

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

K. B. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXXIII. Jahrgang 1903.

München.

Verlag der K. Akademie.

1904.

In Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Über die Dichte und die Abhängigkeit derselben vom Druck des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft.

Von **A. Bestelmeyer** und **S. Valentiner**.

(Eingelaufen 5. Dezember.)

Eine im Wintersemester 1900/01 von Herrn Ch. M. Smith angefangene Untersuchung über das Verhältnis der spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v}$ des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft, die Fortsetzung dieser Arbeit durch den einen von uns,¹⁾ sowie endlich die Bestimmung der Änderung der inneren Reibung des Stickstoffs mit der Temperatur durch den anderen von uns²⁾ erforderte die Kenntnis der Dichte und der Abhängigkeit derselben vom Druck des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft.³⁾ Wir führten daher eine Anzahl Dichtebestimmungen bei Drucken von 16 bis 132 cm Quecksilber und Temperaturen von 81° bis 85° abs. aus. Die uns hierfür zur Verfügung stehende, sehr beschränkte Zeit gestattete leider nicht die ganze Genauigkeit anzustreben, deren die angewandte Methode fähig ist. Immerhin dürften die Mittelwerte unserer Zahlen abgesehen von einem konstanten durch die Temperatur-

1) Valentiner, vergl. Sitzungsber. dieses Heft.

2) Bestelmeyer, Dissertation, München 1903.

3) Die genannten Arbeiten wurden im physikalischen Institut der Universität München auf Veranlassung des Herrn Geheimrat Röntgen ausgeführt, der auch die ursprüngliche Anregung zu der vorliegenden, in dem gleichen Institut ausgeführten Untersuchung gegeben hat.

eichung eventuell bedingten Fehler in den Temperaturangaben auf 1 bis 2⁰/₁₀₀ zu verbürgen sein.

1. Apparat.

Wir bedienten uns zu unserer Messung eines Gasthermometers, welches in folgender Weise eingerichtet war. Die mit dem Stickstoff zu füllende Glaskugel von etwa 11 cm³ Inhalt stand durch ein zweimal rechtwinkelig gebogenes Kapillarrohr mit einer vertikalen kalibrierten Glasröhre (*a*) von etwa 1 cm² Querschnitt und 30 cm Länge in Verbindung, in welcher das Gas über Quecksilber abgeschlossen war. Nahe am Ende des Rohres führte dasselbe wasserdicht durch den Boden eines bis an den Ansatz der Kapillare reichenden Troges aus Spiegelglas, welcher während der Untersuchung mit Wasser gefüllt als Temperaturbad für das kalibrierte Rohr diente. Dieser Trog war an einem 2 m langen Stativ mit eingelegter Skala befestigt, welches auf einem Steinpfeiler des Institutes aufgestellt war. An das kalibrierte Rohr war ein etwas engeres Rohr von 80 cm Länge vertikal angeblasen, an dessen unterem Ende ein Gummischlauch angesetzt war und die Verbindung zu dem an dem Stativ verschiebbar befestigten Glasrohr (*b*) von gleicher Weite wie Rohr (*a*) herstellte. Das Ansatzrohr war deshalb eingeschaltet, damit auch bei niedrigen Drucken überall der Gummischlauch unter innerem Ueberdruck stand. Zum Auspumpen des Apparates und zum Einlassen des Stickstoffs in denselben war an der Ansatzstelle des 80 cm langen Rohres an das kalibrierte Rohr (*a*) ein enges schräg nach oben führendes Rohr angeblasen, welches 5 cm von der Ansatzstelle entfernt knieförmig nach unten gebogen und mittels Kittung mit einem Π -Stück verbunden war. Von diesem führten die durch Hähne abschliessbaren Leitungen in die Atmosphäre, zur Quecksilberluftpumpe und zum Stickstoffentwicklungsapparat. Es war notwendig jenes enge nach oben führende Kniestück anzusetzen, um eventuelle Gasbläschen, die an der Kittungsstelle¹⁾ sich fest-

¹⁾ Die Kittung war notwendig, da das Untersuchungsgefäss aus Jenaer Glas hergestellt worden war.

setzen konnten, beim Bewegen des Quecksilbers nicht in das Untersuchungsgefäß geraten zu lassen, sondern sie im Knie anzusammeln. Die Kommunikation des einen Teiles mit dem Aussenraum diente zum Ablassen von Quecksilber, wenn sich hinter dem Knie zu viel angesammelt hatte.

Anstatt die Einstellung wie üblich auf gleiches Volumen mittels Benutzung einer Marke in der Nähe der Kapillarenmündung vornehmen zu müssen, konnten wir mit Hilfe des kalibrierten Rohres bei ein und derselben Gasfüllung Dichtebestimmungen bei verschiedenen Drucken und gleicher Temperatur machen. Die Ablesung des Quecksilbermaniskus in Rohr (*a*), der abgesehen von der Druckbestimmung besonders für die Volumenbestimmung massgebend war, wurde mit einem in 3 m Entfernung auf Steinpfeiler aufgestellten Kathetometer abgelesen, wobei nicht die Kathetometerteilung benutzt wurde, sondern der Meniskus auf die Rohrteilung und diese mehrmals auf die in dem Gasthermometerstativ eingelegte Skala bezogen wurde; der Quecksilbermaniskus im Rohr (*b*) wurde an dieser Skala mit unbewaffnetem Auge und Spiegel abgelesen. Die Skala selbst wurde nach Beendigung der Messung mit einem im Institut nach einem Normalmeterstab hergestellten Massstab verglichen.

Für die Bestimmung der Gasdichte bei 0° wurde die Thermometerkugel in ein Bad von Eis und destilliertem Wasser gebracht, welches von unten her mittels Stelltischchens gehoben wurde. Das mit Eis und Wasser gefüllte Gefäß stand, um es gegen Wärmeaustausch nach aussen möglichst zu schützen, in einem Holzkasten mit Holzwole. Für die Bestimmung der Dichte bei der Temperatur der flüssigen Luft wurde von unten her ein mit flüssiger Luft gefülltes Dewar'sches Gefäß gegen die Kugel herangebracht. Es wurde darauf geachtet, dass ausser der Kugel immer ein nahezu gleich grosses Stück der Kapillare eintauchte (etwa 2,5 cm vom Ansatz der Kapillare an die Kugel). Um den Fehler infolge Unkenntnis der Temperatur in dem Teil der Kapillare, der den Übergang von der kalten zur Zimmertemperatur bildet, möglichst zu eliminieren, wurde die-

selbe, 2,9 cm vom Ansatz an der Kugel entfernt, mit 5,3 cm hoher gut anschliessender Korkhülle umgeben und in diesem Teile ein konstantes Temperaturgefälle in Rechnung gesetzt. Für den Rest der Kapillare wurde die Temperatur des das kalibrierte Rohr umgebenden Wasserbades angenommen, welches nahezu Zimmertemperatur hatte.

Die Temperatur der flüssigen Luft wurde mit Hilfe des Platinwiderstandsthermometers I unter Benutzung der Wheatstone'schen Brücke bestimmt, welches in der erwähnten Arbeit über die innere Reibung des Stickstoffs verwendet worden war.¹⁾ Der Platinwiderstand befand sich in gleicher Höhe mit der Thermometerkugel, derselben möglichst nahe, in der flüssigen Luft.

Die Temperatur des Wasserbades wurde mit Hilfe eines in zehntel Grade geteilten, geprüften Thermometers bestimmt. Die Temperatur des Quecksilbers wurde an einem neben dem 80 cm langen Rohr hängenden, in ganzen Graden geteilten Thermometer abgelesen. Endlich wurde bei jeder Beobachtung der Barometerstand berücksichtigt.

Vor Beginn der Messung wurde der Apparat mit einer automatischen Quecksilberpumpe Sprengel'schen Systems luft-leer gepumpt und 36 Stunden ausgepumpt stehen gelassen, dann mit Stickstoff gefüllt und nochmals ausgepumpt unter gleichzeitiger Erwärmung der Thermometerkugel. Danach wurde der Apparat mit Stickstoff gefüllt. Der Stickstoff war in gleicher Weise hergestellt und gereinigt worden wie in der zitierten Arbeit¹⁾ des einen von uns, einschliesslich der Ausfrierung mittels flüssiger Luft.

2. Berechnung und Genauigkeit der Versuche.

Die Berechnung der Versuche geschah nach der folgenden leicht abzuleitenden Gleichung, welche gewonnen ist durch Gleichsetzen der durch Volumen, Druck und Dichte bestimmten Masse bei 0° und bei der Temperatur der flüssigen Luft mit Berücksichtigung der betreffenden schädlichen Räume:

¹⁾ A. Bestelmeyer, Dissertation, München 1903.

$$\frac{v^{-190} \cdot \lambda_{p'}^t}{\lambda_{76}^0} = \left\{ v^0 + \frac{v_z''}{1 + at''} + \frac{v_z}{at''} \lg(1 + at'') \right\} \frac{p''}{76} \\ - \left\{ \frac{v_z'}{1 + at'} + \frac{v_z}{(t' - t)a} \lg \left(\frac{1 + at'}{1 + at} \right) \right\} \frac{p'}{76},$$

woraus $\lambda_{p'}^t$ zu berechnen ist. Hierin bedeutet:

$\lambda_{p'}^t$ die Dichte des Stickstoffs bei der Temperatur t der flüssigen Luft und dem Druck von p' cm Quecksilber.

λ_{76}^0 die Dichte des Stickstoffs bei 0° und 76 cm Quecksilber, welche bei der Ausrechnung $= 1$ gesetzt worden ist.

v^{-190} resp. v^0 das Volumen der Gasthermometerkugel bei -190° resp. 0° .

v_z', v_z'' das Volumen des mit Stickstoff gefüllten Teiles des kalibrierten Rohres (a) und der Kapillare bis zum Beginn der Korkhülle.¹⁾

v_z das Volumen der Kapillare im Kork.

t', t'' die Temperatur des Wasserbades um das Rohr (a).¹⁾

p', p'' der Druck des Gases im Gasthermometer.¹⁾

Was die Korrektionsglieder, herrührend von v_z , betrifft, so können in diesen bei der numerischen Berechnung unter den vorliegenden Verhältnissen für t' und t'' , sowie für t mittlere Temperaturen angenommen werden; da $v_z = 0.0101 \text{ cm}^3$ ist, und wenn $t' = t'' = 18.5$ und $t = -190^\circ$ gesetzt wird, so ergibt sich:

$$\frac{v_z}{at''} \lg(1 + at'') = 0.00977 \text{ cm}^3 \text{ und}$$

$$\frac{v_z}{a(t' - t)} \lg \left(\frac{1 + at'}{1 + at} \right) = 0.01666 \text{ cm}^3.$$

¹⁾ v', t' und p' beziehen sich auf die Messungen, bei welchen sich die Thermometerkugel in flüssiger Luft befand, v'', t'' und p'' auf die, bei welchen sie sich bei gleicher Stickstofffüllung des Apparates in schmelzendem Eis befand.

Nimmt man für den kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Jenaer Glases 0.000023, so ergibt sich für:

$$v^0 = 10.867 \text{ cm}^3 \text{ und} \\ v^{-190} = 10.820 \text{ cm}^3,$$

so dass sich die Dichte des Stickstoffs, bezogen auf die Dichte bei 0° und 76 cm Quecksilberdruck, aus unseren Beobachtungen mittels der Formel berechnet:

$$\lambda_{p'}^t = \frac{1}{76 \cdot 10.820} \left[\left\{ \frac{v_z''}{1 + \alpha t''} + 10.877 \right\} p'' - \left\{ \frac{v_z'}{1 + \alpha t'} + 0.017 \right\} p' \right].$$

Über die Fehlergrenze der Beobachtungen ist folgendes zu sagen. Die Auswertung des Volumens der Kugel, der Kapillare und des graduerten Rohres darf als genügend genau betrachtet werden, sie wurde mit der nötigen Sorgfalt ausgeführt.¹⁾ Fehler in der Volumenbestimmung können also nur entstanden sein durch fehlerhafte Schätzung bei Ablesung des Quecksilbermeniskus im graduerten Rohr. Es entspricht ± 0.07 mm Fehler in der Ablesung der Quecksilberhöhe einem Fehler von ungefähr $\pm 0.007 \text{ cm}^3$, d. h. es kann v_z' sowie v_z'' um $\pm 0.007 \text{ cm}^3$ falsch bestimmt sein. Dieser Fehler kann das Resultat im ungünstigsten Fall auf $\pm 0.9\%$ beeinflussen.

0.05 Fehler in der Temperaturbestimmung des Gasvolumens in dem kalibrierten Rohr (α) ergibt einen Fehler von 0.02% dieses Gasvolumens, in dem Resultat einen Fehler bis zu $\pm 0.6\%$.

λ_0 kann durch eine Temperaturabweichung der Mischung von Eis und Wasser um ± 0.05 vom Schmelzpunkt des Eises, da es proportional der absoluten Temperatur zu setzen ist, mit

¹⁾ Der Inhalt der Kugel und der Kapillare wurde durch Quecksilberfüllung bestimmt; zur Kalibrierung des Rohres in Abständen von ca. 2 cm wurden die aus einem zu diesem Zweck unten angekitteten Hahn ausfliessenden Quecksilbermengen gewogen, so dass die in den Tabellen angeführten Zahlen das Volumen des Rohres einschliesslich der Meniskus-Korrektion ergeben, wenn die Kuppe in der Höhe des betreffenden Teilstreiches steht.

einem Fehler von ± 0.0002 seines Wertes, d. h. von 0.2‰ behaftet sein.

Die relativen Angaben der Temperatur der Thermometerkugel durch den Platinwiderstand dürften auf wenige hundertstel Grade sicher sein, das bedeutet für λ_p^t für die angegebene Temperatur einen möglichen Fehler von $\pm 0.3\text{‰}$.

Die bedeutendste Fehlerquelle in den vorliegenden Messungen bildet die Druckmessung namentlich bei niederen Drucken. Der Druck wurde bestimmt durch Ablesung der Quecksilberhöhen in Rohr (a) und Rohr (b) und des Barometers. Für die Ablesung des Barometers und der mit Kathetometer abgelesenen Quecksilberhöhe darf die Fehlergrenze wie üblich zu ± 0.07 mm festgesetzt werden. Für die Ablesung des 3. Quecksilbermeniskus, welcher mit blossen Auge beobachtet wurde, muss indessen ein Fehler von ± 0.2 mm in Anrechnung gebracht werden. Die Ablesefehler der Quecksilbersäulen können also den Druck um ± 0.34 mm fälschen; hierzu können sich Fehler in der Temperaturkorrektur addieren. Nimmt man einen Temperaturunterschied der Quecksilbersäulen in beiden Schenkeln von ± 0.5 an und Fehler der gleichen Grösse in der Temperaturbestimmung des Quecksilbers im Luftthermometer und im Barometer, so kann dieser Fehler bis zu 0.16 bis 0.22 mm betragen. Bei den kleinsten zur Anwendung gekommenen Drucken (160 mm) könnten also die Fehler in der Druckbestimmung falls sie sich sämtlich addieren würden, bis zu 3.1‰ das Resultat fälschen. Analoge Fehler können die Druckbestimmung bei 0° und dadurch die Resultate der betreffenden Versuchsreihe im Maximum um 1.2‰ beeinflusst haben.

Würden sich in einem Falle — was nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit als ausgeschlossen gelten kann — diese sämtlichen Fehler addieren, so würde bei den kleinsten Drucken ein Gesamtfehler von $\pm 6.3\text{‰}$ resultieren.

3. Beobachtungen.

Versuch. Nr.	Barometer		Zeit	Manometer			Widerstands- messung		Temp. d. grad. Rohr.	Thermo- meter- kugel in:
		Temp.		links	rechts	Temp.	Rheo- stat	Brücke		
1	72 35	18°4	12h 31m	1.335	96.79	18°9	19.105	49. ⁵⁴ ₅₈	18°28	fl. Luft
2	35	6	1h 6m	10.88	119.50	9	"	50. ¹⁵ ₁₇	40	"
3	34	6	1h 21m	18.38	140.40	9	"	50. ⁴⁴ ₄₇	38	"
4	31	7	2h 2m	28.06	173.89	8	"	51. ¹⁴ ₁₉	30	"
5	31	8	2h 27m	18.72	140.69	9	19.005	49. ¹⁵ ₂₈	25	"
6	32	8	2h 43m	10.875	119.16	8	"	49. ⁷⁶ ₇₆	25	"
7	31	8	3h 00m	1.34	96.50	8	"	50. ⁰⁵ ₀₉	25	"
8	31	8	3h 22m	1.75	155.94	9	—	—	20	schm. Eis
9	29	9	4h 11m	1.40	94.06	8	—	—	14	schm. Eis
10	30	9	4h 30m	1.29	60.23	19.4	18.005	48. ¹⁴ ₁₄	10	fl. Luft
11	30	9	4h 42m	14.235	83.49	—	"	48. ²⁹ ₃₀	12	"
12	30	9	4h 56m	28.225	114. ⁹⁶ ₉₃	19.1	"	48. ⁴⁷ ₅₂	20	"
13	30	9	5h 12m	14.38	83.77	0	"	48. ⁶⁰ ₆₅	20	"
14	30	9	5h 27m	1.30	60.30	6	"	48. ⁸² ₈₄	26	"
15	31	9	5h 53m	1.345	39.30	1	"	49. ⁰⁷ ₀₈	20	fl. Luft
16	31	19.0	6h 10m	28.44	82.17	0	"	49. ³⁴ ₄₅	20	"
17	31	0	6h 22m	1.20	39. ⁰⁹ ₁₀	0	"	49. ⁶⁰ ₆₁	20	"
18	32	0	6h 38m	15.69	95.27	1	—	—	24	schm. Eis
19	32	0	—	16.585	73.29	2	—	—	29	schm. Eis
20	34	0	7h 25m	1.30	30.09	4	18.005	49. ⁷³ ₇₂	40	fl. Luft
21	35	0	7h 39m	28.55	67.61	4	"	50. ⁰⁴ ₀₇	50	"
22	36	1	7h 50m	1.31	30.14	4	"	50. ⁰⁸ ₁₁	51	"
23	36	1	8h 2m	28.64	67. ⁷⁸ ₇₇	6	"	50. ³⁰ ₂₆	60	"
24	36	2	8h 14m	1.42	30.24	6	"	50. ⁴⁰ ₃₇	60	"
25	37	2	8h 35m	1.20	95. ⁹³ ₉₀	5	"	50. ⁶² ₇₄	68	"
26	37	2	8h 49m	10.80	118. ¹⁴ ₁₁	3	"	50. ⁷⁴ ₈₄	73	"
27	37	3	8h 59m	18.68	139. ²⁷ ₂₄	5	"	50. ⁸⁵ ₈₅	79	"
28	40	3	9h 13m	29.30	162.60	4	"	50. ⁹⁵ ₁₀₄	82	"
29	40	4	9h 24m	18.52	138.89	5	"	51. ¹² ₁₃	84	"
30	40	4	9h 35m	10.75	118. ⁰⁴ ₀₃	4	"	51. ²¹ ₂₂	95	"
31	40	4	9h 46m	1.12	95.90	4	"	51. ³⁷ ₃₈	94	"
32	40	4	10h 5m	1.325	156. ⁹⁹ ₉₅	4	—	—	94	schm. Eis

Zwischen Versuch 8 und 9, 14 und 15, 18 und 19 wurde Stickstoff aus dem Gasthermometer abgesaugt, zwischen Versuch 24 und 25 in dasselbe nachgefüllt.

Barometerkorrektur inkl. der Kapillardepression beträgt: $+ 0.103$ cm.

In der Spalte „Manometer“ bezieht sich „links“ auf die Ablesung des Rohres (a) mit Hilfe des Kathetometers, „rechts“ auf die Ablesung des Rohres (b) mit bloßem Auge; diese letztere wurde stets zweimal ausgeführt.

Zur Berechnung des Widerstandes des Platinthermometers sei bemerkt, dass die Brücke 10 m lang ist, und auf dem in der Mitte gelegenen Meter gemessen wurde; der Brückenmittelpunkt liegt bei 49.64 cm. Zur Bestimmung der Temperatur des Platinthermometers dient die Gleichung:

$$W_t = 73.030 + 0.27418 t - 0.000067 t^2,$$

worin W_t den Widerstand bei der Temperatur t^0 vom Schmelzpunkt des Eises an gerechnet, in Ω bedeutet.

Das Thermometer, mit welchem die Temperatur des kalibrierten Rohres gemessen wurde, zeigt in dem benutzten Bereich um 0.18 zu hoch.

Um die Teilung des graduierten Rohres auf die Gasthermometerskala zu beziehen, ist $+ 85.425$ cm zu den Teilen des Rohres zu addieren.

An die Gasthermometerskala sind folgende Korrekturen anzubringen: Oberhalb 111 cm: ± 0.00 cm

Von 99—91 „	:	$- 0.03$ „
„ 90—89 „	:	$- 0.02$ „
„ 88—76 „	:	$- 0.01$ „
„ 75—64 „	:	± 0.00 „
„ 63—60 „	:	$+ 0.01$ „
„ 59—58 „	:	$+ 0.02$ „
„ 42—30 „	:	$+ 0.03$ „
„ 29—28 „	:	$+ 0.04$ „

Eichung des Gasthermometergefäßes; es beträgt:

das Volumen der Thermometerkugel + Kapillare bis zur Korkhülle bei 0°: 10.867 cm³;

das Volumen der Kapillare in der Korkhülle: 0.0101 cm³;

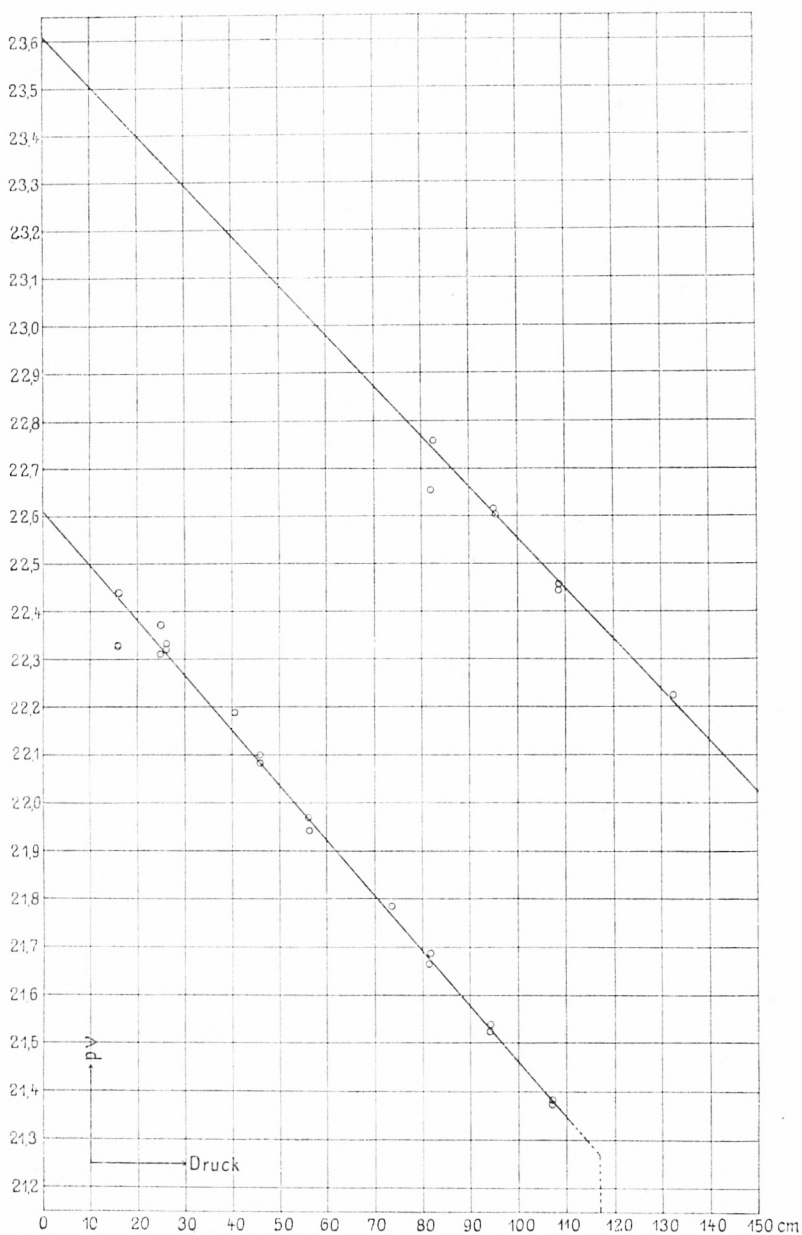
das Volumen der Kapillare von der Korkhülle bis in 1 cm Entfernung von der Ansatzstelle an das graduierte Rohr: 0.0937 cm³; von diesem Punkt an bis an:

Teilstrich des graduierten Rohres	das Volumen bei 19° in cm ³	Teilstrich des graduierten Rohres	das Volumen bei 19° in cm ³
29	0.603	14	14.910
28	1.554	13	15.869
27	2.505	12	16.830
26	3.457	11	17.790
25	4.408	10	18.753
24	5.359	9	19.716
23	6.312	8	20.681
22	7.265	7	21.647
21	8.219	6	22.614
20	9.172	5	23.584
19	10.128	4	24.554
18	11.083	3	25.527
17	12.039	2	26.500
16	12.995	1	27.476
15	13.951	0	28.455

4. Resultat.

Mit Hilfe der in § 2 angegebenen Formel lässt sich aus diesen Beobachtungen $\lambda_{p'}^t$ berechnen. Es ist in der folgenden Tabelle nicht $\lambda_{p'}^t$, sondern $\frac{p'}{\lambda_{p'}^t}$ für die in den Versuchen benutzten

Drucke p' und Temperaturen t eingetragen, da $\frac{p'}{\lambda_{p'}^t} = p' v_{p'}^t$, naturgemäß eine einfachere Beziehung zu p' und t hat. Um eine bessere Übersicht zu gewinnen, wurden diese Werte mittels des durch eine vorläufige Berechnung gewonnenen Ausdehnungskoeffizienten zunächst auf die 2 Mitteltemperaturen von 85°00 abs. und 81°40 abs. reduziert; die so erhaltenen Werte wurden in Koordinatenpapier eingetragen. Es zeigt sich dann eine lineare Abhängigkeit des Produktes $p v$ vom Druck. Durch die verschiedenen Punkte bei 81°4 kann die betreffende Gerade mit ge-



nügender Sicherheit gezogen werden. Weit weniger bestimmt ist infolge der geringen Anzahl der Beobachtungen die Isotherme für 85°0; doch kann man für diese den Schnittpunkt der Ordinatenachse mit Hilfe der ersten Isotherme durch die theoretische Überlegung finden, dass bei dem Drucke $p = 0$ sich jedes Gas ideal verhält, dass also die Werte von $p v$ für $p = 0$ bei zwei verschiedenen Temperaturen sich wie diese Temperaturen verhalten müssen. Durch den auf diese Weise gewonnenen und die bei 85°0 beobachteten Punkte wurde dann die zweite Isotherme gezogen. Es ist hierbei zunächst vorausgesetzt, dass die Isothermen bis zum Schnittpunkt der Ordinatenachse merklich geradlinig verlaufen werden; indessen dürfte das angewandte Verfahren noch auf den richtigen Verlauf der Isothermen führen, solange es sich nicht um ganz geringe Drucke handelt, auch wenn dieselben bei niedrigen Drucken einer Parallelen zur Abszissenachse sich nähern würden, da eine dementsprechende Krümmung der Isothermen bei niedrigen Drucken einen untereinander ähnlichen, mit der absoluten Temperatur proportionalen Verlauf nehmen würde.

Für die zahlenmässige Prüfung unserer Beobachtungen, sowie für Interpolationszwecke haben wir die Gleichung aufgestellt:

$$p v = 0.27774 \cdot \vartheta - (0.03202 - 0.000253 \cdot \vartheta) \cdot p,$$

deren Konstanten aus der graphischen Darstellung entnommen wurden: dabei bedeutet ϑ die absolute Temperatur, v das spezifische Volumen, bezogen auf das des Stickstoffs bei der Temperatur des schmelzenden Eises und dem Druck von 76 cm Quecksilber, p den Druck. Nach dieser Gleichung sind die unter „ $p v$ ber.“ aufgeführten Werte berechnet. Wie die letzte Reihe der Tabelle zeigt, ist die Übereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Werten in Anbetracht der Verhältnisse eine gute. Bei Beobachtung Nr. 28 war offenbar ein Teil des Stickstoffs verflüssigt, und es ist bemerkenswert, dass die Isotherme bis in die nächste Nähe des Verflüssigungsdruckes ohne jedes Anzeichen einer Krümmung verläuft.

Die oben erwähnte Beziehung gestattet nun auch eine Kon-

trolle der Thermometereichung, indem sich $[\lim_{p=0} p v]_{\vartheta} : [\lim_{p=0} p v]_{273.04}$ verhalten muss wie $\vartheta : 273.04$. Es mag daran erinnert werden, dass diese Beziehung nicht nur von der kinetischen Gastheorie gefordert wird, sondern auch experimentell mit einem hohen Grade von Genauigkeit geprüft ist, indem Chappuis¹⁾ für den Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten des Stickstoffs zwischen 0° und 100° fand: $\lim_{p=0} \alpha = 0.0036612$, $\lim_{p=0} \beta = 0.0036613$, in naher Übereinstimmung mit den entsprechenden Werten des Wasserstoffs: $\lim_{p=0} \alpha = 0.0036625$, $\lim_{p=0} \beta = 0.0036624$. Berechnet man nach jener Beziehung ϑ , so ergibt sich, dass die Skala des Platinthermometers I im Bereich der flüssigen Luft um ca. $\frac{2}{10}$ Grade zu hoch zeigt.

Nr. der Versuche	Absolute Temp.	Druck in cm Hg.	$p v$ beob.	$p v$ ber.	Differenz in $^{\circ}/_{00}$
1, 8	84.98	82.20	22.751	22.736	+ 0.7
2, 8	85.14	95.34	644	645	+ 0
3, 8	21	108.69	521	526	- 0.2
4, 8	39	132.38	342	334	+ 0.4
5, 8	84.56	108.61	316	329	- 0.6
6, 8	70	94.98	527	516	+ 0.5
7, 8	78	81.86	591	680	- 3.9
10, 9	80.97	45.78	21.976	21.959	+ 0.8
11, 9	81.01	56.03	857	852	+ 0.2
12, 9	06	73.47	687	667	+ 0.9
13, 9	09	56.17	853	874	- 1.0
14, 9	14	45.84	22.010	22.008	+ 0.1
15, 18	19	24.90	313	263	+ 2.2
16, 18	27	40.58	151	106	+ 2.0
17, 18	32	24.83	288	301	- 0.6
20, 19	35	15.79	316	413	- 4.3
21, 19	43	26.01	328	319	+ 0.4
22, 19	44	15.85	449	438	+ 0.5
23, 19	49	26.10	358	335	+ 1.0
24, 19	51	15.84	359	458	- 4.4
25, 32	58	81.47	21.720	21.729	- 0.4
26, 32	61	94.06	601	594	+ 0.3
27, 32	62	107.29	440	446	- 0.3
28, 32	66	119.98	19.244	314	- 97.2
29, 32	69	107.09	21.469	470	+ 0
30, 32	71	94.05	616	625	- 0.4
31, 32	75	81.56	789	774	+ 0.7

¹⁾P. Chappuis, Rapp. prés. au Congr. de Phys. à Paris, I. p. 131-147. 1900.