GEIST UND GESTALT

BIOGRAPHISCHE BEITRÄGE ZUR GESCHICHTE
DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
VORNEHMLICH IM ZWEITEN JAHRHUNDERT
IHRES BESTEHENS

ZWEITER BAND
NATURWISSENSCHAFTEN

C. H. BECK'SCHE VERLAGSBUCHHANDLUNG
MÜNCHEN 1959

DIE MECHANIK

IN DEN VERÖFFENTLICHUNGEN DER AKADEMIE

Von Ludwig Föppl

Wie bei allen Wissenschaften hat sich auch das Arbeitsgebiet der Mechanik im Laufe der hier in Betracht gezogenen Zeitspanne mächtig erweitert. Während die in den Akademieschriften veröffentlichten Arbeiten über Probleme der Mechanik bis gegen das Ende des 19. Jahrhunderts fast ausschließlich Fragen der Grundlagen der Newtonschen Mechanik betreffen, ändert sich dies allmählich, indem sich die Entwicklung der Elastizitätstheorie und der Strömungslehre in zunehmendem Maße in den Vorträgen und Berichten in der Akademie widerspiegelt. Zugleich macht sich der Einfluß der Relativitätstheorie dadurch bemerkbar, daß die Unstimmigkeiten, die sich aus der Newtonschen Mechanik durch das Postulat des absoluten Raumes und der absoluten Zeit gegenüber gewissen astronomischen Beobachtungen ergeben hatten, zunächst verschiedene theoretische Erklärungsversuche herausforderten, die aber seit der Deutung dieser Unstimmigkeiten durch die Einsteinsche Relativitätstheorie verstummt sind. Die Schriften der Akademie geben ein treues Bild der jeweiligen wissenschaftlichen Strömungen.

Die in den Akademie-Schriften erschienenen Arbeiten werden, soweit sie sich auf Mechanik beziehen, hier in vier Gruppen zusammengefaßt.

Die Arbeiten noch lebender Mitglieder sind dabei gar nicht oder (falls es zweckmäßig erschien) nur ganz kurz erwähnt.

1. GRUPPE: ARBEITEN ÜBER GRUNDLAGEN DER MECHANIK

Während in den Jahrzehnten nach der Mitte des 19. Jahrhunderts Fragen über die Grundlagen der Mechanik in den Akademieschriften nicht behandelt werden, so daß man zu der Anschauung kommen kann, die Grundlagen der Mechanik seien damals als abgeschlossenes Wissenschaftsgebiet angesehen worden, ändert sich das Bild gegen Ende des 19. Jahrhunderts. Der Anstoß hierzu ging teilweise von den Astronomen aus, die vor allem bei der Perihelbewegung des Planeten Merkur einwandfreie Beobachtungen angestellt hatten, die sich aus dem Newtonschen Gravitationsgesetz nicht er-

klären ließen. Es stellte sich immer deutlicher die Notwendigkeit einer Korrektur des Gravitationsgesetzes heraus. In den Akademieschriften kommt diese Erkenntnis zum erstenmal 1896 in der Arbeit des Astronomen HUGO v. SEELIGER* (1849–1924; Akademiemitglied 1883) „Über das Newtonsche Gravitationsgesetz“ zum Ausdruck, worin nachgewiesen wird, daß bei Annahme einer unendlich großen Gesamtmasse des Weltsystems das Newtonsche Gravitationsgesetz einer Erweiterung bedarf. Diese bedeutende Arbeit hat verschiedene andere zur Folge gehabt, in denen versucht worden ist, der Forderung Seeligers nach Ergänzung des Gravitationsgesetzes gerecht zu werden. Hierzu gehört die 1897 erschienene Arbeit von AUGUST FÖPPL* (1854–1924; Akademiemitglied 1903) „Über eine mögliche Erweiterung des Newtonschen Gravitationsgesetzes“. Er nimmt an, daß neben den sich gegenseitig anziehenden Massen in unserem Weltsystem auch solche vorhanden sind, die sich gegenseitig abstoßen, so daß der Kraftfluß durch die Oberfläche einer Kugel, die mit wachsendem Radius schließlich alle Massen einschließt, Null wird, so wie bei elektrischen und magnetischen Feldern, mit denen das Gravitationsfeld gewisse Ähnlichkeiten besitzt. Die positiven Massen entsprechen dabei den Quellen des Kraftflusses.

Auf Veranlassung von H. v. Seeliger hat A. Korn 1903 eine Arbeit „Über eine mögliche Erweiterung des Gravitationsgesetzes“ veröffentlicht, in der er ein widerstehendes Mittel im Weltall annimmt, so daß das Gravitationsgesetz folgendermaßen lauten würde:

$$K = f \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} e^{-\mu r}$$

Der im Zusatzfaktor $e^{-\mu r}$ auftretende Wert μ sollte Art und Größe des widerstehenden Mittels charakterisieren.

Einen weiteren Versuch zur Überwindung der Schwierigkeiten, die das Newtonsche Gravitationsgesetz in der Himmelsmechanik brachte, machte A. Föppl 1904 in der Arbeit „Über absolute und relative Bewegung“ durch die Annahme von Zusatzkräften, die von der Geschwindigkeit der Körper gegen das Inertialsystem abhängen.

H. v. Seeliger (1906, „Über die sogenannte absolute Bewegung“) tritt mit der Erkenntnis, daß die Newtonsche Definition des „absoluten Raumes“ sinnlos sei, in die Spuren von ERNST MACH und wird damit ebenso wie dieser zum Schrittmacher für die Einsteinsche Relativitätstheorie. Einstein bezieht sich auch auf diese Arbeiten und weist in seiner allgemeinen Relativitätstheorie insbesondere auf die obenerwähnte Arbeit von Seeliger aus dem Jahre 1896 hin.

In diesem Zusammenhang verdient noch eine weitere Arbeit Seeligers (1909, „Über die Anwendung der Naturgesetze auf das Universum“) Er-

wöhnung, in der er die Frage, ob das Newtonsche Gravitationsgesetz ein überall anwendbares, absolut genaues Naturgesetz sei, ebenso verneint wie die Frage, ob die Erscheinungen am Himmel dazu nötigen, die Zahl der leuchtenden Sterne als endlich annehmen zu müssen. Schließlich verneint er auch die Notwendigkeit, die beiden Hauptsätze der Wärmelehre als für das ganze Universum gültig annehmen zu müssen.

Die Klärung dieser Fragen ist durch die Einsteinsche Relativitätstheorie weitgehend gelungen. Seitdem sind diese Fragen in den Schriften der Akademie nicht mehr aufgetaucht.

Zu den Arbeiten über die Grundlagen der Mechanik gehören auch solche, die zu den Prinzipien der Mechanik Stellung nehmen.

1901 hat AUREL VOSS* (1845–1931; Akademiemitglied 1886) in den beiden Arbeiten „*Bemerkungen über die Prinzipien der Mechanik*“ und „*Über ein energetisches Grundgesetz der Mechanik*“ die Zusammenhänge zwischen dem d'Alembertschen, dem Gaußschen, dem Hamiltonschen Grundgesetz und dem Energieprinzip aufgezeigt und bewiesen, wie man das eine aus dem anderen gewinnen kann. In gleicher Richtung liegt auch die Arbeit „*Über das d'Alembertsche Prinzip*“ (1904) von FERDINAND LINDEMANN* (1852–1939; Akademiemitglied 1894; s. Seite 31).

Nach 1909 sind bisher keine Arbeiten über die Grundlagen der Mechanik in den Akademieschriften veröffentlicht worden.

2. GRUPPE: ARBEITEN ZUR ELASTIZITÄTSTHEORIE

In der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts hat die Elastizitätstheorie einen großen Aufschwung genommen. Es sei nur an die in der Mitte des Jahrhunderts entdeckten Gesetze von Castigliano über das Minimum der Formänderungsarbeit sowie an die Hertzsche Härte (1883) erinnert, die für die Anwendungen der Elastizitätstheorie im Maschinenbau und für die Baukonstruktionen von großer Bedeutung geworden sind. Auf diesen Grundgesetzen ruhend ist die Statik und Festigkeitslehre in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts ausgebaut worden. Diese große Entwicklung findet aber in den Schriften unserer Akademie zunächst keinen Niederschlag. Es dürfte dies damit zusammenhängen, daß die neu entstandenen technischen Wissenschaften damals noch nicht allgemein voll gewürdigt wurden und daß erst gegen Ende des Jahrhunderts Vertreter dieser Wissenschaften als Akademiemitglieder berufen worden sind. Infolgedessen ist die Ausbeute an Arbeiten über Elastizitätstheorie und allgemeine Fragen der Festigkeitslehre, die in den Schriften der Akademie erschienen sind, bis zur Jahrhundertwende gering. Bis dahin ist an theoretischen Arbeiten über

Elastizität wesentlich nur die Elastizitätstheorie der Kristalle zu erwähnen, die durch die Ergebnisse der Kristallphysik von WOLDEMAR VOIGT (1850 bis 1919; Akademiemitglied 1909) angeregt worden sind. Der Münchener Mineraloge PAUL v. GROTH* (1843–1927; Akademiemitglied 1881) hat selbst oder durch Mitarbeiter Versuche durchgeführt (1884, *P. Groth*, „Über die Bestimmung der Elastizitätskoeffizienten der Kristalle“ und 1888, *P. Groth*, „Über die Elastizität der Kristalle“), die nach anfänglichen Zweifeln schließlich doch alle das von W. Voigt vorausgesagte elastische Verhalten für die verschiedenen Kristallsysteme bestätigt haben.

Auf Veranlassung von P. Groth hat 1888 SEBASTIAN FINSTERWALDER* (1862–1951; Akademiemitglied 1899) in der Arbeit „Über die Verteilung der Biegungselastizität in dreifach symmetrischen Kristallen“ von ihm angefertigte Gipsmodelle für die Elastizitätsmoduln in den verschiedenen Richtungen von Flußspat (regulärer Kristall), Quarz (hexagonaler Kristall) und Baryt (rhombischer Kristall) beschrieben, denen die Theorie von W. Voigt zugrunde liegt.

In diesen Zeitraum fallen auch einige experimentelle Arbeiten über den Elastizitätsmodul und die elastische Nachwirkung von Drähten aus verschiedenen Werkstoffen, die auf Zug beansprucht wurden. Sie stammen von *Andreas Miller* 1885, „Beitrag zur Kenntnis der Molekularkräfte“ und in den Abhandlungen 1886 und 1888 „Der primäre und sekundäre longitudinale Elastizitätsmodul und die thermische Konstante des letzteren“. In diesen Arbeiten untersucht Miller unter anderem den Einfluß einer vorausgehenden Zug- oder Druckbeanspruchung der Versuchsstäbe auf den Elastizitätsmodul. Er zeigt, daß nach wiederholter Belastung eines Stabes über die ursprüngliche Elastizitätsgrenze hinaus sich ein vollkommen elastisches Verhalten bis zu dieser Belastungshöhe einstellt. Damit nimmt der Verfasser Resultate vorweg, die mehrere Jahre später neu entdeckt worden sind und heutzutage in der Plastizitätstheorie eine große Rolle spielen. Die Arbeiten Millers sind daher als Pionierleistung zu werten.

Mit Beginn unseres Jahrhunderts bekam die Elastizitätstheorie in unserer Akademie einen Auftrieb durch das Akademiemitglied *A. Föppl*. In der Arbeit „Über die Torsion von runden Stäben mit veränderlichem Querschnitt“ (1905) gibt er ein Verfahren an, um die elastischen Spannungen in einem rotationssymmetrischen Stab, der um seine Achse auf Torsion beansprucht wird, zu bestimmen. Außer der strengen Lösung dieser Aufgabe enthält die Arbeit für einen praktisch wichtigen Sonderfall eine Näherungslösung.

Weitere praktisch wichtige Lösungen von Aufgaben der Elastizitätstheorie, die von *A. Föppl* in den Berichten der Akademie erschienen sind:

1912, „*Die Biegung einer kreisförmigen Platte*“. Während bis dahin nur die strenge Lösung für die eingespannte Platte bekannt war, wird hier die strenge Lösung für die frei aufliegende Platte abgeleitet. Für den Fall einer Einzellast wird eine Lösung entwickelt, die auch noch in der Umgebung der Last brauchbar ist.

1915, „*Über die Lösung der Spannungsaufgabe für das Ausnahmefachwerk*“. Das Ausnahmefachwerk ist dadurch gekennzeichnet, daß die reinen Gleichgewichtsbedingungen auf unendlich große Spannungen führen. Berücksichtigt man die elastische Gestaltänderung des Fachwerkes, die hier besonders groß ist, so kommt man zu endlichen Spannungswerten. Es wird ein allgemein anwendbares Verfahren angegeben, die Spannungen im Ausnahmefachwerk zu berechnen. Sie wachsen mit der zweidrittelten Potenz der Lasten.

1917, „*Über den elastischen Verdrehungswinkel eines Stabes*“. Es werden Näherungsformeln für den Verdrehungswinkel und die größte Schubspannung in prismatischen Stäben abgeleitet, deren Querschnitte sich aus schmalen Rechtecken zusammensetzen. Dabei wird von dem hydrodynamischen Gleichnis zur Torsionsaufgabe Gebrauch gemacht. Die Ergebnisse sind von großer praktischer Bedeutung.

Neben den obenerwähnten theoretischen Arbeiten zur Elastizitätstheorie hat *A. Föppl* folgende experimentelle über die Festigkeit der Werkstoffe in den Akademieberichten veröffentlicht:

1911, „*Die Sprödigkeit von Glas*“. Er berichtet über Versuche an Jenaer Gläsern. Die Sprödigkeit wurde an Glaswürfeln ermittelt. Es zeigte sich, daß die meisten Gläser spröder waren als Granit.

1921, „*Versuche über die Drehfestigkeit der Walzeisensträger*“. Die Versuche, die er mit T-, I-, E-Eisen, Winkeleisen und Z-Eisen durchgeführt hat, stehen in guter Übereinstimmung mit seinen Näherungsformeln von 1917 (s. oben).

1923 gibt er in seiner Arbeit „*Der Schubmesser, ein neues Feinmeßgerät für Festigkeitsversuche*“ eine Beschreibung des in seinem Laboratorium entwickelten Gerätes.

1920, „*Über die Beanspruchung eines Stabes von elliptischem Querschnitt auf Drillen bei behinderter Querschnittswölbung*“. Die Spannungen und Formänderungen werden nach dem Ritzschen Näherungsverfahren berechnet. Die größten Spannungen treten an bestimmten Stellen des Umfangs der Ellipse im Einspannquerschnitt auf.

Weitere Arbeiten zur Elastizitätstheorie, die von anderen Autoren stammen, sind folgende:

A. Korn (vorgelegt von F. Lindemann, 1906, „*Abhandlungen zur Elastizitätstheorie I und II*“) gibt eine allgemeine Lösung der elastischen Grund-

gleichungen mit Hilfe von unendlichen Reihen, deren Konvergenz bewiesen wird. Der Wert dieser Untersuchungen liegt weniger in der Möglichkeit, auf diesem Wege spezielle Aufgaben der Elastizitätstheorie zu lösen, als vielmehr in dem Nachweis der Existenz solcher Lösungen. Die Untersuchungen beziehen sich auf den Fall, daß die Verschiebungen an der Oberfläche des Körpers vorgeschrieben sind.

HEINRICH LIEBMANN (1874–1939; Akademiemitglied 1917; vgl. das Kapitel „Mathematik“ S. 5; 1920, „*Ausnahmefachwerke und ihre Determinanten*“) hat unter Bezugnahme auf die obenerwähnte Arbeit von A. Föppl (1915) eine Reihe von Sätzen über die Grenzfälle statisch bestimmter Fachwerke bewiesen.

Der Verfasser dieses Beitrages, Ludwig Föppl, knüpfte an die elastizitätstheoretischen Arbeiten seines Vaters und Vorgängers August Föppl im Amt an der Techn. Hochschule München an und veröffentlichte in den Akademieberichten verschiedene Arbeiten zur Elastizitätstheorie.

Die Lösung einer elastizitätstheoretischen Aufgabe verdankt man ARNOLD SOMMERFELD* (1868–1951; Akademiemitglied 1908; vgl. den Beitrag „Physik“, S. 100) 1949, „*Spezielle Lösungen des Problems der elastischen Eigenschwingungen beim Quader und Würfel*“. Es handelt sich dabei um Dehnungs-Kürzungsschwingungen, die dilatationsfrei und bei vorgeschriebener Spannungsfreiheit der Grenzebenen in allen zu diesen parallelen Flächen Schubspannungsfrei sind.

3. GRUPPE: ARBEITEN ZUR STRÖMUNGSLEHRE

Für die Strömungslehre gilt ungefähr dasselbe, was zu Anfang des zweiten Abschnittes über die Elastizitätstheorie gesagt worden ist. Auch in der Strömungslehre, unter der die Hydrodynamik und die Aerodynamik zusammengefaßt werden, zeichnet sich in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts eine große Entwicklung ab; es braucht nur an die Helmholtzschen Wirbelsätze erinnert zu werden. Dieser mächtige Aufschwung macht sich in den Akademiearbeiten nur zögernd bemerkbar.

1881 berichten *W. Braun* und *A. Kurz* „*Über den Luftwiderstand bei kleinen Geschwindigkeiten*“. Es wird unter Zugrundelegung des Newtonschen Widerstandsgesetzes der Widerstandsbeiwert für einige Körper experimentell bestimmt.

1884, *WILHELM V. BEZOLD* (1837–1907; Akademiemitglied 1875), „*Über Strömungsfiguren in Flüssigkeiten*“. Er untersucht die Strömung im Wasserbassin, in das er Hektographen-Tinte tropfenweise einführte und dadurch

die stationäre oder nahezu stationäre Strömung sichtbar machte. Dabei stellte er Schichtenbildungen im Wasser fest und konnte die Entstehung von Wasserwirbeln durch kleine Temperaturunterschiede hervorrufen.

1887 erscheint eine Arbeit von OSKAR EMIL MEYER (1834–1909; Akademiemitglied 1879) „Über die Bestimmung der inneren Reibung nach Coulombs Verfahren“, in der sorgfältige Schwingungsversuche mit Scheiben zur Bestimmung des Reibungsbeiwertes für Luft und Flüssigkeiten angestellt wurden.

Die genannten drei Arbeiten sind Vorläuferinnen zahlreicher Arbeiten über Wasser- und Luftströmungen und über Widerstandsmessungen, die in unserem Jahrhundert in Wasser- und Windkanälen angestellt worden sind und die die experimentellen Grundlagen für die Luftfahrt geliefert haben.

Mit dem Jahre 1904, in dem LUDWIG PRANDTL, Göttingen (1875–1953; Akademiemitglied 1942) seine Grenzschichtentheorie bekanntgegeben hat, setzte die neuere Strömungslehre ein. Sie machte sich auch bald in den Arbeiten unserer Akademie bemerkbar, wenn auch zunächst noch auf der klassischen Grundlage der reibungsfreien Strömung.

Hier sind vor allem die Arbeiten von W. A. Kutta zu nennen. 1910 untersuchte er in der von S. Finsterwalder vorgelegten Arbeit „Über eine mit den Grundlagen des Flugproblems in Beziehung stehende zweidimensionale Strömung“ die Potentialströmung quer zu einer unendlich langen Platte für verschiedene Neigungen der Platte gegen die Parallelströmung im Unendlichen. Ihr wird eine Zirkulationsströmung um die Platte überlagert, deren Stärke aus der Bedingung folgt, daß am Profildende die Abströmgeschwindigkeit endlich bleibt. Dieser Potentialströmung entspricht kein Widerstand des Profils, wohl aber ein Auftrieb, der proportional der Stärke der Zirkulationsströmung ist. Letztere hängt von der Form des Profils und dessen Neigung gegen die Strömung ab. Dieses Ergebnis kommt in der für die Flugtechnik grundlegenden Formel von Kutta-Joukowsky zum Ausdruck, die Kutta als erster 1902 in seiner Habilitationsschrift an der Techn. Hochschule München veröffentlicht hat und die unabhängig davon und auf anderem Wege von Joukowsky 1906 veröffentlicht worden ist.

Eine Fortsetzung der Akademiearbeit aus dem Jahr 1910 bildet die Arbeit von Kutta (1911) „Über ebene Cirkulationsströmungen nebst flugtechnischen Anwendungen“, in der die ebene Strömung um sichelförmige Konturen, dünne ebene und gewölbte und auch übereinander angeordnete Platten theoretisch untersucht und der Auftrieb berechnet wurde.

Neben diesen beiden, für die Entwicklung der Strömungslehre bedeutungsvollen Arbeiten von Kutta sind noch die folgenden Arbeiten zur Strömungslehre in den Schriften der Akademie in den ersten zwei Jahrzehnten unseres Jahrhunderts herausgekommen:

1911, *Gans* (vorgelegt von A. SOMMERFELD), „*Wie fallen Stäbe und Scheiben in einer reibenden Flüssigkeit?*“, worin die bekannte Formel von Stokes für den Widerstand von Kugeln in strömender Flüssigkeit auf Stäbe und Scheiben erweitert wird.

1913 zeigt *L. Föppl* in der von S. Finsterwalder vorgelegten Arbeit „*Wirbelbewegung hinter einem Kreiszyylinder*“, wie sich ein Wirbelpaar beim Anfahren eines kreiszylindrischen Körpers in einer Flüssigkeit in Richtung senkrecht zur Zylinderachse hinter dem Kreiszyylinder ausbildet und daß die symmetrische Gleichgewichtslage des Wirbelpaares instabil ist und zu einer beiderseits des Zylinders abwechselnden Ausbildung weiterer Einzelwirbel führt, die ihrerseits die bekannte Kármánsche Wirbelstraße aufbauen. Angeregt wurde diese theoretische Arbeit durch Versuche von Rubach, die der Verfasser im Institut von Prof. Prandtl (Göttingen) von ihren Anfängen an verfolgt hatte.

In der damaligen Zeit bewegte die Frage, weshalb eine laminare Flüssigkeitsströmung wie z. B. die Poiseuille-Strömung in einem geraden Rohr beim Überschreiten einer bestimmten Höhe der Reynoldsen Zahl instabil wird und in eine turbulente Strömung übergeht, zahlreiche Gelehrte. In den Akademieschriften kommt dieses Streben, ohne daß die Schwierigkeiten überwunden werden konnten, in folgenden zwei Arbeiten zum Ausdruck:

1913, *Fritz Nöther* (vorgelegt von A. Sommerfeld), „*Über die Entstehung einer turbulenten Flüssigkeitsbewegung*“ und in

1913, *O. Blumenthal* (vorgelegt von A. Sommerfeld), „*Zum Turbulenzproblem*“.

Die Weiterentwicklung der Strömungslehre kommt zunächst in den Akademieschriften durch Arbeiten von M. Lagally (vorgelegt von S. Finsterwalder) zu Geltung:

1914, *M. Lagally*, „*Systeme von Potentialflächen und Stromflächen*“. Drei zu einer räumlichen Potentialströmung gehörige Flächensysteme können den Raum so in Zellen einteilen, daß deren Erstreckung in Richtung der Strömung überall proportional ihrem Querschnitt senkrecht hierzu ist, eine Eigenschaft, die als Erweiterung der quadratischen Einteilung durch Potentiallinien und Stromlinien einer ebenen Strömung auf den Raum erscheint.

1915, *M. Lagally*, „*Über die Bewegung einzelner Wirbel in einer strömenden Flüssigkeit*“. Während HELMHOLTZ und KIRCHHOFF Wirbel nur in einer sonst ruhenden, unendlich ausgedehnten Flüssigkeit untersucht haben, wird hier eine Bewegung der Flüssigkeit zugelassen und außerdem der Raum der Flüssigkeit teilweise begrenzt.

1915, *M. Lagally*, „*Zur Theorie der Wirbelschichten*“. Durch periodische Störungen kann sich eine Wirbelschicht in Einzelwirbel auflösen.

1921, *M. Lagally*, „Über den Druck einer strömenden Flüssigkeit auf eine geschlossene Fläche“. Im allgemeinen läßt sich die auf eine geschlossene Fläche von der Flüssigkeit ausgeübte Druckkraft nach Größe und Richtung aus den in der Flüssigkeit vorhandenen Quellen und Wirbeln ableiten. Die Formel von Kutta-Joukowsky stellt nur einen Sonderfall der von Lagally allgemein abgeleiteten Sätze dar.

Eine Ergänzung zu der Arbeit von *M. Lagally* gab *H. Liebmann*:

1922, „*Die Lagallysche Formel für den Flüssigkeitsdruck*“. Es wird eine einfache Ableitung dieser Formel gegeben und außerdem das auf die geschlossene Fläche von der Flüssigkeit ausgeübte Moment berechnet.

Nach einer längeren Pause kommt die Strömungslehre erst wieder nach der Wahl von *WALTHER KAUFMANN* zum Akademiemitglied (1940) zur Geltung, der verschiedene Arbeiten in den Schriften der Akademie veröffentlichte.

4. GRUPPE: SONSTIGE ARBEITEN ÜBER MECHANIK

An Arbeiten auf dem Gebiet der Mechanik, die sich nicht in eine der ersten drei Gruppen einreihen lassen, sind die folgenden zu nennen:

1889, *F. Lindemann*, „Über die Drehung eines starren Körpers um seinen Schwerpunkt.“ Es werden in dieser Arbeit die Eulerschen Gleichungen, bezogen auf ein im Körper festes Koordinatensystem, integriert. Die Lösung führt im allgemeinen Fall des dreiachsigen Trägheitsellipsoides auf elliptische Funktionen.

1899 und 1901, *K. Koch* und *C. Cranz* (vorgelegt von *F. Lindemann*), „*Untersuchungen über Vibration des Gewehrlaufes*“ (in den Abhandlungen erschienen). Das Gewehr führt beim Schuß Schwingungen aus, die die Neigung der Geschoßbahn beim Austritt des Geschosses aus dem Gewehrlauf gegenüber der Visierlinie beeinflussen. Diese Schwingungen werden durch Momentaufnahmen der Bewegung einzelner Punkte des Gewehrlaufes beim Abschuß und unmittelbar danach photographisch ermittelt. Die beobachteten Schwingungen konnten mit Hilfe der Grundschwingung und der ersten Oberschwingungen des Gewehrlaufes theoretisch einwandfrei gedeutet werden. Während in der ersten Arbeit nur die vertikalen Schwingungen des Gewehrlaufes untersucht worden sind, ist in der zweiten Arbeit von 1901 die Untersuchung auch auf die horizontalen Schwingungen ausgedehnt worden. Es zeigte sich, daß die einzelnen Punkte des Gewehrlaufes beim Abschuß und unmittelbar danach elliptische Schwingungen ausführen.

1903, *S. Finsterwalder* (s. die Beiträge „*Mathematik*“, S. 34 und „*Topographie*“, S. 65), „*Bemerkungen zur Analogie zwischen Aufgaben der Ausgleichsrechnung und solchen der Statik*“. Geometrische Aufgaben

der Ausgleichsrechnung, die auf die Bedingung zurückgeführt werden können, daß die Summe der Quadrate gewisser Abstände zum Minimum wird, lassen sich mit statischen Gleichgewichtsaufgaben vergleichen, in denen die Abstände durch elastische Fäden ersetzt werden. Aus dem Castiglianoschen Satz vom Minimum der Formänderungsarbeit folgt der Minimumsatz der Ausgleichsrechnung.

1904, A. Föppl, „Über einen Kreiselversuch zur Messung der Umdrehgeschwindigkeit der Erde“. Es wurde ein an drei langen Drähten im Schwerpunkt aufgehängtes Schwungrad mit zwei Schwungmassen, deren Achsen in der horizontalen Ebene in die Ost-West-Richtung fallen, durch elektrischen Strom in Drehung versetzt. Mit zunehmender Winkelgeschwindigkeit des Schwungrades weicht die Schwungradachse immer weiter von ihrer ursprünglichen Lage ab in dem Bestreben, die Nord-Süd-Richtung einzunehmen, woran sie aber durch die Aufhängedrähte, die dabei auf Torsion beansprucht werden, gehindert wird. Es stellt sich die Schwungradachse unter einem bestimmten Winkel zwischen der Ost-West und der Nord-Süd-Richtung ein, der aus der Kreiseltheorie sich berechnen läßt. In diese Gleichung geht neben der Winkelgeschwindigkeit des Schwungrades, das als Kreisel wirkt, auch die Winkelgeschwindigkeit der Erde ein, die sich aus dem gemessenen Ausschlag des Schwungrades ziemlich genau berechnen läßt. Das Experiment wurde zum Vorläufer des Kreiselkompasses, bei dem das Schwungrad nicht an Drähten aufgehängt wird, sondern in einem Gehäuse gelagert ist, das in einem Quecksilberbad schwimmt, so daß sich der Einstellung der Schwungradachse in die Nord-Süd-Richtung kein Widerstand entgegensetzt.

Außer durch die in den vorhergehenden vier Teilen aufgeführten Akademie-Veröffentlichungen haben die in diesen Teilen gewürdigten Akademiemitglieder auch durch Veröffentlichungen in Fachzeitschriften und Jahrbüchern Anteil an der Entwicklung der Mechanik gehabt, ja, dieser Anteil war vielfach größer als die Wirkung durch die Akademie-Schriften. Doch soll hierauf nicht näher eingegangen werden.