

**Abhandlungen
der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
Mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung**

Neue Folge. Heft 55

1944

**Einige Tabellen
zur Verteilung der Primzahlen
auf Untergruppen der Gruppe der teilerfremden
Restklassen nach gegebenem Modul**

Von

Heinrich Tietze
München

Vorgelegt am 16. Juni 1944

München 1944
Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Gedruckt in der C. H. Beck'schen Buchdruckerei
in Nördlingen

VORBEMERKUNGEN.

1. Sei m eine ganze Zahl > 2 und H die (multiplikative) Gruppe der $h = \varphi(m) > 1$ zu m teilerfremden Restklassen mod. m , Γ eine echte Untergruppe von H vom Index i (> 1). Für irgend eine natürliche¹ Zahl N bedeute $\pi_H(N)$, bzw. $\pi_\Gamma(N)$ die Anzahl der Primzahlen aus H bzw. aus Γ , die $\leq N$ sind, wobei gemäß einem bekannten, schon von Legendre vermuteten und von J. Hadamard und von Ch. de la Vallée Poussin bewiesenen Satz notwendig $\lim_{N \rightarrow \infty} (\pi_H(N) / \pi_\Gamma(N)) = i$ ist². Die folgenden Tabellen I-XXIV geben für einige Moduln m in gewissen N -Bereichen die Funktionen $\pi_H(N)$, $i \pi_\Gamma(N)$ und insbesondere den Verlauf der Differenz

$$\Delta(N) = \pi_H(N) - i \pi_\Gamma(N) \quad (1)$$

wieder. Dabei kann von einem relativen anzahlmäßigen Überwiegen der nicht zu Γ gehörenden Primzahlen über die Primzahlen aus Γ dort gesprochen werden, wo $\Delta(N) > 0$ ausfällt oder doch — bei Auftreten sowohl positiver wie negativer Werte von $\Delta(N)$ — die letzteren den absoluten Beträgen nach kleiner ausfallen. Nimmt man für Γ speziell die nur durch die Restklasse 1 gebildete Untergruppe vom Index $i = h$, so stößt man auf die verschiedentlich³ geäußerte Vermutung eines Überwiegens der nicht zu 1 (mod. m) kongruenten Primzahlen über die Primzahlen der Restklasse 1, im bekanntesten Fall $m = 4$ also auf das in ausgedehnten Bereichen beobachtete Überwiegen der Primzahlen von der Gestalt $4n + 3$ über jene von der Gestalt $4n + 1$.

2. Einzelne vor einigen Jahren ausgeführte Rechnungen, bei denen für verschiedene Werte von m zunächst die Gruppe Γ der quadratischen Reste mod. m betrachtet wurde, zeigten, in analoger Weise wie bei $\Gamma = \{1\}$, innerhalb des betrachteten Bereichs ein relatives Überwiegen der außerhalb Γ liegenden Primzahlen. Wo aber ein Modul m besonders so ausgewählt wurde, daß die Folge der zu m teilerfremden Primzahlen zunächst mit einer größeren Anzahl quadratischer Reste begann⁴, dort stellte sich im weiteren Verlauf ein allmähliches Aufholen und Überholen seitens der Nicht-Reste ein. Wenn

¹ Da $\pi_H(N)$ und $\pi_\Gamma(N)$ zwischen zwei zu m teilerfremden Primzahlen unverändert bleiben, so genügt es natürlich, das Argument N auf diese Primzahlen zu beschränken. (Wegen einer weiteren Einschränkung der in unsere Tabellen aufzunehmenden Argumente siehe Nr. 3.) Andererseits ist es jedoch auch zulässig (wie in der analytischen Zahlentheorie üblich geworden), N auf beliebige reelle Werte auszudehnen.

² Vgl. l. c. ⁶, § 3, Nr. 12, Anm. 24.

³ Vgl. insbesondere A. Cunningham, Proceedings London Math. Soc. (2) 10 (1911), p. 249-253 (nach einer Angabe bei L. E. Dickson, History of the theory of numbers, Vol. I, p. 417).

⁴ So ist $m = 262$ ein Modul, für den die ersten fünf zu m teilerfremden Primzahlen 3, 5, 7, 11, 13 sämtlich zu den quadratischen Resten gehören. Die kleinste Primzahl p mit dieser Eigenschaft ist nämlich $p = 131$; um dies festzustellen, braucht man nur, je nachdem $p \equiv 1$ oder $3 \pmod{4}$ angenommen wird, unter Heranziehung des Reziprozitätsgesetzes zu ermitteln, welche Reste mod. 3, 5, 7, 11 und 13 für p in Frage kommen. Wegen der Wahl von $m = 2p$ anstelle von $m = p$ vgl. Nr. 8.

verschiedentlich auch bei anderen Untergruppen Γ gleichartige Erscheinungen zu beobachten waren, so mochte als eine Art innerer Grund der Umstand angesehen werden, daß allein aus Primzahlen der nicht zu Γ gehörigen teilerfremden Restklassen sich multiplikativ alle teilerfremden Restklassen aufbauen lassen, während die Multiplikation zu Γ gehöriger Primzahlen niemals aus Γ herausführt⁵. Die Wirkung dieses Umstandes mag sich aber auf weite Sicht, d. h. für größere Werte N , leicht verlieren. Jedenfalls führte die kürzlich⁶ vorgenommene Weiterführung einiger, speziell mit dem oben (in Anm. 4) genannten Modul $m = 262$ ausgeführter Rechnungen für die Gruppe der quadratischen Reste, sowie die Ausdehnung der Rechnung auf einige andere Untergruppen durchaus nicht immer auf ein Überwiegen der positiven über die negativen Werte von $\Delta(N)$. Wenn selbstverständlich entscheidende Antworten nur aus den — bekanntlich sehr tiefe Hilfsmittel heranziehenden — theoretischen Untersuchungen⁷ möglich sein werden, so verstärken die erwähnten Beobachtungen jedenfalls die Warnung, die sich daraus ergibt, daß sogar in sehr weitem Ausmaß empirisch festgestellte scheinbare Gesetzmäßigkeiten bisweilen sich als nicht allgemein gültig erwiesen haben⁸. Somit mögen die vorgelegten Tabellen vor allem als Hinweis auf den Charakter der angeschnittenen Fragen angesehen werden, wobei äußerer Umstände, die die dermalige Veröffentlichung eines etwas bruchstückartigen Materials mit bedingen, schon vormals gedacht wurde⁹.

3. Eine wesentliche — schon bei der Berechnung der Tabellen verwertete — Raumersparnis ergibt sich dadurch, daß es, wie wir sogleich näher ausführen werden, für einen Überblick über den Verlauf der Funktionen $\pi_H(N)$, $\pi_\Gamma(N)$ und $\Delta(N)$ durchaus genügt, sich mit den Argumenten N auf die zu Γ gehörenden Primzahlen

$$q_1, q_2, \dots, q_\alpha, \dots \quad (2)$$

zu beschränken. Demgemäß finden sich in den folgenden Tabellen I bis XXIV¹⁰ in der ersten mit N überschriebenen Rubrik nur diese Primzahlen aus Γ verzeichnet.

Was nun die zweite, mit $\pi_H(N)$ überschriebene Kolonne unserer Tabellen betrifft, so gibt es Primzahltafeln, aus denen neben der Folge der Primzahlen

⁵ Vgl. die entsprechenden Bemerkungen l. c. ⁶, § 3, Nr. 12.

⁶ im Zusammenhang mit der Abfassung des § 3 der in der März-Sitzung 1944 vorgelegten Note „Über die Stäckelschen Lückenzahlen nebst kleinen Randbemerkungen zur Verteilung der Primzahlen“, Sitzungsberichte d. Bayer. Akad. d. Wiss., Math. naturwiss. Abt., Jahrgang 1944. Natürlich können die hier vorgelegten Tabellen vermutlich nicht den Anspruch erheben, frei von Fehlern zu sein, wie sie einem Einzelnen bei längeren Rechnungen und Auszählungen leicht unterlaufen (vgl. hiezu noch Nr. 9). Auf Druckfehler in den benützten Tafeln ist in Anm. 20 hingewiesen.

⁷ Vgl. hiezu die l. c. ⁶ in Anm. 25, 26, 28 gegebenen Literaturverweise, insbesondere die in der Enzyklopädie d. math. Wiss., II. Band, 3. Teil, 2. Hälfte, Artikel II C 8, „Die neuere Entwicklung der analytischen Zahlentheorie“ von H. Bohr und H. Cramér (1922), p. 804 bzw. p. 791, Anm. 184, aufgeführten Resultate und Originalarbeiten von J. E. Littlewood.

⁸ Vgl. l. c. ⁶, Anm. 26.

⁹ l. c. ⁶, Anm. 23. Eine von unseren Tabellen, die sich auf den Modul $m = 26$ und die (die Restklassen 1, 5, 21, 25 umfassende) Gruppe der kubischen Reste mod. 26 bezieht und den Bereich der Zahlen $N \leq 2003$ umfaßt, wurde bereits im Rahmen der Note l. c. ⁶ vorgelegt.

¹⁰ Wegen der Tabellen XXV und XXVI vgl. Nr. 7.

$$p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, \dots \quad (3)$$

verhältnismäßig einfach für jede darin aufgeführte Primzahl p_v auch die Nummer v dieser Primzahl zu entnehmen ist¹¹. Ist nun μ die Anzahl der im Modul m aufgehenden Primzahlen, deren größte etwa mit p^* bezeichnet werde, und bezeichnet $\mu(N)$ die Anzahl derjenigen in m aufgehenden Primzahlen, die $\leq N$ sind, dann ist $\mu(N)$ für $N \geq p^*$ konstant $= \mu$. Für irgend eine Zahl q aus der Folge (2) ist dann offenbar

$$\pi_H(q) = v - \mu(q),$$

wenn q in der Folge (3) die Nummer v hat, d. h. wenn $q = p_v$ ist. Dabei ist einfach¹²

$$\pi_H(q) = v - \mu \quad \text{für } q > p^*.$$

Auf diese Weise ergibt sich unmittelbar der Wert von $\pi_H(N)$ für jede in der Folge (2) auftretende Zahl N . Natürlich ist, wenn

$$\pi_H(q_{\alpha+1}) - \pi_H(q_\alpha) - 1 = \lambda \quad (4)$$

gesetzt wird, klar, daß wenn einmal für zwei in (2) aufeinander folgende Primzahlen q_α , $q_{\alpha+1}$ sich $\lambda = 0$, d. h. $\pi_H(q_{\alpha+1}) - \pi_H(q_\alpha) = 1$ ergibt¹³, dann zwischen q_α und $q_{\alpha+1}$ keine weitere Primzahl aus H liegen kann. Ist aber $\pi_H(q_{\alpha+1}) - \pi_H(q_\alpha) > 1$, d. h. $\lambda > 0$, und werden etwa mit

$$b_1^{(\alpha)}, \dots, b_\lambda^{(\alpha)} \quad (5)$$

die λ zwischen q_α und $q_{\alpha+1}$ liegenden Primzahlen aus H bezeichnet¹⁴, so ist natürlich

$$\pi_H(b_1^{(\alpha)}) = \pi_H(q_\alpha) + 1, \dots, \pi_H(b_\lambda^{(\alpha)}) = \pi_H(q_\alpha) + \lambda. \quad (6)$$

In der dritten mit i $\pi_\Gamma(N)$ überschriebenen Kolonne stehen wegen $\pi_\Gamma(q_\alpha) = \alpha$ einfach die Vielfachen des Index i . Dabei ist offenbar

$$\pi_\Gamma(N) = \alpha \quad \text{für } q_\alpha \leq N < q_{\alpha+1}.$$

Falls also die durch (4) definierte Zahl $\lambda > 1$ ist, somit zwischen q_α und $q_{\alpha+1}$ weitere Primzahlen (5) aus H liegen, dann ist im besonderen

$$\pi_\Gamma(b_\rho^{(\alpha)}) = \alpha \quad \text{für } 1 \leq \rho < \lambda + 1. \quad (7)$$

¹¹ So bei M. Kraitichik, *Recherches sur la théorie des nombres*, Paris 1924, Table I, p. 131–191, wo in jeder Kolonne 50 Primzahlen (dabei insgesamt alle 25.996 ungeraden Primzahlen < 300.000) aufgeführt sind. Bei der noch wesentlich weiter (bis zur Primzahl 10.006.721) reichenden Primzahltafel von Derrick Norman Lehmer, *List of prime numbers*, Washington, Carnegie Institution, Publication No. 165 (1914), die auf jeder ihrer 133 Seiten 5000 Primzahlen enthält, ist von jeder Primzahl unmittelbar ablesbar, die wievielte auf der betreffenden Seite sie ist; doch ist zu beachten, daß die Zahl 1 mit an der Spitze der Primzahlen aufgeführt ist. Wegen zweier Berichtigungen, die Lehmer selbst zu seiner Tafel mitgeteilt hat, und wegen eines bei unseren Rechnungen bemerkten Druckfehlers in der Tafel von Kraitichik vgl. l. c. ⁶ den Schluß der Erläuterungen zur dortigen Tabelle. Wegen weiterer Berichtigungen siehe Anm. 20.

¹² Zahlen q , die $< p^*$ sind, treten in der ersten mit N überschriebenen Rubrik übrigens nur in den Tabellen XIV, XV (mit $p^* = 13$) und XVIII bis XXII (mit $p^* = 131$) auf.

¹³ wie dies beispielsweise in Tabelle I für $N = q_\alpha = 29$ sich ergibt.

¹⁴ Die Werte dieser Primzahlen (5) sind allerdings in unseren Tabellen, die vor allem den Werten von $\Delta(N)$ gelten, nicht ersichtlich und müssen nötigenfalls einer vollständigen Primzahltafel entnommen werden.

Die vierte mit $\Delta(N)$ überschriebene Kolonne unserer Tabellen gibt dann für die in der Folge (2) stehenden Zahlen N , also für die Primzahlen aus Γ , die Werte der Differenz (1). Bezüglich des Gesamtverlaufs von $\Delta(N)$ ist aber aus dem bisher Gesagten (vgl. auch Anm. 1) sofort zu entnehmen, daß beim Übergang von $\Delta(N-1)$ zu $\Delta(N)$ überhaupt keine Änderung eintritt, wenn N nicht eine zu H gehörige Primzahl ist. Läßt man aber N zwischen q_α und $q_{\alpha+1}$ die zu H gehörigen Primzahlen (5) durchlaufen (sofern solche vorhanden sind, also $\lambda > 1$ ist), dann wächst gemäß (6) und (7) die Zahl $\Delta(N)$ bei jeder dieser Zahlen (5) um eine Einheit:

$$\Delta(b_1^{(\alpha)}) = \Delta(q_\alpha) + 1, \dots, \Delta(b_\lambda^{(\alpha)}) = \Delta(q_\alpha) + \lambda,$$

steigt also schließlich für $N = b_\lambda^{(\alpha)}$ an bis zum Werte

$$\Delta^*(q_\alpha) = \Delta(q_\alpha) + \lambda = \Delta(q_\alpha) + (\pi_H(q_{\alpha+1}) - \pi_H(q_\alpha) - 1), \quad (8)$$

— eine Formel, die natürlich auch im Falle $\lambda = 0$ gilt, wo zwischen q_α und $q_{\alpha+1}$ keine weiteren Primzahlen aus H liegen: Stets gibt (8) den Wert von $\Delta(N)$ für die größte unterhalb $q_{\alpha+1}$ liegende Primzahl aus H , ob dies nun im Falle $\lambda = 0$ die Primzahl q_α ist, oder aber im Falle $\lambda > 0$ die größte der zwischen q_α und $q_{\alpha+1}$ liegenden (somit nicht zu Γ gehörigen) Primzahlen (5) aus H .

4. Um eine raschere Übersicht über den Gesamtverlauf von $\Delta(N)$ zu ermöglichen, sind in einer fünften, mit $\Delta^*(N)$ überschriebenen Rubrik die eben besprochenen Zahlen (8) noch besonders angegeben¹⁵. Hieran läßt sich noch eine brauchbare Kontrolle der Tabellenberechnung anschließen. Bezeichnen wir der Einheitlichkeit wegen allgemein mit¹⁶ $b_\lambda^{(\alpha)}$ die größte zu H gehörende Primzahl $< q_{\alpha+1}$ (sodaß im Falle $\lambda = 0$ unter $b_0^{(\alpha)}$ einfach die Primzahl q_α zu verstehen ist), dann gilt für $\lambda > 0$ und für $\lambda = 0$ gemäß (8) allgemein

$$\Delta^*(q_\alpha) = \Delta(b_\lambda^{(\alpha)}).$$

Für die nächste auf $b_\lambda^{(\alpha)}$ folgende, zu m teilerfremde Primzahl $q_{\alpha+1}$ ist dann wegen

$$\pi_H(q_{\alpha+1}) = \pi_H(b_\lambda^{(\alpha)}) + 1, \quad \pi_\Gamma(q_{\alpha+1}) = \pi_\Gamma(b_\lambda^{(\alpha)}) + 1$$

offenbar

$$\Delta(q_{\alpha+1}) = \Delta(b_\lambda^{(\alpha)}) - (i - 1) = \Delta^*(q_\alpha) - (i - 1) \quad (9)$$

und diese Abnahme des Wertes von $\Delta(N)$ um den konstanten Betrag $i - 1$ beim Übergang von $N = b_\lambda^{(\alpha)}$ zu $N = q_{\alpha+1}$ läßt sich an den in der 4-ten und 5-ten Rubrik angegebenen Werten $\Delta(q_{\alpha+1})$ und $\Delta^*(q_\alpha)$ leicht kontrollieren¹⁷.

¹⁵ Da die Berechnung dieser Zahlen noch die Kenntnis von $\pi_H(q_{\alpha+1})$ (oder von $\Delta(q_{\alpha+1})$), wenn man gemäß (9) verfährt) beansprucht, entfällt diese Berechnung natürlich jeweils für die letzte Zahl $N = q_\alpha$ unserer Tabellen.

¹⁶ In den Erläuterungen l. c. 6 zu der einen dort mitgeteilten Tabelle (vgl. Anm. 9) wird diese Zahl $b_\lambda^{(\alpha)}$ einfach mit $b^{(\alpha)}$ bezeichnet.

¹⁷ Bei Verzicht auf eine solche Kontrolle ließe sich natürlich die Formel (9) besonders einfach dazu benutzen, um den Wert $\Delta^*(q_\alpha) = \Delta(b_\lambda^{(\alpha)})$ zu berechnen, den $\Delta(N)$ bei der letzten, der Primzahl $q_{\alpha+1}$ vorausgehenden Primzahl $b_\lambda^{(\alpha)}$ aus H annimmt. Daß diese Primzahl $b_\lambda^{(\alpha)}$ im Falle $\lambda > 0$ aus unseren Tabellen (die aus Raumersparnis nicht um eine weitere Kolonne vermehrt werden sollten) nicht zu entnehmen ist, wurde schon oben (Anm. 14) gesagt.

5. Aus unseren Tabellen ist also der Verlauf von $\Delta(N)$ klar ersichtlich. Ausgehend von jedem in der vierten Rubrik erscheinenden Wert $\Delta(N)$ für $N = q_\alpha$ erfolgt, sofern $\Delta^*(N) > \Delta(N)$ ist, ein Wachsen in Schritten von je einer Einheit bis zum Wert $\Delta^*(N)$ (in der fünften Rubrik der gleichen Zeile); ausgehend von diesem Wert $\Delta^*(N)$ aber erfolgt eine Abnahme um den Betrag $i - 1$ zum Wert $\Delta(N)$ für $N = q_{\alpha+1}$ (in der vierten Rubrik der nächsten Zeile). Demgemäß stellt in jeder Zeile, für welche $\Delta(N) < \Delta^*(N)$ ausfällt, die Zahl $\Delta(N)$ einen relativen Minimalwert und die Zahl $\Delta^*(N)$ einen relativen Maximalwert dar (ersteren für $N = q_\alpha$, letzteren für den in der Tabelle allerdings nicht angegebenen Wert $N = b_\lambda^{(\alpha)}$). Wo jedoch $\Delta(N) = \Delta^*(N)$ ist, liegt ein Δ -Wert vor auf einem fallenden Ast der Funktion (zwischen zwei Schritten des Abnehmens, jedesmal um den Betrag $i - 1$).

6. Die Anlage derartiger Tabellen ist natürlich nicht daran gebunden, daß gerade für H die Menge der Primzahlen einer bestimmten Restklassengruppe und für Γ die Menge der Primzahlen einer bestimmten Untergruppe von H genommen werden. Man kann beispielsweise für H irgend eine unendliche Menge positiver ganzer Zahlen nehmen und für Γ irgend eine unendliche Teilmenge von H , wobei $q_1, q_2, \dots$ die Zahlen von Γ seien. Bedeutet dann $\pi_H(N)$ bzw. $\pi_\Gamma(N)$ die Anzahl der zu H bzw. zu Γ gehörenden Zahlen $\leq N$ und gilt etwa überdies $\lim_{N \rightarrow \infty} (\pi_H(N) / \pi_\Gamma(N)) = i$, dann kann in der gleichen Weise, wie oben geschildert, eine Tabelle für die zu den Werten $N = q_\alpha$ gehörenden Werte $\pi_H(N)$, $i \pi_\Gamma(N)$, $\Delta(N)$ und $\Delta^*(N)$ angelegt und zur Untersuchung des Verlaufs von $\Delta(N)$ benützt werden.

7. Von dieser Bemerkung machen wir bei Anlage der Tabellen XXV und XXVI Gebrauch¹⁸. Zwar verstehen wir dabei wieder unter H die Menge der zum gewählten Modul ($m = 262$) teilerfremden Zahlen bzw. Primzahlen. Zur Menge Γ aber rechnen wir die Primzahlen einer bestimmt gewählten Restklasse $r \neq 1$, einer Restklasse also, die für sich allein gewiß keine Untergruppe der durch H dargestellten Restklassengruppe bildet. Anstelle des Index i tritt natürlich $h = \varphi(m)$ und die Anlage der Tabellen XXV und XXVI, die den Werten $r = 259$ bzw. $r = 17$ entsprechen¹⁹, unterscheidet sich nicht von der analogen für $r = 1$ angelegten Tabelle XXIV, bei der die Gesamtheit Γ zugleich eine Untergruppe von H , u. zw. vom Index $i = h$, repräsentiert.

8. Bemerkte sei noch, daß es keinen wesentlichen Unterschied ausmacht, ob man einen ungeraden Modul $m_1 = u$, oder den doppelten Modul $m_2 = 2u$ betrachtet. Denn es sind

¹⁸ Die gleiche Bemerkung in etwas anderer Weise verwertend, könnte man, unter Γ und B irgend zwei zu m teilerfremde Restklassen mod. m bzw. die Folge der in ihnen enthaltenen Primzahlen verstehen, unter H aber die Vereinigungsmenge von Γ und B , so daß $i = 2$ wird und der Verlauf von $\Delta(N)$ gewissermaßen als ein Wettlauf der beiden Restklassen bezüglich ihrer Reichhaltigkeit an Primzahlen erscheint. (Vgl. dazu auch die l. c. 6 zu Beginn von Anm. 23 erwähnten Feststellungen sowie eine in Vorbereitung befindliche Mitteilung „Über den Wettlauf von Restklassen bezüglich ihres Gehalts an Primzahlen“.)

¹⁹ Die Wahl der Reste 259 und 17 als der im Intervall $0 < r < 262$ befindlichen größten bzw. kleinsten primitiven Kongruenzwurzel mod. 262 lag nahe. Sie repräsentieren also Restklassen, die in keiner echten Untergruppe von H vorkommen, im Gegensatz zu der in allen diesen Untergruppen auftretenden Restklasse $r = 1$. Außerdem stellt $r = 17$ den kleinsten unter allen quadratischen Nicht-resten mod. 262 dar.

die zugehörigen Gruppen H_1, H_2 der bezüglich $h = \varphi(m_1) = \varphi(m_2)$ teilerfremden Restklassen isomorph, wobei jeder zu u teilerfremden Restklasse $r_1 \pmod{u}$ die entweder durch r_1 (falls r_1 ungerade) oder durch $r_1 + u$ (falls r_1 gerade ist) dargestellte Restklasse $r_2 \pmod{2u}$ zugeordnet wird. Vermöge dieser Zuordnung entsprechen einander aber auch in isomorpher Weise die einzelnen Untergruppen Γ_1 von H_1 und Γ_2 von H_2 . Für jedes $N \geq 2$ ist ferner

$$\pi_{H_1}(N) = \pi_{H_2}(N) + 1, \quad (10)$$

da die Primzahl 2 zu H_1 , nicht aber zu H_2 gehört, während sonst jede Primzahl $\leq N$ entweder beiden Restklassenmengen H_1, H_2 angehört oder in beiden fehlt. Andererseits ist

$$\pi_{\Gamma_1}(N) = \pi_{\Gamma_2}(N) + 1 \quad \text{oder} \quad = \pi_{\Gamma_2}(N), \quad (11)$$

je nachdem die Primzahl 2 zu Γ_1 gehört oder nicht. Demgemäß ist im ersten bzw. zweiten Fall

$$\Delta_1(N) = \Delta_2(N) - (i - 1) \quad \text{bzw.} \quad = \Delta_2(N) + 1, \quad (12)$$

wenn i den gemeinsamen Index von Γ_1 bezüglich H_1 und von Γ_2 bezüglich H_2 bedeutet und unter $\Delta_1(N)$ bzw. $\Delta_2(N)$ die für die Untergruppe Γ_1 von H_1 bzw. Γ_2 von H_2 gemäß (1) definierte Differenz $\Delta(N)$ verstanden wird. Der Werteverlauf der beiden Funktionen $\Delta_1(N)$ und $\Delta_2(N)$ weist also gemäß (12) nur eine Verschiebung um eine Konstante auf.

Wenn man nun bei Herstellung unserer Tabellen davon ausgeht, in einem gewissen Bereich die Gesamtheit der zum gewählten Modul m teilerfremden Zahlen (aufgeteilt nach Restklassen) aufzustellen, um nachher (an Hand einer Primzahltafel) die vorkommenden Primzahlen anzuzeichnen, dann ist bei ausgedehnteren Bereichen ein gerader Modul m bequemer als ein ungerader, weil bei geradem m von vornherein die geraden Zahlen unter den zu m teilerfremden Zahlen fehlen, also bei gleich weit sich erstreckendem Zahlbereich im Falle $m = 2u$ nur mit halb soviel Zahlen zu arbeiten ist, wie im Falle $m = u$. Daher sind in den folgenden Tabellen (vom Wert $m = 9$ in Tabelle VII und VIII abgesehen) durchwegs gerade Moduln m gewählt, insbesondere in den Tabellen XVIII bis XXVI anstelle der Primzahl 131 der Wert $m = 262$.

9. Was schließlich die Herstellung und etwaige Fehler der Tabellen betrifft, so bildete, wie gesagt, im besonderen bei den umfangreicheren Tabellen eine Aufstellung aller Zahlen der betreffenden Restklassen den Ausgangspunkt. Der benutzten Primzahltafel von M. Kraitchik, l. c. ¹¹, wurde entnommen, welche dieser Zahlen als Primzahlen in die erste Kolonne „ N “ der Tabelle aufzunehmen waren. Durch Auszählung in der Primzahltafel ergab sich für jede dieser Primzahlen $N = p_v$ ihre Nummer v und daraus (vgl. Nr. 3) der Wert von $\pi_H(N)$ in der zweiten Rubrik. Ein allenfalls bei diesen Auszählungen begangener Fehler wirkt sich aber nur auf die Zahlen $\Delta(N)$ und $\Delta^*(N)$ in der gleichen Zeile und auf die Zahl $\Delta^*(N)$ der vorhergehenden Zeile aus und läßt die übrigen Werte der vierten und fünften Rubrik unberührt. Unmittelbar an der Tabelle selbst nachprüfbar sind die Werte der Vielfachen des Index i in der dritten Rubrik, sowie der gemäß (1) und (8) bzw. (9) zu berechnenden Zahlen $\Delta(N)$, $\Delta^*(N)$; und etwaige Fehler wirken sich dabei jeweils nur in der betreffenden Zeile aus. Entscheidend aber ist, daß der in der

dritten Rubrik verzeichnete Wert $i\pi_{\Gamma}(N)$, d. h. daß der Wert von $\pi_{\Gamma}(N)$ tatsächlich der betreffenden Primzahl N zukommt, was davon abhängt, daß die erste Kolonne lückenlos ist und andererseits auch keine Zahl enthält, die nicht hereingehört. Eine diesbezügliche Unrichtigkeit in der ersten Kolonne müßte von der betreffenden Stelle ab eine Verschiebung in den zugehörigen Werten von $i\pi_{\Gamma}(N)$ bedingen und sich somit auf die ganze weitere Tabelle auswirken. Um diesbezüglich eine größere Gewähr zu erreichen, wurde deshalb für die Tabellen XXIV, XXV, XXVI noch ein Vergleich mit der Lehmer'schen Primzahltafel, l. c.¹¹, vorgenommen, was tatsächlich an einigen Stellen zu Berichtigungen führte²⁰. Wo bei divergierenden Angaben bei Kraitichik und Lehmer die eine Zahl als zusammengesetzt festgestellt wurde, wurde die andere Zahlenangabe als richtiger Primzahlwert angenommen. Wo eine Zahl sich übereinstimmend in beiden Tafeln aufgeführt fand, wurde angenommen, daß sie wirklich prim sei.

Zum Schluß möchte ich nicht versäumen, Herrn Dr. Rudolf Steuerwald, der mit gewohnter Sorgfalt eine für den Druck bestimmte Abschrift meiner handschriftlichen Tabellen herstellte und dabei auch Ergänzungen und Berichtigungen beisteuerte, für seine Mühe bestens zu danken.

Tabelle I

$m = 10$, $\Gamma = \{1, 9\}$, Gruppe der quadratischen Reste, $i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_{\Gamma}(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_{\Gamma}(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_{\Gamma}(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
11	3	2	1	3	181	40	36	4	4	401	77	70	7	7
19	6	4	2	3	191	41	38	3	5	409	78	72	6	6
29	8	6	2	2	199	44	40	4	4	419	79	74	5	5
31	9	8	1	2	211	45	42	3	5	421	80	76	4	4
41	11	10	1	4	229	48	44	4	5	431	81	78	3	4
59	15	12	3	3	239	50	46	4	4	439	83	80	3	4
61	16	14	2	3	241	51	48	3	3	449	85	82	3	4
71	18	16	2	3	251	52	50	2	4	461	87	84	3	5
79	20	18	2	3	269	55	52	3	3	479	90	86	4	5
89	22	20	2	3	271	56	54	2	3	491	92	88	4	4
101	24	22	2	4	281	58	56	2	5	499	93	90	3	4
109	27	24	3	5	311	62	58	4	6	509	95	92	3	3
131	30	26	4	5	331	65	60	5	7	521	96	94	2	3
139	32	28	4	4	349	68	62	6	7	541	98	96	2	5
149	33	30	3	3	359	70	64	6	8	569	102	98	4	4
151	34	32	2	6	379	73	66	7	8	571	103	100	3	
179	39	34	5	5	389	75	68	7	8					

²⁰ Bei Kraitichik, p. 189, ist zweimal nacheinander die Primzahl 283511 aufgeführt, während es das erstemal 283501 heißen soll; p. 154 hat es statt 74141 (= 151.491) zu heißen 74143; p. 161 statt 113443 (= 11.10313) aber 113453; p. 176 bzw. 191 statt 201213 (durch 9 teilbar) bzw. 295557 (durch 3 teilbar) wiederum 201233 bzw. 295553. Auf pag. 191 ist nach 297967 statt 297671 einzusetzen: 297971. Bei Lehmer sind, wie mit erwähnt sei, nach seinen eigenen Mitteilungen 628151 und 854651 zu ersetzen durch 628051 und 854647 (vgl. auch l. c.⁶ den Schluß der Erläuterungen zur dortigen Tabelle).

Tabelle II

 $m = 10, \Gamma = \{1\}, i = 4$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
11	3	4	-1	4	191	41	40	1	4	421	80	76	4	4
31	9	8	1	2	211	45	44	1	6	431	81	80	1	6
41	11	12	-1	3	241	51	48	3	3	461	87	84	3	7
61	16	16	0	1	251	52	52	0	3	491	92	88	4	7
71	18	20	-2	3	271	56	56	0	1	521	96	92	4	5
101	24	24	0	5	281	58	60	-2	1	541	98	96	2	6
131	30	28	2	5	311	62	64	-2	0	571	103	100	3	
151	34	32	2	7	331	65	68	-3	8					
181	40	36	4	4	401	77	72	5	7					

Tabelle III

 $m = 8, \Gamma = \{1\}$, Gruppe der quadratischen Reste, $i = 4$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
17	6	4	2	7	193	43	32	11	17	353	70	60	10	17
41	12	8	4	11	233	50	36	14	15	401	78	64	14	14
73	20	12	8	10	241	52	40	12	13	409	79	68	11	14
89	23	16	7	7	257	54	44	10	14	433	83	72	11	13
97	24	20	4	8	281	59	48	11	15	449	86	76	10	
113	29	24	5	7	313	64	52	12	14					
137	32	28	4	14	337	67	56	11	13					

Tabelle IV

 $m = 8, \Gamma = \{1, 3\}, i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
3	1	2	-1	1	131	31	30	1	1	307	62	58	4	5
11	4	4	0	1	137	32	32	0	0	313	64	60	4	5
17	6	6	0	0	139	33	34	-1	2	331	66	62	4	4
19	7	8	-1	3	163	37	36	1	3	337	67	64	3	3
41	12	10	2	2	179	40	38	2	4	347	68	66	2	3
43	13	12	1	3	193	43	40	3	5	353	70	68	2	5
59	16	14	2	3	211	46	42	4	5	379	74	70	4	7
67	18	16	2	3	227	48	44	4	5	401	78	72	6	6
73	20	18	2	3	233	50	46	4	5	409	79	74	5	5
83	22	20	2	2	241	52	48	4	4	419	80	76	4	6
89	23	22	1	1	251	53	50	3	3	433	83	78	5	6
97	24	24	0	2	257	54	52	2	6	443	85	80	5	5
107	27	26	1	2	281	59	54	5	5	449	86	82	4	4
113	29	28	1	2	283	60	56	4	5	457	87	84	3	

Tabelle V

 $m = 8, \Gamma = \{1, 5\}, i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
5	2	2	0	3	149	34	30	4	5	313	64	58	6	6
17	6	4	2	4	157	36	32	4	6	317	65	60	5	6
29	9	6	3	4	173	39	34	5	6	337	67	62	5	6
37	11	8	3	3	181	41	36	5	6	349	69	64	5	5
41	12	10	2	4	193	43	38	5	5	353	70	66	4	6
53	15	12	3	4	197	44	40	4	8	373	73	68	5	7
61	17	14	3	5	229	49	42	7	7	389	76	70	6	6
73	20	16	4	6	233	50	44	6	7	397	77	72	5	5
89	23	18	5	5	241	52	46	6	7	401	78	74	4	4
97	24	20	4	4	257	54	48	6	7	409	79	76	3	4
101	25	22	3	5	269	56	50	6	7	421	81	78	3	4
109	28	24	4	4	277	58	52	6	6	433	83	80	3	5
113	29	26	3	5	281	59	54	5	6	449	86	82	4	
137	32	28	4	5	293	61	56	5	7					

Tabelle VI

 $m = 8, \Gamma = \{1, 7\}, i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
7	3	2	1	3	137	32	30	2	4	311	63	58	5	5
17	6	4	2	3	151	35	32	3	5	313	64	60	4	6
23	8	6	2	3	167	38	34	4	7	337	67	62	5	7
31	10	8	2	3	191	42	36	6	6	353	70	64	6	6
41	12	10	2	3	193	43	38	5	6	359	71	66	5	5
47	14	12	2	6	199	45	40	5	6	367	72	68	4	6
71	19	14	5	5	223	47	42	5	7	383	75	70	5	7
73	20	16	4	4	233	50	44	6	6	401	78	72	6	6
79	21	18	3	4	239	51	46	5	5	409	79	74	5	7
89	23	20	3	3	241	52	48	4	5	431	82	76	6	6
97	24	22	2	3	257	54	50	4	4	433	83	78	5	5
103	26	24	2	4	263	55	52	3	4	439	84	80	4	5
113	29	26	3	3	271	57	54	3	4	449	86	82	4	
127	30	28	2	3	281	59	56	3	6					

Tabelle VII $m = 9, \Gamma = \{1, 4, 7\}$, Gruppe der quadratischen Reste, $i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
7	3	2	1	2	151	35	32	3	3	331	66	62	4	4
13	5	4	1	2	157	36	34	2	2	337	67	64	3	4
19	7	6	1	3	163	37	36	1	4	349	69	66	3	5
31	10	8	2	2	181	41	38	3	4	367	72	68	4	4
37	11	10	1	2	193	43	40	3	4	373	73	70	3	3
43	13	12	1	4	199	45	42	3	3	379	74	72	2	4
61	17	14	3	3	211	46	44	2	2	397	77	74	3	4
67	18	16	2	3	223	47	46	1	2	409	79	76	3	4
73	20	18	2	2	229	49	48	1	3	421	81	78	3	4
79	21	20	1	3	241	52	50	2	6	433	83	80	3	3
97	24	22	2	3	271	57	52	5	5	439	84	82	2	4
103	26	24	2	3	277	58	54	4	5	457	87	84	3	4
109	28	26	2	3	283	60	56	4	5	463	89	86	3	5
127	30	28	2	4	307	62	58	4	5	487	92	88	4	
139	33	30	3	4	313	64	60	4	5					

Tabelle VIII $m = 9, \Gamma = \{1, 8\}$, Gruppe der kubischen Reste, $i = 3$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
17	6	3	3	3	163	37	33	4	6	359	71	63	8	10
19	7	6	1	4	179	40	36	4	4	379	74	66	8	10
37	11	9	2	5	181	41	39	2	4	397	77	69	8	12
53	15	12	3	6	197	44	42	2	2	431	82	72	10	10
71	19	15	4	4	199	45	45	0	4	433	83	75	8	10
73	20	18	2	4	233	50	48	2	4	449	86	78	8	11
89	23	21	2	5	251	53	51	2	4	467	90	81	9	10
107	27	24	3	3	269	56	54	2	2	487	92	84	8	
109	28	27	1	2	271	57	57	0	4					
127	30	30	0	6	307	62	60	2	10					

Tabelle IX

 $m = 30, \Gamma = \{1, 29\}, i = 4$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
29	7	4	3	3	1051	174	168	6	14	2339	343	332	11	11
31	8	8	0	5	1109	183	172	11	17	2341	344	336	8	11
59	14	12	2	2	1171	190	176	14	17	2371	348	340	8	13
61	15	16	-1	4	1201	194	180	14	17	2399	354	344	10	16
89	21	20	1	11	1229	198	184	14	14	2459	361	348	13	17
149	32	24	8	8	1231	199	188	11	13	2521	366	352	14	17
151	33	28	5	9	1259	202	192	10	13	2549	370	356	14	14
179	38	32	6	6	1289	206	196	10	10	2551	371	360	11	12
181	39	36	3	7	1291	207	200	7	11	2579	373	364	9	11
211	44	40	4	8	1319	212	204	8	8	2609	376	368	8	15
239	49	44	5	5	1321	213	208	5	9	2671	384	372	12	17
241	50	48	2	5	1381	218	212	6	7	2699	390	376	14	18
269	54	52	2	2	1409	220	216	4	8	2729	395	380	15	15
271	55	56	-1	7	1439	225	220	5	9	2731	396	384	12	17
331	64	60	4	8	1471	230	224	6	11	2789	402	388	14	14
359	69	64	5	9	1499	236	228	8	10	2791	403	392	11	14
389	74	68	6	9	1531	239	232	7	10	2819	407	396	11	14
419	78	72	6	6	1559	243	236	7	16	2851	411	400	11	13
421	79	76	3	7	1619	253	240	13	13	2879	414	404	10	13
449	84	80	4	8	1621	254	244	10	19	2909	418	408	10	12
479	89	84	5	9	1709	264	248	16	19	2939	421	412	9	12
509	94	88	6	8	1741	268	252	16	23	2969	425	416	9	9
541	97	92	5	8	1801	276	256	20	22	2971	426	420	6	6
569	101	96	5	5	1831	279	260	19	20	2999	427	424	3	3
571	102	100	2	5	1861	281	264	17	22	3001	428	428	0	6
599	106	104	2	2	1889	287	268	19	24	3061	435	432	3	6
601	107	108	-1	3	1949	293	272	21	21	3089	439	436	3	4
631	112	112	0	4	1951	294	276	18	19	3119	441	440	1	1
659	117	116	1	1	1979	296	280	16	21	3121	442	444	-2	2
661	118	120	-2	1	2011	302	284	18	21	3181	447	448	-1	2
691	122	124	-2	0	2039	306	288	18	20	3209	451	452	-1	6
719	125	128	-3	1	2069	309	292	17	21	3271	459	456	3	3
751	130	132	-2	4	2099	314	296	18	20	3299	460	460	0	0
809	137	136	1	1	2129	317	300	17	17	3301	461	464	-3	1
811	138	140	-2	2	2131	318	304	14	18	3329	466	468	-2	-2
839	143	144	-1	10	2161	323	308	15	19	3331	467	472	-5	-3
929	155	148	7	15	2221	328	312	16	19	3359	470	476	-6	-6
991	164	152	12	15	2251	332	316	16	19	3361	471	480	-9	-6
1019	168	156	12	12	2281	336	320	16	19	3391	475	484	-9	-6
1021	169	160	9	12	2309	340	324	16	16	3449	479	488	-9	-2
1049	173	164	9	9	2311	341	328	13	14	3511	487	492	-5	

Tabelle X

 $m = 30, \Gamma = \{1, 11\}, i = 4$

N	$\pi H(N)$	$i\pi\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi H(N)$	$i\pi\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi H(N)$	$i\pi\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
11	2	4	-2	3	1021	169	164	5	5	2281	336	324	12	16
31	8	8	0	1	1031	170	168	2	5	2311	341	328	13	15
41	10	12	-2	2	1051	174	172	2	2	2341	344	332	12	13
61	15	16	-1	0	1061	175	176	-1	2	2351	346	336	10	11
71	17	20	-3	2	1091	179	180	-1	6	2371	348	340	8	9
101	23	24	-1	4	1151	187	184	3	5	2381	350	344	6	10
131	29	28	1	4	1171	190	188	2	2	2411	355	348	7	10
151	33	32	1	6	1181	191	192	-1	1	2441	359	352	7	13
181	39	36	3	3	1201	194	196	-2	2	2521	366	356	10	10
191	40	40	0	3	1231	199	200	-1	6	2531	367	360	7	10
211	44	44	0	5	1291	207	204	3	4	2551	371	364	7	9
241	50	48	2	2	1301	209	208	1	4	2591	374	368	6	9
251	51	52	-1	2	1321	213	212	1	2	2621	378	372	6	11
271	55	56	-1	0	1361	215	216	-1	1	2671	384	376	8	15
281	57	60	-3	0	1381	218	220	-2	6	2711	392	380	12	15
311	61	64	-3	-1	1451	227	224	3	5	2731	396	384	12	12
331	64	68	-4	7	1471	230	228	2	2	2741	397	388	9	14
401	76	72	4	6	1481	231	232	-1	4	2791	403	392	11	12
421	79	76	3	3	1511	237	236	1	2	2801	405	396	9	14
431	80	80	0	5	1531	239	240	-1	4	2851	411	400	11	12
461	86	84	2	6	1571	245	244	1	4	2861	413	404	9	21
491	91	88	3	6	1601	249	248	1	5	2971	426	408	18	19
521	95	92	3	4	1621	254	252	2	12	3001	428	412	16	16
541	97	96	1	5	1721	265	256	9	11	3011	429	416	13	16
571	102	100	2	6	1741	268	260	8	15	3041	433	420	13	14
601	107	104	3	7	1801	276	264	12	12	3061	435	424	11	17
631	112	108	4	4	1811	277	268	9	10	3121	442	428	14	18
641	113	112	1	5	1831	279	272	7	8	3181	447	432	15	16
661	118	116	2	5	1861	281	276	5	6	3191	449	436	13	16
691	122	120	2	2	1871	283	280	3	7	3221	453	440	13	14
701	123	124	-1	5	1901	288	284	4	6	3251	455	444	11	14
751	130	128	2	3	1931	291	288	3	5	3271	459	448	11	12
761	132	132	0	5	1951	294	292	2	9	3301	461	452	9	14
811	138	136	2	2	2011	302	296	6	13	3331	467	456	11	14
821	139	140	-1	8	2081	310	300	10	14	3361	471	460	11	11
881	149	144	5	8	2111	315	304	11	13	3371	472	464	8	10
911	153	148	5	8	2131	318	308	10	14	3391	475	468	7	12
941	157	152	5	8	2161	323	312	11	15	3461	481	472	9	12
971	161	156	5	7	2221	328	316	12	15	3491	485	476	9	10
991	164	160	4	8	2251	332	320	12	15	3511	487	480	7	

Tabelle XI

 $m = 30, \Gamma = \{1, 17, 19, 23\}, i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
17	4	2	2	2	593	105	98	7	8	1249	201	194	7	8
19	5	4	1	1	601	107	100	7	9	1277	203	196	7	7
23	6	6	0	1	617	110	102	8	8	1279	204	198	6	6
31	8	8	0	3	619	111	104	7	7	1283	205	200	5	6
47	12	10	2	2	631	112	106	6	8	1291	207	202	5	8
53	13	12	1	2	647	115	108	7	7	1307	211	204	7	8
61	15	14	1	4	653	116	110	6	7	1321	213	206	7	9
79	19	16	3	3	661	118	112	6	7	1367	216	208	8	8
83	20	18	2	6	677	120	114	6	6	1373	217	210	7	7
107	25	20	5	5	683	121	116	5	5	1381	218	212	6	6
109	26	22	4	4	691	122	118	4	5	1399	219	214	5	7
113	27	24	3	5	709	124	120	4	7	1427	222	216	6	6
137	30	26	4	4	739	128	122	6	6	1429	223	218	5	5
139	31	28	3	4	743	129	124	5	5	1433	224	220	4	8
151	33	30	3	5	751	130	126	4	6	1459	229	222	7	7
167	36	32	4	4	769	133	128	5	5	1471	230	224	6	8
173	37	34	3	4	773	134	130	4	5	1487	233	226	7	7
181	39	36	3	5	797	136	132	4	5	1489	234	228	6	6
197	42	38	4	4	811	138	134	4	6	1493	235	230	5	7
199	43	40	3	3	827	141	136	5	5	1523	238	232	6	6
211	44	42	2	3	829	142	138	4	6	1531	239	234	5	6
227	46	44	2	2	857	145	140	5	5	1549	241	236	5	5
229	47	46	1	1	859	146	142	4	4	1553	242	238	4	7
233	48	48	0	1	863	147	144	3	6	1579	246	240	6	6
241	50	50	0	1	887	151	146	5	7	1583	247	242	5	6
257	52	52	0	0	919	154	148	6	9	1607	249	244	5	6
263	53	54	-1	0	947	158	150	8	8	1609	251	246	5	5
271	55	56	-1	2	953	159	152	7	9	1613	252	248	4	5
293	59	58	1	4	977	162	154	8	8	1621	254	250	4	5
317	63	60	3	3	983	163	156	7	7	1637	256	252	4	6
331	64	62	2	3	991	164	158	6	7	1667	259	254	5	5
347	66	64	2	2	1009	166	160	6	6	1669	260	256	4	5
349	67	66	1	1	1013	167	162	5	6	1697	262	258	4	4
353	68	68	0	3	1021	169	164	5	7	1699	263	260	3	6
379	72	70	2	2	1039	172	166	6	7	1733	267	262	5	5
383	73	72	1	6	1051	174	168	6	8	1741	268	264	4	6
421	79	74	5	7	1069	177	170	7	10	1759	271	266	5	7
439	82	76	6	6	1097	181	172	9	9	1787	274	268	6	6
443	83	78	5	9	1103	182	174	8	11	1789	275	270	5	5
467	88	80	8	8	1129	186	176	10	12	1801	276	272	4	5
479	89	82	7	9	1163	189	178	11	11	1823	278	274	4	4
499	92	84	8	8	1171	190	180	10	11	1831	279	276	3	3
503	93	86	7	10	1187	192	182	10	10	1847	280	278	2	2
541	97	88	9	10	1193	193	184	9	9	1861	281	280	1	4
557	99	90	9	9	1201	194	186	8	9	1877	285	282	3	3
563	100	92	8	9	1217	196	188	8	8	1879	286	284	2	4
571	102	94	8	9	1223	197	190	7	8	1907	289	286	3	2
587	104	96	8	8	1231	199	192	7	8	1913	290	288	2	

Tabelle XII

$$m = 30, \Gamma = \{1, 7, 13, 19\}, i = 2$$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
7	1	2	-1	0	571	102	98	4	4	1231	199	194	5	5
13	3	4	-1	0	577	103	100	3	6	1237	200	196	4	4
19	5	6	-1	1	601	107	102	5	5	1249	201	198	3	5
31	8	8	0	0	607	108	104	4	4	1279	204	200	4	6
37	9	10	-1	0	613	109	106	3	4	1291	207	202	5	5
43	11	12	-1	2	619	111	108	3	3	1297	208	204	4	5
61	15	14	1	1	631	112	110	2	3	1303	210	206	4	6
67	16	16	0	1	643	114	112	2	5	1321	213	208	5	5
73	18	18	0	0	661	118	114	4	4	1327	214	210	4	7
79	19	20	-1	1	673	119	116	3	5	1381	218	212	6	6
97	22	22	0	1	691	122	118	4	5	1399	219	214	5	6
103	24	24	0	1	709	124	120	4	5	1423	221	216	5	6
109	26	26	0	1	727	126	122	4	4	1429	223	218	5	7
127	28	28	0	2	733	127	124	3	3	1447	226	220	6	7
139	31	30	1	2	739	128	126	2	3	1453	228	222	6	6
151	33	32	1	1	751	130	128	2	2	1459	229	224	5	5
157	34	34	0	0	757	131	130	1	2	1471	230	226	4	5
163	35	36	-1	2	769	133	132	1	2	1483	232	228	4	5
181	39	38	1	2	787	135	134	1	3	1489	234	230	4	8
193	41	40	1	2	811	138	136	2	3	1531	239	232	7	7
199	43	42	1	1	823	140	138	2	3	1543	240	234	6	6
211	44	44	0	0	829	142	140	2	3	1549	241	236	5	7
223	45	46	-1	0	853	144	142	2	3	1567	244	238	6	7
229	47	48	-1	1	859	146	144	2	3	1579	246	240	6	7
241	50	50	0	4	877	148	146	2	3	1597	248	242	6	8
271	55	52	3	3	883	150	148	2	2	1609	251	244	7	9
277	56	54	2	3	907	151	150	1	3	1621	254	246	8	8
283	58	56	2	3	919	154	152	2	3	1627	255	248	7	8
307	60	58	2	3	937	156	154	2	4	1657	257	250	7	7
313	62	60	2	3	967	159	156	3	7	1663	258	252	6	7
331	64	62	2	2	991	164	158	6	6	1669	260	254	6	6
337	65	64	1	2	997	165	160	5	5	1693	261	256	5	6
349	67	66	1	3	1009	166	162	4	6	1699	263	258	5	7
367	70	68	2	2	1021	169	164	5	6	1723	266	260	6	7
373	71	70	1	1	1033	171	166	5	5	1741	268	262	6	6
379	72	72	0	2	1039	172	168	4	5	1747	269	264	5	5
397	75	74	1	2	1051	174	170	4	5	1753	270	266	4	4
409	77	76	1	2	1063	176	172	4	4	1759	271	268	3	3
421	79	78	1	2	1069	177	174	3	3	1777	272	270	2	2
433	81	80	1	1	1087	178	176	2	3	1783	273	272	1	2
439	82	82	0	2	1093	180	178	2	5	1789	275	274	1	1
457	85	84	1	2	1117	184	180	4	4	1801	276	276	0	2
463	87	86	1	3	1123	185	182	3	3	1831	279	278	1	2
487	90	88	2	3	1129	186	184	2	3	1861	281	280	1	1
499	92	90	2	5	1153	188	186	2	3	1867	282	282	0	1
523	96	92	4	4	1171	190	188	2	5	1873	284	284	0	1
541	97	94	3	3	1201	194	190	4	4	1879	286	286	0	
547	98	96	2	5	1213	195	192	3	6					

Tabelle XIII

 $m = 30$, $\Gamma = \{1, 11, 19, 29\}$, Vierergruppe der zweiten Einheitswurzeln, $i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
11	2	2	0	2	541	97	96	1	4	1229	198	190	8	8
19	5	4	1	2	569	101	98	3	3	1231	199	192	7	8
29	7	6	1	1	571	102	100	2	5	1249	201	194	7	7
31	8	8	0	1	599	106	102	4	4	1259	202	196	6	7
41	10	10	0	3	601	107	104	3	6	1279	204	198	6	7
59	14	12	2	2	619	111	106	5	5	1289	206	200	6	6
61	15	14	1	2	631	112	108	4	4	1291	207	202	5	6
71	17	16	1	2	641	113	110	3	6	1301	209	204	5	7
79	19	18	1	2	659	117	112	5	5	1319	212	206	6	6
89	21	20	1	2	661	118	114	4	7	1321	213	208	5	6
101	23	22	1	3	691	122	116	6	6	1361	215	210	5	7
109	26	24	2	4	701	123	118	5	5	1381	218	212	6	6
131	29	26	3	4	709	124	120	4	4	1399	219	214	5	5
139	31	28	3	3	719	125	122	3	5	1409	220	216	4	6
149	32	30	2	2	739	128	124	4	5	1429	223	218	5	6
151	33	32	1	5	751	130	126	4	5	1439	225	220	5	6
179	38	34	4	4	761	132	128	4	4	1451	227	222	5	6
181	39	36	3	3	769	133	130	3	6	1459	229	224	5	5
191	40	38	2	4	809	137	132	5	5	1471	230	226	4	4
199	43	40	3	3	811	138	134	4	4	1481	231	228	3	5
211	44	42	2	4	821	139	136	3	5	1489	234	230	4	5
229	47	44	3	4	829	142	138	4	4	1499	236	232	4	4
239	49	46	3	3	839	143	140	3	5	1511	237	234	3	4
241	50	48	2	2	859	146	142	4	6	1531	239	236	3	4
251	51	50	1	3	881	149	144	5	8	1549	241	238	3	4
269	54	52	2	2	911	153	146	7	7	1559	243	240	3	4
271	55	54	1	2	919	154	148	6	6	1571	245	242	3	3
281	57	56	1	4	929	155	150	5	6	1579	246	244	2	4
311	61	58	3	5	941	157	152	5	8	1601	249	246	3	4
331	64	60	4	6	971	161	154	7	9	1609	251	248	3	4
349	67	62	5	6	991	164	156	8	9	1619	253	250	3	3
359	69	64	5	7	1009	166	158	8	9	1621	254	252	2	7
379	72	66	6	7	1019	168	160	8	8	1669	260	254	6	8
389	74	68	6	7	1021	169	162	7	7	1699	263	256	7	7
401	76	70	6	6	1031	170	164	6	7	1709	264	258	6	6
409	77	72	5	5	1039	172	166	6	6	1721	265	260	5	7
419	78	74	4	4	1049	173	168	5	5	1741	268	262	6	8
421	79	76	3	3	1051	174	170	4	4	1759	271	264	7	10
431	80	78	2	3	1061	175	172	3	4	1789	275	266	9	9
439	82	80	2	3	1069	177	174	3	4	1801	276	268	8	8
449	84	82	2	3	1091	179	176	3	6	1811	277	270	7	8
461	86	84	2	4	1109	183	178	5	7	1831	279	272	7	8
479	89	86	3	4	1129	186	180	6	6	1861	281	274	7	8
491	91	88	3	3	1151	187	182	5	7	1871	283	276	7	9
499	92	90	2	3	1171	190	184	6	6	1879	286	278	8	8
509	94	92	2	2	1181	191	186	5	7	1889	287	280	7	7
521	95	94	1	2	1201	194	188	6	9	1901	288	282	6	

Tabelle XIV

 $m = 26, \Gamma = \{1, 3, 9, 17, 23, 25\}$, Gruppe der quadratischen Reste, $i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
3	1	2	—1	2	311	62	60	2	2	701	124	118	6	7
17	5	4	1	2	313	63	62	1	3	719	126	120	6	6
23	7	6	1	1	337	66	64	2	2	727	127	122	5	8
29	8	8	0	3	347	67	66	1	4	751	131	124	7	7
43	12	10	2	3	367	71	68	3	3	757	132	126	6	10
53	14	12	2	3	373	72	70	2	4	797	137	128	9	9
61	16	14	2	5	389	75	72	3	6	809	138	130	8	10
79	20	16	4	7	419	79	74	5	7	823	141	132	9	10
101	24	18	6	6	433	82	76	6	6	829	143	134	9	11
103	25	20	5	5	439	83	78	5	5	857	146	136	10	10
107	26	22	4	5	443	84	80	4	8	859	147	138	9	11
113	28	24	4	4	467	89	82	7	9	881	150	140	10	10
127	29	26	3	3	491	92	84	8	9	883	151	142	9	9
131	30	28	2	3	503	94	86	8	9	887	152	144	8	8
139	32	30	2	4	521	96	88	8	8	907	153	146	7	7
157	35	32	3	5	523	97	90	7	8	911	154	148	6	6
173	38	34	4	4	547	99	92	7	8	919	155	150	5	6
179	39	36	3	3	563	101	94	7	7	937	157	152	5	7
181	40	38	2	2	569	102	96	6	6	953	160	154	6	7
191	41	40	1	3	571	103	98	5	8	971	162	156	6	8
199	44	42	2	2	599	107	100	7	7	991	165	158	7	7
211	45	44	1	4	601	108	102	6	6	997	166	160	6	7
233	49	46	3	5	607	109	104	5	9	1013	168	162	6	8
251	52	48	4	4	641	114	106	8	9	1031	171	164	7	8
257	53	50	3	3	647	116	108	8	8	1039	173	166	7	7
263	54	52	2	2	653	117	110	7	7	1049	174	168	6	8
269	55	54	1	2	659	118	112	6	7	1063	177	170	7	7
277	57	56	1	2	673	120	114	6	6	1069	178	172	6	7
283	59	58	1	3	677	121	116	5	7	1091	180	174	6	

Tabelle XV $m = 26, \Gamma = \{1, 3, 9\}$, Gruppe der biquadratischen Reste, $i = 4$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
3	1	4	-3	3	313	63	60	3	6	659	118	116	2	4
29	8	8	0	5	347	67	64	3	6	677	121	120	1	11
53	14	12	2	3	367	71	68	3	3	757	132	124	8	13
61	16	16	0	3	373	72	72	0	6	809	138	128	10	18
79	20	20	0	5	419	79	76	3	7	859	147	132	15	19
107	26	24	2	3	443	84	80	4	13	887	152	136	16	17
113	28	28	0	1	503	94	84	10	11	911	154	140	14	14
131	30	32	-2	-1	521	96	88	8	8	919	155	144	11	12
139	32	36	-4	-2	523	97	92	5	6	937	157	148	9	13
157	35	40	-5	0	547	99	96	3	10	971	162	152	10	12
191	41	44	-3	0	599	107	100	7	7	991	165	156	9	9
211	45	48	-3	5	601	108	104	4	4	997	166	160	6	13
263	54	52	2	2	607	109	108	1	8	1049	174	164	10	13
269	55	56	-1	6	653	117	112	5	5	1069	178	168	10	

Tabelle XVI $m = 26, \Gamma = \{1, 25\}$, Gruppe der Reste 6ten Grades, $i = 6$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
53	14	6	8	13	389	75	66	9	17	857	146	126	20	20
79	20	12	8	12	443	84	72	12	16	859	147	132	15	18
103	25	18	7	11	467	89	78	11	17	883	151	138	13	15
131	30	24	6	10	521	96	84	12	14	911	154	144	10	12
157	35	30	5	9	547	99	90	9	12	937	157	150	7	17
181	40	36	4	12	571	103	96	7	10	1013	168	156	12	16
233	49	42	7	19	599	107	102	5	18	1039	173	162	11	17
311	62	48	14	14	677	121	108	13	15	1091	180	168	12	
313	63	54	9	11	701	124	114	10	12					
337	66	60	6	14	727	127	120	7	25					

Tabelle XVII $m = 26, \Gamma = \{1\}$, $i = 12$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
53	14	12	2	7	443	84	72	12	23	859	147	132	15	21
79	20	24	-4	5	521	96	84	12	14	911	154	144	10	12
131	30	36	-6	-2	547	99	96	3	10	937	157	156	1	23
157	35	48	-13	14	599	107	108	-1	12	1093	180	168	12	
313	63	60	3	23	677	121	120	1	26					

Tabelle XVIII

 $m = 262$, $\Gamma =$ Gruppe der quadratischen Reste, $i = 2$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
3	1	2	-1	-1	563	101	92	9	9	1091	180	182	-2	-2
5	2	4	-2	-2	569	102	94	8	9	1093	181	184	-3	-3
7	3	6	-3	-3	577	104	96	8	8	1097	182	186	-4	-4
11	4	8	-4	-4	587	105	98	7	8	1103	183	188	-5	-5
13	5	10	-5	1	599	107	100	7	7	1109	184	190	-6	-5
41	12	12	0	0	601	108	102	6	7	1123	186	192	-6	-6
43	13	14	-1	0	613	110	104	6	8	1129	187	194	-7	-6
53	15	16	-1	-1	631	113	106	7	7	1153	189	196	-7	-6
59	16	18	-2	-2	641	114	108	6	7	1171	191	198	-7	-3
61	17	20	-3	2	647	116	110	6	6	1213	196	200	-4	-4
89	23	22	1	2	653	117	112	5	5	1217	197	202	-5	-5
101	25	24	1	2	659	118	114	4	7	1223	198	204	-6	-5
107	27	26	1	1	683	122	116	6	6	1231	200	206	-6	-6
109	28	28	0	0	691	123	118	5	5	1237	201	208	-7	-6
113	29	30	-1	3	701	124	120	4	5	1259	203	210	-7	-6
151	34	32	2	4	719	126	122	4	6	1279	205	212	-7	-5
167	37	34	3	4	739	129	124	5	7	1291	208	214	-6	-2
179	39	36	3	4	757	132	126	6	7	1319	213	216	-3	-3
191	41	38	3	3	769	134	128	6	7	1321	214	218	-4	-1
193	42	40	2	4	787	136	130	6	6	1373	218	220	-2	-1
211	45	42	3	6	797	137	132	5	6	1399	220	222	-2	-2
233	49	44	5	5	811	139	134	5	5	1409	221	224	-3	-3
239	50	46	4	7	821	140	136	4	5	1423	222	226	-4	-4
263	54	48	6	6	827	142	138	4	4	1427	223	228	-5	-4
269	55	50	5	5	829	143	140	3	3	1433	225	230	-5	-5
271	56	52	4	4	839	144	142	2	5	1439	226	232	-6	-6
277	57	54	3	4	863	148	144	4	4	1453	227	234	-7	-1
283	59	56	3	4	877	149	146	3	5	1487	234	236	-2	-2
307	61	58	3	3	887	152	148	4	4	1489	235	238	-3	-3
311	62	60	2	3	907	153	150	3	3	1493	236	240	-4	-4
317	64	62	2	3	911	154	152	2	3	1499	237	242	-5	-2
337	66	64	2	4	929	156	154	2	2	1543	241	244	-3	-3
353	69	66	3	4	937	157	156	1	3	1549	242	246	-4	-4
367	71	68	3	4	953	160	158	2	4	1553	243	248	-5	-2
379	73	70	3	3	977	163	160	3	4	1579	247	250	-3	-3
383	74	72	2	3	991	165	162	3	3	1583	248	252	-4	-4
397	76	74	2	3	997	166	164	2	4	1597	249	254	-5	-4
409	78	76	2	3	1019	169	166	3	4	1607	251	256	-5	-4
421	80	78	2	2	1031	171	168	3	5	1613	253	258	-5	-4
431	81	80	1	2	1049	174	170	4	4	1621	255	260	-5	-5
439	83	82	1	3	1051	175	172	3	3	1627	256	262	-6	-6
457	86	84	2	4	1061	176	174	2	2	1637	257	264	-7	-6
467	89	86	3	4	1063	177	176	1	1	1663	259	266	-7	-5
487	91	88	3	11	1069	178	178	0	0	1693	262	268	-6	-6
557	100	90	10	10	1087	179	180	-1	-1	1697	263	270	-7	-4

Fortsetzung der Tabelle XVIII

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_T(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_T(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_T(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
1723	267	272	-5	-4	2411	356	362	-6	-6	3251	456	452	4	4
1741	269	274	-5	-5	2417	357	364	-7	-7	3253	457	454	3	3
1747	270	276	-6	-4	2423	358	366	-8	-6	3257	458	456	2	7
1777	273	278	-5	-5	2447	361	368	-7	-7	3313	464	458	6	6
1783	274	280	-6	-6	2459	362	370	-8	-8	3319	465	460	5	5
1787	275	282	-7	-5	2467	363	372	-9	-2	3323	466	462	4	8
1811	278	284	-6	-4	2549	371	374	-3	-3	3359	471	464	7	10
1847	281	286	-5	-5	2551	372	376	-4	-2	3389	475	466	9	10
1861	282	288	-6	-6	2591	375	378	-3	0	3407	477	468	9	9
1867	283	290	-7	-6	2621	379	380	-1	-1	3413	478	470	8	8
1873	285	292	-7	-7	2633	380	382	-2	-2	3433	479	472	7	7
1877	286	294	-8	-8	2647	381	384	-3	-2	3449	480	474	6	7
1879	287	296	-9	-9	2659	383	386	-3	-3	3461	482	476	6	7
1889	288	298	-10	-6	2663	384	388	-4	-2	3467	484	478	6	6
1933	293	300	-7	-6	2683	387	390	-3	2	3469	485	480	5	7
1951	295	302	-7	-4	2711	393	392	1	2	3511	488	482	6	7
1993	299	304	-5	-4	2719	395	394	1	1	3527	490	484	6	6
1999	301	306	-5	-5	2729	396	396	0	1	3529	491	486	5	7
2003	302	308	-6	-6	2741	398	398	0	0	3541	494	488	6	7
2011	303	310	-7	-7	2749	399	400	-1	0	3557	496	490	6	7
2017	304	312	-8	-8	2767	401	402	-1	0	3571	498	492	6	6
2027	305	314	-9	-9	2789	403	404	-1	0	3581	499	494	5	5
2029	306	316	-10	-10	2797	405	406	-1	0	3583	500	496	4	7
2039	307	318	-11	-4	2803	407	408	-1	3	3617	504	498	6	7
2099	315	320	-5	-5	2851	412	410	2	5	3631	506	500	6	6
2111	316	322	-6	-5	2887	416	412	4	4	3637	507	502	5	7
2129	318	324	-6	-6	2897	417	414	3	3	3671	510	504	6	6
2131	319	326	-7	-7	2903	418	416	2	2	3673	511	506	5	5
2137	320	328	-8	-8	2909	419	418	1	1	3677	512	508	4	6
2141	321	330	-9	-7	2917	420	420	0	0	3701	515	510	5	5
2161	324	332	-8	-7	2927	421	422	-1	1	3709	516	512	4	5
2203	326	334	-8	-7	2957	424	424	0	0	3727	518	514	4	4
2213	328	336	-8	-8	2963	425	426	-1	0	3733	519	516	3	5
2221	329	338	-9	-8	2971	427	428	-1	-1	3767	522	518	4	4
2239	331	340	-9	-9	2999	428	430	-2	-1	3769	523	520	3	4
2243	332	342	-10	-7	3011	430	432	-2	1	3793	525	522	3	3
2273	336	344	-8	-7	3041	434	434	0	0	3797	526	524	2	2
2287	338	346	-8	-5	3049	435	436	-1	-1	3803	527	526	1	3
2311	342	348	-6	-5	3061	436	438	-2	4	3833	530	528	2	2
2339	344	350	-6	-6	3121	443	440	3	6	3847	531	530	1	1
2341	345	352	-7	-4	3169	447	442	5	7	3851	532	532	0	1
2371	349	354	-5	-3	3187	450	444	6	6	3863	534	534	0	3
2383	352	356	-4	-3	3203	451	446	5	5	3907	538	536	2	2
2393	354	358	-4	-4	3209	452	448	4	5	3911	539	538	1	5
2399	355	360	-5	-5	3221	454	450	4	5	3931	544	540	4	

Tabelle XIX

 $m = 262$, $\Gamma =$ Gruppe der Reste 5ten Grades, $i = 5$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
19	7	5	2	8	1093	181	190	-9	-6	2551	372	375	-3	-3
47	14	10	4	8	1117	185	195	-10	4	2557	373	380	-7	-2
71	19	15	4	5	1231	200	200	0	2	2621	379	385	-6	-3
79	21	20	1	6	1259	203	205	-2	2	2659	383	390	-7	-6
107	27	25	2	3	1291	208	210	-2	5	2671	385	395	-10	-9
113	29	30	-1	2	1361	216	215	1	2	2683	387	400	-13	-12
149	33	35	-2	0	1373	218	220	-2	-2	2689	389	405	-16	-15
163	36	40	-4	0	1381	219	225	-6	-5	2699	391	410	-19	-16
191	41	45	-4	-4	1409	221	230	-9	-9	2719	395	415	-20	-9
193	42	50	-8	-7	1423	222	235	-13	-6	2803	407	420	-13	-13
199	44	55	-11	-11	1459	230	240	-10	-5	2819	408	425	-17	-16
211	45	60	-15	-15	1493	236	245	-9	-3	2837	410	430	-20	-20
223	46	65	-19	-12	1553	243	250	-7	-5	2843	411	435	-24	-15
263	54	70	-16	-13	1571	246	255	-9	-2	2927	421	440	-19	-18
281	58	75	-17	-15	1619	254	260	-6	5	2953	423	445	-22	-13
307	61	80	-19	-18	1721	266	265	1	8	3037	433	450	-17	-6
313	63	85	-22	-21	1783	274	270	4	4	3163	445	455	-10	-6
331	65	90	-25	-4	1787	275	275	0	0	3191	450	460	-10	-5
461	87	95	-8	-6	1789	276	280	-4	4	3251	456	465	-9	-8
479	90	100	-10	-4	1873	285	285	0	5	3257	458	470	-12	-10
523	97	105	-8	-5	1913	291	290	1	2	3299	461	475	-14	-13
563	101	110	-9	-9	1933	293	295	-2	4	3307	463	480	-17	-12
569	102	115	-13	-13	1997	300	300	0	3	3343	469	485	-16	-15
571	103	120	-17	-16	2017	304	305	-1	-1	3359	471	490	-19	-19
587	105	125	-20	-20	2027	305	310	-5	10	3361	472	495	-23	-19
593	106	130	-24	-18	2141	321	315	6	6	3407	477	500	-23	-20
631	113	135	-22	-16	2143	322	320	2	5	3457	481	505	-24	-21
673	120	140	-20	-12	2203	326	325	1	7	3469	485	510	-25	-7
739	129	145	-16	-10	2251	333	330	3	7	3617	504	515	-11	-11
787	136	150	-14	-5	2287	338	335	3	6	3623	505	520	-15	-4
857	146	155	-9	2	2311	342	340	2	3	3719	517	525	-8	-6
941	158	160	-2	2	2339	344	345	-1	2	3739	520	530	-10	-9
977	163	165	-2	0	2357	348	350	-2	-1	3767	522	535	-13	-7
997	166	170	-4	-4	2377	350	355	-5	3	3823	529	540	-11	-9
1009	167	175	-8	-2	2437	359	360	-1	6	3851	532	545	-13	-7
1049	174	180	-6	-2	2521	367	365	2	5	3911	539	550	-11	-8
1087	179	185	-6	-5	2549	371	370	1	1	3929	543	555	-12	

Tabelle XX

 $m = 262$, $\Gamma =$ Gruppe der Reste 10ten Grades, $i = 10$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
107	27	10	+17	+18	1259	203	200	+ 3	+ 7	2549	371	390	-19	-19
113	29	20	+ 9	+20	1291	208	210	- 2	+ 7	2551	372	400	-28	-22
191	41	30	+11	+11	1373	218	220	- 2	0	2621	379	410	-31	-28
193	42	40	+ 2	+ 4	1409	221	230	- 9	- 9	2659	383	420	-37	-34
211	45	50	- 5	+ 3	1423	222	240	-18	- 5	2683	387	430	-43	-36
263	54	60	- 6	0	1493	236	250	-14	- 8	2719	395	440	-45	-34
307	61	70	- 9	+30	1553	243	260	-17	+13	2803	407	450	-43	-30
563	101	80	+21	+21	1783	274	270	+ 4	+ 4	2927	421	460	-39	- 5
569	102	90	+12	+14	1787	275	280	- 5	+ 4	3251	456	470	-14	-13
587	105	100	+ 5	+12	1873	285	290	- 5	- 4	3257	458	480	-22	-22
631	113	110	+ 3	+18	1879	287	300	-13	- 8	3359	459	490	-31	-14
739	129	120	+ 9	+15	1933	293	310	-17	- 7	3407	477	500	-23	-16
787	136	130	+ 6	+32	2017	304	320	-16	-16	3469	485	510	-25	- 7
977	163	140	+23	+25	2027	305	330	-25	-10	3617	504	520	-16	+ 1
997	166	150	+16	+23	2141	321	340	-19	-15	3767	522	530	- 8	+ 1
1049	174	160	+14	+19	2203	326	350	-24	-13	3851	532	540	- 8	- 2
1087	180	170	+10	+10	2287	338	360	-22	-19	3911	539	550	-11	
1093	181	180	+ 1	+19	2311	342	370	-28	-27					
1231	200	190	+10	+12	2339	344	380	-36	-10					

Tabelle XXI $m = 262$, $\Gamma =$ Gruppe der Reste 13ten Grades, $i = 13$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
53	15	13	+ 2	+ 3	1049	174	195	-21	-12	2447	261	377	-16	-10
61	17	26	- 9	- 7	1109	184	208	-24	- 8	2531	368	390	-22	-12
73	20	39	-19	-17	1237	201	221	-20	-20	2621	379	403	-24	-14
89	23	52	-29	-15	1249	202	234	-32	-15	2693	390	416	-26	+ 8
173	38	65	-27	-12	1399	220	247	-27	-15	2971	425	429	- 4	+ 7
263	54	78	-24	+ 9	1483	233	260	-27	-24	3083	437	442	- 5	+10
463	88	91	- 3	+ 5	1499	237	273	-36	-36	3217	453	455	- 2	+19
523	97	104	- 7	- 1	1511	238	286	-48	-41	3407	475	468	+ 7	+15
577	104	117	-13	- 8	1571	246	299	-53	-10	3467	484	481	+ 3	+20
613	110	130	-20	- 3	1907	290	312	-22	+22	3607	502	494	+ 8	+40
733	128	143	-15	- 8	2269	335	325	+10	+14	3877	535	507	+28	+35
787	136	156	-20	-13	2297	340	338	+ 2	+ 9	3929	543	520	+23	
839	144	169	-25	-23	2357	348	351	- 3	+ 4					
859	147	182	-35	- 9	2411	356	364	- 8	- 4					

Tabelle XXII $m = 262$, $\Gamma =$ Gruppe der Reste 26ten Grades, $i = 26$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
53	15	26	-11	-10	839	144	208	-64	-35	2447	361	390	-29	-12
61	17	52	-35	-30	1049	174	234	-60	-51	2621	379	416	-37	+ 8
89	23	78	-55	-25	1109	184	260	-76	-60	2971	425	442	-17	+32
263	54	104	-50	- 1	1237	201	286	-85	-67	3407	475	468	+ 7	+15
577	104	130	-26	-21	1399	220	312	-92	-76	3467	484	494	-10	
613	110	156	-46	-21	1499	237	338	-101	+17					
787	136	182	-46	-39	2411	356	364	- 8	- 4					

Tabelle XXIII $m = 262$, $\Gamma =$ Gruppe der Reste 65ten Grades, $i = 65$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
263	54	65	-11	+31	1049	174	260	-86	-15	2621	379	455	-76	+21
523	97	130	-33	+ 5	1571	246	325	-79	+22	3407	477	520	-43	+22
787	136	195	-59	-22	2357	348	390	-42	-12	3929	543	585	-42	

Tabelle XXIV
 $m = 262$, $\Gamma = \text{Restklasse } \{1\}$, $i = 130$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
263	54	130	-76	+ 5	64453	6448	6500	-52	+ 15
787	136	260	-124	- 87	65239	6516	6630	-114	+ 50
1049	174	390	-216	- 12	67073	6681	6760	- 79	+129
2621	379	520	-141	- 44	69431	6890	6890	0	+191
3407	477	650	-173	-107	71527	7082	7020	+ 62	+ 82
3931	544	780	-236	- 56	71789	7103	7150	- 47	+ 5
5503	725	910	-185	- 67	72313	7156	7280	-124	- 38
6551	844	1040	-196	- 21	73361	7243	7410	-167	- 22
8123	1020	1170	-150	- 96	74933	7389	7540	-151	- 40
8647	1075	1300	-225	-135	76243	7501	7670	-169	-102
9433	1166	1430	-264	+ 69	77029	7569	7800	-231	-208
12577	1500	1560	- 60	+102	77291	7593	7930	-337	- 83
14149	1663	1690	- 27	- 4	80173	7848	8060	-212	- 44
14411	1687	1820	-133	+165	82007	8017	8190	-173	-125
17293	1986	1950	+ 36	+149	82531	8066	8320	-254	-231
18341	2100	2080	+ 20	+168	82793	8090	8450	-360	-296
19913	2249	2210	+ 39	+280	83579	8155	8580	-425	-175
22271	2491	2340	+151	+231	86461	8406	8710	-304	-220
23057	2572	2470	+102	+150	87509	8491	8840	-349	-238
23581	2621	2600	+ 21	+173	88819	8603	8970	-367	-272
25153	2774	2730	+ 44	+121	89867	8699	9100	-401	- 7
25939	2852	2860	- 8	+ 97	94321	9094	9230	-136	-110
26987	2958	2990	- 32	+ 38	94583	9121	9360	-239	-194
27773	3029	3120	- 91	- 42	95107	9167	9490	-323	-300
28297	3079	3250	-171	-146	95369	9191	9620	-429	-188
28559	3105	3380	-275	+167	98251	9433	9750	-317	-176
33013	3548	3510	+ 38	+131	99823	9575	9880	-305	-240
34061	3642	3640	+ 2	+ 77	100609	9641	10010	-369	-228
34847	3718	3770	- 52	+146	102181	9783	10140	-357	-291
36943	3817	3900	+ 17	+112	102967	9850	10270	-420	-266
37991	4013	4030	- 17	+104	104801	10005	10400	-395	-262
39301	4135	4160	- 25	- 1	106373	10139	10530	-391	-122
39563	4160	4290	-130	- 83	109517	10409	10660	-251	+189
40087	4208	4420	-212	- 64	114757	10850	10790	+ 60	+ 81
41659	4357	4550	-193	+ 27	115019	10872	10920	- 48	+ 66
44017	4578	4680	-102	- 73	116329	10987	11050	- 63	+ 93
44279	4608	4810	-202	- 87	118163	11144	11180	- 36	+ 6
45589	4724	4940	-216	- 76	118687	11187	11310	-123	+510
47161	4865	5070	-205	-132	126023	11821	11440	+381	+425
47947	4939	5200	-261	-193	126547	11866	11570	+296	+422
48733	5008	5330	-322	+211	128119	11993	11700	+293	+453
54497	5542	5460	+ 82	+130	129953	12154	11830	+324	+370
55021	5591	5590	+ 1	+ 69	130477	12201	11960	+241	+368
55807	5660	5720	- 60	+113	132049	12329	12090	+239	+329
57641	5834	5850	- 16	+ 63	133097	12420	12220	+200	+327
58427	5914	5980	- 66	+ 74	134669	12548	12350	+198	+239
59999	6055	6110	- 55	+270	135193	12590	12480	+110	+182
63667	6381	6240	+141	+167	135979	12663	12610	+ 53	+257
63929	6408	6370	+ 38	+ 77	138337	12868	12740	+128	+153

Fortsetzung der Tabelle XXIV.

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_T(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_T(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
138599	12894	12870	+ 24	+ 61	224011	19936	19500	+436	+501
139123	12932	13000	- 68	+ 18	224797	20002	19630	+372	+437
140171	13019	13130	-111	+ 3	225583	20068	19760	+308	+389
141481	13134	13260	-126	- 39	226631	20150	19890	+260	+382
142529	13222	13390	-168	-126	228203	20273	20020	+253	+326
143053	13265	13520	-255	-110	228989	20347	20150	+197	+334
144887	13411	13650	-239	-128	230561	20485	20280	+205	+263
146197	13523	13780	-257	-194	231347	20544	20410	+134	+177
146983	13587	13910	-323	-255	231871	20588	20540	+ 48	+128
147769	13656	14040	-384	-303	232919	20669	20670	- 1	+237
148817	13738	14170	-432	-382	236063	20908	20800	+108	+211
149341	13789	14300	-511	-486	237373	21012	20930	+ 82	+138
149603	13815	14430	-615	-305	238159	21069	21060	+ 9	+137
153271	14126	14560	-434	-407	239731	21198	21190	+ 8	+ 71
153533	14154	14690	-536	-501	240517	21262	21320	- 58	+ 3
154057	14190	14820	-630	-468	241303	21324	21450	-126	+ 25
155891	14353	14950	-597	-545	243137	21476	21580	-104	+218
156677	14406	15080	-674	-178	247067	21799	21710	+ 89	+126
162703	14903	15210	-307	+197	247591	21837	21840	- 3	+ 21
168991	15408	15340	+ 68	+134	247853	21862	21970	-108	- 40
169777	15475	15470	+ 5	+294	248639	21931	22100	-169	+248
173183	15765	15600	+165	+205	253879	22349	22230	+119	+140
173707	15806	15730	+ 76	+ 97	254141	22371	22360	+ 11	+ 67
173969	15828	15860	- 32	+159	254927	22428	22490	- 62	+ 8
176327	16020	15990	+ 30	+102	255713	22499	22620	-121	- 59
177113	16093	16120	- 27	+143	256499	22562	22750	-188	+ 34
179209	16264	16250	+ 14	+ 37	259381	22785	22880	- 95	- 73
179471	16288	16380	- 92	+143	259643	22808	23010	-202	- 42
182353	16524	16510	+ 14	+166	261739	22969	23140	-171	- 27
184187	16677	16640	+ 37	+ 80	263573	23114	23270	-156	- 92
184711	16721	16770	- 49	+ 91	264359	23179	23400	-221	+142
186283	16862	16900	- 38	+ 19	268813	23543	23530	+ 13	+646
187069	16920	17030	-110	+299	276673	24177	23660	+517	+757
192047	17330	17160	+170	+212	279817	24418	23790	+628	+689
192571	17373	17290	+ 83	+106	280603	24480	23920	+560	+648
192833	17397	17420	- 23	+ 18	281651	24569	24050	+519	+886
193357	17439	17550	-111	- 86	286367	24937	24180	+757	+878
193619	17465	17680	-215	- 27	287939	25059	24310	+749	+853
195977	17654	17810	-156	-118	289249	25164	24440	+724	+745
196501	17693	17940	-247	-116	289511	25186	24570	+616	+721
198073	17825	18070	-245	-178	290821	25292	24700	+592	+673
198859	17893	18200	-307	+ 28	291869	25374	24830	+544	+582
203051	18229	18330	-101	- 2	292393	25413	24960	+453	+514
204361	18329	18460	-131	-108	293179	25475	25090	+385	+401
204623	18353	18590	-237	+ 68	293441	25492	25220	+272	+329
208291	18659	18720	- 61	- 37	294227	25550	25350	+200	+238
208553	18684	18850	-166	+ 32	294751	25589	25480	+109	+313
210911	18883	18980	- 97	+394	297371	25794	25610	+184	+244
217199	19375	19110	+265	+369	298157	25855	25740	+115	+154
218509	19480	19240	+240	+504	298681	25895	25870	+ 25	+ 44
221653	19745	19370	+375	+565	298943	25915	26000	- 85	

Tabelle XXV

 $m = 262$, $\Gamma = \text{Restklasse } \{259\}$, $i = 130$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
521	96	130	-34	+81	57637	5835	6500	-665	-638
1307	212	260	-48	+19	57899	5863	6630	-767	-646
1831	280	390	-110	-13	59209	5985	6760	-775	-749
2617	378	520	-142	-106	59471	6012	6890	-878	-812
2879	415	650	-235	-48	60257	6079	7020	-941	-873
4451	603	780	-177	-84	61043	6148	7150	-1002	-724
5237	697	910	-213	-68	64187	6427	7280	-853	-743
6547	843	1040	-197	-108	65497	6538	7410	-872	-565
7333	933	1170	-237	+109	68903	6846	7540	-694	-652
10477	1280	1300	-20	+7	69427	6889	7670	-781	-640
10739	1308	1430	-122	+11	70999	7031	7800	-769	-748
12049	1442	1560	-118	+78	71261	7053	7930	-877	-801
13883	1639	1690	-51	-5	72047	7130	8060	-930	-750
14407	1686	1820	-134	-105	74143	7311	8190	-879	-808
14669	1716	1950	-234	-179	74929	7383	8320	-937	-704
15193	1772	2080	-308	-120	77549	7617	8450	-833	-624
17027	1961	2210	-249	-195	79907	7827	8580	-753	-565
17551	2016	2340	-324	+65	82003	8016	8710	-694	-421
21481	2406	2470	-64	+100	85147	8290	8840	-550	-483
23053	2571	2600	-29	+199	85933	8358	8970	-612	-545
25411	2800	2730	+70	+95	86719	8426	9100	-674	-654
25673	2826	2860	-34	+44	86981	8447	9230	-783	-709
26459	2905	2990	-85	+66	87767	8522	9360	-838	-568
28031	3057	3120	-63	+16	90911	8793	9490	-697	-587
28817	3137	3250	-113	+30	92221	8904	9620	-716	-478
30389	3281	3380	-99	+26	94841	9143	9750	-607	-135
31699	3407	3510	-103	+77	100343	9616	9880	-264	-148
33533	3588	3640	-52	0	101653	9733	10010	-277	-179
34057	3641	3770	-129	-105	102701	9832	10140	-308	+127
34319	3666	3900	-234	-184	107941	10268	10270	-2	+21
34843	3717	4030	-313	-145	108203	10292	10400	-108	-67
36677	3886	4160	-274	-236	108727	10334	10530	-196	+32
37201	3925	4290	-365	-328	111347	10563	10660	-97	-52
37463	3963	4420	-457	-409	111871	10609	10790	-181	-117
37987	4012	4550	-538	-369	112657	10674	10920	-246	-229
39821	4182	4680	-498	-380	112919	10692	11050	-358	-222
41131	4301	4810	-509	-405	114229	10829	11180	-351	-152
42179	4406	4940	-534	-478	116849	11029	11310	-281	-235
42703	4463	5070	-607	-443	117373	11076	11440	-364	-142
44537	4628	5200	-572	-524	119993	11299	11570	-271	-206
45061	4677	5330	-653	-515	120779	11365	11700	-335	-82
46633	4816	5460	-644	-573	123661	11619	11830	-211	-190
47419	4888	5590	-702	-678	123923	11641	11960	-319	-275
47681	4913	5720	-807	-688	124447	11686	12090	-404	-271
48991	5033	5850	-817	-791	126019	11820	12220	-400	-276
49253	5060	5980	-920	-729	127591	11945	12350	-405	-335
51349	5252	6110	-858	-570	128377	12016	12480	-464	-305
54493	5541	6240	-699	-607	130211	12176	12610	-434	-302
55541	5634	6370	-736	-536	131783	12309	12740	-431	-58

Fortsetzung der Tabelle XXV

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
136237	12683	12870	-187	-27	226103	20110	19630	+480	+641
138071	12844	13000	-156	+17	228199	20272	19760	+512	+536
140167	13018	13130	-112	+114	228461	20297	19890	+407	+476
142787	13245	13260	-15	+47	229247	20367	20020	+347	+396
143573	13308	13390	-82	+19	229771	20417	20150	+267	+353
144883	13410	13520	-110	-23	230819	20504	20280	+224	+329
145931	13498	13650	-152	-18	232129	20610	20410	+200	+214
147503	13633	13780	-147	+53	232391	20625	20540	+85	+267
149861	13834	13910	-76	+35	234749	20808	20670	+138	+182
151171	13946	14040	-94	-72	235273	20853	20800	+53	+224
151433	13969	14170	-201	-130	237631	21025	20930	+95	+162
152219	14041	14300	-259	-148	238417	21093	21060	+33	+241
153529	14153	14430	-277	-79	241037	21302	21190	+112	+157
155887	14352	14560	-208	-65	241561	21348	21320	+28	+51
157721	14496	14690	-194	-134	241823	21372	21450	-78	+241
158507	14557	14820	-263	-202	245753	21692	21580	+112	+153
159293	14619	14950	-331	-262	246277	21734	21710	+24	+42
160079	14689	15080	-391	-352	246539	21733	21840	-87	+153
160603	14729	15210	-481	-261	249421	21994	21970	+24	+142
163223	14950	15340	-390	-28	250993	22113	22100	+13	+163
167677	15313	15470	-157	-101	252827	22264	22230	+34	+93
168463	15370	15600	-230	-170	253613	22324	22360	-36	+137
169249	15431	15730	-299	-76	255709	22498	22490	+8	+29
171869	15655	15860	-205	+55	255971	22520	22620	-100	-41
175013	15916	15990	-74	+101	256757	22580	22750	-170	-135
177109	16092	16120	-28	+96	257281	22616	22880	-264	-203
178681	16217	16250	-33	+165	258067	22678	23010	-332	-311
181039	16416	16380	+36	+56	258329	22700	23140	-440	-334
181301	16437	16510	-73	+102	259639	22807	23270	-463	-219
183397	16613	16640	-27	+99	262783	23052	23400	-348	-162
184969	16740	16770	-30	+390	265141	23239	23530	-291	-271
189947	17161	16900	+261	+298	265403	23260	23660	-400	-138
190471	17199	17030	+169	+254	268547	23523	23790	-267	-201
191519	17285	17160	+125	+168	269333	23590	23920	-330	-163
192043	17329	17290	+39	+197	271429	23758	24050	-292	-204
193877	17488	17420	+68	+232	272477	23847	24180	-333	-295
195973	17653	17550	+103	+253	273001	23886	24310	-424	-372
197807	17804	17680	+124	+188	273787	23939	24440	-501	-125
198593	17869	17810	+59	+119	278503	24316	24570	-254	-176
199379	17930	17940	-10	+94	279551	24395	24700	-305	-242
200689	18035	18070	-35	+173	280337	24459	24830	-371	-263
203309	18244	18200	+44	+278	281647	24568	24960	-392	-184
206191	18479	18330	+149	+233	284267	24777	25090	-313	-182
207239	18564	18460	+104	+153	285839	24909	25220	-311	-220
207763	18614	18590	+24	+179	287149	25001	25350	-349	+198
209597	18770	18720	+50	+161	294223	25549	25480	+69	+153
210907	18882	18850	+32	+98	295271	25634	25610	+24	+124
211693	18949	18980	-31	+27	296581	25735	25740	-5	+20
212479	19008	19110	-102	+22	296843	25761	25870	-109	-54
214051	19133	19240	-107	+162	297629	25817	26000	-183	-147
217457	19403	19370	+33	+70	298153	25854	26130	-276	
217981	19441	19500	-59	+609					

Tabelle XXVI

 $m = 262$, $\Gamma = \text{Restklasse } \{17\}$, $i = 130$

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
541	98	130	-32	+84	51893	5307	5980	-673	-464
1327	215	260	-45	+56	54251	5517	6110	-593	-447
2113	317	390	-73	+155	55823	5664	6240	-576	-562
3947	546	520	+26	+116	58967	5679	6370	-691	-332
4733	637	650	-13	+76	59753	6039	6500	-461	-399
5519	727	780	-53	+5	60539	6102	6630	-528	-324
6043	786	910	-124	-34	62897	6307	6760	-453	-406
6829	877	1040	-163	-48	63421	6355	6890	-535	-199
7877	993	1170	-177	-95	66041	6692	7020	-328	-221
8663	1076	1300	-224	-164	68399	6800	7150	-350	-241
9187	1137	1430	-293	-204	69709	6910	7280	-370	+80
9973	1227	1560	-333	-148	74687	7361	7410	-49	-2
11807	1413	1690	-277	-50	75211	7409	7540	-131	-59
13903	1641	1820	-179	-72	75997	7482	7670	-188	-167
14951	1749	1950	-201	-157	76259	7504	7800	-296	-180
15737	1794	2080	-286	-116	77569	7621	7930	-309	-33
17047	1965	2210	-245	+308	80713	7898	8060	-162	-66
22549	2519	2340	+179	+206	81761	7995	8190	-195	-80
22811	2547	2470	+77	+213	83071	8111	8320	-209	-144
24121	2684	2600	+84	+149	83857	8177	8450	-273	-138
24907	2750	2730	+20	+45	85429	8313	8580	-267	-243
25169	2776	2860	-84	-33	85691	8338	8710	-372	-303
25693	2828	2990	-162	-83	86477	8408	8840	-432	-88
26479	2908	3120	-212	-117	90407	8753	8970	-217	-176
27527	3004	3250	-246	-193	90931	8795	9100	-305	-283
28051	3058	3380	-322	-243	91193	8818	9230	-412	-297
28837	3138	3510	-372	-205	92503	8934	9360	-426	+147
30671	3306	3640	-334	-212	99053	9508	9490	+18	+62
31981	3429	3770	-341	-232	99577	9553	9620	-67	-48
33029	3539	3900	-361	-88	99839	9573	9750	-177	-132
35911	3813	4030	-217	-142	100363	9619	9880	-261	-196
36697	3889	4160	-271	-197	101149	9685	10010	-325	-301
37483	3964	4290	-326	-154	101411	9710	10140	-430	-356
39317	4137	4420	-283	-235	102197	9785	10270	-485	-420
39841	4186	4550	-364	-295	102983	9851	10400	-549	-491
40627	4256	4680	-424	-349	103769	9910	10530	-620	-483
41413	4332	4810	-478	-372	105341	10048	10660	-612	-415
42461	4439	4940	-501	-275	107699	10246	10790	-544	-496
44819	4666	5070	-404	-367	108223	10295	10920	-625	-425
45343	4704	5200	-496	-286	110581	10496	11050	-554	-420
47701	4915	5330	-415	-390	112153	10631	11180	-549	-486
47963	4941	5460	-519	-477	112939	10695	11310	-615	-458
48487	4984	5590	-606	-429	114773	10853	11440	-587	-315
50321	5162	5720	-558	-439	117917	11126	11570	-444	-339
51631	5282	5850	-568	-544	119227	11232	11700	-468	-451

1. Fortsetzung der Tabelle XXVI

N	$\pi_H(N)$	$i\pi\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$	N	$\pi_H(N)$	$i\pi\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
119489	11250	11830	— 580	— 337	184727	16723	17810	— 1087	— 972
121061	11494	11960	— 466	— 266	186037	16839	17940	— 1101	— 1078
123419	11695	12090	— 395	— 359	186299	16863	18070	— 1207	— 1088
124991	11732	12220	— 488	— 421	187871	16983	18200	— 1217	— 1037
125777	11800	12350	— 550	— 374	189967	17164	18330	— 1166	— 1109
127873	11977	12480	— 503	— 438	190753	17222	18460	— 1238	— 1151
128659	12043	12610	— 567	— 475	191801	17310	18590	— 1280	— 1215
129707	12136	12740	— 604	— 368	192587	17376	18720	— 1344	— 1280
132589	12373	12870	— 497	— 473	193373	17441	18850	— 1409	— 1307
132851	12398	13000	— 602	— 494	194683	17544	18980	— 1436	— 1368
134161	12507	13130	— 623	— 560	195469	17613	19110	— 1497	— 1482
134947	12571	13260	— 689	— 667	195731	17629	19240	— 1611	— 1370
135209	12594	13390	— 796	— 677	198613	17871	19370	— 1499	— 1440
136519	12714	13520	— 806	— 717	199399	17931	19500	— 1569	— 1445
137567	12804	13650	— 846	— 678	200971	18056	19630	— 1574	— 1553
139663	12973	13780	— 807	— 735	201233	18078	19760	— 1682	— 1642
140449	13046	13910	— 864	— 776	201757	18119	19890	— 1771	— 1621
141497	13135	14040	— 905	— 732	203591	18270	20020	— 1750	— 1689
143593	13309	14170	— 861	— 802	204377	18332	20150	— 1818	— 1696
144379	13369	14300	— 931	— 776	205949	18455	20280	— 1825	— 1688
146213	13525	14430	— 905	— 506	207521	18593	20410	— 1817	— 1567
150929	13925	14560	— 635	— 518	210403	18844	20540	— 1696	— 1495
152239	14043	14690	— 647	— 627	213023	19046	20670	— 1624	— 1434
152501	14064	14820	— 756	— 692	215381	19237	20800	— 1563	— 1376
153287	14129	14950	— 821	— 758	217739	19425	20930	— 1505	— 1381
154073	14193	15080	— 887	— 778	219311	19550	21060	— 1510	— 1268
155383	14303	15210	— 907	— 759	222193	19793	21190	— 1397	— 1337
157217	14452	15340	— 888	— 821	222979	19854	21320	— 1466	— 1446
158003	14520	15470	— 950	— 912	223241	19875	21450	— 1575	— 1514
158527	14559	15600	— 1041	— 721	224027	19937	21580	— 1643	— 1578
162457	14880	15730	— 850	— 780	224813	20003	21710	— 1707	— 1600
163243	14951	15860	— 909	— 822	226123	20111	21840	— 1729	— 1470
164291	15039	15990	— 951	— 849	229267	20371	21970	— 1599	— 1581
165601	15142	16120	— 978	— 849	229529	20390	22100	— 1710	— 1474
167173	15272	16250	— 978	— 841	232411	20627	22230	— 1603	— 1488
169007	15410	16380	— 970	— 927	233983	20743	22360	— 1617	— 1552
169531	15454	16510	— 1056	— 964	234769	20809	22490	— 1681	— 1247
170579	15547	16640	— 1093	— 1048	240271	21244	22620	— 1376	— 1183
171103	15593	16770	— 1177	— 1113	242629	21438	22750	— 1312	— 1165
171889	15658	16900	— 1242	— 903	244463	21586	22880	— 1294	— 1041
176081	15998	17030	— 1032	— 838	247607	21840	23010	— 1170	— 993
178439	16193	17160	— 967	— 845	249703	22018	23140	— 1122	— 1067
179749	16316	17290	— 974	— 888	250489	22074	23270	— 1196	— 1180
180797	16403	17420	— 1017	— 919	250751	22091	23400	— 1309	— 1173
182107	16502	17550	— 1048	— 980	252323	22228	23530	— 1302	— 1245
182893	16571	17680	— 1109	— 958	253109	22286	23660	— 1374	— 1336

2. Fortsetzung der Tabelle XXVI

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
253633	22325	23790	-1465	-1315
255467	22476	23920	-1444	-1196
258611	22725	24050	-1325	-1264
259397	22787	24180	-1393	-1272
260969	22909	24310	-1401	-1281
262541	23030	24440	-1410	-1282
264113	23159	24570	-1411	-1374
264637	23197	24700	-1503	-1481
264899	23220	24830	-1610	-1569
265423	23262	24960	-1698	-1493
267781	23468	25090	-1622	-1601
268043	23490	25220	-1730	-1356
272759	23865	25350	-1485	-1442
273283	23909	25480	-1571	-1520
274069	23961	25610	-1649	-1521
275641	24090	25740	-1650	-1524

N	$\pi_H(N)$	$i\pi_\Gamma(N)$	$\Delta(N)$	$\Delta^*(N)$
277213	24217	25870	-1653	-1595
277999	24276	26000	-1724	-1703
278261	24298	26130	-1832	-1769
279047	24362	26260	-1898	-1863
279571	24398	26390	-1992	-1713
282977	24678	26520	-1842	-1808
283501	24713	26650	-1937	-1918
283763	24733	26780	-2047	-1575
289789	25206	26910	-1704	-1617
290837	25294	27040	-1746	-1646
292147	25395	27170	-1775	-1714
292933	25457	27300	-1843	-1664
295291	25637	27430	-1793	-1777
295553	25654	27560	-1906	-1723
297911	25838	27690	-1852	