{-1} = \lambda p_1 \\ a_2^2 \cdot m_2^2 \cdot p_2^{-1} = \lambda p_2 \\ \quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \\ \hline \sum_{\text{links}} = \sum_{\text{rechts}} = M^2 \end{array}$$

2. Bedingung:

Das Gewicht der Übertragungsfunktion $P = \frac{1}{M^2}$ wird ein Maximum, wenn M^2 tunlichst klein wird, daher

$$\left.\begin{array}{lll} -\frac{a_1^2 \cdot m_1^2}{p_1^2} dp_1 = \lambda dp_1 = 0 & \text{oder} & \lambda \cdot p_1^2 = -a_1^2 \cdot m_1^2; \; p_1 = -\frac{a_1 \cdot m_1}{\sqrt{\lambda}}. \\ -\frac{a_2^2 \cdot m_2^2}{p_2^2} dp_2 = \lambda dp_2 = 0 & & \lambda \cdot p_2^2 = -a_2^2 \cdot m_2^2; \; p_2 = -\frac{a_2 \cdot m_2}{\sqrt{\lambda}}. \\ \vdots \qquad \vdots & & \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \end{array}\right\} \text{Gl. (2)}$$

Damit die Gewichte positiv werden, ist der entsprechende Wurzelwert von λ zu nehmen. Die Koeffiizienten a sind demgemäß mit ihrem absoluten Wert (a_{ca}) in die Rechnung einzustellen.

Setzt man voraus, daß allen Winkeln der gleiche mittlere Fehler zukommt, so ist der Faktor $\frac{m}{\sqrt{\lambda}}$ gemeinschaftlich, und nach Gl. (1) wird

$$\frac{m}{\sqrt{\lambda}}(a_1 + a_2 + \cdots + a_8) = \frac{m}{\sqrt{\lambda}} \cdot [a_{ca}] = [p] = 192.$$

Sonach

$$\sqrt{\lambda} = \frac{m\,[a_{ca}]}{192}.$$

Mit diesem Werte gehen die Gl. (2) über in

$$p_1 = \frac{a_1 \cdot m_1 \cdot 192}{m\,[a_{ca}]}; \quad p_2 = \frac{a_2 \cdot m_2 \cdot 192}{m\,[a_{ca}]} \text{ u. s. f.}$$

Für die Gewichtseinheit $m = \pm 1''$ wird

$$p_1 = a_1 \cdot \frac{192}{[a_{ca}]}; \quad p_2 = a_2 \cdot \frac{192}{[a_{ca}]} \text{ u. s. f.}$$

$$M^2 = \frac{a_1^2\,[a_{ca}]}{a_1 \cdot 192} + \frac{a_2^2\,[a_{ca}]}{a_2 \cdot 192} + \cdots + \frac{a_8^2\,[a_{ca}]}{a_8 \cdot 192}.$$

$$M = \pm \frac{[a_{ca}]}{\sqrt{192}}.$$

Unter Würdigung der lokalen Verhältnisse der Beobachtungsstationen und auf Grund zweckmäßiger Überlegungen wurde die Übertragungsfunktion gewählt und mit Näherungswerten der Winkel die Hauptseite $\overline{MS}$ unter der Voraussetzung berechnet, daß die Länge L_0 der Standlinie die Maßeinheit bildet. Die Berechnung führte zu der logarithmischen Funktionsgleichung:

$$\lg \frac{\overline{MS}}{L_0} = 0{,}81264020 -$$

$$- \overset{a_1}{38{,}4}\,(\mathrm{I}) + \overset{a_2}{151{,}1}\,(\mathrm{II}) + \overset{a_3}{45{,}6}\,(\mathrm{III}) - \overset{a_4}{390{,}9}\,(\mathrm{IV})$$

$$+ \overset{a_5}{106{,}2}\,(\mathrm{V}) + \overset{a_6}{105{,}5}\,(\mathrm{VI}) - \overset{a_7}{213{,}5}\,(\mathrm{VII}) - \overset{a_8}{110{,}5}\,(\mathrm{VIII}).$$

Winkel	a	a^2	p	p'
I = 8—7	38,4	1475	6	8
II = 3—1	151,1	22831	25	31
III = 3—2	45,6	2079	7	9
IV = 13—12	390,9	152803	65	59
V = 16—12	106,2	11278	18	22
VI = 19—17	105,5	11130	17	23
VII = 18—17	213,5	45582	36	21
VIII = 21—20	110,5	12210	18	23
Σ =	1161,7	259388	192	196

Unter p' sind die Wiederholungszahlen aufgeführt, die sich aus den Untersuchungen nach dem Schreiberschen und Krügerschen Verfahren übereinstimmend ergeben.

Für die Gewichtseinheit wird der mittlere Fehler M der Übertragungsfunktion

$$M = \pm \frac{1161{,}7}{\sqrt{192}} = \pm 83{,}8 \cdot 10^{-8}$$
$$= \pm 0{,}079 \text{ m.}$$

Wären alle Winkel gleich oft und zwar 24 mal gemessen worden, so würde erhalten werden:

$$M' = \pm \frac{259388}{24} = \pm 104{,}0 \cdot 10^{-8}$$
$$= \pm 0{,}098 \text{ m.}$$

Der verhältnismäßig geringe Genauigkeitsgewinn, der durch die Gewichtsverteilung erzielt wird, ist nur eine Folge der günstigen Anordnung des Vergrößerungsnetzes, in welchem eine ganze Anzahl Seiten und Winkel nahezu gleich groß sind und kein Winkel vorkommt, der kleiner als 22 Grad ist. Bei dieser Sachlage brauchte sich der Beobachtungsplan nicht streng an die errechneten Winkelgewichte zu halten. Der durch Minderung der großen Wiederholungszahlen gewonnene Arbeitsaufwand wurde zur Beobachtung von weiteren 4 Netzwinkeln verwendet, die zur Bildung der Winkelsummen der einzelnen Netzfiguren notwendig waren. Derartige Zusammenstellungen sind für die Beurteilung der erzielten Messungsgenauigkeit von Wert und lassen gröbere Fehler sofort erkennen. Weiterhin wurde bei der Aufstellung des

Beobachtungsplanes beachtet, daß kein Winkel unter 4 Sätzen gemessen werden soll und daß zur Erleichterung der Teilkreisverstellung die Wiederholungszahl restlos in 180 Grad enthalten ist.

Beobachtungsplan.

	Instrumentenstand	Winkel	Zahl d. Sätze	Näherungswerte	Bemerkung
1.	*W* Standlinie West, Bock 60 cm südlich der Festlegung	1 · 3 = II 2 · 3 = III	36 6	90° 03′ 37″ 50° 39′ 27″	Winkelmessung
2	*O* Standlinie Ost, Bock lotrecht über der Festlegung	4 · 5 5 · 6	4 4		Richtungsmessungen
3.	*D* Deutenhausen, Gerüstsignal seitwärts des Versicherungssteines Günzenhausen 1 ▷⊙	7 · 8 = I 9 · 10 10 · 7	10 4 4	28° 34′ 23″	Kombinationswinkelmessung
4.	*M* München, nördlicher Frauenturm, Beobachtungspfeiler im Nordfenster des Turmzimmers	12 · 13 = IV 12 · 16 = V	40 12	22° 16′ 22″ 82° 54′ 56″	Winkelmessung
5.	*A* Aufkirchen, Laternturm, Beobachtungspfeiler im westlichen Schallfenster der Glockenstube	17 · 18 = VII 17 · 19 = VI	30 12	44° 42′ 22″ 90° 18′ 52″	Winkelmessung
6.	*S* Schweitenkirchen, Laternturm, Beobachtungspfeiler im südlichen Schallfenster der Glockenstube	20 · 21 = VIII	30	41° 06′ 50″	Winkelmessung
	Summe	12 Winkel	192		

Ausgeglichene Richtungen in den Standortmittelpunkten.

1. Standlinie West, Festlegung.

			Gemessen:
1.	Deutenhausen Gerüstsignal, Instrumentenstand .	*D*	0° 00′ 00″000
2.	Standlinie[1]) Ost, Festlegung	*O*	39° 29′ 10″215
3.	München nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte	*M*	90° 08′ 37″485

2. Standlinie Ost, Festlegung.

4.	München nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte	*M*	0° 00′ 00″000
5.	Standlinie[1]) West, Festlegung	*W*	107° 04′ 12″082
6.	Deutenhausen Gerüstsignal, Instrumentenstand .	*D*	219° 00′ 36″787

3. Deutenhausen Gerüstsignal, Instrumentenstand.

7.	Standlinie Ost, Festlegung	*O*	0° 00′ 00″000
8.	Standlinie West, Festlegung	*W*	28° 34′ 23″538
9.	Schweitenkirchen Laternturm, Helmstangenmitte	*S*	156° 03′ 36″713
10.	Aufkirchen Laternturm, Helmstangenmitte . .	*A*	246° 20′ 19″684
	Aufkirchen Basispyramide, Versicherungsmarke	*P*	247° 08′ 11″632
11.	München nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte	*M*	336° 13′ 15″291

4. München nördlicher Frauenturm, Helmstangenmitte.

12.	Standlinie West, Festlegung	*W*	0° 00′ 00″000
13.	Standlinie Ost, Festlegung	*O*	22° 16′ 22″477
16.	Aufkirchen Laternturm, Helmstangenmitte . .	*A*	82° 51′ 55″837

5. Aufkirchen Laternturm, Helmstangenmitte.

17.	München nördl. Frauenturm, Helmstangenmitte	*M*	0° 00′ 00″000
18.	Deutenhausen Gerüstsignal, Instrumentenstand .	*D*	44° 42′ 26″081
19.	Schweitenkirchen Laternturm, Helmstangenmitte	*S*	90° 18′ 53″847

6. Schweitenkirchen Laternturm, Helmstangenmitte.

20.	Aufkirchen Laternturm, Helmstangenmitte . .	*A*	0° 00′ 00″000
21.	Deutenhausen Gerüstsignal, Instrumentenstand .	*D*	44° 06′ 50″018

---

[1]) Die Richtung *OW* streicht dicht an einer langen Reihe von Alleebäumen unmittelbar unter den Baumkronen hin. Die dadurch hervorgerufene seitliche Refraktion verursachte einen verhältnismäßig großen mittleren Fehler (1″25) in den Winkeln, deren einen Schenkel die Standlinie bildet. Trotz nachträglicher 24maliger Wiederholung der Winkelmessung gelang es nicht, die Genauigkeit dieser Winkel zu steigern.

Zusammenstellung der gemessenen 8 Übertragungswinkel.

s. Seite 29

	Gemessen: μ_w	Gewicht p		aus S. 25 a	$a\mu^2$
∡ 7 · 8 = I =	28° 34′ 23″572 ± 0″644	10		38,4	15,9
1 · 3 = II =	90° 08′ 37″485 ± 0″316	36		151,1	15,1
2 · 3 = III =	50° 39′ 27″270 ± 1″25	6		45,6	71,2
12 · 13 = IV =	22° 16′ 22″477 ± 0″361	40		390,9	50,9
12 · 16 = V =	82° 54′ 55″837 ± 0″470	12		106,2	23,5
17 · 19 = VI =	90° 18′ 53″847 ± 0″756	12		105,5	60,3
17 · 18 = VII =	44° 42′ 26″081 ± 0″344	30		213,5	25,3
20 · 21 = VIII =	44° 06′ 50″018 ± 0″234	30		110,5	6,1
	[p]	= 176	[a] =	1161,7	268,3 = [$a\mu^2$]

IV. Rechnerische Übertragung der gemessenen Standlinie $\overline{OW}$ auf die Hauptdreiecksseite $\overline{MS}$ = München, nördlicher Frauenturm — Schweitenkirchen, Laternturm.

Zurückführung der Standlinie auf das Besselsche Bezugsellipsoid.

Krümmungshalbmesser R der Standlinie im Azimuth A_{WO}:

$$\lg R = 6.80544046; \quad R = 6389111{,}34 \text{ m}.$$

Mittlere Meereshöhe H der Standlinie = 481,35 m über N. N. Gemessene Länge der Standlinie L = 6293,97415 (als arithm. Mittel der gleichgewichtigen 6 Messungen (s. S. 20)).

$$L - L_0 = L\left(1 - \frac{H}{R}\right) \cdot \frac{H}{R} = \frac{H \cdot L}{R + H} = 0{,}47415 \text{ m}.$$

Standlinie auf der Bezugsfläche

L_0 = 6293,5000 ± 3,4 mm im gesetzlichen Metermass.

$$\lg L_0 = 3.79889224.$$

1. Übertragung auf die $3^1/_2$mal größere Seite München — Deutenhausen $\overline{MD} = c$.

$$c = L_0 \cdot \{3{,}18546038 - 0{,}0819(\mathrm{I}) + 0{,}0978(\mathrm{II}) + 0{,}0063(\mathrm{III}) - 0{,}2056(\mathrm{IV})\}$$
$$= (3{,}18545031 \pm 96.10^{-8}) \cdot L_0$$
$$c = 20047{,}632 \pm 6{,}0 \text{ mm}.$$

Die 2. Übertragung bewirkt eine nochmalige Verdoppelung der Länge und ergibt in logarithmischer Form:

$$\lg \frac{s_0}{L_0} = 0.81264020 - 38{,}43\,(\mathrm{I}) + 151{,}13\,(\mathrm{II}) + 45{,}56\,(\mathrm{III})$$
$$- 390{,}92\,(\mathrm{IV}) + 106{,}23\,(\mathrm{V}) + 105{,}55\,(\mathrm{VI})$$
$$- 213{,}49\,(\mathrm{VII}) - 110{,}53\,(\mathrm{VIII}).$$

$\lg s_0 = 4.61152390$; $\underline{s_0 = 40881{,}225 \text{ m}}$ im gesetzl. Metermaß.

Genauigkeitsberechnung der Hauptseite $MS = s_0$

$$M_s^2 = \frac{[a]}{[p]} \cdot (\mu_{\mathrm{I}}^2 \cdot a_{\mathrm{I}} + \mu_{\mathrm{II}}^2 \cdot a_{\mathrm{II}} + \cdots \mu_{\mathrm{VIII}}^2 \cdot a_{\mathrm{VIII}}).$$ Vgl. Tabelle S. 28.

$$M_s = \pm\sqrt{\frac{1161{,}7 \cdot 268{,}3}{176}} = \pm 42{,}3 \cdot 10^{-8} \text{ des Logarithmus}$$
$$= \pm 0{,}040 \text{ m (Triangulierungsfehler).}$$

Der mittlere Fehler der Standlinie beziffert 3,4 mm; $\frac{s_0}{L_0} = 6{,}5$; $3{,}4 \times 6{,}5 = 22{,}1$ mm.

Der mittlere Gesamtfehler der Hauptseite $= M_0 = \pm\sqrt{40^2 + 22^2}$ $= \pm 0{,}046$ m.

Hauptseite München, nördlicher Frauenturm — Schweitenkirchen, Laternturm auf der Bezugsfläche

$s_0 =$ **40881,225 ± 0,046 m** im gesetzl. (internationalen) Metermaß d. i. 1 : 1030000 der Länge.

$$\underline{\lg s_0 = 4.61152390.}$$

Die Ausgleichung des Vergrößerungsnetzes nach bedingten Beobachtungen unter Beachtung der Winkelgewichte des Beobachtungsplanes ergibt für die Länge der Hauptdreiecksseite $\overline{MS}$ bis auf 3 Einheiten der 8. Dezimalstelle des Logarithmus den gleichen Wert, der aus der unmittelbaren Übertragung der Standlinie mit den gemessenen 8 Winkeln hervorgegangen ist. Da aber bei 2 Richtungen des Netzes außerordentlich ungünstige Verhältnisse die Messung beeinflußten, wird der mittlere Fehler eines in einem Satze gemessenen Winkels zu $\pm 1''{,}94$ erhalten, woraus sich eine Unsicherheit der Hauptseite von 0,16 m, d. i. 1 : 250000 der Länge errechnet. Führt man statt der zwischen 4 und 40 schwankenden Gewichte der gemessenen Winkel ein

mittleres Gewicht $g = 8$ ein, das aus der Beziehung $\frac{1}{g} = \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{1}{p}\right]$ erhalten wird, dann mindert sich der mittlere Fehler für mittleres Gewicht auf $\pm 0''_{,}72$ und die Unsicherheit der Hauptseite $\overline{MS}$ geht auf 0,06 m zurück, ein Betrag, der den wirklichen Verhältnissen sicher näher kommt und im Einklang mit dem aus der unmittelbaren Übertragung erhaltenen Längenfehler steht.

Der mittlere Fehler des Azimuts der Standlinie $\overline{OW}$ geht aus der Ausgleichung mit $\pm 0''_{,}32$ hervor, wobei das Azimut der Hauptseite als fehlerfrei vorausgesetzt ist.

V. Nachprüfung der von Oberst Bonne im Jahre 1801 zwischen München und Aufkirchen gemessenen altbayerischen Grundlinie.

Die Maßeinheit, in welcher die Länge der Grundlinie ausgedrückt ist, bildet das mètre legale. Das von der internationalen Meterkonvention im Jahre 1875 festgesetzte internationale Meter, das durch Reichsgesetz im Deutschen Reich eingeführt wurde, ist etwas kleiner als das legale Meter und zwar ist

1 mètre legale = 1,000013355 gesetzliche Meter.

Den Logarithmen der bayerischen Dreiecksseiten müssen demnach 58 Einzelheiten der 7. Dezimalstelle des Logarithmus hinzugefügt werden um die Seitenlängen im gesetzlichen Metermaß zu erhalten.

Längenbestimmung	*MO*		*OP*		*PA*		*MA*[1])	
1. im Jahre 1801	6446,75	+	21653,80	+	396,36	=	28496,91	m legale
2. im Jahre 1873	6446,60	+	21653,96	+	396,54	=	28497,10	m legale
3. im Jahre 1921	6446,58	+	21654,53	+	396,12	=	28497,23	m legale

Zu 1. Nach der Bonneschen Berechnung vom Jahre 1801 bezifferte die Länge der Grundlinie in Meereshöhe 21653,8 legale Meter. Die trigonometrische Übertragung der Grundlinie auf die Hauptdreiecksseite $\overline{MA}$ der ersten Landestriangulierung erfolgte mit Hilfe des Kirchturmes in Dachau und ergab die vorstehend unter Ziff. 1 aufgeführten Werte.

Zu 2. Anläßlich der Bearbeitung des bayer. Hauptdreiecksnetzes in dem Werke „Die Landesvermessung in ihrer wissenschaft-

[1]) Siehe Anlage.

lichen Grundlage" hat General von Orff im Jahre 1873 die Bonnesche Längenberechnung nachgeprüft und nach Beseitigung einiger kleiner Fehler die Grundlinie zu 21653,96 legale Meter ermittelt. Zur Längenbestimmung der Hauptseite $\overline{MA}$ diente diesmal das günstiger gelegene Signal Günzenhausen und führte zu den Werten der Ziff. 2.

Zu 3. Da Fabrikgebäude die Sicht von der Basispyramide Oberföhring nach dem Gerüst in Deutenhausen (vgl. die Netzkarte) verhindern, konnte im Jahre 1921 die Bonnesche Grundlinie nur mittelbar bestimmt werden. Winkelmessungen auf der Basispyramide Aufkirchen und die Anlage einer Dreieckskette, welche die Standlinie mit der Strecke $\overline{MO}$ (München-Oberföhring) verbindet, ermöglichten die Strecken $\overline{MP}$ und $\overline{MO}$ zu berechnen, während die Seite $\overline{MA}$ aus dem Vergrößerungsnetze hervorging. Die Vergleichung der erhaltenen Streckenwerte mit den früheren Bestimmungen läßt darauf schließen, daß die Lage der Helmstange des nördlichen Frauenturms anscheinend unverändert geblieben ist, während die Helmstange der Laterne des Kirchturms in Aufkirchen durch Ausbesserungen, Winddruck und Senkung des Turmmauerwerks nicht unerhebliche Lageänderungen im Laufe der Jahre erfahren hat.

Die Bonnesche Messung der Grundlinie bleibt um 0,73 m hinter der neuzeitlichen Längenbestimmung zurück, d. i. 3,4 cm für das Kilometer Strecke. Nach der von General von Orff für die altbayerische Grundlinie ermittelten Länge beträgt der Unterschied 0,57 cm oder 2,6 cm für das Kilometer.

Vergleichende Gegenüberstellung der Beobachtungs- und Berechnungsergebnisse im Dreieck I. Ordnung

München — Schweitenkirchen — Aufkirchen

der Landestriangulierung.

1. Der im Landesvermessungsamte verwahrte Berechnungsband der Hauptdreiecke vom Jahre 1823 verzeichnet:

		Gemessen:	Verbessert	lg s im gesetzl. Metermaß	s im gesetzl. Metermaß
München, nördl. Frauenturm	M	45° 29′ 38″6	37″8	4.6115219	$\overline{MS}$ = 40881,04 m
Schweitenkirchen Laternturm	S	44° 11′ 33″0	32″8	4.4647231	$\overline{AS}$ = 29155,67 m
Aufkirchen Laternturm	A	90° 18′ 51″8	51″5	4.4548036	$\overline{MA}$ = 28497,29 m
	Σ =	180° 00′ 03″4	02″1		

2. Nach den Ergebnissen der Ausgleichung des bayer. Hauptdreiecksnetzes vom Jahre 1873 (von Orffsches Messungswerk S. 349):

M	45° 29′ 38″6	37″84	4.6115253	$\overline{MS}$ = 40881,36 m
S	44° 11′ 33″0	32″58	4.4647264	$\overline{AS}$ = 29155,90 m
A	90° 18′ 51″8	51″68	4.4548064	MA = 28497,48 m
Σ =	180° 00′ 03″4	02″10		

3. Aus der Übertragungsrechnung der Standlinie auf die Hauptseite $\overline{MS}$:

M	45° 29′	34″24	4.61152390	$\overline{MS}$ = 40881,225 m
S	44° 11′	34″02	4.46471776	$\overline{AS}$ = 29155,316 m
A	90° 18′	53″85	4.45480831	$\overline{MA}$ = 28497,602 m
Σ =	180° 00′	02″11		

Die Vergleichung der Seitenlängen zeigt, daß schon im 1. Hauptdreieck der Netzentwicklung der nicht unbeträchtliche Längenfehler der Grundlinie durch die Fehler der Winkelmessung zum großen Teil wieder aufgehoben worden ist, insbesondere weicht die neubestimmte Länge der Ausgangsseite $\overline{MS}$ von dem bisherigen Werte nur wenig ab (18 cm).

G. Clauss, Die Längenbestimmung einer neuen Grundlinie für das Bayerische Landesdreiecksnetz im Jahre 1920/21.

Anlage

M. - 1 : 250000

Kleiner Basisbolzen mit Einsatzstift.
1:2.