BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

2.12.61

ROBERT SAUER

# Rechenautomaten, ihr Leistungsvermögen und seine Grenzen

FESTREDE

MÜNCHEN 1962
VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

# RECHENAUTOMATEN, IHR LEISTUNGSVERMÖGEN UND SEINE GRENZEN

FESTREDE

*gehalten in der öffentlichen Sitzung*
*der Bayerischen Akademie der Wissenschaften*
*in München am 2. Dezember 1961*

VON

ROBERT SAUER

o. Mitglied der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse

MÜNCHEN 1962

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Robert Sauer, Rechenautomaten, ihr Leistungsvermögen und ihre Grenzen, Festrede bei der öffentlichen Sitzung der BAdW am 2. Dezember 1961, München 1962

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei Nördlingen
Printed in Germany

Hohe Festversammlung!

Die Erfindung der Dampfmaschine und des Verbrennungsmotors im 19. Jahrhundert hat den Menschen weitgehend von der von ihm selbst zu leistenden Muskelarbeit befreit und in raschem Tempo ein industrielles Zeitalter heraufgeführt. In ähnlicher Weise befreit in unserem Jahrhundert der Einsatz großer Automaten den Menschen mehr und mehr auch von routinemäßig zu leistender geistiger Arbeit. Dadurch wird das Leben der Menschen abermals, und vielleicht noch mehr als durch die Kraftmaschinen, umgestaltet werden.

In dem Vortrag, den ich hier zu halten die Ehre habe, soll von diesen Automaten (– es sind letzten Endes immer Rechenautomaten –) die Rede sein. Äußerer Anlaß für die Wahl gerade dieses Themas ist die bereits im Bericht des Herrn Präsidenten mitgeteilte Tatsache, daß vor kurzem eine Kommission unserer Akademie für elektronisches Rechnen gegründet wurde. Außerdem ist München die Geburtsstätte des ersten großen in Deutschland entwickelten und gebauten und in Betrieb genommenen programmgesteuerten elektronischen Rechenautomaten, der Rechenanlage PERM von Professor PILOTY. Sie ist seit 1955 am Rechenzentrum der Technischen Hochschule München in Betrieb und wurde mehrfach erweitert und vervollkommnet.

Man kann die Rechenautomaten unter technischen Aspekten und auch unter allgemeinen mathematisch-logischen Aspekten betrachten. Von den technischen Aspekten, den Fragen der technischen Realisierung, wollen wir hier nicht oder nur ganz gelegentlich sprechen. Wir wollen versuchen den logischen Aufbau der Rechenautomaten zu erklären auch ohne auf die technische Ausrüstung näher einzugehen.

Die folgenden Ausführungen sind in 3 Teile gegliedert:

Im ersten Teil erörtern wir die Frage:

„Was sind Rechenautomaten? Wie funktionieren sie?"

Im zweiten Teil fragen wir:

„Was leisten Rechenautomaten?"

Im dritten, dem letzten, Teil geht es schließlich um die Frage:

„Wo liegen Grenzen für das Leistungsvermögen von Rechenautomaten?"

## I

Wir wenden uns zur ersten Frage: „Was sind Rechenautomaten? Wie funktionieren sie?"

Bei der Beantwortung dieser Frage gehen wir nicht von konkreten Beispielen, von speziellen Maschinen, aus, sondern wir wollen die Rechenautomaten definieren durch die Forderungen, die wir an sie stellen.

Zur niedersten Stufe der Rechenautomaten, den gewöhnlichen Tischrechenmaschinen, kommen wir durch die Forderung, daß ein einzelner Elementarvorgang (eine einzelne Rechenoperation wie etwa die Addition) automatisch vollzogen werden soll, nachdem der Benutzer die beiden Operanden (also etwa die beiden zu addierenden Zahlen) in der Maschine eingestellt hat. Solche Automaten wurden schon im 17. Jahrhundert von LEIBNIZ, PASCAL und anderen entworfen.

Wenn wir heute von Rechenautomaten sprechen, meinen wir Maschinen, die folgende, viel weitergehende Forderungen erfüllen:

> Es soll nicht nur ein einzelner, sondern es soll jeweils eine ganze Sequenz endlich vieler Elementarvorgänge automatisch vollzogen werden.

Diese Sequenz von Elementarvorgängen ist jeweils in einer Anweisung, einem sogenannten *Programm* im einzelnen festge-

legt. Das Programm besteht aus einer Folge von *Befehlen* und nach diesen Befehlen sollen die Elementarvorgänge Schritt für Schritt ausgeführt werden, ohne daß der Benützer der Maschine dazwischen eingreifen muß. Die Maschine ist dann, wie man kurz sagt, *programmgesteuert.*

Es gibt neben den eigentlichen Rechenautomaten viele andere, zum Teil recht triviale Beispiele programmgesteuerter Maschinen, wie etwa das automatische Klavier mit den Elementarvorgängen Anschlagen einer Taste oder der Selbstbedienungslift, der mehrere von verschiedenen Benützern nacheinander gegebene Befehle in einer bestimmten Reihenfolge ausführen kann.

JACQUARDT (1804) war wohl der erste, der den Gedanken verwirklichte, einen Arbeitsprozeß durch eine Programmsteuerung zu automatisieren. Er erfand die Steuerung von Webstühlen durch Lochkarten, welche das Muster des zu webenden Gegenstandes festlegten. An diese Erfindung von JACQUARDT knüpfte 1823 der Mathematiker Charles BABBAGE an der Universität Cambridge an mit dem Emtwurf seiner „Analytical Engine". Diese Maschine ist bereits ein echter programmgesteuerter Rechenautomat. Ihr Bau wurde nicht vollendet und man hätte die Maschine mit den damaligen technischen Hilfsmitteln (– man war ausschließlich auf mechanische Geräte angewiesen –) wohl kaum zum praktischen Funktionieren bringen können. Die historische Bedeutung der BABBAGE-Maschine als des Prototyps der modernen Rechenautomaten wird dadurch nicht gemindert.

Wir wollen den historischen Weg über die Lochkartenanlagen (HOLLERITH-Maschinen) zu den programmgesteuerten elektronischen Rechenautomaten der Gegenwart, wobei insbesondere auch die Pionierarbeit von Konrad ZUSE in Deutschland zu erwähnen wäre, nicht näher verfolgen. Wir wollen vielmehr sogleich, zusammenfassend und ergänzend, die modernen Rechenautomaten durch folgende Eigenschaften kennzeichnen:

1. Die Rechenautomaten arbeiten mit Ziffern. Sie sind *Ziffernmaschinen (Digitalmaschinen).* Daneben gibt es als Spezialgeräte oder als Zusatzgeräte zu großen Rechenautomaten sogenannte *Analogmaschinen.* Bei diesen werden die Zahlen durch

geometrische oder physikalische Größen (– etwa Längen oder elektrische Spannungen –) dargestellt. Beispiele: Rechenschieber, Planimeter, Integrieranlagen. Von solchen Analogmaschinen ist in diesem Vortrag nicht die Rede.

2. Die Rechenautomaten sind programmgesteuert.

3. Die modernen Rechenautomaten sind elektronisch, d. h. sie arbeiten mit elektronischen Elementen wie Röhren, Magnetbändern und Magnettrommeln und neuerdings insbesondere mit Transistoren. Die elektronische Ausrüstung ermöglicht eine außerordentlich hohe Arbeitsgeschwindigkeit. Moderne Automaten können viele Tausende von Operationen pro Sekunde ausführen. Die PERM führt im Mittel 7000 Op/sec. aus, die z. Zt. wohl schnellste Maschine STRETCH (USA) etwa 300000. Eine so hohe Arbeitsgeschwindigkeit ist natürlich erst effektiv, wenn es sich, wie bei den programmgesteuerten Rechenautomaten um Sequenzen von Operationen handelt. Bei einer gewöhnlichen Tischrechenmaschine wäre eine solche Steigerung der Geschwindigkeit der einzelnen Rechenabläufe wenig sinnvoll, da der wesentliche Zeitaufwand durch das Eingreifen des Menschen zwischen den einzelnen Rechenabläufen entsteht.

Wir haben uns bisher mit der Frage befaßt, was ein Rechenautomat ist. Jetzt versuchen wir uns deutlich zu machen, wie er funktioniert:

Ein Rechenautomat soll genau wie ein Rechner oder ein Rechenbüro ein vorgegebenes Arbeitsprogramm Schritt für Schritt ausführen. Hieraus können wir sofort herleiten, welche Hauptbestandteile einen Rechenautomaten aufbauen und in welcher Weise diese Hauptbestandteile zusammenwirken. Dabei ist es in unserem Zusammenhang belanglos, daß diese gedankliche Zerlegung in Hauptbestandteile in der technischen Struktur moderner Rechenanlagen mehr oder weniger verwischt ist.

Die Hauptbestandteile eines Rechenautomaten sind die folgenden:

1. der *Speicher*, 2. das *Rechenwerk*, 3. das *Steuerwerk*,
4. und 5. die *Ein- und Ausgabevorrichtungen*.

Der erste Hauptbestandteil, der Speicher, besteht aus einer großen Zahl von Zellen, in die Zahlen eingeführt, in denen diese Zahlen aufbewahrt und aus denen sie nach Bedarf wieder herausgeholt werden können. Bei Beginn der Rechnung werden in den Speicher die als Zahlen verschlüsselten Befehle des zu vollziehenden Programms sowie etwa vorgegebene Zahlendaten eingeführt. Während des Rechenvorgangs werden fortlaufend Befehle und Zahlenwerte aus dem Speicher herausgeholt und es werden außerdem neue Zahlendaten, Zwischenergebnisse der Rechnung, eingespeichert. Der Speicher entspricht also den Papierblättern des Rechners, auf denen dieser sein Programm aufgeschrieben hat und auf denen er seine Rechnung durchführt, sowie auch den etwa von ihm benützten Tabellen, wie z. B. einer Logarithmentafel, und schließlich auch seinem natürlichen Gedächtnis, in dem er Zwischenergebnisse kurzfristig festhält, ohne sie aufzuschreiben.

Der zweite Hauptbestandteil, das Rechenwerk, entspricht der Tischrechenmaschine des Rechners. Wie diese dient es der Durchführung der arithmetischen Operationen (Addition, Multiplikation usw.).

Der dritte Hauptbestandteil, das Steuerwerk, übernimmt die Funktion des Rechners selbst. Es bewirkt durch Steuersignale zum Speicher und Rechenwerk, daß die einzelnen Elementarvorgänge nach Weisung des Programms Schritt für Schritt durchgeführt werden und die Maschine nach Erledigung des Programms zum Stillstand kommt.

Die zwei weiteren Hauptbestandteile, die Ein- und Ausgabevorrichtungen, haben die Aufgabe, den Kontakt zwischen der Maschine und ihrem Benützer herzustellen. Die Befehle des Programms und etwaige Zahlendaten werden zunächst in irgendeiner Verschlüsselung auf einen Lochstreifen gestanzt. Mit Hilfe der Eingabevorrichtung, in die der Lochstreifen eingeführt wird, werden alle Daten des Lochstreifens in den Speicher gebracht. In entsprechender Weise liefert die Ausgabevorrichtung die Resultate aus dem Speicher oder Rechenwerk in Form von Lochstreifen aus. Anstelle des Lochstreifens können auch andere technische

Medien, wie etwa Magnetbänder oder Fernschreibmaschinen, zur Ein- und Ausgabe verwendet werden.

Jetzt müssen wir uns etwas eingehender mit den *Programmen*, nach deren Weisung ein programmgesteuerter Rechenautomat arbeitet, auseinandersetzen. Das Programm, das den Gesamtvorgang steuert, setzt sich, wie wir wissen, zusammen aus Elementarbefehlen für die Elementarvorgänge, die den Gesamtvorgang aufbauen.

Die Menge der verschiedenen Elementarvorgänge, die ein bestimmter Rechenautomat auszuführen vermag, oder mit anderen Worten, die Menge der verschiedenen Elementarbefehle, die man ihm erteilen kann, die sogenannte *Befehlsliste*, kennzeichnet die Struktur der betreffenden Maschine. Die Befehlsliste ist das Repertoire der Maschine. Sie muß natürlich beschränkt sein, d. h. sie kann nur endlich viele Befehle umfassen.

Die Befehlslisten der verschiedenen Maschinentypen unterscheiden sich mehr oder weniger voneinander, schon deswegen, weil die Begriffe Elementarvorgang und Elementarbefehl nicht universell definiert sind; ein Vorgang, der bei einem Maschinentyp in mehrere Elementarvorgänge zerlegt werden muß, kann bei einem anderen Maschinentyp zu einem einzigen Elementarvorgang zusammengefaßt oder, wie man auch sagt, fest verdrahtet sein.

Bei jedem Rechenautomaten aber muß die Befehlsliste Befehle folgender Art enthalten:

1. arithmetische Befehle (Addition, Mulitplikation usw.),
2. Transportbefehle (Bringe den Inhalt einer bestimmten Zelle des Speichers an eine andere Stelle im Rechenautomaten! oder umgekehrt),
3. organisatorische Befehle (z. B. Beginne! oder Stop!).

Zu den organisatorischen Befehlen gehören insbesondere auch die sogenannten *Sprungbefehle*. Sie verlangen, daß der Rechenautomat eine Entscheidung treffen soll, etwa die folgende: Wenn eine gewisse, sich unter Umständen erst im Lauf der Rechnung ergebende Zahl positiv ist, soll das Programm in der üblichen Weise abgewickelt werden, d. h. nach dem gerade im

Vollzug begriffenen Befehl soll der im Programm folgende Befehl zur Ausführung kommen. Im Alternativfall dagegen, wenn also die betreffende Zahl nicht positiv ist, soll nicht der nächstfolgende Befehl ausgeführt werden, sondern der Rechenautomat soll zu einer durch den Sprungbefehl eindeutig gekennzeichneten anderen Stelle des Programms springen und dann von dort aus wieder in der natürlichen Reihenfolge weitergehen, bis etwa ein neuer Sprungbefehl kommt.

Diese Sprungbefehle ermöglichen es, daß gewisse Teilsequenzen im Programm mehrfach durchlaufen werden. Sie verkürzen dadurch die Programme für iterative und induktive Prozesse. Vor allem aber ist bemerkenswert, daß bei iterativen Prozessen der tatsächliche Ablauf eines Programms, das bedingte Sprungbefehle enthält, bei der Eingabe dieses Programms noch nicht vorausgesehen werden kann; denn über den tatsächlichen Ablauf entscheidet der Rechenautomat erst während der Rechnung auf Grund gewisser Zwischenergebnisse.

Lassen Sie mich den ersten Teil meines Vortrags abschließen mit einer allgemeinen Bemerkung über die Rechengeschwindigkeit der Rechenautomaten:

Die Nichtübersteigbarkeit der Lichtgeschwindigkeit führt zu einer theoretischen oberen Grenze der erreichbaren Rechengeschwindigkeiten. Sie liegt bei den gegenwärtig in Betracht zu ziehenden Abmessungen der Maschinen etwa bei $10^9$ = 1 Milliarde Op/sec. Diese Grenze wird von den bestehenden Maschinen nicht annähernd erreicht. Die Rechengeschwindigkeit der z. Z. schnellsten Maschine, der STRETCH, liegt, wie wir schon hörten, bei 300.00, also unterhalb von $10^6$ = 1 Million Op/sec.

## II

Wir kommen jetzt zum zweiten Teil des Vortrags, zur Erörterung der Frage: „Was leisten Rechenautomaten?“

Eine Antwort auf diese Frage ergibt sich aus dem ersten Teil des Vortrags, nämlich:

Ein Rechenautomat kann jede Aufgabe lösen, deren Lösung sich in einem Programm beschreiben und in endlich vielen Schritten ausführen läßt.

Im Prinzip leistet die Maschine also dasselbe wie der Mensch, der eine numerisch-mathematische Aufgabe nach einer vorgegebenen, in Einzelschritte aufgegliederten Anweisung vollzieht. Durch die im Vergleich zur menschlichen Leistung außerordentlich hohe Arbeitsgeschwindigkeit und auch durch die sehr viel größere Sicherheit fehlerlosen Rechnens ist aber der Rechenautomat dem Menschen tatsächlich weit überlegen. Dies führt dazu, daß viele Probleme, die früher wegen eines untragbaren Arbeitsaufwands praktisch unlösbar waren, jetzt durch den Einsatz von Rechenautomaten nicht nur prinzipiell, sondern auch praktisch lösbar sind. Durch diese Erweiterung der Anwendungsmöglichkeiten mathematischer Methoden eröffnen sich in vielen wissenschaftlichen, technischen und wirtschaftlichen Bereichen wesentlich neue Aspekte.

Ehe wir aber auf Anwendungen von Rechenautomaten in einzelnen Gebieten eingehen, müssen wir die vorhin gegebene Antwort nach dem Leistungsvermögen der Rechenautomaten in zwei Richtungen näher analysieren:

Erstens müssen wir uns klar machen, daß ein Rechenautomat nicht nur numerische Aufgaben bewältigen kann. Numerisches Rechnen ist Erzeugung und Umformung von Ziffernreihen nach festen Regeln, den Rechenregeln. Die Ziffern und Zahlen, mit denen der Rechenautomat operiert, können aber auch zur Verschlüsselung anderer, nicht-numerischer Zeichen dienen. So haben wir schon gehört, daß die Befehle im Rechenautomaten als Zahlen verschlüsselt werden. Und auch die Operationen, die vom Rechenautomaten bewirkten Umformungen von Ziffernreihen, müssen nicht unbedingt arithmetische Operationen sein, sie können ebensowohl nichtarithmetische Verknüpfungen darstellen. Infolgedessen kann von einem Rechenautomaten jede Aufgabe gelöst werden, deren Lösung sich in einem finiten Kalkül konstruieren läßt, wobei neben dem eigentlichen numerischen Rech-

nen, dem arithmetischen Kalkül, auch algebraische und logische Kalküle in Frage kommen. So wird der Begriff des Rechenautomaten erweitert zum Begriff eines allgemeineren mathematisch-logischen Automaten. Es spricht vieles dafür, daß gerade die Anwendungen der Rechenautomaten für nicht-arithmetische Kalküle in der Zukunft mehr und mehr in den Vordergrund treten werden.

Der zweite Punkt, auf den wir noch hinweisen müssen, betrifft den Begriff des *Algorithmus*. Ein Programm für einen Rechenautomaten, ein *Maschinenprogramm*, ist aus Elementarbefehlen der Befehlsliste des betreffenden Rechenautomaten aufgebaut. Der Mathematiker wird denselben Lösungsprozeß in einer anderen, von der jeweiligen Maschine und ihrer Befehlsliste unabhängigen, meist viel gröberen Aufgliederung darstellen, in einem *algorithmischen Programm*. Dieses ist die in der Sprache des Mathematikers formulierte Vorschrift, der sogenannte Algorithmus, zur konstruktiven Lösung des Problems in endlich vielen Schritten. Wir können daher die vorhin gegebene Antwort auch folgendermaßen ausdrücken:

> Ein Rechenautomat kann jede Aufgabe lösen, für deren Lösung ein Algorithmus existiert.

Natürlich bedarf der Begriff des Algorithmus einer präziseren logischen Definition. Sie wird gegeben mit Hilfe der sogenannten TURING-Maschine. Eine TURING-Maschine ist ein programmgesteuerter Rechenautomat, der mit Programmen arbeitet, die in bestimmter Weise in primitivste Einzelbefehle atomisiert sind, und dessen Speicher potentiell unendlich ist, d. h. nach Bedarf beliebig vergrößert werden kann. Die TURING-Maschine ist keine technisch realisierte Maschine, sie ist lediglich ein Gedankenexperiment. Sie wurde von dem englischen Mathematiker und Logiker TURING im Jahre 1937 entworfen, also zu einer Zeit, als noch kaum jemand an die tatsächliche Konstruktion von Rechenautomaten dachte und, abgesehen von den Ideen von BABBAGE, noch keinerlei Denkvorbilder für solche Automaten existierten. Trotzdem ist die Konzeption der TURING-Maschine so universell,

daß alle jetzt bestehenden Rechenautomaten auf die TURING-Maschine reduzierbar sind.

Man nennt nun eine Klasse mathematischer oder logischer Probleme algorithmisch lösbar, wenn diese Probleme in endlich vielen Schritten von einer TURING-Maschine gelöst werden können. Das hierbei von der TURING-Maschine zu vollziehende Programm definiert den Algorithmus der Lösung.

Lassen Sie mich jetzt nach dieser etwas abstrakten Abschweifung wieder zu konkreteren Betrachtungen zurückkehren, nämlich zur Besprechung tatsächlicher Anwendungen von Rechenautomaten.

Rechenautomaten sind *datenverarbeitende* Maschinen, sie haben in der Regel ein vorgegebenes Datenmaterial zu verarbeiten. Wir wollen die Datenverarbeitungen klassifizieren in *triviale Datenverarbeitungen* und *mathematische Datenverarbeitungen*. Von trivialer Datenverarbeitung sprechen wir bei Registrierungs-, Katalogisierungs- und Sortierungsprozessen, kurz bei Aufgaben, bei denen nur sehr einfache Operationen auszuführen sind, bei denen daher an die Struktur des Steuerwerks keine hohen Anforderungen gestellt werden. Bei der mathematischen Datenverarbeitung dagegen handelt es sich um komplizierte Operationen, das Steuerwerk muß dem entsprechend hoch entwickelt sein.

Sehr viele, vielleicht die meisten großen Rechenautomaten dienen überwiegend der *trivialen* Datenverarbeitung. Beispiele hierfür kennen Sie wahrscheinlich aus Presseberichten und Feuilletons. Ich zähle einige Beispiele auf:

1. Automatisierung des Bestellwesens und der Lagerhaltung großer Versandhäuser und anderer Betriebe.
2. Automatisierung der Platzreservierung im Eisenbahn- und Flugberkehr.
3. Automatische Steuerung industrieller Prozesse (Schlagwort „Automation". „automatische Fabrik").
4. Automatische Flugsicherung auf großen Flugplätzen.
5. Automatische Auswertung statistischen Materials, etwa bei Volkszählungen oder auch bei Fragen der Verkehrsplanung.

Auch die Geisteswissenschaften liefern Beispiele, etwa

6. Automatisierung lexikographischer Arbeiten.
7. Statistische Auswertungen zur Analyse von Sprachen und Sprachstilen (W. Fucks, TH Aachen).

Gehen wir nun weiter zu Problemen der *mathematischen* Datenverarbeitung. Wir wollen zunächst numerische Beispiele bringen und hernach Beispiele nicht-numerischer Art.

Numerische Beispiele bieten sich wohl in allen Zweigen der Naturwissenschaft und Technik. Nur einige seien herausgegriffen:

1. die Durchrechnung von Problemen in der Kernphysik und Kerntechnik.
2. die Berechnung der Bahnen von Raketen und Satelliten und die automatische Steuerung dieser Flugkörper.
3. die Durchrechnung von Problemen in der Aerodynamik (Grenzschichtprobleme, Überschall- und Hyperschall-Flug, Berechnung von Verdichtungsstößen).
4. Störungsrechnungen in der Astronomie.
5. Probleme der Meteorologie, insbesondere der Großraummeteorologie. Hier werden an die Rechenautomaten besonders hohe Anforderungen gestellt, weil sowohl ein sehr großes Datenmaterial zu bearbeiten ist als auch komplizierte mathematische Prozesse durchgeführt werden müssen, so daß man nicht nur eine außerordentlich große Speicherkapazität, sondern auch ein hochgezüchtetes Steuerwerk benötigt. Außerdem muß die Rechengeschwindigkeit so groß sein, daß die aus den Resultaten abgeleitete Wetterprognose noch rechtzeitig gegeben werden kann.
6. die Gezeitenrechnung und andere ozeanographische Aufgaben.
7. Umfassende Ausgleichungen in der Geodäsie.
8. Aufgaben der Energieverteilung in Starkstromnetzen (Kurzschlußproblem und Optimierungsprobleme).

Bei den meisten dieser Probleme handelt es sich um komplizierte mathematische Aufgaben wie etwa um die Lösung von Systemen von Differentialgleichungen, von Integralgleichungen, Integrodifferentialgleichungen usw. Nun haben wir doch aber

im ersten Teil des Vortrags gehört, daß ein Rechenautomat letzten Endes nur ganz primitive Operationen, insbesondere die arithmetischen Operationen (Addition, Multiplikation usw.), ausführen kann. Wie kommt es, daß er trotzdem zur Lösung schwieriger mathematischer Probleme brauchbar ist?

Um diese Frage zu beantworten, müssen wir einen Blick auf die Arbeit des Mathematikers richten, der eine Aufgabe, die ihm aus irgend einem Anwendungsbereich gestellt ist, durch eine mathematische Methode lösen soll. Seine Arbeit verläuft in 4 Schritten:

1. Im ersten Schritt muß der zu untersuchende, z. B. physikalische Vorgang soweit idealisiert werden, bis daraus ein hinreichend einfacher, den physikalischen Vorgang approximierender Modellvorgang entsteht.

2. Im zweiten Schritt muß der Mathematiker prüfen, ob dieser Modellvorgang auf ein sachgemäß gestelltes mathematisches Problem führt. Er muß sich bemühen festzustellen, ob und unter welchen Bedingungen Lösungen existieren, wie die Lösungen von gewissen Anfangsdaten abhängen und unter welchen Bedingungen die Lösung eindeutig bestimmt ist.

3. Im dritten Schritt geht es darum, für die Lösung ein konstruktives Lösungsverfahren zu finden. Dieses wird i. a. nicht-finite mathematische Operationen, d. h. Operationen der Analysis (etwa Differentiationen und Integrationen) enthalten.

4. Die nicht-finiten Operationen müssen im vierten Schritt durch finite, algebraische und letzten Endes arithmetische Operationen ersetzt werden. Dadurch entsteht das früher genannte algorithmische Programm und schließlich das Maschinenprogramm, in dem der mathematische Lösungsprozeß in arithmetische und andere primitive Elementaroperationen aufgelöst ist. Dann erst kann der Rechenautomat seine Arbeit beginnen.

Sie sehen, die Rechenautomaten machen den Mathematiker nicht überflüssig. Im Gegenteil, der sinnvolle Gebrauch der Rechenautomaten erfordert viel mathematischen Scharfsinn, er erfordert Vertrautheit mit den Theorien und Methoden der so-

genannten „reinen Mathematik" und ebensosehr mit den praktischen Methoden der Numerik. Man braucht also all-round-Mathematiker, für welche die Mathematik ein Ganzes ist und nicht in zwei mehr oder weniger isolierte Hälften, eine „reine" und eine „angewandte" Mathematik auseinanderfällt.

Hierzu eine grundsätzliche Bemerkung: Zweifellos hat die Mathematik zwei verschiedene Aspekte. Einerseits ist sie Geisteswissenschaft und zwar, nach ihren Methoden und ihren Objekten, die reinste aller Geisteswissenschaften. Andrerseits steht sie, als unentbehrliches Werkzeug, im Vorhof der Naturwissenschaften. Der Mathematiker muß beiden Aspekten Rechnung tragen. Sonst wird die reine Mathematik in eine abgewandte und die angewandte in eine unreine Mathematik entarten.

Der sinnvolle Gebrauch von Rechenautomaten gibt dem Mathematiker die Möglichkeit, eine Art „experimentelle Mathematik" zu betreiben. Viele von den Anwendungen her gestellte Probleme sind für den Mathematiker viel zu schwer. Das heißt: Selbst der idealisierte Modellvorgang, von dem wir vorhin sprachen, führt noch zu einer so verwickelten mathematischen Aufgabe, daß ihre theoretische Analyse sich nur sehr unvollkommen bewältigen läßt. Man kann dann resignieren und die mathematische Behandlung der Aufgabe überhaupt ablehnen. Man kann und muß aber in der Regel anders verfahren. Man wird versuchen, eine größere Zahl konkreter Einzelfälle numerisch durchzurechnen. Die Rechenautomaten mit ihrer großen Rechengeschwindigkeit geben die Möglichkeit zu einem solchen Experiment, zu einer solchen experimentellen Mathematik. Das dadurch zu gewinnende numerische Erfahrungsmaterial ist unter Umständen für die weitere theoretische Durchdringung des Problems von großem heuristischen Wert. Numerische Experimente dieser Art haben bisher schon auf manchen Gebieten Erfolge gebracht, insbesondere in der Aerodynamik. In der Astronomie, z. B. beim Mehrkörperproblem, könnte man sich von solchen experimentellen Methoden ebenfalls Nutzen versprechen.

Wenden wir uns nun zu nicht-numerischen Beispielen wissenschaftlicher Datenverarbeitung!

1. Erstes Beispiel: Übersetzung formaler Sprachen.

Beispiele formaler Sprachen sind die beiden Sprachen, in denen die im ersten Teil des Vortrags erörterten Programme abgefaßt sind, die Sprache der algorithmischen Programme und die Sprache der Maschinenprogramme. Ehe der Rechenautomat an die Lösung der jeweils gestellten Aufgabe herangehen kann, muß das algorithmische Programm des Mathematikus in ein Maschinenprogramm übersetzt werden. Diese Übersetzung ist nun aber ein äußerst mühsamer, langwieriger und fehleranfälliger Prozeß. Bei großen Rechenvorhaben kann dieser Prozeß so umfangreich werden, daß er, wenn er vom Menschen durchgeführt werden müßte, die Anwendung des Rechenautomaten in Frage stellen würde. Dieses Dilemma läßt sich folgendermaßen überwinden:

Die Übersetzung der algorithmischen Programme in Maschinenprogramme ist ein algorithmisch lösbares Problem. Daraus folgt: Die Übersetzung der in einer bestimmten mathematischen Formelsprache abgefaßten algorithmischen Programme in Maschinenprogramme für einen bestimmten Rechenautomaten kann vom Rechenautomaten selbst vollzogen werden. Man muß ihn hierfür lediglich ein für allemal mit einem universellen Übersetzungsprogramm, einem sogenannten *Formelübersetzer* ausstatten.

Alle Rechenzentren, die sich auf eine normierte mathematische Formelsprache geeinigt haben, können dieselben algorithmischen Programme benützen, sie können also ihre Programme austauschen und sie dann mit ihren Formelübersetzern in Maschinenprogramme für ihre Rechenautomaten transformieren.

Es gibt eine Reihe solcher normierter mathematischer Formelsprachen. Weite Verbreitung hat die Formelsprache ALGOL (algorithmic language) gefunden, die durch internationale Absprachen zustande gekommen ist. Besondere Verdienste haben sich hierum Fritz BAUER und Claus SAMELSON (Universität Mainz, früher TH München) erworben, die dieses unter dem Gesichtspunkt der Arbeitsökonomie äußerst wichtige Projekt initiiert haben und mit großer Energie vorwärts treiben.

2. Zweites Beispiel: Beweis mathematischer oder logischer Sätze.

In das Kapitel der Verarbeitung formaler Sprachen gehören auch Verarbeitungsprobleme zur Formulierung mathematisch-logischer Sachverhalte, insbesondere zur Verifikation mathematischer Sätze im Rahmen einer axiomatisierten mathematischen Theorie, z. B. der Euklidischen Geometrie. Wenn sich für eine Klasse solcher Aufgaben ein Lösungsalgorithmus konstruieren läßt, können die betreffenden mathematischen Sätze vom Rechenautomaten bewiesen, d. h. durch eine Kette logischer Deduktionen auf die Axiome zurückgeführt werden. Der Rechenautomat wird dadurch zur Beweismaschine.

3. Drittes Beispiel: Simulierung von Spielen.

Eine verwandte Kategorie nicht-numerischer Aufgaben, die von Rechenautomaten gelöst werden können, ist die Durchführung von Spielen, die nach festen Regeln vor sich gehen, deren Ablauf also durch einen Algorithmus, einen finiten logischen Kalkül gelenkt werden kann. Ein primitives Spiel dieser Art ist z. B. das chinesische NIM-Spiel, das wir bei der Eröffnung des Rechenzentrums der TH vorführten: Unsere Maschine PERM spielte dabei als Partner mit den Gästen. Aber auch bei differenzierteren Spielen, sogar beim Schachspiel, kann der Rechenautomat die Rolle des Partners übernehmen. Er geht bei jedem Zug alle Möglichkeiten der nächsten Züge durch, bewertet sie nach bestimmten Regeln und entscheidet sich schließlich für den Zug oder einen der Züge, die zur günstigsten Bewertungsziffer führen. Die bisherigen Schach-Maschinen dieser Art denken nur wenige Züge voraus und sind daher höchstens mittelmäßigen Spielern gewachsen.

Aber Spiele sind keineswegs nur Spielerei. Verschiedene Mathematiker, insbesondere John v. NEUMANN und O. MORGENSTERN, haben eine ausgedehnte Theorie der Spiele entwickelt. Die praktische Bedeutung dieser Spieltheorie liegt darin, daß Spiele als Modelle für wirtschaftliche, militärisch-taktische und sonstige Vorgänge dienen können, so daß diese Vorgänge durch die

Theorie der Spiele einer mathematischen Behandlung und hierauf durch den Einsatz von Rechenautomaten einer exakten quantitativen Anlyse zugänglich werden. Hierher gehört insbesondere die *Unternehmensforschung (Operations research)*, die sich neuerdings zu einer wichtigen Disziplin der angewandten Mathematik im Bereich der Wirtschaftswissenschaften entwickelt hat.

4. Viertes Beispiel: Zufallsspiele.

Rechenautomaten können auch Glücksspiele (Zufallsspiele) durchführen. Hierfür gibt man der Maschine sogenannte *Zufallsreihen* von Zahlen ein, welche den Programmablauf steuern und ein reinem Zufall unterworfenes Verhalten der Maschine vortäuschen. Man wendet solche Methoden (sogenannte *Monte-Carlo-Methoden*) an, wenn es sich um die Untersuchung statistischer Naturvorgänge handelt (man denke etwa an die Neutronendiffusion in einem Kernreaktor). Der Rechenautomat spielt dann diesen Naturvorgang in einer entsprechenden Idealisierung nach, er simuliert den Naturvorgang.

## III

Wir kommen jetzt zum letzten, wesentlich kürzeren Teil des Vortrags. Er handelt von der Frage:

„Wo liegen Grenzen für das Leistungsvermögen von Rechenautomaten ?"

Eine präzise Antwort auf diese Frage, die Berufene und Unberufene immer wieder zu kühnen Extrapolationen verleitet, werden wir nicht erwarten dürfen.

Wir beginnen mit einer Vorbemerkung: Vorhin hörten wir von der Möglichkeit der automatischen Übersetzung formaler Sprachen. Wie steht es denn mit der Möglichkeit der Übersetzung natürlicher Sprachen ? Zunächst scheinbar nicht wesentlich anders als beim Übersetzungsproblem formaler Sprachen: Formale Sprachen sind gekennzeichnet durch ein finites Alphabet und

durch ein System definierender Relationen. Natürliche Sprachen können wir kennzeichnen durch ihr (– wenn auch großes, so doch stets finites –) Vokabular und durch die in Formenlehre und Syntax niedergelegten definierenden Relationen. Und in der Tat: Die automatische Übersetzung von Texten in natürlichen Sprachen wird schon viel und mit zunehmendem Erfolg betrieben. Bei einem internationalen Kongreß über Datenverarbeitung, der im nächsten Jahr in München stattfinden soll, ist die Übersetzung natürlicher Sprachen das Thema einer eigenen Sektion.

Solange es sich um Texte handelt, welche einfache Tatbestände und logische Verknüpfungen zum Inhalt haben, funktioniert die maschinelle Übersetzung mehr oder weniger befriedigend. Aber stets können Mehrdeutigkeiten des Wortsinns skurille Fehler verursachen. Oft zitiert wird der folgende Scherz: Einem Automaten wird „Out of sight, out of mind!" („Aus den Augen, aus dem Sinn!") eingegeben. Der Automat übersetzt die Eingabe in eine andere Sprache. Später wird die Übersetzung zur Kontrolle ins Englische zurückübersetzt. Das Resultat ist „invisible" statt „out of sight" und „idiot" statt „out of mind", also „invisible idiot".

Stets müssen maschinelle Übersetzungen unbrauchbar werden, wenn es sich um Texte mit hintergründiger Bedeutung handelt, wenn wesentliche Aussagen zwischen den Zeilen stehen. Denken Sie etwa an ein modernes lyrisches Gedicht! Hier stehen wir offenbar an einer echten Grenze der Leistungsfähigkeit einer wie immer auch gearteten Maschine.

Nach dieser Vorbemerkung nun eine allgemeinere Aussage:

Eine Grenze ist der Verwendung von programmgesteuerten Rechenautomaten prinzipiell dadurch gesetzt, daß sie, wie wir wissen, nur algorithmisch lösbare Aufgaben behandeln können. Es gibt aber mathematisch-logische Probleme, von denen sich streng beweisen läßt, daß es unmöglich ist, sie algorithmisch zu lösen. Ein solches Problem ist beispielsweise das sogenannte *Entscheidungsproblem* in gewissen Logikkalkülen. Probleme dieser Art sind Rechenautomaten grundsätzlich unzugänglich.

Trotz dieser durch die Forderung der algorithmischen Lösbarkeit gesetzten Grenzen ist noch nicht zu überblicken, wieweit ein Rechenautomat geistige Tätigkeiten simulieren kann, wenn man dabei keine Rücksicht nimmt auf z. Z. bestehende technische Beschränkungen, wenn man also z. B. wie bei der TURING-Maschine einen potentiell unendlichen Speicher zuläßt.

Die in diesem Zusammenhang auftretenden Probleme, die man oft mit dem Schlagwort „Mensch und Maschine" etikettiert, führen letzten Endes stets auf die Frage: Inwieweit funktioniert das menschliche Gehirn wie ein Automat? Physiologen und Rechenautomaten-Spezialisten bemühen sich, der Klärung dieser Frage näherzukommen, stehen aber noch im Anfangsstadium ihrer Bemühungen. Es geht hier um die Analyse geistiger Vorgänge wie „Lernen" und „Denken" und um die Präzisierung von Begriffen wie „Routinearbeit" und „schöpferische Arbeit", „Phantasie", „Intelligenz" usw. Bei dem eben schon erwähnten internationalen Kongreß für Datenverarbeitung, 1962 in München, ist auch für solche Probleme eine besondere Sektion („Neuro-physiological aspects of man and machine") vorgesehen.

An zwei Beispielen wollen wir sehen, wie fragwürdig in diesem Bereich Problemstellungen und Antworten sind:

Das 1. Beispiel betrifft das Phänomen des Lernens. Wenn Sie einem Rechenautomaten das Einmaleins einspeichern, dann hat er in gewissem Sinn das Einmaleins „gelernt". Aber ist dieser Vorgang mit dem natürlichen Lernvorgang beim Kind vergleichbar? Ist er nicht eher zu vergleichen mit einem operativen Eingriff in das Gehirn des Kindes?

Das 2. Beispiel betrifft das Phänomen der menschlichen Intelligenz. Der uns schon bekannte Mathematiker TURING hat hierzu folgenden pragmatischen Test vorgeschlagen: In einem Raum A befindet sich ein Mensch, in einem Raum B ein Etwas, nämlich Mensch oder Maschine. Der Mensch des Raumes A weiß nicht, was sich im Raum B befindet, steht aber mit dem Etwas im Raum B in Fernverbindung, er kann fragen und er kann Antworten bekommen. Aus diesen Antworten soll er dann entscheiden, ob das Etwas in B ein Mensch oder eine Maschine ist.

Es ist leicht solche Teste ad absurdum zu führen, z. B. durch folgendes von meinem Kollegen H. CREMER (TH Aachen) erfundene Frage-Antwort-Spiel:

1. Frage: Von wem stammt das Gedicht „Kennst Du das Land, wo die Zitronen blüh'n" ?

Antwort: Von Goethe.

2. Frage: Könnte es statt „Zitronen" auch „Apfelsinen" heißen ?

Antwort: Nein, das Versmaß wäre verletzt.

Beide Antworten entscheiden nicht darüber, ob sie von einem Menschen oder einem Automaten stammen. Sie können von einem Automaten gegeben werden, dem hinreichend viel Literatur und dem außerdem die Regeln der Metrik eingespeichert sind.

Schließlich noch eine

3. Frage: Könnte statt „Zitronen" auch „Kanonen" stehen ?

Darauf können zwei Antworten kommen:

1. Antwort: Nein; das Versmaß ist zwar nicht verletzt, aber Kanonen blühen nicht.

2. Antwort: Ja.

Auch diese Antworten entscheiden nicht über die FrageMensch oder Maschine. Sie können von einem Automaten kommen, dem die sinnvollen Verknüpfungen Substantiv-Verbum eingespeichert sind (1. Antwort), oder aber von einem Automaten mit einem riesigen Literaturspeicher, der auch die Gedichte von Erich KÄSTNER enthält (2. Antwort).

Wir kommen zum Schluß. Zweifellos wird die technische und logisch-strukturelle Entwicklung der Rechenautomaten noch gewaltige Fortschritte machen und das Leistungsvermögen der Automaten wird sich dem entsprechend steigern. Immer aber werden die von Menschen konstruierten programmgesteuerten Automaten, so wie wir sie hier definiert haben, nur das vermögen, was der Mensch ihnen aufgetragen hat. Es ist zwar eine gute Maxime mit Beziehung auf die Zukunft nie „nie" zu sagen.

Aber ich glaube doch, man kann Folgendes aussprechen: Der vom Menschen verfertigte programmgesteuerte Automat wird nie ein selbständiger Partner des Menschen sein, wie er uns in makabren Zukunftsvisionen eines Roboters zuweilen vorgestellt wird. Dazu müßte er in der Lage sein, selbst Programme zu erfinden, sich selbst Probleme zu stellen. Eine solche Vorstellung erscheint absurd, es sei denn, wir faßten den Begriff des Automaten weiter, so weit, daß das menschliche Gehirn darunter fällt. Dann aber ist das Problem nur noch ein Streit um Worte.

Trotzdem aber wird, wie wir schon in der Einleitung betonten, der immer weitergreifende Einsatz von Automaten tiefgehende Änderungen im Leben des einzelnen und im Zusammenleben der Menschen herbeiführen. Dafür zu sorgen, daß diese Möglichkeiten der Automaten der Menschheit zum Segen gereichen, daß sie unser Dasein menschenwürdiger werden lassen und es nicht im Gegenteil unfreier machen, ist eine in die Bereiche des Politischen, des Sittlichen und des Religiösen ausgreifende Aufgabe. Sie ist der Verantwortung des Menschen aufgetragen. Kein Automat kann sie ihm abnehmen, der Mensch allein wird sie meistern müssen.