Abhandlungen
der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse

Neue Folge. Heft 68

1955

Nachweis systematischer Fehler beim Feinnivellement

von

Max Kneißl
in München

Vorgelegt am 4. Februar 1955

München 1955
Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei Nördlingen
Printed in Germany

INHALT

I. Allgemeines. Systematische und zufällige Nivellierfehler 5

II. Beschreibung der Versuchsanordnung 10

III. Die Beobachtungsergebnisse und Schlußfolgerungen 14

IV. Refraktions-, Latten- und Instrumentenuntersuchungen 26

V. Allgemeine Schlußfolgerungen 29

VI. Anlagen 31

I. ALLGEMEINES

SYSTEMATISCHE UND ZUFÄLLIGE NIVELLIERFEHLER

Obwohl das geometrische Nivellement eines der genauesten und zugleich wohl auch das einfachste geodätische Meßverfahren ist, scheint es, daß der genauen Erforschung der beim Nivellement zu befürchtenden systematischen und zufälligen Fehler nicht immer die erforderliche Aufmerksamkeit geschenkt wurde. Dies kann im wesentlichen auf vier Gründe zurückgeführt werden:

1. Beim geometrischen Nivellement wird eine so große innere und äußere Genauigkeit erreicht, daß eine weitere Steigerung der Genauigkeit für praktische Zwecke kaum noch notwendig, für rein wissenschaftliche Untersuchungen zwar erwünscht, aber äußerst problematisch ist.

2. Die Trennung systematischer und zufälliger Fehler ist sehr schwierig, weil diese Fehler erfahrungsgemäß bei größerer Ausdehnung des Nivellements ineinander übergehen. Gerade bei wissenschaftlichen Untersuchungen wie z. B. bei Untersuchungen von Schollenhebungen und -senkungen müssen Feinnivellements von so großer Ausdehnung herangezogen werden, daß auch im einzelnen eindeutig systematische Fehler mehr oder weniger zufälligen Charakter annehmen.

3. Die Fehler, und zwar in gleicher Weise die instrumentellen, atmosphärischen und persönlichen Fehler überlagern sich vielfach. Zudem beziehen sich die Messungen auf ein Objekt, nämlich die Erde oder Erdkruste, die nur scheinbar starr und in Ruhe ist, in Wirklichkeit aber je nach den äußeren Verhältnissen schrumpft oder quillt, sich erwärmt oder abkühlt, bebt, schwingt oder ruht.

4. Beim Nivellement werden die Höhenunterschiede von Punkten, die Hunderte von Kilometern auseinanderliegen können, dadurch bestimmt, daß Hunderte und Tausende von Einzelmessungen, nämlich die standweise nivellierten Einzelhöhenunterschiede kurzer Strecken von 50 bis 80 m Länge aufaddiert werden. Dabei pflanzen sich die Fehler z. T. mit der Länge, z. T. mit der Wurzel aus der Länge der Nivellementslinien und zum geringen Teil auch mit den Höhenunterschieden fort, zum großen Teil verschwinden sie aber auch wieder mehr oder weniger vollständig, so daß wir bei Schleifen von mehreren hundert Kilometern Umfang Widersprüche von nur wenigen Millimetern erhalten, die manchmal schon in Strecken von wenigen Kilometern zwischen Hin- und Rücknivellement auftreten.

Wir müssen uns daher bei allem guten Willen für die Sache wirklich fragen, ob sich beim Nivellement überhaupt noch theoretische Fehleruntersuchungen lohnen. Hüten wir uns auf alle Fälle vor überspitzten Hoffnungen und Anforderungen.

Wenn wir zunächst nur die Fehlerursachen betrachten, die sich unter der Voraussetzung einer starren, kugelförmigen Erde ergeben, so können wir annehmen, daß systematische Fehler etwa durch folgende Ursachen entstehen:

a) durch die Erdkrümmung,
b) durch die zum Standlot symmetrische Strahlenbrechung,
c) durch kleine, nicht mehr justierbare Neigungsfehler und sonstige Restfehler am Instrument,
d) durch unsymmetrische Strahlenbrechung bei einseitiger Neigung des Nivellementsweges (Profilneigung) und konstanter Wetterlage,
e) durch Einsinken oder Hebungen von Instrument und Latte während der Messung,
f) durch systematische Fehler beim Einspielenlassen oder Ablesen der Libelle,
g) durch mangelhafte Lotrechtstellung der Nivellierlatten (Lattenschiefe),
h) durch ein fehlerhaftes Lattenmeter.

Rein zufällige Fehler ergeben sich durch:

a) zufällige Fehler der Lattenteilungen,
b) Ablesefehler an der Latte (Schätzungsfehler),
c) Einstellfehler und Ablesefehler an der Libelle,
d) ungleiche Strahlenbrechung bei wechselnder, verschiedenseitiger Neigung oder Steigung des Nivellementsweges oder beim Auftreten kurzfristiger örtlicher Refraktionsanomalien,
e) Neigungsänderung der Libelle zwischen Einspielenlassen und Lattenablesung,
f) Änderung des Neigungsfehlers zwischen Rück- und Vorblick,
g) Kreuzungsfehler bei schiefer Stehachse,
h) ungleiche Zielweiten im Rück- und Vorblick.

Wir wollen bei den nachfolgenden speziellen Betrachtungen – und das ist nun eine wesentliche Einschränkung – von statistischen Untersuchungen der vorliegenden umfangreichen Ergebnisse der Landesnivellements absehen und uns ausschließlich auf die Beobachtungsergebnisse auf besonders sorgfältig ausgewählten, nahezu horizontalen Versuchslinien beschränken, auf denen ausschließlich nach dem Wild-Zeiß-Verfahren (Feinnivellement mit Präzisionsinstrument mit Keilstricheinstellung, mit Planplattenmikrometer und Koinzidenzlibelle sowie genau geteilten Invarbandlatten) bei einspielender Libelle und Doppelablesungen an je einer Latte im Rück- und Vorblick (Rückblick I, Vorblick I, Vorblick II, Rückblick II) beobachtet und jede Strecke (Nivellementsweg von Festpunkt zu Festpunkt) hin und zurück gemessen wurde.

Die Strecken wurden so ausgewählt, daß bei der getroffenen Messungsanordnung systematische Fehler der obengenannten Art kaum noch in den Ergebnissen auftreten dürften, weil:

1. durch Nivellieren aus der Mitte der Station (gleiche Zielweite in Vor- und Rückblick) der Einfluß der Erdkrümmung und der zum Standlot symmetrischen Strahlenbrechung

(kreisförmige Strahlenbrechung bei ebenem Profil und gleichen äußeren und atmosphärischen Verhältnissen im Rück- und Vorblick) sowie der Einfluß eines restlichen Neigungsfehlers auf den zu ermittelnden Höhenunterschied getilgt werden. Für die Tilgung des Einflusses der symmetrischen Strahlenbrechung ist dabei Voraussetzung, daß diese im wesentlichen nur vom vertikalen Temperaturkoeffizienten abhängt und dieser im Rück- und Vorblick gleichgerichtet und gleich groß ist;

2. durch die Wahl nahezu horizontaler Versuchslinien und sehr kurzer Zielweiten (24–30m) ein Einfluß unsymmetrischer Strahlenbrechung, wie sie bei einseitiger Profilneigung erwartet wird, nicht zu befürchten ist;

3. das Einsinken des Nivellierinstruments durch sorgfältige Auswahl der Standorte und sorgfältige, standsichere Aufstellung auf ein Minimum beschränkt wurde. Im übrigen wurde dem Einfluß des Einsinkens des Stativs durch Benutzung eines Lattenpaares mit Doppelteilung und Doppelnivellement auf jedem Stand in der Reihenfolge Rückblick I (Latte I im Rückblick, linke Teilung), Vorblick I (Latte II im Vorblick, linke Teilung), Vorblick II (Latte II im Vorblick, rechte Teilung), Rückblick II (Latte I im Rückblick, rechte Teilung) weitgehend entgegengewirkt, wobei wie üblich die Latten I und II abwechselnd von Stand zu Stand im Rück- und Vorblick aufgestellt wurden. Auch das Einsinken der Latten zwischen dem Instrumentenwechsel wurde durch saubere Aufstellung auf schweren Fußplatten und sorgfältige Auswahl der Lattenstandorte sehr klein gehalten;

4. der Einspielfehler der Libelle bei Verwendung von Koinzidenzlibellen sehr gering ist und einseitige Fehler kaum zu befürchten sind;

5. der Einfluß einer Lattenschiefe von 10′ nur eine Höhenverbesserung von $dh = -4{,}24 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta h$ ergibt und, da die Genauigkeit der Lotrechtstellung einer 3 m langen Invarlatte mit Dosenlibelle und Verspreizung bei etwa 2′ bis 3′ liegt, leicht ersichtlich ist, daß bei unseren Versuchsmessungen auf nahezu horizontalem Gelände der Fehler einer Lattenschiefe vollständig bedeutungslos ist.

Damit bleibt von allen systematischen Fehlern lediglich noch der Einfluß eines fehlerhaften Lattenmeters, der durch sorgfältige Lattenuntersuchungen gut unter Kontrolle gehalten werden kann und bei nahezu ebenen Versuchslinien wiederum bedeutungslos ist.

Rein theoretisch müßten durch die gewählte Beobachtungsanordnung, speziell auf den besonders eingerichteten horizontalen Versuchsstrecken und bei Einhaltung kurzer Zielweiten, die systematischen Fehlereinflüsse weitgehend unschädlich gemacht werden können und die noch verbleibenden Fehler rein zufälligen Charakter haben.

Sollten trotzdem noch systematische Fehler nachgewiesen werden, so wären die Ursachen etwa wie folgt zu erklären:

1. durch Refraktionsanomalien, infolge rasch wechselndem Luftzustand, Schattenwirkung, Windeinfluß u. ä. auf längeren Strecken;

2. durch kurz- oder langperiodische Schwingungen des Erdkörpers, verursacht durch:
   a) Tagesschwingungen der Lotrichtung und der Erdkruste, bedingt durch die Anziehung von Mond und Sonne oder durch thermische Ursachen oder

b) durch jahreszeitliche Schwingungen mit einer Periode von mehreren Wochen – man rechnet dabei mit einer Amplitude in der Größenordnung von 0,1″ –, die Bewegungen auf einige Zehnerkilometer Länge hervorrufen,

c) Hebungen und Senkungen mit wechselndem Grundwasserstand;

3. durch säkulare Bodenbewegungen (Schollenhebungen und -senkungen) oder plötzliche Bewegungen durch Erdbeben;

4. durch bisher vernachlässigte Ursachen – hierher gehören nach unseren Erfahrungen vor allem Temperaturspannungen unserer Instrumente.

Für die oben aufgezählten zufälligen Fehler, insbesondere für zufällige Fehler der Lattenteilung und für den zufälligen Schätzungsfehler sowie für den zufälligen Einstellfehler und Ablesefehler der Libelle können empirisch leicht quadratische Mittelwerte bestimmt werden. Ebenso kann der Kreuzungsfehler bei schiefer Stehachse und der Einfluß ungleicher Zielweiten (Erdkrümmung, symmetrische Strahlenbrechung, restlicher Neigungsfehler) durch sorgfältige Horizontierung und Abmessung der Zielweiten leicht unschädlich gemacht werden. Dagegen könnten aber die Neigungsänderungen der Libelle zwischen den verschiedenen Lattenablesungen eines Standes, vor allem die durch Temperaturspannungen des Instruments verursachten Neigungsfehler der Libelle zwischen Rück- und Vorblick, streckenweise systematischen Charakter annehmen.

Führen wir nun auf ein und denselben Linien über eine längere Zeit eine Reihe von Doppelnivellements durch und lassen wir diese zudem abwechselnd noch von verschiedenen Beobachtern ausführen, um den Einfluß persönlicher Fehler aufzuzeigen, so müßte es uns eigentlich gelingen, die verschiedenen Fehlereinflüsse zu trennen, ihren Einfluß wenigstens größenordnungsmäßig festzulegen und etwaige systematische Fehler aufzuzeigen.

Hierzu bieten uns die Fehlerrechnung und die dabei beim Feinnivellement möglichen Varianten, die auch in die internationalen Fehlerformeln eingegangen sind, ein vorzügliches Hilfsmittel.

Die ersten Empfehlungen für die Durchführung von Präzisionsnivellements wurden auf der zweiten Erdmessungskonferenz gegeben, die 1867 in Berlin stattfand. Diese Empfehlungen beschränkten sich neben der Ermittlung und Berücksichtigung des Lattenmeters im wesentlichen auf die Berechnung des wahrscheinlichen zufälligen Kilometerfehlers aus den Schleifenschlußfehlern. Als Fehlergrenze wurde dabei festgesetzt, daß der wahrscheinliche Fehler des Höhenunterschiedes zweier um einen Kilometer entfernter Punkte im allgemeinen nicht 3 mm und in keinem Falle 5 mm überschreiten sollte. Hiernach wurde also lediglich ein wahrscheinlicher Kilometerfehler von etwa 3 mm gefordert – dies entspricht einem mittleren zufälligen Kilometerfehler von $\pm$ 4,5 mm.

Die bald erzielte wesentlich größere Genauigkeit beim Nivellieren veranlaßte die 17. Allgemeine Konferenz der Internationalen Erdmessung 1912 in Hamburg, neben dem Präzisionsnivellement noch die Nivellements hoher Präzision einzuführen und hierfür besondere internationale Empfehlungen und Vorschriften zu geben. Hierbei begnügte man sich nicht mehr damit, lediglich den mittleren zufälligen Kilometerfehler anzugeben, sondern man verlangte auch die Berechnung systematischer Fehler, soweit sich diese in

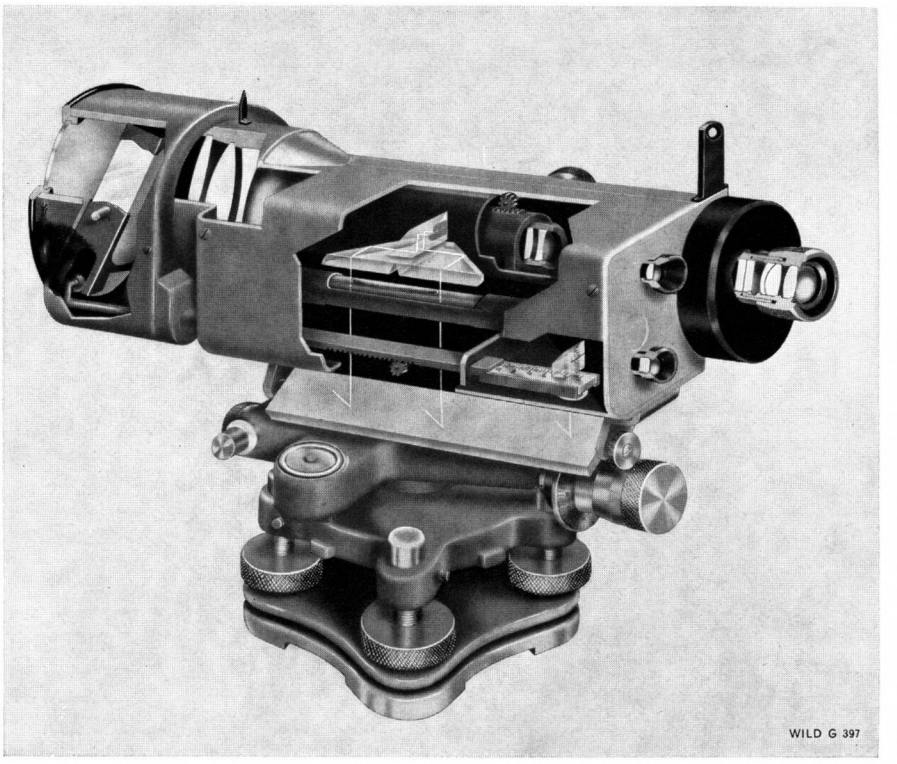

Fig. 1
Wild N3-Präzisionsnivellier im Schnitt

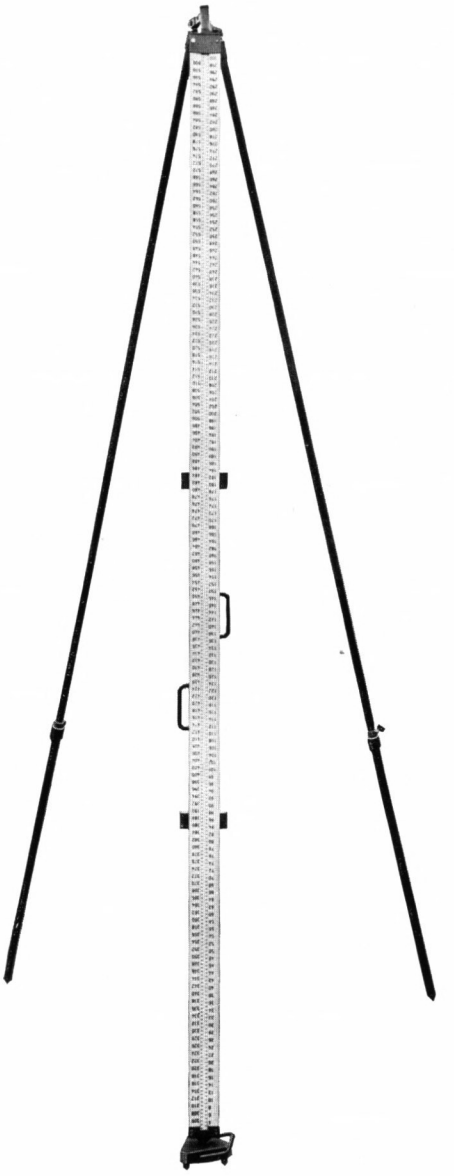

Fig. 2
Wild 3 m–Invarlatte mit Fußplatte und Streben

ausgedehnten Landesnivellements in den Differenzen zwischen den Hin- und Rücknivellements der einzelnen Linien zeigten.

Durch diesen Beschluß wurde 1912 eine Fehlerrechnung in die geodätische Praxis eingeführt, die sich schon längere Zeit vorher beim „Nivellement général de la France" durchaus bewährt hatte und heute noch in Deutschland verwendet wird.[1]

Die zufälligen Nivellierfehler wachsen proportional zur Quadratwurzel aus der nivellierten Streckenlänge, während die systematischen Fehler linear proportional der Strecke wachsen. Die systematischen Fehler beim Nivellement zeigen sich in den Differenzen zwischen Hin- und Rückmessung. Die Formeln von 1912 setzen voraus, daß die systematischen Fehler sehr klein sind, so daß sie im allgemeinen erst in langen Linien und in den Schleifen so anwachsen, daß sie die zufälligen an Größe überschreiten. Bei der Ableitung der Formeln wurde zudem die sehr hypothetische Annahme gemacht, daß sich diese systematischen Fehler im Mittel zwischen Hin- und Rücknivellement in gleicher Weise wie zufällige Fehler tilgen. Hier zeigt sich die ganze Problematik. Man berechnet systematische Fehler, von denen man annimmt, daß sie sich im Mittel zwischen Hin- und Rücknivellement, also im Gesamtergebnis, wie zufällige Fehler verhalten.

Mit Rücksicht auf diese Problematik wurden die Formeln von Lallemand sehr stark kritisiert und im Laufe der letzten Jahrzehnte durch neue Vorschläge überholt. Insbesondere befaßte sich die Internationale Assoziation für Geodäsie auf ihren Generalversammlungen in Oslo und Brüssel (1948 und 1951) mit neuen Fehlerformeln für das Präzisionsnivellement hoher Genauigkeit. Auch diese Fehlerformeln bringen meiner Meinung nach keine befriedigende Lösung für die Bewertung der systematischen Nivellierfehler. Man geht dabei ebenfalls von der Feststellung aus, daß dem Nivellement zufällige und systematische Fehler anhaften, die voneinander unabhängig sind, und nimmt wie üblich an, daß die zufälligen Fehler proportional mit der Wurzel aus der Länge anwachsen. Dagegen wird bei den systematischen Fehlern wohl vorausgesetzt, daß sie auf aufeinanderfolgende oder benachbarte Nivellements im gleichen Sinn einwirken und nicht dem Gaussschen Fehlergesetz gehorchen, dann aber wird weiter vorausgesetzt, daß sie bei längeren Linien von einer gewissen Grenze an, die bei etwa 20–30 km Länge liegt, in rein zufällige Fehler übergehen. Zudem wird vorausgesetzt, daß für eine Linie von der Länge $L < Z$ der mittlere systematische Fehler $\zeta_L \sqrt{L}$ ist, wobei der Faktor ζ_L von 0 bis ζ wächst, wenn L von 0 bis L zunimmt. Für eine Linie von der Länge $L \geqq Z$ wird der zufällige systematische Fehler gleich $\zeta \sqrt{L}$.

---

[1] Vgl. hierzu die Rechenvorschrift für die Einwägungsarbeiten der Trig.Abt. des RfLA, Berlin 1934.

Zur Begründung siehe auch:

Lallemand, Ch., „Note sur la mesure de la précision des Nivellements et projet de création d'une nouvelle catégorie de Nivellements dits de haute précision". Verhandlungen der vom 17. bis 27. September 1912 in Hamburg abgehaltenen 17. Allgemeinen Konferenz der Internationalen Erdmessung, II. Teil, Spezialberichte, 1914, S. 238–248 und „Nivellement de Haute Précision, deuxième édition revue et augmentée, Paris 1912".

Baeschlin, C. F., Die Nivellements hoher Präzision und die intern. Vorschriften ihrer Fehlerberechnung. Schweiz. Bauzeitung 1918.

Diese Formeln sprechen also ebenfalls von systematischen Fehlern, behandeln diese aber mehr oder weniger wie zufällige Fehler und gehen überdies davon aus, daß die systematischen Fehler bei längeren Linien in rein zufällige Fehler übergehen.

Diese Verhältnisse veranlaßten uns, auf den obengenannten Versuchsstrecken den Charakter der Nivellierfehler zu klären und zu untersuchen, ob neben den bekannten Fehlerursachen weitere Fehler auftreten können.

II. BESCHREIBUNG DER VERSUCHSANORDNUNG

Nach den vorstehenden allgemeinen Erläuterungen darf nun auf die Versuchsmessungen selbst eingegangen werden:

1. DAS NIVELLIERGERÄT[1]

Für alle Messungen wurde das Feinnivellierinstrument N3 Nr. 36000 der Firma Wild, Heerbrugg, verwendet (Fig. 1).

Das Präzisionsnivellement beansprucht die Augen des Beobachters sehr stark. Mit Rücksicht hierauf wurde bei der Konstruktion des Präzisionsnivellierinstruments Wild N3 größter Wert auf ein besonders leistungsfähiges Fernrohr (42fache Vergrößerung) und auf eine möglichst helle und klare Abbildung von Libelle und Fernrohrmikrometer gelegt. Um die Justierung von Libelle und Fernrohrzielachse möglichst gut halten zu können, sind wie üblich Fernrohrkörper und Libellenträger aus einem Gußstück hergestellt. Achsbüchse und Stehachse sind aus bestem Spezialstahl und zylindrisch geschliffen. Zur Erreichung eines möglichst stabilen Aufbaus des Instruments sind die Dosenlibelle, die Klemme und Feinschraube für die azimutale Drehung, die Kippschraube und die Horizontalachse für die Kippung des Fernrohrs in unmittelbarer Nähe der Achse befestigt.

Die dem Objektiv als Mikrometer vorgeschaltete Planplatte gestattet eine Höhenverschiebung der Ziellinie um 10 mm, während alle übrigen Feinnivelliere nur eine Höhenverstellung von 5 mm zulassen. Bei Messungen höchster Genauigkeit mit Invarbandlatten gestattet das optische Mikrometer mit Zentimeterbereich eine gute Schätzung auf 0,01 mm. Der Run und die inneren Teilungsfehler der Skala des Planplattenmikrometers liegen nach unseren Untersuchungen in der Größenordnung von 0,001 mm.

Links am Fernrohr ist ein Schutzkasten angebracht, der die Libelle samt Prismen, eine Einrichtung für die Steuerung des Fernrohrmikrometers und die Ablesevorrichtung für das Mikrometer enthält. Libellenstand und Mikrometerskala werden durch zwei übereinanderliegende Lupen beobachtet, die links vom Fernrohrokular angeordnet sind. Die Feinablesung des Höhenmikrometers erfolgt an einer außerordentlich klaren und eindeutigen Teilung, die auf einem Glasmaßstab aufgebracht ist, der mit der Führungs-

[1] Das Nivelliergerät wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft zur Verfügung gestellt.

stange für die Planplatte unmittelbar verbunden ist. Unter dem Schutzkasten befindet sich der Beleuchtungsspiegel für Libelle und Mikrometerskala. Er dient zugleich zum bequemen Beobachten der Dosenlibelle. Rechts am Fernrohrkörper befinden sich zwei Rändelknöpfe für die Scharfeinstellung des Fernrohrbildes und für die Betätigung des optischen Mikrometers. Der Mikrometerknopf liegt dabei sehr nahe an der Stehachse, damit bei seiner Betätigung die Fernrohrstellung nicht geändert wird. Die Achse des Mikrometerknopfes geht unter dem Fernrohr durch und greift mit einem Zahnrad in eine Zahnstange ein, an der auf der Seite des Fernrohrokulars der Mikrometermaßstab und auf der Seite des Objektivs eine Kugel befestigt ist, die in den mit der Planplatte des Mikrometers fest verbundenen Hebel mit Nut eingreift. Durch diese Anordnung kann sich ein kleines Spiel zwischen Zahnrad und Zahnstange nicht nachteilig auf die Meßgenauigkeit auswirken. Die Berichtigungsschrauben für die Dosen- und Nivellierlibelle sind in bekannter Weise angeordnet. Eine wertvolle Neuerung dient der Feinjustierung; das dem Fernrohr vorgesetzte Abschlußglas ist keilförmig geschliffen; durch Drehen dieses Glases kann die Zielachse um geringe Beträge geneigt werden, bis sie bei einspielender Libelle genau horizontal liegt.

Durch die Anordnung von drei getrennten Okularen für die Fernrohreinstellung, für die Beobachtung der Libelleneinstellung und für das Fernrohrmikrometer erhält man für die drei zu einer Messung gehörenden Einstellungen und Ablesungen drei getrennte Bilder in bester Beleuchtung, die bequem nacheinander und mit entspanntem Auge beobachtet werden können.

Die Invarbandlatten tragen eine 1-cm-Strichteilung. Die Lattenuntersätze sind kräftig und sehr präzis gearbeitet, so daß sie eine einwandfreie Lattenaufstellung gewährleisten. Als Stativ wurde in den ersten Monaten das Wild N3-Stativ,- später das wesentlich stabilere starre Wild-T3-Stativ verwendet. Die Dosenlibellen der Latten wurden sorgfältig justiert, laufend überprüft und die Latten selbst bei der Messung mit Hilfe von Streben sehr genau lotrecht gestellt und ruhig gehalten (Fig. 2).

2. DAS BEOBACHTUNGSVERFAHREN

Die Strecken wurden wie üblich mit Hilfe eines Meßdrahtes vor Messungsbeginn eingeteilt, Instrumenten- und Lattenstandorte dauerhaft vermarkt. Als Mittelwerte für die Zielweiten wurden zunächst 30 m, später 24 m festgesetzt.

Diese Zielweiten wurden nur ausnahmsweise, etwa bei der Einmessung von Höhenmarken in Vorgärten unter- oder überschritten. Die Instrumenten- und Lattenstandpunkte wurden nur auf gewachsenem, standfestem Boden ausgewählt und die schweren Unterlagsplatten sorgfältig aufgestellt und eingetreten. Das Lattenmeter und die Justierung des Instruments wurden laufend untersucht. Zur Elimination des Nullpunktfehlers der Latten wurde jede Strecke in eine gerade Anzahl von Ständen unterteilt.

Die Zieleinstellungen, Latten- und Mikrometerablesungen (je drei Einstellungen und Ablesungen auf 0,1 mm und Mittelung auf 0,01 mm im Rück- und Vorblick) erfolgten bei einspielender Libelle.

3. PERSONAL

1 Beobachter, 1 Aufschreiber, zugleich Überprüfer der Lattenaufstellung und Schirmhalter, 2 Lattenträger. Die Beobachtungen wurden im Wechsel von den Observatoren Dipl.-Ing. BEHRENDT und Dipl.-Ing. MARZAHN des Deutschen Geodätischen Forschungsinstituts in München durchgeführt.

4. DIE AUSWAHL UND UNTERTEILUNG DER VERSUCHSLINIEN

In den Jahren 1952 und 1954 wurden durch das Bayer. Landesvermessungsamt und durch das DGFI, I. Abteilung in München, unter Beiziehung des Bayer. Geologischen Landesamtes zwei Versuchsfelder angelegt, die je zwei sich kreuzende Versuchslinien umfassen. Auf diesen Linien wurde 1952, 1953 und 1954 mehrmals beobachtet, so daß jetzt für jede dieser Linien etwa 15–20 vollständige Beobachtungsreihen vorliegen.

a) Beschreibung des Versuchsfeldes München-Süd

Das Versuchsfeld München-Süd liegt im Bereich der oberen Isarterrasse in Harlaching. Nach dem Gutachten des Bayer. Geologischen Landesamts wird der tiefere Untergrund des Versuchsfeldes von den Ablagerungen der Oberen Süßwassermolasse (Flinz), tonigen und sandigen Mergeln und feinen Sanden gebildet, die sowohl in der Horizontalen als auch in der Vertikalen sehr wechselnd ausgebildet sind. Diese Schichten kommen im Bereich der Versuchsstrecke nirgends direkt an die Oberfläche, doch bilden sie im Isartal selbst das unmittelbare Liegende der jungen Flußanschwemmungen und streichen ganz am Fuß des Steilhanges, allerdings vom Gehängeschutt verhüllt, unter den jüngeren Ablagerungen aus.

Dieser tertiäre Untergrund ist von den Ablagerungen des Quartärs überdeckt, wobei es sich durchwegs um Schotter des Diluviums und Alluviums handelt, die neben- und übereinander gelagert vorkommen. Das älteste Formationsglied ist die altdiluviale Nagelfluh („Münchener Deckenschotter"), ein meist bankweise zu fester Nagelfluh verkitteter Schotter aus überwiegend kalkalpinen Geröllen. Die Isar hat ihn und die darüberlagernden jüngeren Schotter bis in den tertiären Untergrund zerschnitten, und er tritt daher an den Steilhängen des Isartales zutage. Auch weiter östlich und westlich ist er im Münchener Raum wieder abgetragen worden, doch sind die dabei entstandenen Rinnen heute noch von anderen eiszeitlichen Ablagerungen erfüllt.

Dies ist auch im Untergrund des östlichen Teils von Harlaching der Fall, wo die altdiluviale Nagelfluh bereits fehlt und jüngere Schotter unmittelbar auf Flinz liegen. Zunächst handelt es sich dabei um die als „Ältere Eiszeitschotter" zusammengefaßten, nach Ablagerung der Nagelfluh und vor Bildung der jüngsten würmeiszeitlichen Schotter entstandenen Bildungen. Es sind bis zu 21 m mächtige, gut geschichtete, teils reine, teils sandig-lehmig durchsetzte Gerölle, die im Gegensatz zur altdiluvialen Nagelfluh höchstens

an vereinzelten Stellen schwach verfestigt, größtenteils jedoch völlig unverfestigt, aber dicht gelagert sind.[1]

Das ausgewählte Gebiet scheint für die Verhältnisse in unserem Raum typisch. Es gewährleistet eine standfeste Lage der Gebäude und Nivellementspfeiler. Bodenschwankungen oder örtliche Erschütterung durch Verkehr sind kaum zu befürchten. Niederschläge versickern sehr rasch. Setzungen und Quellungen des Bodens treten nicht auf.

Die ausgewählten Nivellementslinien[2] kreuzen sich etwa unter 90°, wobei die Linie I (PB III–B 2142) von SW nach NO verläuft. Die Strecke ist 2,2 km lang, der Gesamthöhenunterschied beträgt bei durchschnittlich 3‰ Steigung rund 9 m mit einem Neigungsmaximum von 4% in einer kurzen Teilstrecke von 100 m. Der südliche Ast der Linie II verläuft von SO nach NW, trifft unter 90° auf die Linie I, verläuft dann 150 m auf der Linie I und zweigt dann etwa unter 45° in nördlicher Richtung ab. Die Linie II ist im ganzen ebenfalls 2,2 km lang. Der Gesamthöhenunterschied beträgt rund 14 m; die Neigungen betragen auf einer Teilstrecke von 1,8 km etwa 3‰, auf 0,4 km etwa 17‰ und auf 0,3 km etwa 8‰.

Beide Linien sind seit langen Jahren vermarkt. Der südliche Endpunkt der Linie I ist durch einen unterirdischen Pfeilerbolzen, der nördliche Endpunkt durch einen Mauerbolzen im Sockel der alten Harlachinger Kirche vermarkt. Die Linie I (1952) wird durch 7 weitere Tonnen- und 2 Kugelbolzen in 10 Strecken unterteilt. Die Linie II (1952) umfaßt 5 Tonnen- und 5 Kugelbolzen und damit insgesamt 9 Strecken. Bei den Nachmessungen 1953 wurden auf beiden Linien einige Bolzen, die nur eine schlechte Lattenaufstellung zuließen, ausgelassen. Im übrigen entnehmen wir dem Beobachtungsband folgende Beschreibung:

Die beiden Versuchslinien verlaufen durch Wohngebiete mit einzelnstehenden Wohnhäusern und Vorgärten. Die Fahrwege sind überwiegend asphaltiert, die Fußwege bestehen aus gewachsenem Boden; vereinzelt sind sie mit Steinplatten befestigt. Die Grundstücke sind zur Straße hin vielfach durch hohe Hecken begrenzt. Auf der Linie II verläuft das Nivellement insgesamt 1,3 km lang durch schattige Alleen; einige Asphaltstraßen sind zu überqueren. Die Linie I ist nur ab und zu in Länge von einzelnen Zielweiten durch Bewachsung der Vorgärten beschattet. Größere unbebaute Grundstücke in einer Gesamtlänge von 1,0 km längs des Nivellementsweges sind Wiesen; auch hier müssen einige Asphaltstraßen überquert werden.

b) Beschreibung des Versuchsfeldes München-West

Das Versuchsfeld München-West ist in Form eines rechten Winkels angelegt. Der eine Schenkel liegt in West-Ost-Richtung (Pasing–Laim; längs des Parallelkreises = P-Linie), der andere in Nord-Süd-Richtung (Laim–Kreuzhof; längs des Meridians = M-Linie).

---

[1] Vgl. hierzu Veröff. DGK, Reihe A, Heft 10a: Bayer. Geologisches Landesamt, „Geologische Begutachtung der Nivellements-Versuchsstrecke Harlaching-Obersendling", S. 71–73.

[2] Vgl. hierzu Veröff. DGK, Reihe A, Heft 10a „Bericht über die Nivellementsarbeiten der I. Abt. des DGFI im Jahre 1952", Berichterstatter: W. Behrendt und K. Marzahn, DGFI, S. 59–69.

Die P-Linie ist praktisch horizontal. Die M-Linie hat ein gleichmäßiges Gefälle von 0,5%. Über die geologische Beschaffenheit gibt das geologische Gutachten[1] Aufschluß.

Geologisches Gutachten für das westliche Randgebiet der Stadt München

Das interessierende Gebiet reicht bis in die Nähe der Landsberger Straße; im Osten wird es durch die Fürstenrieder Straße und im Westen durch das Tal der Würm bei Lochham-Pasing begrenzt. Dieser ganze Bereich liegt auf der fast ebenen, schwach nach Norden geneigten Schotterfläche der jungeiszeitlichen Niederterrasse. Der zum Würmtalboden nach Westen abfallende, 5–6 m hohe Terrassenrand wird noch mit erfaßt.

Die Niederterrasse besteht aus reinen, wohlgeschichteten Kiesen und Sanden mit großem Porenvolumen; sie ist daher meist grundwasserführend. Sie wird unterlagert von älteren Kiesen und Sanden (Hochterrassen-Schotter), die ähnlich wie die oberen Kiese vorwiegend aus kalkig-dolomitischen Geröllen bestehen. Bei einer Gesamtmächtigkeit der Kiese zwischen 10 und 20 m und dem erwähnten großen Porenvolumen ist die Grundwasserführung stellenweise beträchtlich.

Der eigentlich geologische Untergrund, dem die Kiese auflagern, wird von einer viele hundert Meter mächtigen Serie jungtertiärer Flinzmergel gebildet, welche eine lebhafte, wellige und von Rinnen durchzogene Grenzfläche an der Basis des Kieses besitzt. Der wasserundurchlässige Flinz spielt im allgemeinen die Rolle eines Grundwasserstauers.

III. DIE BEOBACHTUNGSERGEBNISSE UND SCHLUSSFOLGERUNGEN

1. BEOBACHTUNGSERGEBNISSE

Wir bringen nun der Reihe nach die Beobachtungsergebnisse der 4 Versuchslinien. Die Beobachtungszeiten sind den Zusammenstellungen zu entnehmen. Im allgemeinen wurden die Beobachtungen gleichmäßig über das ganze Jahr verteilt, wobei allerdings in den Wintermonaten (Ende Dezember bis Anfang April) nicht beobachtet werden konnte. Im übrigen wurde zur Untersuchung der verschiedenen atmosphärischen Verhältnisse nach Möglichkeit bei jedem Wetter beobachtet.

Die Beobachtungsdauer pro Stand betrug anfangs 4–5 Minuten, später 3–4 Minuten; dies ergibt für 1 km Doppelnivellement einen Zeitbedarf von rund 2,5–1,5 Stunden.

Die Anlagen 1–4 enthalten für die 4 Linien die Nummern der Zwischenbolzen, die Längen r der einzelnen Strecken sowie die Anzahl der auf sie treffenden Instrumentenstände

[1] Bayerisches Geologisches Landesamt, Schreiben vom 2. 7. 1953 Nr. 1465/53.

und schließlich die Beobachtungstage und die jeweils aus Hin- und Rückmessung gemittelten Höhenunterschiede der Teilstrecken. Dabei liegen für die Linie I des Versuchsfeldes München-Süd für 1952 insgesamt 16 (Anl. 1[a]), für 1953 insgesamt 6 vollständige Messungen (Anl. 1[b]) vor. Die Linie II wurde 1952 insgesamt 13mal (Anl. 2[a]) und 1953 insgesamt 6mal (Anl. 2[b]) hin und zurück nivelliert.

Die Messungen 1952 sind ziemlich gleichmäßig über die Zeit vom 21. 8. bis 30. 10. verteilt; die Messungen 1953 umfassen je 3–4 Tage im Juni und Oktober.

Von den Messungen des Versuchsfeldes München-West entfallen 1953 insgesamt 8 auf die Linie P (Anl. 3[a]) und 7 auf die Linie M (Anl. 4[a]), wovon 4 bzw. 3 in der Zeit vom 8. 5. bis 3. 6. und jeweils 3 im Oktober sowie eine Messung der Linie P noch im Dezember durchgeführt wurden. 1954 wurden beide Linien je zweimal anfangs April, anfangs Juni und Mitte Oktober gemessen (Anl. 3[b] und 4[b]).

Einzeluntersuchungen haben ergeben, daß die Ergebnisse beider Beobachter durchaus gleichwertig sind, so daß wir für alle weiteren Betrachtungen alle Beobachtungen zusammenfassen dürfen.

Für die Untersuchung und den Nachweis der zufälligen und systematischen Fehler können wir zunächst die Unterschiede der beiden Einzeleinwägungen (Hin- und Rücknivellement) der Teilstrecken (Anl. 1–4) betrachten. Betrachten wir dann noch die einzelnen Doppelnivellierungen der 4 Linien als unabhängige Messungen (Anl. 5–8), so können wir auch die Widersprüche zwischen Hin- und Rückmessung der Linien zu den Fehlerbetrachtungen heranziehen. Schließlich erhalten wir noch durch fortlaufende Addition der Höhenunterschiede der Teilstrecken (Anl. 9–12) die Höhenunterschiede der einzelnen Bolzen gegenüber den Ausgangspunkten der Linien und durch Vergleich der Einzelwerte mit den Mittelwerten aus allen Messungen die zugehörigen mittleren Fehler.

2. FEHLERBERECHNUNG UND SCHLUSSFOLGERUNGEN

a) Fehlerberechnung aus den Standdifferenzen

Wir beurteilen eine Feineinwägung nach dem mittleren zufälligen km-Fehler des Doppelnivellements und nach den systematischen Fehlern, soweit diese nachweisbar sind. Wir erhalten dabei einen ersten Wert μ_δ aus den sogenannten Standdifferenzen, d. s. die Abweichungen δ der aus den Ablesungen der an beiden Lattenteilungen berechneten Höhenunterschiede. μ_δ schwankte bei den Versuchsmessungen zwischen $\pm 0{,}1$ bis $\pm 0{,}2$ mm/km (Doppelnivellement). MARZAHN berechnete aus den Standdifferenzen δ noch tageweise mittlere Fehler für den Höhenunterschied eines Instrumentenstandes zu $m_\delta = \pm \sqrt{\frac{[\delta\,\delta]}{4\,n}}$; dabei ergab sich übereinstimmend für beide Beobachter ein quadratischer Mittelwert $m_\delta = \pm 0{,}048$ mm oder umgerechnet auf ein Doppelnivellement von 1 km Länge

$$\mu_\delta = \pm 0{,}16 \text{ mm/km}.$$

Hierin beträgt der Anteil der Einstellfehler (quadratischer Mittelwert aus 10480 mittleren Fehlern auf Grund der jeweils 3 Einzeleinstellungen und Ablesungen für jeden Rück- und Vorblick) ebenfalls für beide Beobachter

$$m_e = \pm 0{,}029 \text{ mm je Stand}$$

oder umgekehrt auf ein Doppelnivellement von 1 km Länge

$$\mu_e = \pm 0{,}09 \text{ mm/km}.$$

Nun sind diese Standdifferenzen nicht ganz zufällig. MARZAHN fand aus insgesamt $n_\delta = 5428$ Standdifferenzen einen systematischen Anteil

$$\delta_s = \frac{[\delta]}{n_\delta} = +0{,}011 \text{ mm} \pm 0{,}001 \text{ mm}$$

und bei Aufteilung auf die beiden Beobachter

BEHRENDT:		MARZAHN:
$\delta_s' = +0{,}017$ mm $\pm 0{,}002$	gegen	$\delta_s'' = +0{,}006$ mm $\pm 0{,}002$ mm.

Es lassen sich daher bereits in den Standdifferenzen systematische Anteile nachweisen, die pro 1 km einfaches Nivellement systematische Fehler von rund 0,2 mm pro km ergeben würden, die im übrigen aber durch die Beobachtungsanordnung getilgt werden.

Der große Unterschied in δ_s bei MARZAHN und BEHRENDT erklärt sich daraus, daß BEHRENDT im allgemeinen für die Messungen eines Standes etwas längere Zeit brauchte. Demnach scheint also dieser Fehler mit der Zeit anzuwachsen. Das Vorzeichen widerspricht dabei dem Einfluß, der durch Einsinken von Instrument und Latten zu erwarten wäre, und weist eher auf eine Hebung der Ziellinie hin.

b) Fehlerberechnung aus den Unterschieden der beiden Einzeleinwägungen jeder Strecke

Bezeichnen wir mit Δ den Unterschied der beiden Einzeleinwägungen jeder Strecke, mit r die Entfernung (Meßweg) zwischen zwei Festpunkten in km und mit n die Anzahl der Strecken oder Summanden, so wird der mittlere Kilometerfehler des Doppelnivellements bei der Annahme zufälliger Fehler, die mit der Wurzel aus der Entfernung r anwachsen:

$$\mu_{1.0} = \pm \sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}.$$

Er liegt bei den Messungen 1952 bei der Linie I (Anl. 1a) zwischen $\pm 0{,}12$ und $\pm 0{,}80$ mm/km und ist mit einem quadratischen Mittelwert von $\pm 0{,}41$ mm/km unver-

hältnismäßig groß. Dies liegt z. T. an der Streckenführung (Festpunkte in Vorgärten) und an dem geringen Abstand der Festpunkte (110 m bis 400 m). Auf der gleichzeitig nivellierten Linie II (Anl. 2^a) schwanken die Werte zwischen $\pm 0{,}16$ mm/km und $\pm 0{,}47$ mm/km; der zugehörige quadratische Mittelwert mit $\pm 0{,}30$ mm/km entspricht durchaus der zu erwartenden Genauigkeit. 1953 gingen die quadratischen Mittelwerte noch weiter zurück, und zwar bei Linie I (Anl. 1^b) auf $\pm 0{,}31$ mm/km und bei Linie II (Anl. 2^b) auf $\pm 0{,}26$ mm/km.

Auf den an sich besser zu messenden Linien des Versuchsfeldes München-West (Anl. 3^a und 3^b bzw. 4^a und 4^b) liegen die entsprechenden Werte bei $\pm 0{,}34$ mm/km (1953) und $\pm 0{,}40$ mm/km (1954) für die Linie P und $\pm 0{,}27$ mm/km (1953) und $\pm 0{,}39$ mm/km (1954) für die Linie M.

Das Abfallen der Genauigkeit im Jahre 1954 ist auf die äußerst ungünstigen Witterungsverhältnisse dieses Jahres zurückzuführen. Dabei darf nochmals daran erinnert werden, daß die Beobachter angewiesen waren, bei jedem Wetter und meist auch den ganzen Tag durchgehend zu messen.

Die Erfahrung zeigt nun, daß die Streckendifferenzen zum Teil gleiche Vorzeichen und damit systematisches Verhalten aufweisen. Man kann daher versuchen, einen systematischen Fehleranteil abzuspalten, der die Absolutwerte der positiven und negativen Höhenunterschiede auf dem Hin- und Rückweg in verschiedenem Sinn gleichviel beeinflußt.

Bezeichnen wir mit Δ_i die einseitig beeinflußte Differenz der beiden Höhenunterschiede der Strecke r_i und mit Δ_i' die entsprechende zufällige Differenz, so gilt

$$\Delta_i = \Delta_i' + r_i\,(2\mu_s),$$

wobei μ_s als systematischer Fehler mit der Entfernung r_i fortschreitet. Beziehen wir alles wieder auf die Einheit 1 km, indem wir mit $\sqrt{r_i}$ dividieren, so wird

$$\frac{\Delta_i}{\sqrt{r_i}} = \frac{\Delta_i'}{\sqrt{r_i}} + 2\mu_s \cdot \sqrt{r_i}$$

und über die ganze Linie summiert

$$\left[\frac{\Delta_i}{\sqrt{r_i}}\right] = \left[\frac{\Delta_i'}{\sqrt{r_i}}\right] + 2\mu_s\left[\sqrt{r_i}\right].$$

Hierin soll nun die Summe der zufälligen Differenzen $\left[\frac{\Delta_i'}{\sqrt{r_i}}\right] = 0$ gesetzt werden. Der systematische Nivellierfehler μ_s für 1 km Doppelnivellement wird dann

$$\mu_s = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta_i}{\sqrt{r_i}}\right] : \left[\sqrt{r_i}\right]\right\}.$$

Damit können nun die zufälligen Differenzen

$$\Delta_i' = \Delta_i - 2\mu_s \cdot r_i$$

und schließlich der vom systematischen Anteil befreite mittlere zufällige km-Fehler $\mu_{2.0} = \pm \sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\Delta'}{4r}\right]}$ berechnet werden.

Die auf diese Weise berechneten Werte μ_s und $\mu_{2.0}$ sind den Anlagen 1–4 unten beigeschrieben. μ_s schwankt für ein und dieselbe Linie zwischen —0,6 und +0,4 mm/km. Der systematische Nivellierfehler kann also unabhängig von der Linienführung, allein infolge verschiedener atmosphärischer Verhältnisse sehr unterschiedliche und verhältnismäßig große Werte annehmen und entgegen der Voraussetzung der Formeln von LALLEMAND bereits in sehr kurzen Strecken und Linien nachgewiesen werden. Der Wechsel der Vorzeichen zeigt, daß diese Fehler von der Meßrichtung völlig unabhängig sind, dagegen sicher von äußeren, insbesondere den jeweiligen atmosphärischen Verhältnissen abhängen. Wenn wir auch annehmen können, daß dieser Fehler im Mittel aus Hin- und Rücknivellement getilgt wird, folgt daraus doch, daß Hin- und Rückmessung doch zu möglichst verschiedenen Zeiten und unter möglichst verschiedenen äußeren Umständen gemessen werden sollen. Hierin bestärkt uns die Tatsache, daß im Mittel aus allen Messungen der systematische Fehler μ_s auf etwa 0,1 mm/km zurückgeht. Wir finden für μ_s folgende Mittelwerte (Tab. 1):

Tabelle 1

	$\frac{[\mu_s]}{n}$	$\sqrt{\frac{[\mu_s \mu_s]}{n}}$	
Linie I/1952:	$-0{,}07\ \frac{mm}{km}$	$\pm 0{,}28\ \frac{mm}{km}$	(Anl. 1[a])
Linie I/1953:	$+0{,}03$	$\pm 0{,}25$	(Anl. 1[b])
Linie II/1952:	$-0{,}13$	$\pm 0{,}25$	(Anl. 2[a])
Linie II/1953:	$-0{,}12$	$\pm 0{,}15$	(Anl. 2[b])
Linie P/1953:	$-0{,}12$	$\pm 0{,}19$	(Anl. 3[a])
Linie P/1954:	$-0{,}17$	$\pm 0{,}32$	(Anl. 3[b])
Linie M/1953:	$+0{,}05$	$\pm 0{,}17$	(Anl. 4[a])
Linie M/1954:	$-0{,}01$	$\pm 0{,}32$	(Anl. 4[b])

Hierin ist bei dem arithmetischen Mittel von μ_s das Überwiegen der negativen Vorzeichen bemerkenswert. Eine weitere wichtige Erkenntnis liegt darin, daß auch bei Abspaltung der sogenannten systematischen Fehler der zufällige mittlere Kilometerfehler (Tab. 2) überraschenderweise nur geringfügig zurückgeht, wenn wir wiederum nur die quadratischen Jahresmittelwerte betrachten.

Tabelle 2

Linie	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	Linie	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$
I/1952:	$\mu_{1.0} = \pm 0{,}41$	$\mu_{2.0} = \pm 0{,}40$	I/1953:	$\mu_{1.0} = \pm 0{,}31$	$\mu_{2.0} = \pm 0{,}30$
II/1952:	$\mu_{1.0} = \pm 0{,}30$	$\mu_{2.0} = \pm 0{,}28$	II/1953:	$\mu_{1.0} = \pm 0{,}26$	$\mu_{2.0} = \pm 0{,}25$
P/1953:	$\mu_{1.0} = \pm 0{,}34$	$\mu_{2.0} = \pm 0{,}32$	P/1954:	$\mu_{1.0} = \pm 0{,}40$	$\mu_{2.0} = \pm 0{,}28$
M/1953:	$\mu_{1.0} = \pm 0{,}27$	$\mu_{2.0} = \pm 0{,}24$	M/1954:	$\mu_{1.0} = \pm 0{,}39$	$\mu_{2.0} = \pm 0{,}30$

Hiernach scheinen lediglich die Messungen 1954 durch größere systematische Fehler entstellt.

c) Fehlerberechnung aus den Unterschieden von Hin- und Rückmessung der Linien

Betrachten wir nun die einzelnen Linien für sich als Ganzes und jede Hin- und Rücknivellierung als unabhängige Messung, so können wir nach den internationalen Fehlerformeln von 1912 ebenfalls den mittleren zufälligen und den mittleren systematischen Fehler berechnen.

Die von der 17. Allgemeinen Konferenz der Internationalen Erdmessung im Jahre 1912 zur Herbeiführung gleichmäßiger Fehlerberechnungen für „Nivellements von hoher Genauigkeit" empfohlenen Fehlergrenzen lauten:

1. für den mittleren zufälligen Fehler eines Doppelnivellements von 1 km Länge für Gruppen von Linien, mögen diese eine geschlossene Figur bilden oder nicht,

$$\mu_1^2 = \frac{1}{4}\left[\frac{\Sigma \Delta^2}{\Sigma L} - \frac{\Sigma r^2}{(\Sigma L)^2} \sum \frac{S^2}{L}\right]$$

Grenzwert $\pm$ 1,5 mm/km;

2. für den mittleren systematischen Fehler bei Gruppen von Linien, die kein Netz bilden,

$$\mu_2^2 = \frac{1}{4 \Sigma L} \sum \frac{S^2}{L}$$

Grenzwert $\pm$ 0,3 mm.

Der Wert μ_1 entspricht unseren Werten $\mu_{2.0}$. Der systematische Fehler μ_2 unterscheidet sich von dem oben berechneten Wert μ_s dadurch, daß er als mittlerer systematischer Fehler mit den Vorzeichen $\pm$ berechnet wird und daß er sich auf die Widersprüche zwischen den beiden Einzelmessungen ganzer Linien von Knotenpunkt zu Knotenpunkt bezieht. r und L bedeuten in den Formeln die Längen der Strecken bzw. der Linien in Kilometer. S bezeichnet die Differenz zwischen Hin- und Rücknivellement einer Linie.

Obwohl unsere Linien mit 2,0 km bzw. 4,6 km und auch unsere Strecken sehr kurz sind, haben wir dennoch die Formeln von 1912 benutzt. Überdies haben wir die Berechnungen noch unterteilt, indem wir sie der Reihe nach zunächst auf die jahreszeitlich zusammenhängenden Messungen, dann auf alle Messungen eines Jahres und schließlich auf alle vorliegenden Messungen angewendet haben. Wir teilen das Ergebnis hier kurz mit (Tab. 3 und 4) und verweisen im übrigen auf die Anlagen 5–8.

Tabelle 3. Versuchsfeld: München-Süd

Linie I:	$\mu_1 \left(\frac{mm}{km}\right)$	$\mu_2 \left(\frac{mm}{km}\right)$
12 Nivellierungen (21. 8.–30. 9. 1952)	±0,39	±0,26
4 Nivellierungen (9. 10.–29. 10. 1952)	±0,35	±0,26
16 Nivellierungen (Jahresmittel 1952)	±0,38	±0,26
3 Nivellierungen (Juni 1953)	±0,34	±0,24
3 Nivellierungen (Oktober 1953)	±0,30	±0,08
6 Nivellierungen (Jahresmittel 1953)	±0,32	±0,18
22 Nivellierungen (Jahresmittel 1952/53)	±0,36	±0,24
Linie II:		
10 Nivellierungen (27. 8.–29. 9. 1952)	±0,28	±0,21
3 Nivellierungen (8. 10.–30. 10. 1952)	±0,25	±0,26
13 Nivellierungen (Jahresmittel 1952)	±0,27	±0,23
3 Nivellierungen (Juni 1953)	±0,22	±0,16
3 Nivellierungen (Oktober 1953)	±0,22	±0,14
6 Nivellierungen (Jahresmittel 1953)	±0,22	±0,15
19 Nivellierungen (Jahresmittel 1952/53)	±0,26	±0,21

Tabelle 4. Versuchsfeld: München-West

Linie P:	$\mu_1 \left(\frac{mm}{km}\right)$	$\mu_2 \left(\frac{mm}{km}\right)$
4 Nivellierungen (8. 5.–5. 6. 1953)	±0,31	±0,23
4 Nivellierungen (13. 10.–4. 12. 1953)	±0,33	±0,12
8 Nivellierungen (Jahresmittel 1953)	±0,32	±0,18
2 Nivellierungen (April 1954)	±0,31	±0,16
2 Nivellierungen (Juni 1954)	±0,28	±0,28
2 Nivellierungen (Oktober 1954)	±0,29	±0,47

	$\mu_1 \left(\frac{mm}{km}\right)$	$\mu_2 \left(\frac{mm}{km}\right)$
6 Nivellierungen (Jahresmittel 1954)	±0,29	±0,33
14 Nivellierungen (Jahresmittel 1953/54)	±0,31	±0,26

Linie M:

4 Nivellierungen (12. 5.–3. 6. 1953)	±0,23	±0,19
3 Nivellierungen (13. 10.–23. 10. 1953)	±0,23	±0,09
7 Nivellierungen (Jahresmittel 1953)	±0,23	±0,16
2 Nivellierungen (April 1954)	±0,29	±0,26
2 Nivellierungen (Juni 1954)	±0,28	±0,33
2 Nivellierungen (Oktober 1954)	±0,32	±0,49
6 Nivellierungen (Jahresmittel 1954)	±0,30	±0,37
13 Nivellierungen (Jahresmittel 1953/54)	±0,26	±0,28

Vergleicht man die hier gefundenen mittleren zufälligen Fehler μ_1 mit den entsprechenden quadratischen Mittelwerten $\mu_{2.0}$, die aus den Streckenwidersprüchen berechnet wurden, so findet man eine außerordentlich gute Übereinstimmung:

Tabelle 5

	1952		1953		1954	
	$\mu_{2.0}$	μ_1	$\mu_{2.0}$	μ_1	$\mu_{2.0}$	μ_1
Linie I:	±0,40	±0,38	±0,30	±0,32		
Linie II:	±0,30	±0,27	±0,26	±0,22		
Linie P:			±0,32	±0,32	±0,28	±0,29
Linie M:			±0,24	±0,23	±0,30	±0,30

Noch verblüffender ist die Übereinstimmung von μ_2 mit den quadratischen Jahresmittelwerten von μ_s. Die aus den Widersprüchen der Strecken ermittelten Werte μ_s sind ebenso groß wie die mittleren systematischen Fehler μ_2, die aus den Linienwidersprüchen ermittelt werden.

Tabelle 6

	1952		1953		1954	
	μ_s	μ_2	μ_s	μ_2	μ_s	μ_2
Linie I:	±0,28	±0,26	±0,23	+0,18		
Linie II:	±0,25	±0,23	±0,15	±0,15		
Linie P:			±0,19	±0,18	±0,32	±0,33
Linie M:			±0,17	±0,16	±0,35	±0,37
Mittel:	±0,27	±0,25	±0,19	±0,17	±0,34	±0,35

Zusammenfassend läßt sich feststellen: In kurzen, auch horizontalen Strecken von einigen hundert Meter Länge lassen sich bereits eindeutig „mittlere systematische Fehler zwischen Hin- und Rücknivellement" nachweisen, die der Größe nach die mittleren zufälligen Fehler erreichen. Sie sind unter ungünstigen atmosphärischen Verhältnissen größer als die zufälligen Fehler. Auf kurzen Linien kann der Grenzwert von $\pm 0{,}3 \left(\frac{mm}{km}\right)$ für den mittleren systematischen Fehler kaum eingehalten werden. Auf benachbarten, zu gleichen Zeiten gemessenen Linien ist der systematische Fehler nahezu gleich. Er hängt offenbar weitgehend von der Großwetterlage eines Jahres ab. Bei unseren Messungen lag er

$$1952 \text{ bei } \pm 0{,}25 \left(\frac{mm}{km}\right)$$

$$1953 \text{ bei } \pm 0{,}17 \left(\frac{mm}{km}\right)$$

$$1954 \text{ bei } \pm 0{,}35 \left(\frac{mm}{km}\right),$$

wobei letzterer Wert die abnormen Wetterverhältnisse von 1954 widerspiegelt. Für die Beurteilung der wirklichen Genauigkeit eines Doppelnivellements ist dieser Fehler belanglos, weil er sich im großen und ganzen wie ein zufälliger Fehler verhält und zudem im Mittel aus Hin -und Rückmessung bis auf kleine zufällige Reste sicher getilgt wird.

d) Nachweis von im Mittel zwischen Hin- und Rücknivellement nicht getilgten systematischen Fehlern und von Bewegungen der Erdkruste

Die bisherigen Untersuchungen haben sich auf den Nachweis systematischer Fehler beschränkt, von denen wir annehmen, daß sie im Mittel eines Standes bzw. im Mittel aus Hin- und Rücknivellement getilgt werden. Nun wollen wir grundsätzlich nur noch mit den Mittelwerten aus Hin- und Rücknivellement rechnen und zunächst die Höhenunterschiede der einzelnen Strecken zu Jahresmitteln zusammenfassen, dann aber die Höhenunterschiede einzeln linienweise aufaddieren und die so erhaltenen Höhenunterschiede der Zwischenpunkte gegenüber den Ausgangspunkten der Linie ebenfalls zu Jahresmitteln zusammenfassen.

Wenn wir zunächst nur die unmittelbar gemessenen Höhenunterschiede der einzelnen Strecken betrachten und diese jahrgangsweise mitteln (Anl. 1–4), so erhalten wir durch Vergleich der arithmetischen Mittelwerte mit den Einzelmessungen den mittleren Fehler einer Messung und des arithmetischen Mittels aus

$$\mu_o = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r(n-1)}} \quad \text{bzw.} \quad \mu_m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r \cdot n(n-1)}},$$

wobei die v die Unterschiede zwischen dem arithmetischen Mittel und den Einzelwerten und n die Anzahl der gemittelten Messungen bezeichnen. Das Gewicht p setzen wir dabei wie üblich gleich $\frac{1}{r}$ und nehmen r in km, womit μ_o und μ_m wieder auf die Einheit 1 km bezogen sind. Da wir nur die Mittelwerte aus Hin- und Rücknivellement betrachten, beziehen sich μ_o und μ_m auch wieder auf das Doppelnivellement.

Nun müßte man eigentlich erwarten, daß μ_o etwas kleiner sei als $\mu_{1.0}$, in dem sich neben den zufälligen Fehleranteilen auch die im Hin- und Rücknivellement auftretenden systematischen Fehler auswirken. Dies ist nun nicht der Fall, sondern im Gegenteil, die Fehler wachsen durchaus etwas an. Zur Erklärung können wir, wie bereits oben festgestellt, einseitige systematische Fehler, die im Mittel aus Hin- und Rücknivellement nicht getilgt werden, oder auch Erdkrustenbewegungen heranziehen, wobei bei letzteren noch kurz- oder langperiodische Bewegungen zu unterscheiden wären. Nun, diese Untersuchungen müssen im einzelnen weiteren Arbeiten vorbehalten bleiben. Hier wollen wir nur einen summarischen Überblick geben. 1951 sind die Unterschiede gering, 1953 werden sie größer, besonders auf den Linien P und M, und gehen dann 1954 wieder etwas zurück. Betrachtet man in Anl. 1–4 die den einzelnen Höhenunterschieden beigeschriebenen Verbesserungen v (arithmetischer Mittelwert minus Einzelwert) der Größe und dem Vorzeichen nach, so kann man sehr wohl eine gewisse Anhäufung positiver und negativer Verbesserungen feststellen, man findet aber auch andererseits bei sehr kurz aufeinanderfolgenden Messungen sehr stark wechselnde Vorzeichen.

Im einzelnen finden wir folgende quadratische Mittelwerte für die mittleren Fehler μ_o bzw. μ_m:

Tabelle 7

Linie I:

1952: $\mu_o = \pm 0{,}46 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$ gegen $\mu_{1.0} = \pm 0{,}41 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $\mu_m = \pm 0{,}12 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

1953: $\mu_o = \pm 0{,}34 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$ gegen $\mu_{1.0} = \pm 0{,}31 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $\mu_m = \pm 0{,}14 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

Linie II:

1952: $\mu_o = \pm 0{,}34 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$ gegen $\mu_{1.0} = \pm 0{,}30 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $\mu_m = \pm 0{,}09 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

1953: $\mu_o = \pm 0{,}32 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$ gegen $\mu_{1.0} = \pm 0{,}26 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $\mu_m = \pm 0{,}13 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

Linie P:

1953: $\mu_o = \pm 0{,}64 \left(\frac{mm}{km}\right)$ gegen $\mu_{1.0} = \pm 0{,}34 \left(\frac{mm}{km}\right)$; $\mu_m = \pm 0{,}23 \left(\frac{mm}{km}\right)$

1954: $\mu_o = \pm 0{,}49 \left(\frac{mm}{km}\right)$ gegen $\mu_{1.0} = \pm 0{,}40 \left(\frac{mm}{km}\right)$; $\mu_m = \pm 0{,}20 \left(\frac{mm}{km}\right)$

Linie M:

1953: $\mu_o = \pm 0{,}51 \left(\frac{mm}{km}\right)$ gegen $\mu_{1.0} = \pm 0{,}27 \left(\frac{mm}{km}\right)$; $\mu_m = \pm 0{,}19 \left(\frac{mm}{km}\right)$

1954: $\mu_o = \pm 0{,}38 \left(\frac{mm}{km}\right)$ gegen $\mu_{1.0} = \pm 0{,}35 \left(\frac{mm}{km}\right)$; $\mu_m = \pm 0{,}16 \left(\frac{mm}{km}\right)$

Es ist bemerkenswert, daß die so bestimmten mittleren Fehler für einzelne Strecken (insbesondere für die Strecken der Linie I) sehr streuen und große Fehler öfters benachbart auftreten. Weiter sind sie bei Linien mit sehr kurzen Strecken etwas größer. Dies deutet auf Unsicherheiten hin, die offenbar auf Schwierigkeiten bei der Aufstellung der Latten auf den Bolzen auftreten. Andererseits überschreiten die unverhältnismäßig großen, mittleren Unsicherheiten im Jahre 1953 der Linie P die Beobachtungsunsicherheiten wesentlich und weisen damit auf zusätzliche systematische Fehleranteile in diesem Jahr bzw. auf Bewegungen der Erdkruste hin, die aber 1954 nicht mehr erkennbar sind.

Die mittleren Fehler der arithmetischen Mittel liegen im Durchschnitt bei 0,1–0,2 $\left(\frac{mm}{km}\right)$ und damit erheblich unter den mittleren Fehlern, die aus den Differenzen zwischen den Hin- und Rückmessungen berechnet wurden. Dies bedeutet, daß die im Laufe eines Jahres auftretenden Bewegungen der Bolzen bzw. der Erdkruste geringer sind als die Differenzen aus Hin- und Rückmessung und ein größerer zeitlicher Abstand der Einzelmessungen die Genauigkeit nicht vermindert.

Nun berechnen wir noch die Höhenunterschiede der einzelnen Festpunkte gegenüber den Ausgangspunkten der einzelnen Linien (Anl. 9–12), bilden die Jahresmittel und berechnen wiederum mit den Unterschieden oder Verbesserungen (arithmetisches Mittel minus Einzelmessung) und den Entfernungen r' gegenüber den Ausgangspunkten die auf 1 km Doppelnivellement bezogenen mittleren Fehler der Einzelmessung und des arithmetischen Mittels aus

$$m_o = \pm \sqrt{\frac{[v'v']}{r'(n-1)}} \text{ und } m_m = \pm \sqrt{\frac{[v'v']}{r' \cdot n(n-1)}}.$$

Hier ergeben sich nun folgende quadratische Mittelwerte:

Tabelle 8

Linie I: 1952: $m_o = \pm 0{,}39 \left(\frac{mm}{km}\right)$; $m_m = \pm 0{,}10 \left(\frac{mm}{km}\right)$

1953: $m_o = \pm 0{,}26 \left(\frac{mm}{km}\right)$; $m_m = \pm 0{,}11 \left(\frac{mm}{km}\right)$

Linie II: 1952: $m_o = \pm 0{,}44 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $m_m = \pm 0{,}12 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

1953: $m_o = \pm 0{,}24 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $m_m = \pm 0{,}10 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

Linie P: 1953: $m_o = \pm 0{,}49 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $m_m = \pm 0{,}18 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

1954: $m_o = \pm 0{,}62 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $m_m = \pm 0{,}26 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

Linie M: 1953: $m_o = \pm 0{,}42 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $m_m = \pm 0{,}16 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

1954: $m_o = \pm 0{,}27 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$; $m_m = \pm 0{,}11 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$

Es ergeben sich gegenüber Tab. 7 keine allzu großen Unterschiede, so daß man wohl feststellen darf, daß die Fehlerfortpflanzung längs einer Nivellementslinie im großen ganzen rein zufällig ist und mit der Wurzel aus der Entfernung fortschreitet. Systematische Fehler durch Hebungen und Senkungen sind in den Linien und Jahren zu erkennen, wo der mittlere Fehler wesentlich über $\pm 0{,}3$ bis $\pm 0{,}4 \left(\frac{\text{mm}}{\text{km}}\right)$ ansteigt.

Hier fällt wieder die große Unsicherheit der Linie P sowohl in m_0 als auch in m_m auf. Im übrigen sind auch in den Anlagen 9–12 innerhalb zeitlich nah zusammenliegender Messungen kaum systematische Fehleranteile zu erkennen.

Vergleicht man noch die für 1952 und 1953 gefundenen Jahresmittelwerte der Höhen miteinander, so findet man, daß sich die Höhen der Linie I (Nord-Süd-Linie) gegenüber dem Ausgangspunkt überhaupt nicht geändert haben. Für die Linie II (Ost-West-Linie) dagegen ergibt sich 1953 gegenüber 1952 eine leichte systematische Absenkung, der im Hinblick auf die kleinen mittleren Fehler m_m der arithmetischen Jahresmittelwerte doch eine gewisse Bedeutung zukommt.

Der entsprechende Vergleich für die P-Linie des Versuchsfeldes München-West ergibt für die ganze Linie eine laufende Hebung, die für den Endpunkt der Linie in der Zeit von 1953 bis 1954 insgesamt 1,35 mm und für die Zeit von Mai/Juni 1953 bis Oktober 1954 sogar 2,59 mm beträgt. Diese Hebung ist einwandfrei zu erkennen; um ihre Ursache richtig deuten zu können, müssen die Messungen noch mehrere Jahre fortgesetzt werden. Gleichzeitig wird die Linie auf etwa 10 km verlängert.

Für die M-Linie (Nord-Süd-Linie) findet man eine wesentlich kleinere Absenkung, die wohl innerhalb der mittleren Unsicherheit der Messung liegt.

Zusammenfassend dürfen wir folgendes feststellen:

1. Etwaige kurzperiodische Schwankungen der Erdkruste sind im Bereich der beiden Versuchsfelder so gering, daß sie von den reinen Beobachtungsfehlern überdeckt werden.

2. Langsame Bewegungen können sicher aus den Mittelwerten mehrerer Jahre ermittelt werden, wenn jedes Jahr etwa 3 vollständige und gleichmäßig über das Jahr verteilte Doppelmessungen (je 2 Hin- und 2 Rückmessungen) durchgeführt werden.

3. Kommt es für rein wissenschaftliche Untersuchungen darauf an, die Genauigkeit des Nivellements noch über die bisherige Grenze von $\pm 0{,}3\ \frac{mm}{km}$ zu steigern, so ist dies durch 4–6fache Wiederholung von Doppelnivellements auf etwa $\pm 0{,}1\ \frac{mm}{km}$ möglich.

Für allgemeine Landesvermessungszwecke ist eine solche Wiederholung schon aus wirtschaftlichen Gründen nicht vertretbar.

Für weitere Schlußfolgerungen dürfen noch die folgenden vorläufigen Ergebnisse weiterer spezieller Untersuchungen mitgeteilt werden.

IV. REFRAKTIONS-, LATTEN- UND INSTRUMENTEN-UNTERSUCHUNGEN

Parallel neben den Feldbeobachtungen führte das DGFI noch Refraktions-, Latten- und Instrumentenuntersuchungen durch, die sich auf Präzisionsnivelliere der Firmen Breithaupt, Fennel, Wild und Carl Zeiß sowie auf Invar-Latten der verschiedensten Firmen erstreckten und über die in verschiedenen Dissertationen eingehend berichtet werden wird.

Es dürfen daher hier nur einige bemerkenswerte Feststellungen mitgeteilt werden.

a) Refraktionsmessungen

Die Feldmessungen ließen trotz horizontaler Anlage der Linien gewisse Refraktionsstörungen erkennen, die auf die Verschiedenartigkeit der Böden (Asphaltstraßen, gepflasterte oder gewalzte Gehsteige, Makadamstraßen, Grasstreifen), dann aber auch durch Beschattung der Nivellementswege und durch den Wechsel von bebautem und offenem Gelände zu erklären sind. Strecken, die entlang von Waldrändern oder entlang von größeren Wiesen verliefen, zeigten stets etwas größere mittlere Fehler. Diese Verhältnisse veranlaßten uns, die Refraktion im Nivellement besonders zu untersuchen.

Aus diesem Grunde wurden im Sommer 1953 auf dem Gelände des Observatoriums Hohenpeißenberg Versuchsnivellements auf drei einzelnen Instrumentenständen durchgeführt. Die Stände waren im Gelände so ausgewählt, daß bei der gebräuchlichen Zielweite von 30 m die Latten ungefähr bei 50 cm und 250 cm abgelesen wurden. Der erste Stand war auf dem Schotterweg des Observatoriums, der zweite auf einer Hangwiese aufgebaut. Beim dritten Stand verlief der eine Zielstrahl über Rasen, der andere über Schotter. Auf den Ständen wurde abwechselnd von morgens bis abends nivelliert. Gleichzeitig wurde die Lufttemperatur in 5, 50, 150 und 250 cm Bodenabstand mit Widerstandsthermometern und Thermoelementen gemessen und zusammen mit der Strahlung und der Windgeschwindigkeit registriert.

Die Auswertung des umfangreichen Messungsmaterials bildet einen Teil der Dissertation unseres Mitarbeiters Behrendt. Bisher wurde große Mühe aufgewendet, um aus

den Messungen die „refraktionsfreien Höhenunterschiede" beim Temperaturgradienten Null möglichst genau zu ermitteln. Vergleicht man nun die durch Refraktion verfälschten mit den refraktionsfreien Höhenunterschieden, so ergeben sich aus den Messungen auf dem ersten Stand auf 1 km Nivellement umgerechnet je nach Wetterlage Refraktionsfehler von $-1{,}64\,\frac{mm}{km}$ bis $+2{,}44\,\frac{mm}{km}$; oder im Mittel von etwa $+0{,}95\,\frac{mm}{km}$. Es wurden auch kurzperiodische Schwebungen durch schnell aufeinanderfolgende Ablesungen in einer Größenordnung bis zu 0,5 mm innerhalb einer Minute festgestellt.

In Zusammenhang mit den Refraktionsuntersuchungen seien auch Versuchsmessungen mit dem alten und neuen Modell des HASEschen Temperaturgradientenmessers erwähnt. Die gleichzeitige Messung des Temperaturgradienten und des Höhenunterschiedes auf jedem Instrumentenstand krankt bisher noch immer an der relativen Langsamkeit der Temperaturmessung im Verhältnis zum Nivellement, so daß hierdurch das Nivellement wesentlich verzögert und damit nicht besser wird. Auch ist das Problem der Dämpfung des Einflußes kurzperiodischer Temperaturschwankungen noch nicht optimal gelöst.

b) Instrumentenuntersuchungen

Bei der Auswertung der Refraktionsmessungen Hohenpeißenberg stellte sich heraus, daß die Betrachtung von Einzelzielstrahlen Änderungsbeträge der Lattenablesungen im Laufe eines Tages ergaben, deren Größenordnung allen bisherigen Erfahrungen über die Refraktion im Nivellement widersprach. Diese Tatsache konnte nur auf Änderungen der Instrumentenjustierung im Laufe des Tages zurückgeführt werden. Daraufhin wurde die Veränderlichkeit der Justierung in Abhängigkeit von der Instrumententemperatur experimentell im Laboratorium untersucht. Dabei ergab sich, daß im Mittel bei einer Temperaturerhöhung um 1° C bei einseitiger Zielung der Zielstrahl bei allen untersuchten Nivellieren um etwa 0,5″ gehoben oder gesenkt wurde.

Nach unseren Erfahrungen scheint die Veränderung des Neigungsfehlers mit der Temperatur die Refraktionsfehler bei weitem zu übertreffen. Dabei zeigte sich auch deutlich ein ganz bemerkenswerter kurzzeitiger Temperatureinfluß des Beobachters auf das Instrument. Dieser Einfluß ist während der Feldarbeiten bei niedrigen Temperaturen besonders schädlich. Beim Transport zum nächstfolgenden Instrumentenstand kühlt das Instrument, wenn auch nur in sehr geringem Maße, aus. Bei Beobachtungsbeginn wird es dann durch Berühren und vor allem durch Anhauchen aufgeheizt.

Nur wenn die Temperaturverhältnisse beim Hin- und Rücknivellieren gleich sind, kann man mit einer vollkommenen Tilgung dieses Fehlereinflusses, der trotz der zeitsymmetrischen Beobachtungsfolge $R_I\ V_I\ V_{II}\ R_{II}$ vorhanden ist, rechnen. Bei den folgenden Feldmessungen wird daher die Beobachtungsfolge $R_I\ V_I\ V_{II}\ R_{II}$ im Wechsel mit $V_I\ R_I\ R_{II}\ V_{II}$ untersucht.

Auf Grund dieser Ergebnisse ist leicht einzusehen, daß Refraktionsuntersuchungen, die sich auf die Beobachtung einzelner Zielstrahlen beschränken, sehr fragwürdig sind, weil die dabei beobachteten Änderungen des Zielstrahls meist weitgehend durch Temperaturänderungen verursacht werden.

c) Lattenuntersuchungen

Für genaue Höhenbestimmungen durch Präzisionsnivellements sind sehr genau geteilte Nivellierlatten, deren Lattenmeter über lange Zeit möglichst konstant sein soll, und zur Bestimmung des Lattenmeters Normalmaßstäbe notwendig, deren Längen in Abhängigkeit von der Temperatur durch Prüfgleichungen sehr genau bekannt sein müssen. Mit Rücksicht hierauf wurde Herr MARZAHN auch mit der eingehenden Untersuchung der Normalmaßstäbe und der heute für Präzisionsnivellements ausschließlich verwendeten Invar-Nivellierlatten beauftragt.

Die bisherigen Untersuchungen und die im folgenden erwähnten Ergebnisse beziehen sich auf allgemein im Gebrauch befindliche Invarlatten mit Holzgehäuse und auf die beim Bayer. Landesvermessungsamt, beim Geodätischen Institut der Technischen Hochschule München und beim Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut vorhandenen Strich-Normalmaßstäbe. In Kürze sollen auch noch KERNsche Invar-Latten mit einem Leichtmetallgehäuse in die Untersuchungen einbezogen werden.

Bei einem Vergleich von 5-Strich-Normalmaßstäben auf dem Nivellierlattenkomparator des Geodätischen Instituts der T. H. München zeigten unter Benutzung der von der Phys.-Techn. Bundesanstalt bzw. vom Bayer. Landesamt für Maß und Gewicht angegebenen Normalmetergleichungen nur 2 Normalmaßstäbe eine gute Übereinstimmung (Differenz 0,002 mm). Bei den 3 anderen Normalmaßstäben ergaben sich dagegen Längenfehler von 0,008 mm, 0,014 mm und 0,020 mm bei einer Temperatur von 20°.

Weiter wurde festgestellt, daß die bisher übliche Lattenmeterbestimmung nicht einwandfrei ist. Untersuchungen ergaben, daß sich das mittlere Lattenmeter der Wild-Latten durch Auflegen des Normalmaßstabs auf das Band und Schätzen an den 0,2 mm-Skalen um $13\,\mu \pm 1\,\mu$ kleiner ergibt als bei Vergleich mit dem Komparator. Bei den Breithaupt-Latten ergab sich das Lattenmeter auf diese Weise um $8\,\mu \pm 2\,\mu$ kleiner als auf dem Komparator. Noch erheblicher sind die Unterschiede zwischen Komparatorvergleich und Lattenmeterbestimmung in der vertikalen Gebrauchslage. Durch Anklemmen des Normalmaßstabes an den Holzrahmen der Latten mit Hilfe einer Schraubzwinge und unter Benutzung des im Felde benutzten Wild-N3-Nivellierinstrumentes als Feinableseinstrument wurde ein „vertikaler Nivellierlattenkomparator einfachster Art" geschaffen, der eine „feldmäßige" Eichung der Nivellierlatten in vertikaler Gebrauchslage erlaubt. Für die Wild- und Breithaupt-Latten ist die horizontale, auf dem Komparator bestimmte Lattenmeterlänge übereinstimmend um $35\,\mu \pm 5\,\mu$ größer als die vertikale Gebrauchslattenmeterlänge (Bestimmung aus 5 verschiedenen Meterintervallen).

Dagegen ist die Temperaturabhängigkeit des Lattenmeters mit $0{,}5\,\mu/°$ C ganz unbedeutend, sie wird erheblich überlagert von Lattenmeteränderungen, die auf Spannungsänderungen infolge Feuchtigkeitseinflusses auf das Holzgehäuse zurückzuführen sind. Vor allem durch die Aufbewahrung der Latten im trockenen Meßkeller traten sowohl im Winter 1952/53 wie auch 1953/54 Schrumpfungserscheinungen auf, die eine Verminderung des Lattenmeters um $20\,\mu \pm 2\,\mu$ bis $30\,\mu \pm 2\,\mu$ verursachten. Während der sommerlichen Meßperiode gingen diese wieder weitgehend zurück. Ein allmähliches Kürzerwerden des Lattenmeters der einen Latte von rd. $10\,\mu \pm 4\,\mu$ pro Jahr ist demgegenüber unbedeutend.

Es läßt sich sogar eindeutig nachweisen, daß sich die zwei Teilungen auf einem Invar-Band nicht im gleichen Maße ändern; d. h. die „Lattenkonstante" ist an sich gar nicht konstant, doch ist dieser Fehler unbedeutend gegenüber den oben aufgezählten anderen Einflüssen.

Während diese Lattenfehler die Nivellements systematisch verfälschen, wirken sich innere Teilungsfehler der Striche auf den Invar-Bändern wie auch Aufsatzflächenfehler schon nach wenigen Instrumentenständen nur noch als zufällige Fehler aus. Es ist zu hoffen, daß die laufende Untersuchung der Kern-Latten mit Metallgehäuse bessere Ergebnisse liefert und ein allgemeines Aufgeben der Holzgehäuse der Invar-Latten gestattet.

d) Stative

Einem besonders schweren und starren Stativ ist besondere Aufmerksamkeit zu schenken. So war mit dem schweren Wild-T3-Stativ wesentlich schneller und sicherer zu messen als mit dem leichteren Wild-N3-Stativ. Dieser Hinweis scheint mir mit Rücksicht auf die damit verbundenen Möglichkeiten einer Vereinheitlichung von Theodolit- und Nivellierstativen besonders wichtig.

V. ALLGEMEINE SCHLUSSFOLGERUNGEN

1. Bei Beachtung der international empfohlenen Beobachtungsanordnung und Verwendung des Wild-Zeiß-Nivellierverfahrens sind in Doppelnivellements bei nahezu horizontalem Gelände systematische Nivellierfehler nicht zu befürchten.

Die in den Beobachtungsdifferenzen zwischen Hin- und Rückmessung auftretenden sogenannten „systematischen Fehler" sind von der Streckenführung und von der Richtung des Nivellements nahezu unabhängig. Sie ändern sich auf ein und derselben Strecke von Tag zu Tag je nach den atmosphärischen Verhältnissen. Sie können in kurzen Strecken nicht nur dieselben Beträge wie bei langen Linien erreichen, sondern sogar übertreffen.

Es ist sicher, daß dieser Fehler bei ausgedehnten Nivellementsnetzen, auch beim Auftreten größerer Steigungen und Neigungen, schon mit Rücksicht auf die Dauer der Beobachtungen, die sich immer über mehrere Jahre erstrecken, rein zufälligen Charakter annimmt.

Die Berücksichtigung dieser sogenannten „systematischen Fehler" in den internationalen Fehlerformeln gibt lediglich Hinweise auf die allgemeinen äußeren Messungsumstände, für die Bewertung der Genauigkeit der Höhen ist sie m. E. bedeutungslos. Für die Beurteilung der Genauigkeit der Höhenunterschiede weitentfernter Punkte genügt der mittlere zufällige Kilometerfehler, der mit der Wurzel aus der Länge des Nivellements fortschreitet. Die Berücksichtigung der systematischen Fehler in den internationalen Fehlerformeln ist nicht erforderlich. Ihre Nichtbeachtung gestattet eine weitgehende Vereinfachung.

2. Kurzfristige Bewegungen der Erdkruste sind meist so klein, daß sie von den Beobachtungsfehlern des Nivellements überdeckt werden. Langfristige Bewegungen, insbesondere säkulare Änderungen können bei sorgfältiger Versuchsanordnung erfaßt werden, wenn sie jährlich etwa die Größenordnung von 0,5 mm erreichen oder überschreiten.

3. Der mittlere totale Nivellierfehler liegt bei etwa $\pm$ 0,3 bis 0,4 $\frac{\text{mm}}{\text{km}}$ für das Doppelnivellement. Er kann für wissenschaftliche Untersuchungen oder bei sehr kurzen Entfernungen durch mehrfache systematische Wiederholungsmessungen auf etwa $\pm$ 0,1 $\frac{\text{mm}}{\text{km}}$ herabgesetzt werden.

4. Cole und Kukkamäki haben wiederholt auf den Zusammenhang zwischen Neigungsfehler und Refraktion hingewiesen. Nach unseren Erfahrungen auf horizontalen Versuchsstrecken werden die Refraktionsfehler weitgehend von Neigungsfehlern überlagert, die von Temperaturspannungen in den Nivellieren herrühren.

5. Die Untersuchung moderner Feinnivelliere und Latten zeigt, daß das Problem einer temperaturunempfindlichen Unterbringung der Libelle noch nicht endgültig gelöst ist und daß auch die Aufhängung und Spannung der Invar-Bänder der Latten noch verbessert werden muß, wobei vor allem die üblichen Holzgehäuse durch bessere Metallgehäuse ersetzt werden müssen.

6. Die Bestimmung des Lattenmeters muß unbedingt in vertikaler Gebrauchslage, am besten durch unmittelbaren Vergleich mit Hilfe einer laufend zu untersuchenden Normallatte und dem jeweils benutzten Nivellierinstrument erfolgen. Als Normalmeter sollten dabei H-förmige Strichmaßstäbe, die keine Durchbiegung befürchten lassen, benutzt werden.

VI. ANLAGEN

ANLAGE 1a

Versuchsfeld: München/Süd

Linie I: PB III – B 2142

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	$\Delta h_i'$ (Mittel aus Hin- und Rücknivellement) M. 21. 8.	B. 26. 8.	M. 28. 8.	B. 2. 9.	M. 4. 9.	M. 11. 9.	B. 15. 9.	M. 17. 9.
			$\Delta h_i'$ m v_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm
P. B. III										
	0,22	4	—0,005.60	— 5.44	— 5.52	— 5.60	— 5.75	— 5.95	— 5.59	— 5.47
B 2606			+16	0	+ 8	+16	+31	+51	+15	+ 3
	0,30	6	—0,774.77	— 4.69	— 4.35	— 4.60	— 4.49	— 4.10	— 4.75	— 4.48
B 1117			+19	+11	—23	+ 2	— 9	—48	+17	—10
	0,18	4	—0,530.28	—29.67	—30.01	—29.83	—29.85	—29.99	—29.51	—29.95
B 5776			+53	— 8	+26	+ 8	+10	+24	—24	+20
	0,11	2	—0,190.68	— 1.13	— 0.74	— 0.43	— 0,54	— 0.85	— 0.90	— 0.71
B 2677			— 6	+39	0	—31	—20	+11	+16	— 3
	0,33	6	—1,332.31	— 2.67	— 2.53	— 2.73	— 2.53	— 2.57	— 2.63	— 2.59
B 2690			—21	+15	+ 1	+21	+ 1	+ 5	+11	+ 7
	0,18	4	—0,511.77	— 1.81	— 1.66	— 1.37	— 1.78	— 1.72	— 1.58	— 1.80
B 5478			+ 9	+13	— 2	—31	+10	+ 4	—10	+12
	0,17	4	+0,033.91	+ 3.18	+ 3.61	+ 3.59	+ 3.81	+ 3.30	+ 3.52	+ 2.73
B 2176			—51	+22	—21	—19	—41	+10	—12	+67
	0,40	8	—1,327.58	— 6.95	— 7.40	— 7.33	— 7.85	— 7.50	— 7.34	— 6.50
B 2170			+31	—32	+13	+ 6	+58	+23	+ 7	—77
	0,20	4	—4,878.23	— 8.34	— 8.42	— 8.37	— 8.33	— 8.56	— 8.30	— 8.24
B 2718			—17	— 6	+ 2	— 3	— 7	+16	—10	—16
	0,14	4	+0,443.59	+ 3.93	+ 3.77	+ 3.96	+ 3.68	+ 3.94	+ 3.52	+ 3.71
B 2142			+22	—12	+ 4	—15	+13	—13	+29	+10
Σ	2,23	46								
Fehlerrechnung			$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$
$\mu_{1.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}$			±0,25	±0,80	±0,30	±0,38	±0,21	±0,68	±0,58	±0,44
$\mu_s = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta}{\sqrt{r}}\right] : [\sqrt{r}]\right\}$			+0,07	+0,07	—0,25	—0,57	+0,04	+0,34	+0,14	—0,47
$\mu_{2.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\Delta'}{4r}\right]}$			±0,24	±0,78	±0,28	±0,29	±0,20	±0,68	±0,58	±0,38

Beobachtungen: 1952

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

B. 22. 9.	M. 24. 9.	B. 26. 9.	M. 30. 9.	B. 9. 10.	M. 15. 10.	B. 23. 10.	M. 29. 10.	Mittel Δh_i	μ_0	μ_m
mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$
— 5.08	— 5.57	— 5.24	— 5.38	— 5.29	— 5.08	— 5.22	— 5.28	—0,005.44	±0,51	±0,13
—36	+13	—20	— 6	—15	—36	—22	—16			
— 4.69	— 4.62	— 4.72	— 4.24	— 4.78	— 4.68	— 4.66	— 4.58	—0,774.58	±0,36	±0,09
+11	+ 4	+14	—34	+20	+10	+ 8	0			
—29.51	—29.43	—29.46	—29.78	—29.68	—29.63	—29.68	—29.77	—0,529.75	±0,54	±0,14
—24	—32	—29	+ 3	— 7	—12	— 7	+ 2			
— 0.81	— 0.77	— 0.62	— 0.74	— 0.62	— 0.70	— 0.90	— 0.72	—0,190.74	±0,49	±0,12
+ 7	+ 3	—12	0	—12	— 4	+16	— 2			
— 2.30	— 2.54	— 2.46	— 2.71	— 2.52	— 2.08	— 2.67	— 2.55	—1,332.52	±0,30	±0,08
—22	+ 2	— 6	+19	0	—44	+15	+ 3			
— 1.56	— 1.75	— 1.56	— 1.72	— 1.62	— 1.61	— 1.76	— 1.83	—0,511.68	±0,29	±0,07
—12	+ 7	—12	+ 4	— 6	— 7	+ 8	+15			
+ 3.24	+ 3.32	+ 3.24	+ 3.13	+ 3.18	+ 3.19	+ 3.66	+ 3.71	+0,033.40	±0,75	±0,19
+16	+ 8	+16	+27	+22	+21	—26	—31			
— 6.80	— 7.38	— 7.06	— 7.56	— 7.18	— 7.32	— 7.26	— 7.33	—1,327.27	±0,52	±0,13
—47	+11	—21	+29	— 9	+ 5	— 1	+ 6			
— 8.38	— 8.34	— 8.18	— 8.56	— 8.62	— 8.41	— 8.61	— 8.48	—4,848.40	±0,30	±0,08
— 2	— 6	—22	+16	+22	+ 1	+21	+ 8			
+ 3.91	+ 3.79	+ 3.80	+ 3.80	+ 3.82	+ 3.95	+ 3.86	+ 3.86	+0,443.80	±0,35	±0,09
—10	+ 2	+ 1	+ 1	— 1	—14	— 5	— 5			
								Quadr. Mittelwerte:	±0,46	±0,12

$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	Mittelwerte	$\frac{mm}{km}$
±0,34	±0,20	±0,12	±0,30	±0,42	±0,30	±0,39	±0,28	$\sqrt{\frac{[\mu_{1.0}\mu_{1.0}]}{n}}$	= ±0,41
+0,05	—0,34	+0,12	—0,29	+0,17	—0,12	+0,43	—0,27	$\frac{[\mu_s]}{n}$ = —0,07; $\sqrt{\frac{[\mu_s\mu_s]}{n}}$	= ±0,28
±0,33	±0,16	±0,12	±0,30	±0,41	±0,30	±0,35	±0,25	$\sqrt{\frac{[\mu_{2.0}\mu_{2.0}]}{n}}$	= ±0,40

$$v_i = \Delta h_i - \Delta h_i' ; \qquad \mu_0 = \pm \sqrt{\frac{[v\,v]}{r \cdot (n-1)}} ; \qquad \mu_m = \pm \sqrt{\frac{[v\,v]}{r \cdot n\,(n-1)}}$$

ANLAGE 1b

Versuchsfeld: München/Süd

Linie I: PB III – B 2142

Beobachtungen: 1953

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	$\Delta h_i'$ (Mittel aus Hin- und Rücknivellement) B. 15. 6.	B. 16. 6.	M. 17./18. 6.	B. 6. 10.	B. 7. 10.	M. 8./9. 10.	Mittel Δh_i m	μ_0 mm/km	μ_m mm/km
			$\Delta h_i'$ m v_i cmm	m cmm	m cmm	m cmm	m cmm	m cmm			
PB III											
	0,40	8	—0,780.16	—0.41	—0.33	—0.09	—0.24	—0.40	—0,780.27	±0,21	±0,09
B 1117			—11	+14	+ 6	—18	— 3	+13			
	0,22	6	—0,720.06	—0.51	—0.62	—0.48	—0.57	—0.42	—0,720.44	±0,43	±0,18
B 2677			—38	+ 7	+18	+ 4	+13	— 2			
	0,34	6	—1,332.54	—2.40	—2.50	—2.09	—2.32	—2.08	—1,332.32	±0,34	±0,14
B 2690			+22	+ 8	+18	—23	0	—24			
	0,12	4	—0,511.64	—1.70	—1,70	—1.74	—1.86	—1.98	—0,511.77	±0,37	±0,15
B 5478			—13	— 7	— 7	— 3	+ 9	+21			
	0,18	4	+0,033.18	+3.34	+3.56	+3.19	+3.42	+3.32	+0,033.34	±0,34	±0,14
B 2176			+16	0	—22	+15	— 8	+ 2			
	0,37	8	—1,327.14	—7.42	—7.08	—7.22	—7.39	—7.32	—1,327.26	±0,22	±0,09
B 2170			—12	+16	—16	— 4	+13	+ 6			
	0,20	4	—4,878.57	—8.30	—8.62	—8.36	—8.56	—8.59	—4,878.50	±0,30	±0,12
B 2718			+ 7	—20	+12	—14	+ 6	+ 9			
	0,14	4	+0,443.80	+3.62	+3.72	+3.75	+3.93	+4.10	+0,443.82	±0,46	±0,19
B 2142			+ 2	+20	+10	+ 7	—11	—28			
Σ	1,97	44							Quadr. Mittelwerte:	±0,34	±0,14

Fehlerrechnung							Mittelwerte	
	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km		mm/km
$\mu_{1.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}$	±0,38	±0,32	±0,19	±0,22	±0,29	±0,40	$\sqrt{\frac{[\mu_{1.0}\mu_{1.0}]}{n}}$	$= \pm 0{,}31$
$\mu_s = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta}{\sqrt{r}}\right] : [\sqrt{r}]\right\}$	+0,43	—0,30	±0,00	—0,11	+0,02	+0,16	$\frac{[\mu_s]}{n} = +0{,}03$; $\sqrt{\frac{[\mu_s\mu_s]}{n}}$	$= \pm 0{,}23$
$\mu_{2.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\Delta'}{4r}\right]}$	±0,38	±0,27	±0,19	±0,21	±0,29	±0,39	$\sqrt{\frac{[\mu_{2.0}\mu_{2.0}]}{n}}$	$= \pm 0{,}30$

$$v_i = \Delta h_i - \Delta h_i' ; \qquad \mu_0 = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot(n-1)}} ; \qquad \mu_m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot n\,(n-1)}}$$

ANLAGE 2a

Beobachtungen: 1952

Versuchsfeld: München/Süd

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Linie II: PB 2181 – B 2060

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	$\Delta h_i'$ (Mittel aus Hin- und Rücknivellement) B. 27. 8.	M.29.8.	B. 3. 9.	M. 5. 9.	B. 10. 9.	B. 16. 9.	M.18.9.	B. 23. 9.	M.25.9.	B. 29. 9.	M. 8.X.	M.22.X.	B.30.X.	Mittel Δh_i	μ_0	μ_m
			$\Delta h_i'$ m v_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$
PB 2181																		
	0,21	4	—0,916.77	—6.62	—6.92	—6.61	—7.01	—6.66	—6.78	—6.78	—6.69	—6.56	—6.73	—6.85	—6.64	—0,916.74	±0,28	±0,08
B 5482			+ 3	—12	+18	—13	+27	— 8	+ 4	+ 4	— 5	—18	— 1	+11	—10			
	0,30	6	—1,024.17	—3.96	—4.17	—4.23	—4.84	—4.28	—4.11	—3.95	—4.34	—4.23	—4.22	—3.98	—4.31	—1,024.21	±0,42	±0,12
B 2723			— 4	—25	— 4	+ 2	+63	+ 7	—10	—26	+13	+ 2	+ 1	—23	+10			
	0,19	4	—0,640.79	—0.81	—0.90	—1.04	—0.89	—0.84	—0.95	—0.65	—1.01	—0.91	—0.84	—0.92	—0.91	—0,640.88	±0,23	±0,06
B 5480			— 9	— 7	+ 2	+16	+ 1	— 4	+ 7	—23	+13	+ 3	— 4	+ 4	+ 3			
	0,19	4	—0,223.53	—3.39	—3.53	—3.31	—3.56	—3.18	—3.32	—3.23	—3.47	—3.40	—3.36	—3.24	—3.13	—0,223.36	±0,32	±0,09
B 5479			+17	+ 3	+17	— 5	+20	—18	— 4	—13	+11	+ 4	0	—12	—23			
	0,22	4	—0,703.95	—3.58	—3.97	—3.74	—3.95	—3.60	—3.86	—3.78	—3.65	—3.74	—3.75	—3.68	—3.61	—0,703.76	±0,29	±0,08
B 2690			+19	—18	+21	— 2	+19	—16	+10	+ 2	—11	— 2	— 1	— 8	—15			
	0,18	4	—0,511.46	—1.55	—1.82	—1.82	—1.50	—1.47	—1.70	—1.66	—1.81	—1.56	—1.65	—1.67	—1.78	—0,511.65	±0,31	±0,09
B 5478			—19	—10	+17	+17	—15	—18	+ 5	+ 1	+16	— 9	0	+ 2	+13			
	0,34	6	—2,813.78	—3.58	—3.36	—4.04	—4.26	—3.81	—3.79	—3.85	—3.91	—3.67	—3.66	—3.84	—3.44	—2.813.77	±0,41	±0,11
B 5710			+ 1	—19	—41	+27	+49	+ 4	+ 2	+ 8	+14	—10	—11	+ 7	—33			
	0,23	4	—4,822.15	—2.12	—2.52	—2.32	—2.30	—2.03	—2.04	—2.36	—2.19	—2.39	—2.30	—2.25	—2.12	—4,822.24	±0,30	±0,08
B 2136			— 9	—12	+28	+ 8	+ 6	—21	—20	+12	— 5	+15	+ 6	+ 1	—12			
	0,39	8	—2,696.28	—6.13	—6.00	—6.54	—6.07	—6.17	—6.63	—6.37	—6.61	—6.52	—6.84	—6.72	—6.74	—2,696.43	±0,45	±0,12
B 2060			—15	—30	—43	+11	—36	—26	+20	— 6	+18	+ 9	+41	+29	+31			
Σ	2,25	44														Quadr. Mittelwerte	±0,34	±0,09
Fehlerrechnung			$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$	Mittelwerte		$\frac{mm}{km}$
$\mu_{1.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{2}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}$			±0,16	±0,30	±0,33	±0,19	±0,47	±0,34	±0,28	±0,19	±0,40	±0,23	±0,28	±0,20	±0,32	$\sqrt{\frac{[\mu_{1.0}\,\mu_{1.0}]}{n}}$		= ±0,30
$\mu_s = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta}{\sqrt{r}}\right] : [\sqrt{r}]\right\}$			+0,07	+0,26	—0,25	—0,15	+0,06	—0,20	—0,45	—0,23	—0,14	—0,26	—0,02	+0,06	—0,49	$\frac{[\mu_s]}{n}$	= —0,13;	$\sqrt{\frac{[\mu_s\,\mu_s]}{n}}$ = ±0,25
$\mu_{2.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\Delta'}{4r}\right]}$			±0,16	±0,28	±0,31	±0,18	±0,47	±0,33	±0,18	±0,15	±0,40	±0,20	±0,28	±0,19	±0,23	$\sqrt{\frac{[\mu_{2.0}\,\mu_{2.0}]}{n}}$		= ±0,28

$$v_i = \Delta h_i - \Delta h_i' ; \qquad \mu_0 = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot(n-1)}} ; \qquad \mu_m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot n\,(n-1)}}$$

ANLAGE 2b

Versuchsfeld: München-Süd

Linie II: PB 2181 – B 2060

Beobachtungen: 1953

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	$\Delta h_i'$ (Mittel aus Hin- und Rücknivellement) B. 15./16. 6.	M. 17. 6.	M. 18. 6.	B. 7. 10.	M. 8.10.	M. 9. 10.	Mittel Δh_i m	μ_0 mm/km	μ_m mm/km
			$\Delta h_i'$ m v_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm			
PB 2181											
	0,21	4	—0,916.66	—6.77	—6.72	—6.84	—6.76	—6.72	—0,916.74	±0,13	±0,05
B 5482			— 8	+ 3	— 2	+10	+ 2	— 2			
	0,30	6	—1,024.60	—4.64	—4.58	—4.18	—4.20	—4.18	—1,024.40	±0,42	±0,17
PB 2723			+20	+24	+18	—22	—20	—22			
	0,19	4	—0,641.01	—1.12	—0.62	—1.00	—1.00	—0.93	—0,640.95	±0,39	±0,16
B 5480			+ 6	+17	—33	+ 5	+ 5	— 2			
	0,19	4	—0,223.33	—3.14	—3.33	—3.34	—3.45	—3.18	—0,223.30	±0,27	±0,11
B 5479			+ 3	—16	+ 3	+ 4	+15	—12			
	0,22	4	—0,703.74	—3.50	—3.68	—3.47	—3.34	—3.41	—0,703.52	±0,32	±0,13
B 2690			+22	— 2	+16	— 5	—18	—11			
	0,12	4	—0,511.67	—1.76	—1.66	—1.81	—2.02	—1.95	—0,511.81	±0,42	±0,17
B 5478			—14	— 5	—15	0	+21	+14			
	0,55	12	—7,636.34	—6.40	—6.32	—6.40	—6.27	—6.65	—7,636.40	±0,18	±0,07
PB 2136			— 6	0	— 8	0	—13	+25			
	0,38	8	—2,696.51	—6.88	—6.68	—6.41	—6.36	—6.56	—2,696.57	±0,31	±0,13
B 2060			— 6	+31	+11	—16	—21	— 1			
Σ	2,16	46							Quadr. Mittelwerte	±0,32	±0,13
Fehlerrechnung			mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	Mittelwerte		mm/km
$\mu_{1.0} = \pm \sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}$			±0,27	±0,22	±0,30	±0,25	±0,20	±0,32	$\sqrt{\frac{[\mu_{1.0}\mu_{1.0}]}{n}}$		$= \pm 0{,}26$
$\mu_s = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta}{\sqrt{r}}\right] : [\sqrt{r}]\right\}$			—0,10	—0,11	—0,27	—0,18	—0,05	—0,03	$\frac{[\mu_s]}{n} = \pm -0{,}12$; $\sqrt{\frac{[\mu_s\mu_s]}{n}}$		$= \pm 0{,}15$
$\mu_{2.0} = \pm \sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\Delta'}{4r}\right]}$			±0,26	±0,21	±0,28	±0,23	±0,20	±0,32	$\sqrt{\frac{[\mu_{2.0}\mu_{2.0}]}{n}}$		$= \pm 0{,}25$

$v_i = \Delta h_i - \Delta h_i'$; $\quad \mu_0 = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{r \cdot (n-1)}}$; $\quad \mu_m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{r \cdot n(n-1)}}$

ANLAGE 3a

Versuchsfeld: München-West

Linie P: MB I – MB III

Beobachtungen: 1953

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	$\Delta h_i'$ (Mittel aus Hin- und Rücknivellement) M. 8./12. 5.	B. 15./18. 5.	M. 20./21. 5.	B. 1./5. 6	B. 13./15. 10.	M. 16./21. 10.	B. 22./27. 10.	M. 3./4. 12.	Mittel Δh_i	μ_0	μ_m
			$\Delta h_i'$ m v_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$
MB I													
	0,36	8	—1,965.60	—5.66	—5.88	—6.35	—5.76	—6.02	—5.94	—6.38	—1,965.95	±0,49	±0,17
201			—35	—29	— 7	+40	—19	+ 7	— 1	+43			
	0,30	6	—0,699.52	—9.65	—9.28	—9.54	—9.30	—8.88	—9.33	—8.75	—0,699.28	±0,58	±0,21
86			+24	+37	0	+26	+ 2	—40	+ 5	+54			
	0,60	12	+3,027.71	+7.73	+8.26	+9.76	+7.31	+7.37	+7.40	+7.30	+3,027.86	±1,07	±0,38
MB II			+15	+13	—40	—1.90	+55	+49	+46	+50			
	0,52	10	—0,687.79	—7.80	—7.62	—7.17	—7.81	—7.41	—7.74	—7.90	—0,687.66	±0,34	±0,12
770			+13	+14	— 4	—49	+15	—25	+ 8	+24			
	0,36	8	—0,558.94	—8.52	—7.96	—8.62	—8.54	—8.32	—8.37	—8.56	—0,558.48	±0,46	±0,16
989			+46	+ 4	—52	+14	+ 6	—16	—11	+ 8			
	0,70	14	+0,736.62	+6.98	+7.19	+7.66	+7.82	+7.72	+7.84	+7.78	+0,737.45	±0,55	±0,19
908			+83	+47	+26	—21	—37	—27	—39	—33			
	0,42	8	—0,671.24	—1.36	—0.97	—2.36	—2.72	—2.46	—2.54	—2.45	—0,672.01	±1,08	±0,38
3471			—77	—65	—1.04	+35	+71	+45	+53	+44			
	0,54	12	+1,082.80	+3.38	+3.03	+3.44	+3.26	+3.78	+3.77	+4.19	+1,083.46	±0,61	±0,22
525			+66	+ 8	+43	+ 2	+20	—32	—31	—73			
	0,41	10	—0,698.16	—7.64	—8.00	—8.27	—8.07	—8.24	—8.16	—7.89	—0,698.05	±0,32	±0,11
2190			+11	—41	— 5	+22	+ 2	+19	+11	—16			
	0,45	10	+0,470.48	+0.67	+0.86	+0.72	+0.54	+0.34	+0.99	+0.63	+0,470.65	±0,31	±0,11
MB III			+17	— 2	—21	— 7	+11	+31	—34	+ 2			
Σ	4,66	98									Quadr. Mittelwerte:	±0,64	±0,23
Fehlerrechnung			$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	Mittelwerte		$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$
$\mu_{1.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}$			±0,37	±0,30	±0,26	±0,40	±0,37	±0,30	±0,33	±0,35	$\sqrt{\frac{[\mu_{1.0}\,\mu_{1.0}]}{n}}$		= ±0,34
$\mu_s \pm \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta}{\sqrt{r}}\right] : [\sqrt{r}]\right\}$			—0,38	—0,28	—0,06	—0,01	—0,19	—0,11	+0,08	+0,03	$\frac{[\mu_s]}{n} = -0{,}12$; $\sqrt{\frac{[\mu_s\,\mu_s]}{n}}$		= ±0,19
$\mu_{2.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\,\Delta'}{4r}\right]}$			±0,28	±0,23	±0,26	±0.41	±0,35	±0,29	±0,33	±0,35	$\sqrt{\frac{[\mu_{2.0}\,\mu_{2.0}]}{n}}$		= ±0,32

$$v_i = \Delta h_i - \Delta h_i' ; \qquad \mu_0 = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot(n-1)}} ; \qquad \mu_m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot n\,(n-1)}}$$

ANLAGE: 3b

Versuchsfeld: München-West

Linie P: MB I – MB III

Beobachtungen: 1954

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	$\Delta h_i'$ (Mittel aus Hin- und Rücknivellement) M. 2./6. 4.	B. 7./9. 4.	B. 28./30. 6.	M. 1./5. 7.	M. 13./15. 10.	M. 19./21. 10.	Mittel Δh_i	μ_0	μ_m
			$\Delta h_i'$ mm v_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	mm/km	mm/km
MB I											
	0,36	8	—1,966.16	—6.46	—6.08	—5.92	—6.24	—6.06	—1,966.15	±0,31	±0,13
201			+ 1	+31	— 7	—23	+ 9	— 9			
	0,30	6	—0,699.32	—9.44	—9.22	—9.62	—9.15	—9.09	—0,699.31	±0,36	±0,15
86			+ 1	+13	— 9	+31	—16	—22			
	0,60	12	+3,027.54	+7.44	+7.67	+8.06	+6.51	+7.22	+3,027.41	±0.67	±0,27
MB II			—13	— 3	—26	—65	+90	+19			
	0,52	10	—0,687.56	—7.12	—7.62	—7.94	—7.39	—7.79	—0,687,57	±0,40	±0,16
770			— 1	—45	+ 5	+37	—18	+22			
	0,36	8	—0,558.28	—8.70	—8.58	—8.51	—8.10	—8.01	—0,558.36	±0,46	±0,19
989			— 8	+34	+22	+15	—26	—35			
	0,70	14	+0,737.23	+7.86	+7.79	+7.44	+7.05	+7.49	+0,737.48	±0,37	±0,15
908			+25	—38	—31	+ 4	+43	— 1			
	0,42	8	—0,672.44	—2.34	—2.97	—3.16	—3.14	—3.54	—0,672.93	±0,71	±0,29
3471			—49	—59	+ 4	+23	+21	+61			
	0,54	12	+1,083.91	+3.85	+3.64	+2.96	+3.90	+3.67	+1,083.66	±0,48	±0,20
525			—25	—19	+ 2	+70	—24	— 1			
	0,41	10	—0,697.79	—8.10	—8.27	—8.42	—8.08	—8.44	—0,698.18	±0,38	±0,16
2190			—39	— 8	+ 9	+24	—10	+26			
	0,45	10	+0,470.45	+1,18	+0.73	+0.60	+0.44	+0.26	+0,470.61	±0,48	±0,20
MB III			+16	—57	—12	+ 1	+17	+35			
Σ	4,66	98							Quadr. Mittelwerte:	±0,48	±0,20

Fehlerrechnung	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	Mittelwerte	mm/km
$\mu_{1.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}$	±0,26	±0,35	±0,30	±0,37	±0,36	±0,49	$\sqrt{\frac{[\mu_{1.0}\mu_{1.0}]}{n}}$ =	±0,40
$\mu_s = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta}{\sqrt{r}}\right] : [\sqrt{r}]\right\}$	+0,08	—0,18	+0,27	—0,30	—0,31	—0,56	$\frac{[\mu_s]}{n} = -0{,}17$; $\sqrt{\frac{[\mu_s\mu_s]}{n}} =$	±0,32
$\mu_{2.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\Delta'}{4r}\right]}$	±0,26	±0,32	±0,25	±0,30	±0,28	±0,29	$\sqrt{\frac{[\mu_{2.0}\mu_{2.0}]}{n}}$ =	±0,28

$$v_i = \Delta h_i - \Delta h_i'; \qquad \mu_0 = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot(n-1)}}; \qquad \mu_m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot n(n-1)}}$$

ANLAGE 4a

Beobachtungen: 1953

Versuchsfeld: München-West

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Linie M: MB III – 5910

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	$\Delta h'_i$ (Mittel aus Hin- und Rücknivellement) M. 12./13. 5.	B. 18./19. 5.	M. 21./22. 5.	B. 2./3. 6.	B. 13./15. 10.	M. 16./21. 10.	M. 22./23. 10.	Mittel Δh_i	μ_0	μ_m
			$\Delta h'_i$ m v_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	mm/km	mm/km
MB III	0,39											
		8	+1,183.97	+4.86	+4.29	+4.08	+3.96	+4.25	+4.08	+1,184.21	±0,53	±0,20
MB IV			+24	−65	− 8	+13	+25	− 4	+13			
	0,38	8	+1,937.15	+7.84	+7.27	+7.44	+7.44	+7.72	+7.54	+1,937.49	±0,42	±0,16
130			+34	−35	+22	+ 5	+ 5	−23	− 5			
	0,50	10	+2,044.40	+4.20	+4.59	+4.19	+4.54	+4.58	+4.84	+2,044.48	±0,34	±0,13
2244			+ 8	+28	−11	+29	− 6	−10	−36			
	0,34	8	+1,526.70	+6.02	+6.33	+6.52	+6.58	+6.61	+6.66	+1,526.49	±0,45	±0,17
2221			−21	+47	+16	− 3	− 9	−12	−17			
	0,60	12	+3,478.03	+8.46	+8.61	+9.00	+8.87	+9.04	+8.94	+3,478.71	±0,50	±0,19
MB V			+68	+25	+10	−29	−16	−33	−23			
	0,47	10	+2,548.41	+7.88	+8.39	+7.54	+8.06	+8.22	+7.74	+2,548.03	±0,53	±0,20
421			−38	+15	−36	+49	− 3	−19	+29			
	0,62	12	+3,124.92	+4.95	+4.37	+5.17	+5.50	+5.31	+4.93	+3,125.02	±0,50	±0,19
5913			+10	+ 7	+65	−15	−48	−29	+ 9			
	0,65	14	+3,180.79	+9.85	+0.43	+0.91	+9.78	+0.13	+0.14	+3,180.29	±0,58	±0,22
5912			−50	+44	−14	−62	+51	+16	+15			
	0,29	6	+1,882.66	+3.42	+3.36	+2.94	+2.83	+3.07	+2.66	+1,882.99	±0,64	±0,24
5910			+33	−43	−37	+ 5	+16	− 8	+33			
Σ	4,24	88								Quadr. Mittelwerte:	±0,51	±0,19
Fehlerrechnung			mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	mm/km	Mittelwerte		mm/km
$\mu_{1.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}$			±0,19	±0,29	±0,30	±0,33	±0,22	±0,32	±0,17	$\sqrt{\frac{[\mu_{1.0}\,\mu_{1.0}]}{n}}$ =		± 0,27
$\mu_s = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta}{r}\right] : [\sqrt{r}]\right\}$			0,00	+0,17	−0,10	+0,35	+0,12	−0,14	−0,02	$\frac{[\mu_s]}{n}$ = ±0,05; $\sqrt{\frac{[\mu_s\mu_s]}{n}}$ =		± 0,17
$\mu_{2.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\Delta'}{4r}\right]}$			±0,19	±0,26	±0,30	±0,23	±0,20	±0,30	±0,17	$\sqrt{\frac{[\mu_{2.0}\,\mu_{2.0}]}{n}}$ =		± 0,24

$v_i = \Delta h_i - \Delta h'_i$; $\quad \mu_0 = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot(n-1)}}$; $\quad \mu_m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot n\,(n-1)}}$

ANLAGE 4b

Versuchsfeld: München-Süd
Linie M: MB III – 5910

Beobachtungen: 1954

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	$\Delta h'_i$ (Mittel aus Hin- und Rücknivellement) M. 2./6. 4.	B. 7./9. 4.	B. 28./30. 6.	M. 1./5. 7.	M. 13./15. X.	M. 19./21. X.	Mittel Δh_i	μ_0	μ_m
			$\Delta h'_i$ m v_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$
MB III											
	0,39	8	+1,184.06	+4.10	+3.96	+4,24	+4.60	+4.48	+1,184.24	±0,44	±0,18
MB IV			+18	+14	+28	0	−36	−24			
	0,38	8	+1,937.38	+7.01	+7.36	+7.33	+7.12	+7.20	+1,937.23	±0,27	±0,11
130			−15	+22	−14	−10	+11	3			
	0,50	10	+2,044.77	+4.67	+4.68	+4.32	+4.78	+4.54	+2.044.63	±0,27	±0,11
2244			−14	− 4	− 5	+31	−15	+ 9			
	0,34	8	+1,526.52	+6.48	+6.82	+6.59	+6.78	+6.83	+1,526.67	±0,29	±0,12
22221			+15	+19	−15	+ 8	−11	−16			
	0,60	12	+3,478.32	+8.25	+8.38	+8.17	+8.73	+8.46	+3,478.38	±0,27	±0,11
MB V			+ 6	+13	0	+21	−35	− 8			
	0,47	10	+2,547.95	+8.39	+8.14	+8.22	+7.75	+7.69	+2,548.02	±0,44	±0,18
431			+ 7	−37	−12	−20	+27	+33			
	0,62	12	+3,125.28	+5.39	+5.00	+5.28	+4.99	+5.14	+3,125.18	±0,22	±0,09
5913			−10	−21	+18	−10	+19	+ 4			
	0,65	14	+3,179.45	+0,33	+9.73	+9.57	+9.85	+9.29	+3,179.70	±0,49	±0,20
5912			−25	−63	− 3	+13	−15	+41			
	0,29	6	+1,833.76	+3.78	+3.48	+3.41	+3.03	+3,56	+1,883.50	±0,56	+0,23
5910			−26	−28	− 2	+ 9	+47	− 6			
Σ	4,24	88							Quadr. Mittelwerte:	±0,38	±0,16

Fehlerrechnung	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	Mittelwerte	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$
$\mu_{1.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta\Delta}{4r}\right]}$	±0,41	±0,22	±0,41	±0,35	±0,54	±0,35	$\sqrt{\frac{[\mu_{1.0}\,\mu_{1.0}]}{n}}$	$= \pm 0{,}39$
$\mu_s = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\Delta}{\sqrt{r}}\right] : [\sqrt{r}]\right\}$	+0,28	−0,05	+0,46	+0,12	−0,61	−0,25	$\frac{[\mu_s]}{n} = -0{,}01$; $\sqrt{\frac{[\mu_s\,\mu_s]}{n}}$	$= \pm 0{,}35$
$\mu_{2.0} = \pm\sqrt{\frac{1}{n}\left[\frac{\Delta'\Delta'}{4r}\right]}$	±0,33	±0,22	±0,25	±0,36	±0,31	±0,29	$\sqrt{\frac{[\mu_{2.0}\,\mu_{2.0}]}{n}}$	$= \pm 0{,}30$

$$v_i = \Delta h_i - \Delta h'_i\,; \qquad \mu_0 = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot(n-1)}}\,; \qquad \mu_m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{r\cdot n\,(n-1)}}$$

ANLAGE 5

Versuchsfeld: München-Süd

Linie I: PB III – B 2142

Fehlerrechnung:

$$\mu_1^2 = \frac{1}{4}\left[\frac{\Sigma\Delta^2}{\Sigma L} - \frac{\Sigma r^2}{(\Sigma L)^2}\cdot\sum\frac{S^2}{L}\right];\quad \mu_2^2 = \frac{1}{4\Sigma L}\sum\frac{S^2}{L}$$

Messung am	Beob.	Mittel aus Hin- u. Rücknivellement	Hin- minus Rückniv.	S^2	Länge der Linie	$\frac{S^2}{L}$	Quadr. d. Streckendiffer.	Quadr. d. Streckenlängen	Mittlerer zufäll. u. syst. Fehler	
1)	2)	3) Δh (m)	4) S mm	5) $(mm)^2$	6) L (km)	7) $\frac{(mm)^2}{km}$	8) Δ^2 $(mm)^2$	9) r^2 $(km)^2$	10) μ_1	11) μ_2
1952: 21. 8.	M	—9,073.72	+0,24	0,06	2,23	0,03	0,4126	0,5727		
26. 8.	B	3.59	+1,11	1,23	2,23	0,55	4,7591	0,5727		
28. 8.	M	3.25	—0,99	0,98	2,23	0,44	0,6297	0,5727		
2. 9.	B	2.71	—2,35	5,52	2,23	2,48	1,2121	0,5727		
4. 9.	M	3.63	+0,21	0,04	2,23	0,02	0,3695	0,5727		
11. 9.	M	4.00	+0,98	0,96	2,23	0,43	3,9742	0,5727		
15. 9.	B	3.56	—0,17	0,03	2,23	0,01	2,6805	0,5727		
17. 9.	M	3.30	—2,01	4,04	2,23	1,82	1,6854	0,5727		
22. 9.	B	1.98	+0,24	0,06	2,23	0,03	0,9964	0,5727		
24. 9.	M	3.29	—1,35	1,82	2,23	0,82	0,2665	0,5727		
26. 9.	B	2.26	+0,37	0,14	2,23	0,06	0,1321	0,5727		
30. 9.	M	3.76	—1,11	1,23	2,23	0,55	0,7141	0,5727		
Mittel I:		—9,073.25			26,76	7,24	17,8322	6,8724	±0,39	±0,26
9. 10.	B	—9,073.31	+0,79	0,62	2,23	0,28	2,0891	0,5727		
15. 10.	M	2.37	—0,36	0,13	2,23	0,06	0,9238	0,5727		
23. 10.	B	3.24	+1,71	2,92	2,23	1,31	1,0837	0,5727		
29. 10.	M	2.97	—1,27	1,61	2,23	0,72	0,8635	0,5727		
Mittel II:		—9,072.97			8,92	2,37	4,9601	2,2908	±0,35	±0,26
Jahresmittel 1952:		—9,073.18			35,68	9,61	22,7923	9,2992	±0,38	±0,26
1953: 15. 6.	B	—9,073.13	+0,88	0,77	1,97	0,39	1,6152	0,5673		
15. 6.	B	3.78	—1,39	1,93	1,97	0,98	1,1991	0,5673		
17. 6.	M	3.57	—0,08	0,01	1,97	0,00	0,2794	0,5673		
Mittel I:		—9,073.49			5,91	1,37	3,0937	1,7019	±0,34	±0,24
6. 10.	B	—9,073.04	—0,23	0,05	1,97	0,03	0,2639	0,5673		
7. 10.	B	3.59	—0,19	0,04	1,97	0,02	0,6417	0,5673		
9. 10.	M	3.37	+0,47	0,22	1,97	0,11	1,1885	0,5673		
Mittel II:		—9,073.33			5,91	0,16	2,0941	1,7019	±0,30	±0,08
Jahresmittel 1953:		—9,073.41			11,82	1,53	5,1878	3,4038	±0,32	±0,18
Gesamtmittel 1952/53:		—9,073.24			47,50	11,14	27,9801	12,7030	±0,36	±0,24

ANLAGE 6

Versuchsfeld: München-Süd

Linie II: PB 2181 – B 5708

Fehlerrechnung:

$$\mu_1^2 = \frac{1}{4}\left[\frac{\Sigma\Delta^2}{\Sigma L} = \frac{\Sigma r^2}{(\Sigma L)^2} \cdot \sum \frac{S^2}{L}\right];\quad \mu_2^2 = \frac{1}{4\,\Sigma L}\sum \frac{S^2}{L}$$

Messung am	Beob.	Mittel aus Hin- u. Rück-Nivellement	Hin-minus Rück-niv.	S^2	Länge der Linie	$\frac{S^2}{L}$	Quadr. der Strecken-differen.	Quadr. der Strecken-längen	Mittlerer zufälliger u. syst. Fehler.	
1)	2)	3) Δh (m)	4) S (mm)	5) $(mm)^2$	6) L (km)	7) $\frac{(mm)^2}{km}$	8) Δ^2 $(mm)^2$	9) r^2 $(km)^2$	10) μ_1	11) μ_2
1952: 27. 8.	B	—14,352.88	+0,18	0,0324	2,25	0,014	0,2510	0,6077		
29. 8.	M	1.74	+0,93	0,8649	2,25	0,384	0,7415	0,6077		
3. 9.	B	3.19	—1,06	1,1236	2,25	0,500	0,8464	0,6077		
5. 9.	M	3.65	—0,56	0,3136	2,25	0,140	0,2808	0,6077		
10. 9.	B	4.38	+0,51	0,2601	2,25	0,116	2,0707	0,6077		
16. 9.	B	2.04	—0,71	0,5041	2,25	0,224	0,8767	0,6067		
18. 9.	M	3.18	—1,94	3,7636	2,25	1,676	0,6924	0,6077		
23. 9.	B	2.63	—1,02	1,0404	2,25	0,463	0,3648	0,6077		
25. 9.	M	3.68	—0,54	0,2916	2,25	0,130	1,3270	0,6077		
29. 9.	B	2.98	—1,03	1,0609	2,25	0,471	0,5011	0,6077		
Mittel I:		—14,353.04			22,50	4,118	7,9524	6,0770	±0,28	±0,21
8. 10.	M	—14,353.35	+0,14	0,0196	2,25	0,009	0,9928	0,6077		
22. 10.	M	3.15	+0,32	0,1024	2,25	0,046	0,3958	0,6077		
30. 10.	B	2.68	—2,02	4,0804	2,25	1,815	0,8120	0,6077		
Mittel II:		—14,353.06			6,75	1,870	2,2006	1,8231	±0,25	±0,26
Jahresmittel 1952:		—14,353.04			29,25	5,988	10,1530	7,9001	±0,27	±0,23
1953: 15./16.6	B	—14,353.86	—0,39	0,1521	2,16	0,070	0,5507	0,7160		
17. 6.	M	4.21	—0,40	0,1600	2,16	0,074	0,3096	0,7160		
18. 6.	M	3.59	—1,03	1,0609	2,16	0,492	0,6589	0,7160		
Mittel I:		—14,353.89			6,48	0,636	1,5192	2,1480	±0,22	±0,16
6./7. 10.	B	—14,353.45	—0,66	0,4356	2,16	0,202	0,3984	0,7160		
8. 10.	M	3.40	—0,08	0,0064	2,16	0,003	0,2770	0,7160		
9. 10.	M	3.58	—0,82	0,6724	2,16	0,312	0,7506	0,7160		
Mittel II:		—14,353.48			6,48	0,517	1,4260	2,1480	±0,22	± 0,14
Jahresmittel 1953:		—14,353.68			12,96	1,153	2,9452	4,2960	±0,22	±0,15
Gesamtmittel 1952/53:		—14,353.24			42,21	7,141	13,0982	12,1961	±0,26	±0,21

ANLAGE 7

Versuchsfeld: München-West
Linie P: MB I – MB III

Fehlerrechnung:

$$\mu_1^2 = \frac{1}{4}\left[\frac{\Sigma\Delta^2}{\Sigma L} - \frac{\Sigma r^2}{(\Sigma L)^2}\cdot\sum\frac{S^2}{L}\right];\quad \mu_2^2 = \frac{1}{4\Sigma L}\sum\frac{S^2}{L}$$

Messung am	Beob.	Mittel aus Hin- u. Rück-Nivellement	Hin- minus Rückniv.	S^2	Länge der Linie	$\frac{S^2}{L}$	Quadr. d. Strecken-differen.	Quadr. d. Strecken-längen	Mittlerer zufälliger u. syst. Fehler	
1)	2)	3) Δh (m)	4) S (mm)	5) (mm)²	6) L (km)	7) $\frac{(mm)^2}{km}$	8) Δ^2 (mm)²	9) r^2 (km)²	10) μ_1	11) μ_2
1953: 8./12. 5.	M	+0,036.36	—3,23	10,4329	4,66	2,2367	2,9673	2,2950		
15./18. 5.	B	8.13	—2,67	7,1289	4,66	1,5299	1,7555	2,2950		
20./21. 5.	M	9.63	—0,65	0,4225	4,66	0,0907	1,3627	2,2950		
1./ 5. 6.	B	9.27	+0,03	0,0009	4,66	0,0002	3,1293	2,2950		
Mittel I:		+0,038.35			18,64	3,8575	9,2148	9,1800	±0,31	±0,23
13./15. 10.	B	+0,036.73	—1,68	2,8224	4,66	0,6057	2,6742	2,2950		
16./21. 10.	M	7.88	—1,15	1,3225	4,66	0,2838	1,4949	2,2950		
22./27. 10.	B	7.92	+0,65	0,4225	4,66	0,0907	2,1267	2,2950		
3./ 4. 12	M	7.98	+0,16	0,0256	4,66	0,0055	2,3510	2,2950		
Mittel II:		+0,037.63			18,64	0,9857	8,6468	9,1800	±0,33	±0,12
Jahresmittel 1953:		+0,037.99			37,28	4,8432	17,8618	18,3600	±0,32	±0,18
1954: 2./6. 4.	M	+0,037.58	+0,73	0,5329	4,66	0,1144	1,1853	2,2950		
7./9. 4.	B	8.17	—1,94	3,7636	4,66	0,8077	2,9010	2,2950		
Mittel I:		+0,037.88			9,32	0,9221	4,0863	4,5900	±0,31	±0,16
28./30. 6.	B	+0,037.09	+2,24	5,0176	4,66	1,0768	1,5106	2,2950		
1./ 5. 7.	M	5.49	—2,95	9,7025	4,66	1,8676	2.9655	2,2950		
Mittel II:		+0,036.29			9,32	2,9444	4,4761	4,5900	±0,28	±0,28
13./15. 10.	M	+0,035.80	—3,10	9,6100	4,66	2,0623	2,5780	2,2950		
19./21. 10.	M	5.71	—5,41	29,2681	4,66	6,2809	4,7277	2,2950		
Mittel III:		+0,035.76			9,32	8,3432	7,3057	4,5900	±0,29	±0,47
Jahresmittel 1954:		+0,036.64			27,96	12,2097	15.7681	13,7700	±0,29	±0,33
Gesamtmittel 1953/54:		+0,037.41			65,24	17,0529	33,6299	32,1300	±0,31	±0,26

ANLAGE 8

Versuchsfeld: München-West
Linie M: MB III – 5910

Fehlerrechnung:

$$\mu_1^2 = \frac{1}{4}\left[\frac{\Sigma\Delta^2}{\Sigma L} - \frac{\Sigma r^2}{(\Sigma L)^2}\cdot\sum\frac{S^2}{L}\right];\quad \mu_2^2 = \frac{1}{4\,\Sigma L}\sum\frac{S^2}{L}$$

Messung am	Beob.	Mittel aus Hin- u. Rück-Nivellement	Hin-minus Rück-niv.	S^2	Länge der Linie	$\frac{S^2}{L}$	Quadr. der Strecken-differen.	Quadr. der Strecken-längen	Mittlerer zufälliger u. syst. Fehler	
1)	2)	3) Δh (m)	4) S (mm)	5) $(mm)^2$	6) L (km)	7) $\frac{(mm)^2}{km}$	8) Δ^2 $(mm)^2$	9) r^2 $(km)^2$	10) μ_1	11) μ_2
1953: 12./13. 5.	M	+20,907.03	—0,09	0,0081	4,25	0,002	0,7569	2,1437		
18./19. 5.	B	7.48	+1,45	2,1025	4,25	0,496	1,2787	2,1437		
21./22. 5.	M	7.64	—0,72	0,5184	4,25	0,122	1,2348	2,1427		
2./ 3. 6.	B	7,79	+2,80	7,8400	4,25	1,842	1,4758	2,1437		
Mittel I:		+20,907.48			17,00	2,462	4,7462	8,5748	±0,23	±0,19
13./15. 10.	B	+20,907.56	+0,91	0,8281	4,25	0,195	0,6717	2,1437		
16./21. 10.	M	8.93	—1,00	1,0000	4,25	0,235	1,8362	2,1437		
22./23. 10.	B	7.53	—0,23	0,0529	4,25	0,012	0,3805	2,1437		
Mittel II:		+20,908.01			12,75	0,442	2,8884	6,4311	±0,23	±0,09
Jahresmittel 1953:		+20,907.71			29,75	2,904	7,6346	15,0059	±0,23	±0,16
1954: 2./6. 4.	M	+20,907,49	+3,16	9,9856	4,25	2,350	3,3972	2,1427		
7./ 9. 4.	B	8.40	—0,19	0,0361	4,25	0,009	0,6793	2,1437		
Mittel I:		+20,907.94			8,50	2,359	4,0765	4,2874	±0,29	±0,26
28./30. 6.	B	+20,907.55	+3,93	15,4449	4,25	3,634	2,7305	2,1437		
1./ 5. 7.	M	7.13	+0,65	0,4225	4,25	0,099	1,8074	2,1437		
Mittel II:		+20,907.34			8,50	3,733	4,5352	4,2874	±0,28	±0,33
13./15. 10.	M	+20,907.63	—5,36	28,7296	4,25	6,760	5,2866	2,1437		
19./21. 10.	M	7.19	—2,34	5,4756	4,25	1,288	2,1432	2,1437		
Mittel III:		+20,907.41			8,50	8,048	7,4298	4,2874	±0,32	±0,49
Jahresmittel 1954		+20,907.56			25,50	14,140	16,0415	12,8622	±0,30	±0,37
Gesamtmittel 1953/54:		+20,907.64			55,25	17,044	23,6761	27,8681	±0,26	±0,28

ANLAGE 9a

Versuchsfeld: München-Süd

Linie I: PB III – B 2142

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	H_i' = Höhen in bezug auf PB III;							
			M. 21. 8.	B. 26. 8.	M. 28. 8.	B. 2. 9.	M. 4. 9.	M. 11. 9.	B. 15. 9.	M. 17. 9.
			H_i' m v_i' cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm
PB III	0,00	0	0,000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
B 2606	0,22	4	—0,005.60	—5.44	—5.52	—5.60	—5.75	—5.95	—5.59	—5.47
			+16	0	+ 8	+16	+31	+51	+15	+ 3
B 1117	0,52	10	—0,780.37	—0,13	—9.87	—0.20	—0.24	—0.05	—0.34	—9.95
			+35	+11	—15	+18	+22	+ 3	+32	— 7
B 5776	0,70	14	—1,310.65	—9.80	—9.88	—0.03	—0.09	—0.04	—9.85	—9.90
			—12	+ 3	+11	+26	+32	+27	+ 8	+13
B 2677	0,81	16	—1,501.33	—0.93	—0.62	—0.46	—0.63	—0.89	—0.75	—0.61
			+82	+42	+11	— 5	+12	+38	+24	+10
B 2690	1,14	22	—2,833.64	—3.60	—3.15	—3.19	—3.16	—3.46	—3.38	—3.20
			+61	+57	+12	+16	+13	+43	+35	+17
B 5478	1,32	26	—3,345.41	—5.41	—4.81	—4.56	—4.94	—5.18	—4.96	—5.00
			+69	+69	+ 9	—16	+22	+46	+24	+28
B 2176	1,49	30	—3,311.50	—2.23	—1.20	—0.97	—1.13	—1.88	—1.44	—2.27
			+18	+91	—12	—35	—19	+56	+12	+95
B 2170	1,89	38	—4,639.08	—9.18	—8.60	—8.30	—8.98	—9.38	—8.78	—8.77
			+49	+59	+ 1	—29	+39	+79	+19	+18
B 2718	2,09	42	—9,517.31	—7.52	—7.02	—6.67	—7.31	—7.94	—7.08	—7.01
			+32	+53	+ 3	—32	+32	+95	+ 9	+ 2
B 2142	2,23	46	—9,073.72	—3.59	—3.25	—2.71	—3.63	—4.00	—3.56	—3.30
			+54	+41	+ 7	—47	+45	+82	+38	+12

Beobachtungen: 1952

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

$v_i = H_i - H_i'$								Mittelwerte	m_0	m_m
B. 22. 9.	M. 24. 9.	B. 26. 9.	M. 30. 9.	B. 9. 10.	M. 15. 10.	B. 23. 10.	M. 29. 10.	H_i		
mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,000.00		
—5.08	—5.57	—5.24	—5.38	—5.29	—5.08	—5.22	—5.28	—0,005.44	±0,51	±0,13
—36	+13	—20	— 6	—15	—36	—22	—16			
—9.77	—0.19	—9.96	—9.62	—0.07	—9.76	—9.88	—9.86	—0,780.02	±0,30	±0,08
—25	+17	— 6	—40	+ 5	—26	—14	—16			
—9.28	—9.62	—9.42	—9.40	—9.75	—9.39	—9.56	—9.63	—1,309.77	±0,31	±0,08
—49	—15	—35	—37	— 2	—38	—21	—14			
—0.09	—0.39	—0.04	—0.14	—0.37	—0.09	—0.46	—0.35	—1,500.51	±0,39	±0,10
—42	—12	—47	—37	—14	—42	— 5	—16			
—2.39	—2.93	—2.50	—2.85	—2.89	—2.17	—3.13	—2.90	—2,833.03	±0,39	±0,10
—64	—10	—53	—18	—14	—86	+10	—13			
—3.95	—4.68	—4.06	—4.57	—4.51	—3.78	—4.89	—4.73	—3,344.72	±0,41	±0,10
—77	— 4	—66	—15	—21	—94	+17	+ 1			
—0.71	—1.36	—0.82	—1.44	—1.33	—0.59	—1.23	—1.02	—3,311.32	±0,40	±0,10
—61	+ 4	—50	+12	+ 1	—73	— 9	—30			
—7.51	—8.74	—7.88	—9.00	—8.51	—7.91	—8.49	—8.35	—4,638.59	±0,37	±0,09
—108	+15	—71	+41	— 8	—68	—10	—24			
—5.89	—7,08	—6.06	—7.56	—7.13	—6.32	—7.10	—6.83	—9,516.99	±0,38	±0,10
—110	+ 9	—93	+57	+14	—67	+11	—16			
—1.98	—3.29	—2.26	—3.76	—3.31	—2.37	—3.24	—2.97	—9,073.18	±0,39	±0,10
—120	+11	—92	+58	+13	—81	+ 6	—21			
								Quadr. Mittelwerte:	±0,39	±0,10

ANLAGE 9b

Versuchsfeld: München-Süd
Linie I: PB III – B 2142

Beobachtungen: 1953
Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	H'_i = Höhen in bezug auf PB III; $v'_i = H_i - H'_i$ B. 15. 6.	B. 16. 6.	M. 17./18. 6.	B. 6. 10.	B. 7. 10.	M. 8./9. 10.	Mittelwerte H_i	m_o	m_m
			H'_i m v'_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$
PB III	0,00	0	0,000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,000.00		
B 1117	0,40	8	—0,780.16	—0.41	—0.33	—0.09	—0.24	—0.40	—0,780.27	±0,21	±0,09
			—11	+14	+ 6	—18	— 3	+13			
B 2677	0,62	14	—1,500.22	—0.92	—0.95	—0.57	—0.81	—0.82	—1,500.72	±0,35	±0,14
			—50	+20	+23	—15	+ 9	+10			
B 2690	0,96	20	—2,832.76	—3.32	—3.45	—2.66	—3.13	—2.90	—2,833.04	±0,32	±0,13
			—28	+28	+41	—38	+ 9	—14			
B 5478	1,08	24	—3,344.40	—5.02	—5.15	—4.40	—4.99	—4.88	—3,344.81	±0,32	±0,13
			—41	+21	+34	+41	+18	+ 7			
B 2176	1,26	28	—3,311.22	—1.68	—1.59	—1.21	—1.57	—1.56	—3,311.47	±0,18	±0,08
			—25	+21	+12	—26	+10	+ 9			
B 2170	1,63	36	—4,638.36	—9.10	—8.67	—8.43	—8.96	—8.88	—4,638.73	±0,23	±0,10
			—37	+37	— 6	—30	+23	+15			
B 2718	1,83	40	—9,516.93	—7.40	—7.29	—6.79	—7.52	—7.47	—9,517.23	±0,22	±0,09
			—30	+17	+ 6	—44	+29	+24			
B 2142	1,97	44	—9,073.13	—3.78	—3.57	—3.04	—3.59	—3.37	—9,073.41	±0,21	±0,09
			—28	+37	+16	—37	+18	— 4			
									Quadr. Mittelwerte:	±0,26	±0,11

ANLAGE 10a

Versuchsfeld: München-Süd
Linie II: PB 2181 – B 2060

Beobachtungen: 1952
Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r	Instr.-Stände	H'_i = Höhen in bezug auf PB PB 2181; $v'_i = H_i - H'_i$													Mittelwerte H_i	m_0	m_m
			B. 27. 8.	M.29.8.	B. 3. 9.	M. 5. 9.	B. 10.9.	B. 16.9.	M.18.9.	B. 23. 9.	M.25.9.	B. 29. 9.	M.8.10.	M.22.10.	B.30.10.			
	km		H'_i m v'_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$
PB 2181	0,00	0	0,000.00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,000.00		
B 5482	0,21	4	— 0,916.77	—6.62	—6.92	—6.61	—7.01	—6.66	—6.78	—6.78	—6.69	—6.56	—6.73	—6.85	—6.64	— 0,916.74	±0,28	±0,08
			+ 3	—12	+18	—13	+27	— 8	+ 4	+ 4	— 5	—18	— 1	+11	—10			
B 2723	0,51	10	— 1,940.94	—0.58	—1.09	—0.84	—1.85	—0.94	—0.89	—0.73	—1.03	—0.79	—0.95	—0.83	—0.95	— 1,940.95	±0,42	±0,12
			— 1	—37	+14	—11	+90	— 1	— 6	—22	+ 8	—16	0	— 8	0			
B 5480	0,70	14	— 2,581.73	—1.39	—1.99	—1.88	—2.74	—1.78	—1.84	—1.38	—2.04	—1.70	—1.79	—1.75	—1.86	— 2,581.84	±0,40	±0,11
			—11	—45	+15	+ 4	+90	— 6	0	—46	+20	—14	— 5	— 9	+ 2			
B 5479	0,89	18	— 2,805.26	—4.78	—5.52	—5.19	—6.30	—4.96	—5.16	—4.61	—5.51	—5.10	—5.15	—4.99	—4.99	— 2,805.19	±0,44	±0,12
			+ 7	—41	+33	0	+111	—23	— 3	—58	+32	— 9	— 4	—20	—20			
B 2690	1,11	22	— 3,509.21	—8.36	—9.49	—8.93	—0.25	—8.56	—9.02	—8.39	—9.16	—8.84	—8.90	—8.67	—8.60	— 3,508.95	±0,43	±0,12
			+26	—59	+54	— 2	+130	—39	+ 7	—56	+21	—11	— 5	—28	—35			
B 5478	1,29	26	— 4,020.67	—9.91	—1.31	—0.75	—1.75	—0.03	—0.72	—0.05	—0.97	—0.40	—0.55	—0.34	—0.38	— 4,020.60	±0,46	±0,13
			+ 7	—69	+71	+15	+115	—57	+12	—55	+37	—20	— 5	—26	—22			
B 9710	1,73	32	— 6,834.45	—3.49	—4.67	—4.79	—6.01	—3.84	—4.51	—3.90	—4.88	—4.07	—4.21	—4.18	—3.82	— 6,834.37	±0,49	±0,14
			+ 8	—88	+30	+42	+164	—53	+14	—47	+51	—30	—16	—19	—55			
B 2136	1,96	36	—11.656.60	—5.61	—7.19	—7.11	—8.31	—5.87	—6.55	—6.26	—7.07	—6.46	—6.51	—6.43	—5.94	—11,656.61	±0,52	±0,15
			— 1	—100	+58	+50	+170	—74	—66	—35	+46	—15	—10	—18	—67			
B 2060	2,25	44	—14,352.88	—1.74	—3.19	—3.65	—4.38	—2.04	—3.18	—2.63	—3.68	—2.98	—3.35	—3.15	—2.68	—14,353.04	±0,46	±0,13
			—16	—130	+15	+61	+134	—100	+14	—41	+64	— 6	+31	+11	—36			
																Quadr. Mittelwerte:	±0,44	±0,12

ANLAGE 10b

Versuchsfeld: München-Süd
Linie II: PB 2181 – B 2060

Beobachtungen: 1953
Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.-Stände	H'_i = Höhen in bezug auf PB 2181; $v'_i = H_i - H'_i$						Mittelwerte H_i	m_o	m_m
			B. 15./16. 6.	M. 17. 6.	M. 18. 6.	B. 7. 10.	M. 8. 10.	M. 9. 10.			
			H'_i m v'_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	mm/km	mm/km
BP 2181	0,00	0	0,000.00	0,00	0,00	0,00	0.00	0.00	0,000.00		
B 5482	0,21	4	—0,916.66	—6.77	—6.72	—6.84	—6.76	—6.72	—0,916.74	±0,13	±0,05
			— 8	+ 3	— 2	+10	+ 2	— 2			
PB 2723	0,51	10	—1,941.26	—1.41	—1.30	—1.02	—0.96	—0.90	—1,941.14	±0,29	±0,12
			+12	+27	+16	—12	—18	—24			
B 5480	0,70	14	—2,582.27	—2.53	—1.92	—2.02	—1.96	—1.83	—2,582.09	±0,31	±0,13
			+18	+44	—17	— 7	—13	—26			
B 5479	0,89	18	—2,805.60	—5.67	—5.25	—5.36	—5.41	—5.01	—2,805.38	±0,25	±0,10
			+22	+29	—13	— 2	+ 3	—37			
B 2690	1,11	22	—3,509.34	—9.17	—8.93	—8.83	—8.75	—8.42	—3,508.91	±0,31	±0,13
			+43	+26	+ 2	— 8	—16	—49			
B 5478	1,23	26	—4,021.01	—0.93	—0.59	—0.64	—0.77	—0.37	—4,020.72	±0,21	±0,09
			+29	+21	—13	— 8	+ 5	—35			
PB 2136	1,78	38	—11,657.35	—7.33	—6.91	—7.04	—7.04	—7.02	—11.657.12	±0,14	±0,06
			+23	+21	—21	— 8	— 8	—10			
B 2060	2,16	46	—14,353.86	—4.21	—3.59	—3.45	—3.40	—3.58	—14,353.68	±0,21	±0,08
			+18	+53	— 9	—23	—28	—10			
									Quadr. Mittelwerte:	±0,24	±0,10

ANLAGE 11a

Versuchsfeld: München-West
Linie P: MB I – MB II

Beobachtungen: 1953
Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.Stände	H_i' = Höhen in bezug auf MB III; $v_i' = H_i - H_i'$								Mittelwerte H_i	m_0	m_m
			B. 8./12. 5.	B. 15./18. 5.	M.20./21.5.	B. 1./5. 6.	B.13./15.10.	M.16./21.10.	B. 22./27.10.	M. 3./4.12.			
			H_i' m v_i' cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	mm km	mm km
MB III	0,00	0	0,000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,000.00		
B 2190	0,45	10	+0,470.48 +17	+0.67 — 2	+0.86 —21	+0.72 — 7	+0.54 +11	+0.34 +31	+0.99 —34	+0.63 + 2	+0,470.65	±0,31	±0,11
B 525	0,87	20	—0,227.68 +28	—6.97 —43	—7.14 —26	—7.55 +15	—7.53 +13	—7.90 +50	—7.17 —23	—7.26 —14	—0,227.40	±0,34	±0,12
B 3471	1,41	32	+0,855.12 +94	+6.41 —35	+5.89 +17	+5.89 +17	+5.73 +33	+5.88 +18	+6.60 —54	+6.93 —87	+0,856.06	±0,48	±0,17
B 1908	1,83	40	+0,183.88 +16	+5.05 —101	+4.92 —88	+3.53 +51	+3.01 +103	+3.42 +62	+4.06 — 2	+4.48 —44	+0,184.04	±0,54	±0,19
B 989	2,53	54	+0,920.50 +99	+2.03 —54	+2.11 —62	+1.19 +30	+0.83 +66	+1.14 +35	+1.90 —41	+2.26 —77	+0,921.49	±0,42	±0,15
B 770	2,89	62	+0,361.56 +146	+3.51 —49	+4.15 —113	+2.57 +45	+2.29 +73	+2.82 +20	+3.53 —51	+3.70 —68	+0,363.02	±0,50	±0,18
MB II	3,41	72	—0,326.23 +159	—4.29 —35	—3.47 —117	—4.60 — 4	—5.52 +88	—4.59 — 5	—4.21 —43	—4.20 —44	—0,324.64	±0,47	±0,17
B 86	4,00	84	+2,701.48 +173	+3.44 —23	+4.79 —158	+5.16 —195	+1.79 +142	+2.78 +43	+3.19 + 2	+3.10 +11	+2,703.21	±0,64	±0,23
B 201	4,30	90	+2,001.96 +198	+3.79 +15	+5.51 —157	+5.62 —168	+2.49 +145	+3.90 + 4	+3.86 + 8	+4.36 —42	+2,003.94	±0,62	±0,22
MB I	4,66	98	+0,036.36 +163	+8.13 —14	+9.63 —164	+9.27 —128	+6.73 +126	+7.88 +11	+7.92 + 7	+7.98 + 1	+0,037.99	±0,51	±0,18
											Quadr. Mittelwerte:	±0,49	±0,18

ANLAGE 11b

Versuchsfeld: München-West
Linie P: MB III – MB I

Beobachtungen: 1954

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.Stände	H'_i = Höhen in bezug auf MB III; $v'_i = H_i - H'_i$						Mittelwerte H_i m	m_o mm cmm	m_m mm cmm
			M. 2./6. 4.	B. 7./9. 4.	B. 28./30. 6.	M. 1/5. 7.	M. 13./15 10.	M. 19./20 10.			
			H'_i m v'_i cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm			
MB III	0,00	0	0,000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,000.00		
B 2190	0,54	10	+0,470.45	+1.18	+0.73	+0.60	+0.44	+0.26	+0,470.61	±0,48	±0,20
			+16	−57	−12	+1	+17	+35			
B 525	0,87	20	−0,227.34	−6.92	−7.54	−7.82	−7.64	−8.18	−0,227.57	±0,46	±0,19
			−23	−65	−3	+25	+7	+61			
B 3471	1,41	32	+0,856.57	+6.93	+6.10	+5.14	+6.26	+5.49	+0,856.08	±0,56	±0,23
			−49	−85	−2	+94	−18	+59			
B 1908	1,83	40	+0,184.13	+4.59	+3.13	+1.98	+3.12	+1.95	+0,183.15	±0,80	±0,33
			−98	−144	+2	+117	+3	+120			
B 989	2,53	54	+0,921.36	+2.45	+0.92	+9.42	+0.17	+9.44	+0,920.63	±0,75	±0,31
			−73	−182	−29	+121	+46	+119			
B 770	2,98	62	+0,363.08	+3.75	+2.34	+0.91	+2.07	+1.43	+0,362.26	±0,61	±0,25
			−82	−149	−8	+135	+19	+83			
MB II	3,41	72	−0,324.48	−3.37	−5.28	−7.03	−5.32	−6.36	−0,325.31	±0,71	±0,29
			−83	−194	−3	+172	+1	+105			
B 86	4,00	84	+2,703.06	+4.07	+2.39	+1.03	+1.19	+0.86	+2,702.10	±0,65	±0,27
			−96	−197	−29	+107	+91	+124			
B 201	4,30	90	+2,003.74	+4.63	+3.17	+1.41	+2.04	+1.77	+2,002.79	±0,61	±0,25
			−95	−184	−38	+138	+75	+102			
MB I	4,66	98	+0,037.58	+8.17	+7.08	+5.49	+5.80	+5.71	+0,036.64	±0,52	±0,21
			−94	−153	−45	+115	+84	+93			
									Quadr. Mittelwerte:	±0,62	±0,26

ANLAGE 12a

Beobachtungen: 1953

Versuchsfeld: München-West

Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)

Linie M: MB III – 5910

Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r	Instr.-Stände	H_i' = Höhen in bezug auf MB III; $v_i' = H_i - H_i'$							Mittelwerte	m_0	m_m
			M. 12./13. 5.	B. 18./19. 5.	M. 21./22. 5.	B. 2./3. 6.	B. 13./15. 10.	M. 16./21. 10.	M. 22./23. 10.	H_i		
	km		H_i' m cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$	$\frac{\text{mm}}{\text{km}}$
MB III	0,00	0	0,000.00	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,000.00		
MB IV	0,39	8	+1,183.97	+4.86	+4.29	+4.08	+3.96	+4.25	+4.08	+1,184.21	±0,50	±0,19
			+24	—65	— 8	+13	+25	— 4	+13			
B 130	0,77	16	+3,121.12	+2.70	+1.56	+1.52	+1.40	+1.97	+1.62	+3,121.70	±0,58	±0,22
			+58	—100	+14	+18	+30	—27	+ 8			
B 2244	1,27	26	+5,165.52	+6.90	+6.15	+5.71	+5.94	+6.55	+6.46	+5,166.18	±0,44	±0,16
			+66	—72	+ 3	+47	+24	—37	—28			
B 2221	1,62	34	+6,692.22	+2.92	+2.48	+2.23	+2.52	+3.16	+3.12	+6,692.66	±0,31	±0,12
			+44	—26	+18	+43	+14	—50	—46			
MB V	2,22	46	+10,170.25	+1.38	+1.09	+1.23	+1.39	+2.20	+2,06	+10,171.37	±0,43	±0,16
			+112	— 1	+28	+14	— 2	—83	—69			
B 431	2,68	56	+12,718.66	+9.26	+9.48	+8.77	+9.45	+20.42	+9.80	+12,719.41	±0,36	±0,14
			+75	+15	— 7	+64	— 4	—101	—39			
B 5913	3,30	68	15,843.58	+4.21	+3.85	+3.94	+4.95	+5.73	+4.73	+14,844.43	±0,42	±0,16
			+85	+22	+58	+49	—52	—130	—30			
B 5912	3,95	82	+19,024.37	+4.06	+4.28	+4.85	+4.73	+5.86	+4.87	+19,024.72	±0,30	±0,11
			+35	+66	+44	—13	— 1	— 114	—15			
B 5910	4,24	88	+20,907.03	+7,48	+7.64	+7.79	+7.56	+8.93	+7.53	+20,907.71	±0,29	±0,11
			+68	+23	+ 7	— 6	+15	— 122	+18			
										Quadr. Mittelwerte:	±0,42	±0,16

ANLAGE 12b

Versuchsfeld: München-West
Linie M: MB III – 5910

Beobachtungen: 1954
Beobachter: Dipl.-Ing. Behrendt (B.)
Dipl.-Ing. Marzahn (M.)

Punkt Nr.	r km	Instr.Stände	H_i' = Höhen in bezug auf MB III; $v_i' = H_i - H_i'$						Mittelwerte H_i	m_o	m_m
			M.2./6.4.	B. 7./9. 4.	B. 28./30. 6.	M 1./5. 7.	M.13./15.10.	M.19./21.10.			
			H_i' m v_i' cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	mm cmm	m	$\frac{mm}{km}$	$\frac{mm}{km}$
MB III	0,00	0	0,000.00	0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,000.00		
MB IV	0,39	8	+ 1,184.06 +18	+4.10 +14	+3.96 +28	+4.24 0	+4.60 —36	+4.48 —24	+ 1,184.24	+0,40	±0,16
B 130	0,77	16	+ 3,121.44 + 3	+1.11 +36	+1.32 +15	+1.57 —10	+1.72 —25	+1.68 —21	+ 3,121.47	±0,26	±0,11
B 2244	1,27	26	+ 5,166.21 —11	+5.78 +32	+6.00 +10	+5.89 +21	+6.50 —40	+6.22 —12	+ 5,166.10	±0,25	±0,10
B 2221	1,62	34	+ 6,692,73 + 4	+2,26 +51	+2.82 — 5	+2.48 +29	+3.28 —51	+3.05 —28	+ 6,692.77	±0,29	±0,12
MB V	2,22	46	+10,171.05 +10	+0,51 +64	+1.20 — 5	+0.65 +50	+2.01 —86	+1.51 —36	+10,171.15	±0,37	±0,15
B 431	2,68	56	+12,719.00 +18	+8.90 +28	+9.34 —16	+8.87 +31	+9.76 —58	+9.20 — 2	+12,719.18	±0,21	±0,08
B 5913	3,30	68	+15,954.28 + 8	+4.29 +7	+4.34 + 2	+4.15 +21	+4.75 —39	+4.34 + 2	+15,844.36	±0,11	±0,05
B 5912	3,95	82	+19,023.73 +33	+4.62 —56	+4.07 — 1	+3.72 +34	+4.60 —54	+3.63 +43	+19,024.06	±0,23	±0,09
B 5910	4,24	88	+20,907.49 + 7	+8.40 —84	+7.55 + 1	+7.13 +43	+7.63 — 7	+7.19 +37	+20,907.56	±0,22	±0,09
									Quadr. Mittelwerte:	±0,27	±0,11