

# Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften

zu München

---

1922. Heft I

Januar- bis März-sitzung

---

München 1922

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

in Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth)

Abhandlung von al-Faḍl b. Ḥātim an-Nairizī:

## Über die Richtung der Qibla

(Arab. Hdschr. Nr. 2457, 17<sup>o</sup> der Bibl. nat. in Paris)

übersetzt und erläutert von C. Schoy in Essen a. d. R.

Vorgelegt von S. Günther in der Sitzung am 4. Februar 1922.

Schon wiederholt bestätigte sich meine Vermutung, daß das Studium der Abhandlungen arabischer Astronomen über die Bestimmung des Azimuts der Qibla tiefere Einblicke in ihre trigonometrischen Praktiken gewährt, als die Behandlung alltäglicherer Aufgaben der sphärischen Astronomie, wie man ihnen in den astronomischen Tafelwerken (ziğât) der Araber gewöhnlich begegnet. So findet sich z. B. in den Ḥākimitischen Tafeln des Ibn Jūnus († 1009) für die Bestimmung der Qiblarichtung ein Text, dessen Umsetzung in unsere Formelsprache genau den Kosinus- und Sinussatz der sphärischen Trigonometrie ergibt<sup>1)</sup>, während man aus der rein konstruktiven Behandlung unserer Aufgabe durch Ibn al-Haitam (Alhazen) sofort den sog. Kotangentensatz der sphärischen Trigonometrie ablesen kann<sup>2)</sup>.

Und als nicht minder wertvoll für die Geschichte der arabischen Trigonometrie erwies sich die Lektüre des vorstehenden hübschen Schriftchens. Denn es zeigte sich, daß

<sup>1)</sup> Mscr. Huntington 331, Oxford, S. 67 ff.

<sup>2)</sup> Abhandlung des al-Ḥasan ibn al-Ḥasan ibn al-Haitam (Alhazen) über die Bestimmung der Richtung der Qibla. Nach d. Oxford Mscr. Selden, Arch. A 34, aus dem Arab. übers. von C. Schoy (Ztschr. d. Deutsch. Morgenl. Gesellsch. 1921, S. 242—254).

an-Nairizi (Anaritius) die auf sphärische Dreiecke übertragenen Transversalensätze des Menelaos bereits in rein trigonometrischer Form anwendet, und zwar sowohl die „Regel der 4 Größen“, als auch die sog. „Schattenregel“ der Araber<sup>1)</sup> (Tangentensatz). Über diese 2 Regeln liest man bei A. von Braunmühl<sup>2)</sup>: „Als Quelle für beide Sätze haben wir schon früher die Sphärik des Menelaus nachgewiesen. Während wir aber vermuten, daß das erste Theorem bereits im Besitze Tābits (gemeint ist Tābit ibn Qorra † 901) war, ist das zweite unstreitig Abū'l Wafā's Eigentum.“

Da Anaritius († 922/23) ein Zeitgenosse al-Battānis († 929) war, so ist er gegenüber Abū'l Wafā' († 998) der Prior, und die erste Kenntnis der „Schattenregel“ muß in der arabischen Trigonometrie um eine Anzahl Jahrzehnte vor-datiert werden.

Über die näheren Lebensumstände unseres Gelehrten weiß man so gut wie nichts. Er stammte aus dem persischen Städtchen Nairiz, südöstlich von Schirāz und hat später wohl in Bagdād gelebt. Über seine Werke unterrichtet Suters treffliche Abhandlung: „Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke“, Leipzig 1900, S. 45. Dazu wäre zu vergleichen: M. Curtze, „Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii ex interpr. Gherardi Cremonensis, Leipzig 1899, S. VIII.

Der Übersichtlichkeit halber möchte ich zuerst eine kurze Darstellung geben, wie an-Nairizi das Azimut der Qibla ermittelt hat, sodann die wörtliche Übersetzung des arabischen Textes (ohne Auslassungen) folgen lassen, und den Schluß des Ganzen soll die Anfügung einer geographischen Tafel des Ibn aš-Šāṭir (1304—1375/76) bilden, die außer den geographischen

<sup>1)</sup> A. von Braunmühl: Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie I, Leipzig 1900, S. 17, 58, 67). Vgl. auch die treffliche Abhandlung von Axel Anton Björnbo: Studien über Menelaos' Sphärik (Abhandlungen z. Geschichte d. mathemat. Wissenschaften, XIV. Heft, 1902, S. 89—95).

<sup>2)</sup> A. a. O., S. 58.

Koordinaten einer Anzahl bekannter Ortlichkeiten islâmischer Länder, auch deren Qiblarichtung enthält. Ich habe diese Daten dem arab. Codex 1403 (Gotha) entnommen (S. 72a—75b).

I.  $A$  (Bagdâd) sei Kartenmittelpunkt, und von  $A$  aus soll die Richtung der Qibla ( $= \angle \alpha$ ) bz. Mekka ( $G$ ) berechnet werden. Die geographischen Breiten von Bagdâd und Mekka seien bzw.  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ ; sie werden bei der Ermittlung von  $\alpha$  natürlich als bekannt vorausgesetzt, wie auch der Längenschied  $\lambda$  der beiden Orte. Und zwar lehrt Anaritius:  $\varphi_1 = 33^\circ 25'$ ;  $\varphi_2 = 21^\circ 41'$ ;  $\lambda = 3^\circ 1'$ .  $T$  sei der Nordpol der Erde und  $AC$  der Äquator. Der Kreis  $ABCD$  mit  $A$  als Mittelpunkt stellt den Horizont von Bagdâd dar und Linie  $DTAB$  den Meridian daselbst. Der Meridian von Mekka ist  $TGUK$ . Zieht man jetzt noch durch Bagdâd und Mekka den Großkreis (Quadranten)  $AGL$ , so bildet er mit dem Meridian von Bagdâd den  $\angle \alpha$ , der die Blickrichtung von Bagdâd nach Mekka, d. i. das Azimut der Qibla, in Bagdâd bestimmt. Winkel  $\alpha$  heißt der Inḥirâf (Abweichung, Deklination) der Qibla. Nach unserem Autor gilt:

$$\frac{\sin BT}{\sin BH} = \frac{\sin KT}{\sin KU} \cdot \frac{\sin AU}{\sin AH}. \quad \text{I)}$$

1) Statt  $5^\circ$ . Diese um rund  $2^\circ$  zu geringe Längendifferenz zwischen Bagdâd und Mekka findet man bei sehr vielen arab. Autoren. Viel genauer sind dagegen die Breitenangaben für die beiden Städte. Die Breite Bagdâds haben die Söhne des Mûsâ b. Šâkir am 17. Juni und am 16. Dezember 868 zu  $33^\circ 20'$  bestimmt und zwar die Breite der Bâb at-Tâq, an der ihre Wohnung lag. [Hâkimitische Tafeln, Leidener Mscr. Nr. 143, S. 222/23.] Dieser Wert ist bis zur Bogenminute genau. Man begegnet bei den Angaben für  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  keinen ganz übereinstimmenden Werten in arabischen Tafelwerken. Es finden sich dafür bei

al-Battânî:  $\varphi_1 = 33^\circ 9'$ ;  $\varphi_2 = 21^\circ 40'$ ,

Abû'l Wafâ':  $\varphi_1 = 34^\circ 19'$ ;  $\varphi_2 = 22^\circ$ ,

Ibn Jûnus:  $\varphi_1 = 33^\circ 20'$ ;  $\varphi_2 = 21^\circ$ ,

Abû'l Ḥasan:  $\varphi_1 = 33^\circ 15'$ ;  $\varphi_2 = 21^\circ$ ,

(v. Marroko)

Ibn aš-Šâtir:  $\varphi_1 = 33^\circ 25'$ ;  $\varphi_2 = 21^\circ 30'$

Ulûğ Beg:  $\varphi_1 = 33^\circ 25'$ ;  $\varphi_2 = 21^\circ 40'$ .

Dabei ist:  $BT = 180^\circ - \varphi_1$ ;  $BH = 90^\circ - \varphi_1$ ;  $AU = 90^\circ - UH = 90^\circ - \lambda$ ;  $AH = TH = 90^\circ$ .

Unbekannt sind die Bögen  $KT$  und  $KU$ ; es besteht aber zwischen ihnen die Beziehung  $KT = 90^\circ + KU$ . Somit läßt sich  $KU$  berechnen. Denn I. vereinfacht sich zu

$$\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} = \frac{\cos KU}{\sin KU} \cdot \frac{\cos \lambda}{\sin 90^\circ},$$

und diese Gleichung lehrt Anaritius. Sie ist mit der „Schattenregel“ identisch. Wir würden zur Berechnung von  $KU$  schreiben

$$\cotg KU = \tan \varphi_1 \cdot \frac{\sin 90^\circ}{\cos \lambda}. \quad \text{I a)}$$

Allein der Autor besaß wohl keine Tangententafel (Schattentabelle), die geeignet war zur Berechnung von  $\text{arc } KU$  aus I a). Vielmehr leitet er aus der „Schattenregel“ zum Gebrauch seiner Sinustafel ab:

$$\sin KU = 1 : \sqrt{1 + \left( \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} \cdot \frac{1}{\cos \lambda} \right)^2}. \quad \text{II)}$$

Hieraus wird  $\text{arc } KU$  gefunden. Ich füge in Klammer den genauen Wert zu an-Nairizis Resultat jeweils hinzu. Es ist nach des Autors Rechnung:

$$KU = \text{angrenzender 1. Bogen} = 56^\circ 24' 8'' [56^\circ 32' 49.91].$$

An-Nairizî lehrt ferner:

$$\frac{\sin TH}{\sin BH} = \frac{\sin UT}{\sin KU} \cdot \frac{\sin AK}{\sin AB}. \quad \text{III)}$$

Und da  $TH = UT = AB = 90^\circ$ ;  $BH = 90^\circ - \varphi_1$  ist, so ergibt sich aus III):

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin (90^\circ - \varphi_1)} = \frac{\sin AK}{\sin KU}, \quad \text{IV)}$$

und dies ist die „Regel der 4 Größen“, die der Autor zur Berechnung von  $\text{arc } AK$  umformt in

$$\sin AK = \frac{\sin 90^\circ \cdot \sin KU}{\cos \varphi_1}. \quad \text{IV a)}$$

Aus IVa) findet Anaritius:

$$AK = \text{Ergänzung des abgeschnittenen 1. Bogens} \\ = 86^{\circ} 12' 15'' [88^{\circ} 20' 48.3],$$

$$BK = \text{abgeschnittener 1. Bogen} = 3^{\circ} 47' 45'' [1^{\circ} 39' 11.7].$$

Alsdann berechnet der Autor  $\text{arc } LG$  und dessen Ergänzung zu  $90^{\circ}$ ,  $\text{arc } \Delta G$  mit Hilfe der Gleichung:

$$\frac{\sin BT}{\sin \Delta B} = \frac{\sin TK}{\sin GK} \cdot \frac{\sin LG}{\sin \Delta L}. \quad \text{V)}$$

Und da

$$BT = 180^{\circ} - \varphi_1; \Delta B = 90^{\circ}; TK = 90^{\circ} + KU;$$

$$GK = \varphi_2 + KU; \Delta L = 90^{\circ}$$

ist, so vereinfacht sich V) zu

$$\sin \varphi_1 = \frac{\cos KU \cdot \sin LG}{\sin (\varphi_2 + KU)},$$

welch letzterer Ausdruck nach  $\sin LG$  aufgelöst wird; denn Anaritius lehrt:

$$\sin LG = \frac{\sin \varphi_1 \cdot \sin (\varphi_2 + KU)}{\cos KU}. \quad \text{Va)}$$

Es finden sich für  $\text{arc } LG$  und  $\text{arc } \Delta G$  folgende Werte:

$$LG = \text{angrenzender 2. Bogen} = 76^{\circ} 50' [77^{\circ} 58' 15''],$$

$$\Delta G = \text{abgeschnittener 2. Bogen} = 13^{\circ} 10' [12^{\circ} 1' 45''].$$

Endlich findet er  $\angle \alpha = \text{arc } LB$  mittels der Gleichung

$$\frac{\sin LB}{\sin KB} = \frac{\sin \Delta L}{\sin \Delta G} \cdot \frac{\sin TG}{\sin TK}. \quad \text{VI)}$$

Dabei ist

$$KB = 3^{\circ} 47' 45'' [1^{\circ} 39' 11.7]; \Delta L = 90^{\circ};$$

$$\Delta G = 13^{\circ} 10' [12^{\circ} 1' 45'']; TG = 90^{\circ} - \varphi_2; TK = 90^{\circ} + KU.$$

So wird denn VI) zu

$$\sin LB = \frac{\sin 3^{\circ} 47' 45'' \cdot \sin 90^{\circ}}{\sin 13^{\circ} 10'} \cdot \frac{\cos 21^{\circ} 41'}{\cos 56^{\circ} 24' 8''}, \quad \text{VIa)}$$

woraus an-Nairizi folgert:

$$LB = 29^{\circ} 7' [13^{\circ} 29' 40.7].$$

Dieser große Fehler — aus VIa) resultiert nämlich mit den Zahlen des Autors rund  $29^{\circ} 12'$  — rührt zur Hauptsache aus dem gänzlich falschen Werte für  $KB$  her.

Auch Abû'l Wafâ' löst in seinem *Almagest*, der sich als arab. Mscr. 2494 in der Bibl. nat. zu Paris befindet, die Aufgabe, das Azimut der Qibla für Bagdâd zu berechnen. Ich habe seine Lösung in meine „Arabische Sonnenuhrkunde“ [Teil des Werkes „Geschichte der Zeitmessung und der Uhren“ von E. von Bassermann-Jordan, München 1922] aufgenommen (Mscr. 2494 der Bibl. nat.<sup>1)</sup>, S. 67<sup>a</sup>). Hier sollen nur einige Zahlenangaben gemacht werden. Es ist nach Abû'l Wafâ':

$$\begin{aligned}\sin \lambda &= 3' 8'' 24''' 34^{IV}, \text{ also } \lambda = 3^{\circ}, \\ \cos \varphi_2 &= 55' 37'' 51''' 43^{IV}, \text{ „ } \varphi_2 = 22^{\circ}, \\ \sin \Delta G &= 12' 51'' 57''', \text{ „ } \Delta G = 12^{\circ} 23', \\ \sin \alpha &= 13' 49'' 9''' 19^{IV}, \text{ „ } \alpha = 13^{\circ} 49' 15'' 55''',\end{aligned}$$

woraus man ersieht, daß die rechnerischen Hilfsmittel des Abû'l Wafâ' ungleich vollkommener waren als die des an-Nairîzi. Die Breite Bagdâds kommt bei Abû'l Wafâ' nicht vor, statt dessen gibt er  $\Delta G$  an. Aus seinen Daten würde für  $\varphi_1$  der Wert  $34^{\circ} 19'$  folgen.

## II. Übersetzung des arabischen Textes.

S. 78<sup>v</sup>

„Im Namen Gottes des barmherzigen Erbarmers!

Abhandlung von al-Fadl ben Hâtim an-Nairîzi  
über die Richtung der Qibla.

Es werde die Ausführung für Medinat as-Salâm (Bagdâd) gemacht. Wir verzeichnen zuerst für Medinat as-Salâm<sup>2)</sup> den Horizontkreis  $ABCD$  mit dem Mittelpunkt  $H$ . Es möge ferner

<sup>1)</sup> Die trefflichen trigonometrischen Leistungen Abû'l Wafâ's stehen im I. Buch seines *Almagest*. Ihre Kenntnis verdanken wir einer Studie Carra de Vauxs, die er durch Analyse des obigen Pariser arab. Msers. vor 30 Jahren gab (vgl. *Journal asiatique* 1892, S. 408—472). Die trigonometrischen Anwendungen hingegen stehen im II. Buch des *Almagest*, und es wäre sehr erwünscht, daß Herr Baron Carra de Vaux auch hieraus das Wichtigste publizierte.

<sup>2)</sup> Die Handschr. hat nur selten Salâm, meist Silm.

Punkt  $A$  der Anfangspunkt des Äquators (Beginn des Widders und der Wage) sein und  $C$  sein Schlußpunkt. Der Äquator sei  $CHA$  und der halbe Meridian von Medinat as-Salâm  $BHD$ . Punkt  $A$  sei das Zenit von Medinat as-Salâm, während  $G$  das Zenit der Bewohner Mekkas bedeute.  $T$  sei der Nordpol. Ein (größter) Kreis durch ihn und  $G$  schneidet den Bogen  $TGUK$  aus, und arc  $HU$  ist die Längendifferenz, die sich bezüglich Bagdâds (und Mekkas) auf 3 Längengrade beläuft. Das ist ein bekannter Bogen. Damit ist auch arc  $UA$  gegeben als Ergänzung des Bogens  $HU$  zu  $90^\circ$ . Bogen  $TGUK$  ist ein Stück des Meridians von Mekka. Er ist unbekannt, und deshalb wollen wir ihn ermitteln. Wir ziehen durch die beiden Punkte  $G$  und  $A$  den Viertelkreis  $LGA$ , und das zeigt, daß as-salât<sup>1)</sup> (Gebetskreis<sup>2)</sup>) in Medinat as-Salâm der untere Teil eines Quadranten ist. Es möge jener Teil (Abschnitt) die Punkte der beiden Horizonte passieren, d. h. die Ebene  $AGL$  senkrecht auf den zwei Horizonten stehen. Wir wollen jetzt in Erfahrung bringen, wie wir den Bogen  $BL$  des Horizontkreises kennen lernen; falls wir ihn ermittelt haben, kennen wir das Azimut der Qibla.

Da zwischen den zwei Bögen  $TB$  und  $AB$  die Bögen  $TGUK$  und  $HUA$  sich in  $U$  schneiden, so ist

$$\frac{\sin TB}{\sin BH} = \frac{\sin TK}{\sin KU} \cdot \frac{\sin UA}{\sin HA}^2).$$

Arc  $BH$  ist der Betrag der Höhe des Beginns des Widders und der Wage (Äquatorhöhe = Ergänzung der geogr. Breite Bagdâds zu  $90^\circ$ ). Es sind also auch die beiden Bögen  $TB$  und  $AH$  bekannt. Auch arc  $AUH$  ist gegeben; es ist arc  $AH = 90^\circ$ . Was aber einen jeden der 2 Bögen  $TK$  und  $UK$  anbetrifft, so sind beide unbekannt; aber der Überschuß des Bogens  $TK$  über  $UT$  hinaus ist bekannt und  $= 90^\circ$ , und so wird arc  $UK$  bekannt in der Weise, wie ich es jetzt beschreibe:

<sup>1)</sup> as-salât heißt das Gebet; es kann hier aber nur arc  $AG$  gemeint sein.

<sup>2)</sup> Natürlich stehen die Formeln in Worten da. Die multiplikative Verbindung des Verhältnisses  $\sin UA : \sin HA$  mit dem Vorhergehenden ist durch „mu'allif“ ausgedrückt.

### Kapitel über die Berechnung des Bogens $UK$ .

Wir nennen ihn den angrenzenden 1. Bogen. Wir teilen den Sinus des Bogens  $\angle H$ , der gleich dem Sinus der Breite von Medinat as-Salâm ist, durch den Sinus  $55^p$ , d. i. der Wert des Sinus der Ergänzung (Kosinus) der Breite von Bagdâd zu  $90^\circ$ . Was sich ergibt, nennen wir das Verhältniß  $I/II$ . Darauf teilen wir den Kosinus der Längendifferenz, ich meine der Differenz der Länge Bagdâds vom Westen gezählt mit der Länge Mekkas, durch Sinus totus ( $\sin 90^\circ$ ), und was aus der Teilung entfließt, nennen wir  $V/VI$ . Nunmehr teilen wir  $I/II$  durch  $V/VI$ , und was hieraus resultiert, nennen wir  $III/IV$ . Wir erheben jetzt  $III/IV$  ins Quadrat. Das Quadrat vermehren wir um 1 und ziehen alsdann die Quadratwurzel aus der Summe. Mit der Wurzel, welche wir genommen haben, teilen wir in  $\sin \cdot \text{tot} \cdot (= 60^p)$ , und was sich aus der Teilung ergibt, ist der Sinus des angrenzenden Bogens. Wir machen ihn zu Bogen, und was wir als Bogen erhalten, das ist der angrenzende 1. Bogen  $UK$ .

### Kapitel über die Berechnung der Bögen $KA$ und $KB$ .

S. 78r Es ist

$$\frac{\sin TH}{\sin HB} = \frac{\sin TU}{\sin UK} \cdot \frac{\sin AK}{\sin AB}.$$

Da jeder eine der zwei Bögen  $TH$  und  $TU = 90^\circ$  ist, so wird gerade

$$\frac{\sin UK}{\sin HB} = \frac{\sin AK}{\sin AB}.$$

Wir multiplizieren (also)  $\sin UK$ , welches der Sinus des angrenzenden 1. Bogens ist, mit  $\sin AB$ , dem  $\sin \cdot \text{tot} \cdot$ , und teilen das Produkt durch  $\sin HB$ , d. i. der Cosinus der Breite des Ortes; alsdann ist das Ergebnis der Teilung gleich  $\sin AK$ , und (damit) ist Bogen  $AK$  bekannt; es bleibt noch Bogen  $KB$  (zu ermitteln). Wir ziehen  $\text{arc } AK$  von  $90^\circ$  ab, und es ist (der Rest)  $KB$  der abgeschnittene 1. Bogen.

## Kapitel über die Berechnung des abgeschnittenen 1. Bogens<sup>1)</sup>.

Wir multiplizieren den Sinus des angrenzenden 1. Bogens mit  $\sin. tot.$  und teilen das Ergebnis durch den Kosinus der Ortsbreite. Was aus der Teilung herauskommt, machen wir zu Bogen, und jener Bogen ist die Ergänzung des abgeschnittenen 1. Bogens.

### Kapitel über die Kenntnis des Bogens $\Delta G$ .

$$\text{Es ist} \quad \frac{\sin BT}{\sin \Delta B} = \frac{\sin TK}{\sin GK} \cdot \frac{\sin LG}{\sin \Delta L},$$

und weil der 2. Bogen gleich dem 6. ist, welche beiden Bögen aber  $\Delta B$  und  $\Delta L$  sind, so wird das Verhältnis des Sinus des 1. Bogens  $BT$  zum 5., nämlich  $LG$ , wie das Verhältnis vom Sinus des Bogens  $TK$  zu dem Sinus von  $GK$ , dem 4. Wir multiplizieren den Sinus des 1. Bogens, d. i.  $\sin BT$ , mit  $\sin GK$ , welcher Bogen ( $GK$ ) aus dem angrenzenden Bogen und dem Bogen  $GU$ , d. i. der Breite Mekkas, zusammengesetzt ist, und wir teilen das Produkt durch  $\sin TK$ ; was aus der Teilung herauskommt, ist gleich  $\sin LG$ . Damit wird  $\text{arc } LG$  bekannt und infolgedessen auch  $\text{arc } \Delta G$ . Wir nennen Bogen  $LG$  den angrenzenden 2. Bogen; was aber Bogen  $\Delta G$  anbetrifft, so ist er der abgeschnittene 2. Bogen.

### Kapitel über die Berechnung des angrenzenden 2. und des abgeschnittenen 2. Bogens.

Wir multiplizieren den Sinus der Ortsbreite mit dem Sinus der Summe des angrenzenden 1. Bogens und des Bogens der Breite Mekkas. Was aus dieser Multiplikation hervorgeht, teilen wir durch den Kosinus des angrenzenden 1. Bogens. Das Resultat verwandeln wir in Bogen, und der erlangte Bogen ist der angrenzende 2. Bogen. Wir ziehen ihn von  $90^\circ$  ab; der Rest ist der abgeschnittene 2. Bogen.

<sup>1)</sup> Dies Kapitel lehrt im Vergleich zum vorhergehenden eigentlich nichts Neues.

### Kapitel über die Kenntniss des Azimuts, d. i. des Bogens $LB$ .

$$\text{Es ist} \quad \frac{\sin LB}{\sin KB} = \frac{\sin AL}{\sin AG} \cdot \frac{\sin TG}{\sin KT},$$

und es ist ein jeder der Bögen, außer dem 1. bekannt, und er ergibt sich aus den anderen.

### Kapitel über seine Berechnung,

ich meine des Azimutbogens zwischen der Mittagslinie, bis zu dem, was an den Westen von Medinat as-Salâm grenzt, und so wächst die Länge einer jeden Stadt bz. der Länge Mekkas von Westen an. Wir multiplizieren den Sinus des 1. angrenzenden Bogens mit sin. tot. und teilen das Produkt durch den Sinus des 2. abgeschnittenen Bogens. Was aus der Division s. 79<sup>r</sup> hervorgeht, multiplizieren wir mit dem Kosinus der Breite Mekkas, und was sich aus dieser Multiplikation ergibt, das dividieren wir durch den Kosinus des angrenzenden 1. Bogens. Was aus dieser Division hervorgeht, machen wir zu Bogen, und der sich ergebende Bogen ist das oben erwähnte Azimut.

### Zahlenbeispiel.

Dieser äußersten Grenze (der Genauigkeit?) nahe zu kommen ist mir nicht möglich, falls ich eine Beobachtung mache wie jene berühmten Astronomen<sup>1)</sup>. Trotzdem habe auch ich den Wert der Längendifferenz zwischen Mekka und Medinat as-Salâm durch Beobachtung festgestellt. Da diese Beobachtung sich auf eine bevorstehende Mondfinsternis stützt, so muß einer der Beobachter in Medinat as-Salâm, der zweite in Mekka sein, und es muß jeder eine von ihnen den Teil der Nacht wissen, der seit Beginn der Verfinsterung schon verflossen ist, sei es bei dem Eintritt ihrer Totalität, sei es bei ihrer vollendeten Entartung<sup>2)</sup>. Alsdann findet sich der Unterschied der Zeiten

<sup>1)</sup> Es sind wohl die Astronomen al-Ma'mûns gemeint.

<sup>2)</sup> Der arab. Text hat „tamâm al-chilâfih“; vielleicht soll mit diesem Ausdruck das völlige Aufhören der Verfinsterung bezeichnet werden.

an den 2 Orten, ich meine der seit der Mitternacht verflossenen Zeiten. Und was das bis zur Mitternacht übrig Bleibende anbetrifft, so ist die restierende Differenz der Abstand zwischen den Meridianen. Und schon oben (ist gesagt), daß diese Differenz zwischen Medinat as-Salâm und Mekka etwa  $3^{\circ}$  ist, wie ich es geschrieben fand, in der Art, wie ich es jetzt erzähle:

Und das ist, daß der Fürst der Gläubigen, al-Ma'mûn, — möge ihn Gott zu Gnaden annehmen — es seinerseits für notwendig erachtete, das Azimut der Qibla zu verbessern. Es fand sich zwischen dem Meridian von Mekka und dem von Medinat as-Salâm ein Unterschied von rund  $3^{\circ}$ , worunter 3 Grade des Äquators zu verstehen sind; und dies ist der Wert des Bogens  $UH$ . Wir geben von der Breite von Medinat as-Salâm den Sinus an, und der ist  $= 33^{\circ} 2' 38''$  oder  $= 118958$  Sekunden  $= 7137480$  Tertien. Der Kosinus der Ortsbreite ist  $50^{\circ} 4' 54''$  oder  $= 180294$  Sekunden. Wir teilen den Sinus der Breite von Medinat as-Salâm durch den Kosinus; es folgt aus der Teilung  $39' 35'' 17''' = 142517'''$ . Wir nennen dies Teilverhältnis  $I/II$ . Der Kosinus von  $3^{\circ}$ , d. i. der Kosinus der Differenz der 2 Meridiane, ist  $59^{\circ} 55' 4''$ . Wir teilen ihn durch sin. tot., und es kommt aus der Teilung  $59' 55'' 4'''$  heraus. Das ist das Verhältnis  $V/VI$ , und es ist in Tertien ausgedrückt  $= 215704'''$ . Nunmehr teilen wir das Verhältnis  $I/II$  durch das Verhältnis  $V/VI$ , und es ergibt sich aus der Teilung für das Verhältnis  $III/IV$  das Resultat  $39' 51'' 14'''$ . Wir quadrieren diesen Wert und erhalten  $26' 28'' 14'''$ . Dies vermehren wir um  $1''$  und ziehen die Quadratwurzel aus der Summe; die Wurzel liefert  $4322'' = 1^{\circ} 12' 2''$ . Damit teilen wir in den sin. tot., aus welcher Teilung  $49^{\circ} 58' 37'' = 179417''$  hervorgeht. Und dies ist der Sinus des angrenzenden 1. Bogens, des Bogens  $KU$ . Der entsprechende Bogen  $KU$  ist  $= 56^{\circ} 24' 8''$ . Wir multiplizieren sin  $KU$  mit sin. tot. und teilen das Produkt durch den Kosinus der Ortsbreite, welcher Kosinus  $= 50^{\circ} 4' 54''$  ist. Was aus der Teilung hervorgeht, ist  $= 59^{\circ} 5' 6''$ , und s. 80<sup>v</sup> dies ist der Sinus der Ergänzung des abgeschnittenen Bogens  $= \sin KA$ . Der entsprechende Bogen ist  $= 86^{\circ} 12' 15''$ .

Die Breite Mekkas ist  $21^{\circ} 41'$ . Wir vermehren sie um den angrenzenden 1. Bogen, und es wird die Summe  $= 78^{\circ} 4' 8''$ . Der Sinus hievon ist  $58^{\circ} 42' 12''$ . Dies multiplizieren wir mit dem Sinus der Breite von Medinat as-Salâm, welcher Sinus  $= 33^{\circ} 2' 38''$  ist. Das Ergebnis der Multiplikation ist  $1939^{\circ} 46' 55''$ . Das Komplement des angrenzenden 1. Bogens ist  $33^{\circ} 35' 52''$ . Der Sinus hievon beträgt  $33^{\circ} 12' 18''$ . Wir teilen damit in das, was sich aus der 1. Multiplikation ergibt, die  $6983215''$  lieferte, nämlich mit  $112530''$ ; aus dieser Division kommt  $58^{\circ} 25' 20''$  heraus. Das ist der Sinus des angrenzenden 2. Bogens. Der entsprechende Bogen selbst ist  $= 76^{\circ} 50'$ . Wir ziehen dies von  $90^{\circ}$  ab, was übrig bleibt, ist der abgeschnittene 2. Bogen; er ist  $= 13^{\circ} 10' =$  Bogen  $AG$ .

Wir hatten den Kosinus des abgeschnittenen 1. Bogens berechnet, welcher gleich  $\sin KA = 59^{\circ} 5' 6''$  ist. Es ist also der Betrag der Ergänzung des abgeschnittenen 1. Bogens  $= 86^{\circ} 12' 15''$ , und seine Ergänzung, welche der abgeschnittene 1. Bogen selbst ist,  $= 3^{\circ} 47' 45''$ , und das ist Bogen  $KB$ . Sein Sinus ist  $3^{\circ} 57' 5''$ . Wir multiplizieren ihn mit  $\sin. tot.$  und erhalten  $237^{\circ} 56'$ . Diese Zahl teilen wir durch den Sinus des abgeschnittenen 2. Bogens, der  $= 13^{\circ} 40' 1''$  ist. Was dieser Teilung entfließt, ist  $17^{\circ} 44' 35''$ . Die Ergänzung der Breite Mekkas ist  $68^{\circ} 20'$  [genauer  $68^{\circ} 19'$ ]; der Sinus hierzu ist  $= 55^{\circ} 45' 18''$ . Wir multiplizieren ihn mit dem, was aus der Teilung herauskam, und erhalten  $959^{\circ} 42' 15''$ . Dies teilen wir durch den Kosinus des angrenzenden 1. Bogens, der  $= 33^{\circ} 12' 15''$  ist. Der sich ergebende Bogen ist  $= 29^{\circ} 7'$ . Und dies ist der Betrag des Bogens  $LB$ , der das Azimut ist, ich meine die Bogendistanz zwischen dem Südende der Mittagslinie und dem Punkte, der gen Westen liegt, genommen auf dem Horizontkreise von Medinat as-Salâm. Unter diesem Punkt ist

s. 80<sup>r</sup> as-şalât (Azimut des Gebetskreises  $AGL$ )  $= 29^{\circ} 7'$ , und das ist es, was wir beweisen wollten.“

Gerne und dankbarst erwähne ich an dieser Stelle die gütigen Hilfeleistungen zur Erlangung der Photos der kleinen Handschrift, die ich den Herren Joaquim Bensaud e (Lissabon), Baron Carra de Vaux (Paris) und Alfred Wolfer (Zürich) verdanke.

Tafel der Länge und Breite einiger bekannter Städte, sowie des Inhirāfs ihrer Qibla.

| Städte                     | Länge    | Breite  | Inhirāf  | Städte                 | Länge   | Breite  | Inhirāf |
|----------------------------|----------|---------|----------|------------------------|---------|---------|---------|
| Qubbat Arīn                | 90° 0'   | 0° 0'   | 117° 10' | Asuān                  | 55° 50' | 22° 30' | 87° 0'  |
| Insel Soqoṭra              | 67° 30'  | 9° 30'  | 176° 0'  | Asiūt                  | 55° 10' | 26° 0'  | 70° 30' |
| Donqola                    | 53° 40'  | 14° 0'  | 106° 20' | al-Fajūm               | 55° 0'  | 28° 30' | 56° 20' |
| Fās                        | 8° 0'    | 35° 30' | 90° 0'   | al-Qāhira              | 54° 40' | 30° 0'  | 55° 10' |
| Ṭanġa                      | 8° 30'   | 35° 30' | 90° 0'   | Iskenderja             | 51° 50' | 30° 58' | 58° 0'  |
| Tūnis                      | 29° 30'  | 31° 40' | 101° 30' | Damjāt                 | 53° 50' | 31° 25' | 58° 0'  |
| Siġilmēsa                  | 10° 45'  | 31° 20' | 93° 30'  | Ġaza                   | 56° 0'  | 32° 0'  | 48° 0'  |
| Zuweila                    | 19° 30'  | 30° 0'  | 90° 0'   | ʿAsqālōn               | 55° 20' | 32° 0'  | 48° 30' |
| Qorṭoba                    | 8° 40'   | 35° 0'  | 90° 0'   | ar-Ramla               | 56° 50' | 32° 40' | 42° 30' |
| Rūmia                      | 35° 35'  | 41° 50' | 63° 20'  | al-Quds aš-šarīf       | 56° 30' | 32° 0'  | 44° 30' |
| Māqīdūnjā                  | 49° 0'   | 40° 0'  | 45° 0'   | ʿAkkā                  | 58° 30' | 33° 20' | 35° 0'  |
| Qairuān                    | 31° 0'   | 32° 30' | 81° 50'  | Beirūt                 | 59° 50' | 33° 0'  | 32° 0'  |
| Tarābulus al-<br>ġarb      | 32° 20'  | 32° 30' | 78° 10'  | Tarābulus aš-<br>šām   | 59° 40' | 34° 0'  | 29° 0'  |
| Barqa                      | 43° 0'   | 32° 0'  | 68° 40'  | Dimišq al-maḥ-<br>rūsa | 60° 0'  | 33° 30' | 28° 0'  |
| Isbīlia                    | 15° 40'  | 37° 15' | 70° 30'  | Ḥoms                   | 61° 0'  | 34° 20' | 25° 40' |
| Serendīb                   | 127° 30' | 10° 0'  | 64° 30'  | Tadmur                 | 61° 40' | 35° 0'  | 22° 30' |
| ʿAden                      | 66° 30'  | 11° 0'  | 0° 0'    | aš-Šalt                | 58° 10' | 32° 50' | 30° 0'  |
| Ḥaḍramaut                  | 71° 30'  | 12° 30' | 86° 30'  | Bašrā(i)               | 60° 0'  | 32° 55' | 30° 0'  |
| Šan' ā'                    | 60° 30'  | 14° 30' | 176° 0'  | Gard ʿalā'l-saṭṭ       |         |         |         |
| Sūākin                     | 60° 0'   | 19° 0'  | 170° 0'  | Ġazīra b. ʿamr         | 56° 0'  | 34° 0'  | 39° 0'  |
| Zafār                      | 60° 0'   | 13° 30' | 177° 0'  | Qustanṭīnia            | 56° 50' | 41° 15' | 28° 40' |
| Sabā                       | 68° 0'   | 16° 30' | 168° 0'  | ar-Raqqa               | 63° 15' | 36° 0'  | 17° 30' |
| Kandi                      | 101° 30' | 19° 10' | 86° 30'  | Hit                    | 69° 0'  | 32° 30' | 9° 50'  |
| Qandahār                   | 98° 0'   | 33° 0'  | 75° 0'   | al-Ambar               | 69° 50' | 33° 15' | 14° 20' |
| Dīnawar                    | 96° 0'   | 33° 45' | 73° 0'   | Bāb al-abwāb           | 66° 0'  | 41° 40' | 3° 30'  |
| al-Manšūra                 | 95° 0'   | 35° 40' | 87° 0'   | Darenda                | 64° 50' | 39° 50' | 3° 30'  |
| Qašmīr                     | 99° 0'   | 33° 20' | 78° 0'   | Širwān                 | 67° 30' | 40° 0'  | 0° 0'   |
| Mekka al-muš-<br>rafa      | 67° 0'   | 21° 30' | 0°       | Nachičawān             | 72° 20' | 38° 30' | 15° 30' |
| al-Medīna al-<br>munāwwara | 65° 20'  | 24° 45' | 0° 0'    | Ardubid                | 73° 0'  | 37° 50' | 19° 40' |
| al-Jamāma                  | 71° 30'  | 21° 50' | 81° 30'  | Ṭābriz                 | 73° 10' | 37° 40' | 20° 30' |
| Haġar                      | 73° 30'  | 24° 55' | 53° 20'  | Marāġa                 | 73° 10' | 36° 25' | 21° 40' |
| Fuṣṭāṭ aš-ṣaḥīd            | 54° 30'  | 30° 0'  | 53° 10'  | Singār                 | 68° 0'  | 35° 0'  | 4° 40'  |

Tafel der Länge und Breite einiger bekannter Städte, sowie des Inhirāfs ihrer Qibla.

| Städte      | Länge   | Breite  | Inhirāf | Städte     | Länge   | Breite  | Inhirāf |
|-------------|---------|---------|---------|------------|---------|---------|---------|
| Ninivî      | 69° 0'  | 35° 55' | 7° 40'  | Qâšân      | 76° 0'  | 34° 0'  | 40° 30' |
| Takrit      | 69° 30' | 35° 30' | 9° 30'  | Kirmân     | 90° 0'  | 30° 0'  | 30° 40' |
| al-Kûfa     | 69° 30' | 32° 0'  | 13° 30' | Qum        | 75° 0'  | 35° 0'  | 35° 40' |
| Bagdâd      | 70° 0'  | 33° 25' | 13° 30' | Iştachr    | 75° 40' | 32° 0'  | 36° 21' |
| al-Moşul    | 69° 0'  | 35° 10' | 10° 30' | ar-Raî     | 70° 0'  | 35° 35' | 38° 10' |
| Kazwân      | 77° 0'  | 30° 0'  | 48° 0'  | Bûzğân     | 85° 0'  | 35° 20' | 54° 0'  |
| Başra       | 75° 0'  | 31° 0'  | 37° 30' | Nişabûr    | 82° 30' | 36° 20' | 96° 0'  |
| Şîrâz       | 75° 30' | 30° 0'  | 57° 30' | Berşâw     | 57° 30' | 40° 0'  | 28° 0'  |
| Wâsiţ       | 71° 30' | 32° 20' | 20° 30' | Merwarrûd  | 87° 0'  | 37° 0'  | 32° 0'  |
| al-Nahirwân | 70° 20' | 33° 25' | 13° 20' | Herâa      | 88° 40' | 36° 45' | 61° 0'  |
| ‘Abadân     | 75° 0'  | 31° 0'  | 37° 0'  | Saqrâr     | 89° 0'  | 39° 0'  | 64° 0'  |
| Işfahân     | 75° 40' | 32° 30' | 49° 21' | Qarağistân | 89° 0'  | 36° 40' | 58° 0'  |
| Hamadân     | 74° 0'  | 35° 0'  | 22° 0'  | Bulğâr     | 88° 0'  | 49° 0'  | 57° 0'  |
| Samarqand   | 88° 20' | 40° 0'  | 51° 40' | Aderbiğân  | 78° 0'  | 39° 0'  | 20° 0'  |
| Chuwârizm   | 84° 0'  | 42° 10' | 39° 0'  | Buchârâ    | 88° 0'  | 39° 0'  | 49° 0'  |
| Fergâna     | 92° 0'  | 42° 20' | 83° 0'  | Chorâsân   | 89° 30' | 40° 30' | 51° 10' |