BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1960

MÜNCHEN 1961

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Bemerkungen zu meiner Arbeit: „Verallgemeinerte Ausstrahlungslösungen der Wellengleichung bei beliebiger Dimensionszahl"

Von **Dietrich Suschowk** in München

Vorgelegt von Herrn Robert Sauer am 11. November 1960

1. In der im Titel genannten Arbeit (diese Sitzungsberichte 1959, S. 387–413), die im folgenden mit [A] zitiert wird, ist ein Versehen unterlaufen, das sich auf die Ergebnisse des § 4 (Sätze 4, 5 und 6) auswirkt: Beim Übergang von den auf S. 405 (Mitte) stehenden Ausdrücken für $\partial^m P_\nu(\tau)$ und $\partial^m Q_\nu(\tau)$ zu den auf S. 406 (Formel 26) bzw. S. 410 (erste Formel von oben) für diese Ausdrücke angegebenen Darstellungen wurde die Mitnahme des in beiden Fällen rechts auftretenden Faktors $(\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{4}}$ vergessen. Anstatt die bei Korrektur dieses Versehens erforderlichen Änderungen nach dem „statt–lies"-Schema vorzunehmen, gebe ich unter 2. zur Bequemlichkeit des eventuellen Lesers die gültige Fassung dieser Sätze mit den zugehörigen Beweisen. Der in [A] stehende Text ist demnach ab Satz 4 einschließlich durch die Ausführungen unter 2. zu ersetzen.

In 3. wird gezeigt, daß die bei geradem n für nichtzulässige Separationsparameter gebildeten Integrale $\tilde{u}_k$ ([A] Satz 1a) und v_k([A] Satz 3), die dort nur für $1 \leq \frac{t}{r} < 3$ definiert worden sind, tatsächlich für jedes $(1 \leq) \frac{t}{r} < \infty$ erklärt werden können.

Unter 4. findet man einen neuen Satz, der bei geradem n für nichtzulässige Separationsparameter die Umkehrung der Ausstrahlungsintegrale ermöglicht und damit den Satz 2 verallgemeinert.

In 5. werden einige Druckfehler berichtigt und die wegen 2. erforderlichen Änderungen der Einleitung zu [A] angezeigt.

2. **Satz 4**: Ist $n > 1$ ungerade und $-k \leq \frac{1}{4}\left((n-1)(n-3)+1\right)$, also nicht notwendig ein zulässiger Separationsparameter, so ist das mit f $(\partial^2 f \in L(0, \infty))$ gebildete Integral

$$u_k(t, r) = \int_1^{t/r} (\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{4}} P_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau) f(t - \tau r)\, d\tau$$

eine (durch f, n und k eindeutig festgelegte) Lösung von (5), die für jedes endliche $\left(1 \leq\right) \frac{t}{r}$ existiert und auf (7) verschwindet. (Ist k ein zulässiger Separationsparameter, so ist $\nu = \frac{n-3}{2} + l$. Keines der $P_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau)$ verschwindet daher identisch.)

Beweis: Zunächst ist P_ν^m durch k wegen $P_\nu^m = P_{-\nu-1}^m$ eindeutig festgelegt, und für zulässige Separationsparameter hat man

$$\nu = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(n-1)(n-3) + 4k + 1} = \frac{n-3}{2} + l.$$

Für den Kern $(\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{2}} B(\tau)$ von (17) ergibt sich im vorliegenden Fall

$$(26) \quad (\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{2}} \partial^{\frac{n-3}{2}} P_\nu(\tau) = (\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{2}} P_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau) =: \tilde{P}_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau).$$

Aus (24) ist unmittelbar abzulesen, daß $P_\nu^{\frac{n-3}{2}}$ für jedes endliche τ beschränkt und über jedes Kompaktum aus $[1, \infty[$ integrabel ist. Da ferner $\partial P_\nu^{\frac{n-3}{2}}$ für $\tau \downarrow 1$ beschränkt bleibt, so ist auch $a(t, r) = 0$. Also liefert (17) mit (26) für jedes f mit $\partial^2 f \in L(0, \infty)$ eine Lösung von (5), die auf (7) verschwindet. Der Beweis ist damit beendet.

Übrigens ist im Fall zulässiger Separationsparameter $\left(\nu = \frac{n-3}{2} + l\right)$

$$(\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{4}} P_{\frac{n-3}{2}+l}^{\frac{n-3}{2}}(\tau) =$$

$$= \frac{(n+l-3)!}{2^{\frac{n-3}{2}} \left(\frac{n-3}{2}\right)!\, l!} (\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{2}} F\left(n + l - 2, -l, \frac{n-1}{2}, \frac{1-\tau}{2}\right),$$

so daß sich die Integranden der in den Sätzen 1 und 4 angegebenen Integrale formal nur um einen konstanten Faktor unterscheiden. Natürlich ist im ersten Fall n gerade, im zweiten dagegen ungerade. Dieser Unterschied bedingt die Gültigkeit des Huyghens'schen Prinzips für das u_k aus Satz 4 (der Integrand ist ein Polynom in τ) und die Nichtgültigkeit dieses Prinzips für das u_k aus Satz 1 (der Integrand enthält die Irrationalität $\sqrt{\tau^2-1}$).

Es sei noch bemerkt, daß man die in Satz 4 angegebene Ausstrahlungslösung wegen (8) und (9) in der Gestalt

$$u(t,r) = \frac{\varepsilon(t-r)}{r}\tilde{P}_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau) * \varepsilon(t) f(t)$$

schreiben kann. Um hieraus durch Spezialisierung die im Fall $n = 3$ wohlbekannte Ausstrahlungslösung $\frac{g(t-r)}{r}$ zu gewinnen, nehme man $\nu = 0$ und wähle f als Ableitung ∂g. Wegen $P_0^0 = 1$ erhält man

$$\int_1^{t/r} f(t-\tau r)\,d\tau = \int_1^{t/r} \partial g(t-\tau r)\,d\tau = -\frac{1}{r}\int_1^{t/r} \partial_\tau g(t-\tau r)\,d\tau$$
$$= \frac{1}{r}\bigl(g(t-r) - g(0)\bigr),$$

ein Ausdruck, der überdies für $t = r$ verschwindet, wie es nach der allgemeinen Herleitung sein muß.

Wie im Fall gerader Dimensionen läßt sich auch hier die zu der Lösung u_k gehörige Ausstrahlungsintensität f aus u_k bestimmen:

Satz 5: Unter den Voraussetzungen und mit den Bezeichnungen des Satzes 4 gilt die Umkehrformel

$$\varepsilon(t)\, t^{\frac{n-3}{2}+\nu} * \varepsilon(t) f(t)$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\nu - \frac{n-5}{2}\right)}{2^\nu\,\Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)} \lim_{r \downarrow 0}\left[r^{\frac{n-1}{2}+\nu} u_k(t,r)\right],$$

die sich für zulässige Separationsparameter zu

$$f(t) = \frac{\sqrt{\pi}\, l!}{2^{\frac{n-3}{2}}\, \Gamma\left(\frac{n-2}{2}+l\right)}\, \partial^{n+l-2} \lim_{r \downarrow 0} [r^{n+l-2}\, u_k(t, r)]$$

spezialisiert.

Beweis: Ausgehend von der für beliebige $\nu > -\frac{1}{2}$ gültigen Entwicklung (vgl. [1], Bd. 1, S. 164)

$$P_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau) = \tilde{\tilde{P}}_{n,\nu}(\tau) + \frac{2^\nu\, \Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\, \Gamma\left(\nu - \frac{n-5}{2}\right)}\, \tau^\nu$$

mit

$$\tilde{\tilde{P}}_{n,\nu}(\tau) = o\,(\tau^\nu) \qquad (\tau \to \infty)$$

findet man

$$u_k(t, r) =$$

$$= \varepsilon(t-r)\, r^{-\frac{n-1}{2}}\, (t^2-r^2)^{\frac{n-3}{4}} \left[\tilde{\tilde{P}}_{n,\nu}\left(\frac{t}{r}\right) + \frac{2^\nu\, \Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\, \Gamma\left(\nu-\frac{n-5}{2}\right)} \left(\frac{t}{r}\right)^\nu\right] * \varepsilon(t) f(t)$$

oder

$$r^{\frac{n-1}{2}+\nu}\, u_k(t, r) =$$

$$= \varepsilon(t-r)\, (t^2-r^2)^{\frac{n-3}{4}} \left[r^\nu\, \tilde{\tilde{P}}_{n,\nu}\left(\frac{t}{r}\right) + \frac{2^\nu\, \Gamma\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\, \Gamma\left(\nu-\frac{n-5}{2}\right)}\, t^\nu\right] * \varepsilon(t) f(t).$$

Durch Grenzübergang ergibt sich daraus die erste Gleichung aus Satz 5. Aus dieser erhält man mit $\nu = \frac{n-3}{2} + l$ die zweite Gleichung.

Satz 6: Ist $n > 1$ ungerade und $-k \leq \frac{1}{4}((n-1)(n-3)+1)$ sowie $f(\sigma)$ für $\sigma \geq 0$ beschränkt und integrabel, so ist

$$v_k(t, r) = \int_1^{t/r} (\tau^2-1)^{\frac{n-3}{4}}\, Q_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau) f(t-\tau r)\, d\tau$$

eine (durch f, n und k eindeutig festgelegte) Lösung der Gleichung

$$r^2\left(\partial_t^2 - \partial_r^2 - \frac{n-1}{r}\,\partial_r + \frac{k}{r^2}\right) v_k(t,r) =$$
$$= -2^{\frac{n-3}{2}} \left(\frac{n-3}{2}\right)!\, f(t-r),$$

die der Bedingung $\lim\limits_{\frac{t}{r}\downarrow 0} v_k(t,r) = 0$ genügt.

Beweis: Nach [1], Bd. 1, S. 163 kann $Q_\nu^0 = Q_\nu$ in einer rechtsseitigen Umgebung von $\tau = 1$ in die Gestalt

$$(27)\qquad Q_\nu(\tau) = -\frac{1}{2}\log\frac{\tau-1}{2} + p_\nu(\tau)$$

mit endlichem $P_\nu(1)$ gebracht werden, während für Q_ν^m $(m > 0)$ in einer solchen Umgebung

$$(28)\qquad Q_\nu^m(\tau) = 2^{\frac{m}{2}-1}\,\Gamma(m)\,(\tau-1)^{-\frac{m}{2}} + q_{m\nu}(\tau)$$

mit endlichem $q_{m\nu}(1)$ gilt. Demnach existieren die mit beschränkten, integrablen f gebildeten Integrale $v_k(t,r)$ für jedes endliche $\frac{t}{r} \geq 1$. Weiter ist für $n = 3$ wegen (27) und $|f| \leq K$

$$\left|\int_1^{t/r} Q_\nu(\tau) f(t-\tau r)\,d\tau\right| \leq \frac{K}{2}\int_1^{t/r}\log\frac{\tau-1}{2}\,d\tau + K\int_1^{t/r}|p_\nu(\tau)|\,d\tau =$$
$$= \frac{K}{2}\left(\frac{\frac{t}{r}-1}{2}\log\frac{\frac{t}{r}-1}{2} - \frac{\frac{t}{r}-1}{2}\right) + K\int_1^{t/r}|p_\nu(\tau)|\,d\tau.$$

Die rechte Seite dieser Ungleichung strebt für $\frac{t}{r}\downarrow 1$ gegen Null, so daß

$$(29)\qquad v_k(t,r) \to 0 \qquad \text{für } \frac{t}{r}\downarrow 1$$

gilt. Für $n > 3$ ungerade ist wegen (28) mit $m = \frac{n-3}{2}$ und $|f| \leq K$ der Integrand des v_k definierenden Integrals in einer rechtsseitigen Umgebung von $\tau = 1$ beschränkt, daher gilt auch in diesen Fällen (29). Die v_k erfüllen daher die auf (7) gestellte Forderung.

Es bleibt die Bedingung $\lim_{\tau \downarrow 1} b(t, r; \tau) = a(t, r) < \infty$ zu prüfen. Mit

$$B(\tau) = (\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{4}} Q_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau) \tag{30'}$$

ergibt sich unter Beachtung einer Rekursionsformel (vgl. [1], Bd. 1, S. 161, Formel 10)

$$\partial B(\tau) = \\ = (\tau^2 - 1)^{-\frac{n+1}{4}} \left[-\left(\nu + \frac{n-1}{2}\right) \tau Q_\nu^{\frac{n-3}{2}}(\tau) + \left(\nu - \frac{n-5}{2}\right) Q_{\nu+1}^{\frac{n-3}{2}}(\tau) \right]. \tag{31}$$

Hieraus gewinnt man im Fall $n = 3$ nach Anwendung einer weiteren Rekursionsformel (vgl. [1], Bd. 1, S. 161, Formel 6)

$$\partial B(\tau) = \nu(\nu + 1)(\tau^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} Q_\nu^{-1}(\tau) =$$

$$= \frac{\nu(\nu+1)\Gamma(\nu)}{\Gamma(\nu+2)} (\tau^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} Q_\nu^1(\tau) = (\tau^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} Q_\nu^1(\tau).$$

Damit folgt in diesem Falle

$$b(t, r; \tau) = (\tau^2 - 1) Q_\nu(\tau)\, \partial_\tau f(t - \tau r) - (\tau^2 - 1)^{\frac{1}{2}} Q_\nu^1(\tau) f(t - \tau r).$$

Der erste Summand geht nach (27) für $\tau \downarrow 1$ gegen Null, während die Entwicklung (28)

$$Q_\nu^1(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau - 1)^{-\frac{1}{2}} + q_{1\nu}(\tau)$$

zeigt, daß der zweite Summand für $\tau \downarrow 1$ den Wert $-f(t-r)$ annimmt. Man hat also $a(t, r) = -f(t-r)$. Damit folgt aus (15)

$$[r^2(\partial_t^2 - \partial_r^2) - 2r\partial_r + k]\, v_k(t, r) = -f(t-r),$$

und der Satz ist für $n = 3$ bewiesen.

Für $n > 3$ ungerade findet man aus (28) und (30) mit einer nur von n abhängenden Konstanten

$$\begin{aligned}(\tau^2-1)^{\frac{n-1}{2}} B(\tau) &= (\tau^2-1)^{\frac{n+1}{4}} \left[(\tau-1)^{-\frac{n-3}{4}} \cdot \mathrm{Const} + q_{\frac{n-3}{2},\nu}(\tau)\right] \\ &= (\tau-1)(\tau+1)^{\frac{n+1}{4}} \cdot \mathrm{Const} + (\tau^2-1)^{\frac{n+1}{4}} q_{\frac{n-3}{2},\nu}(\tau) \\ &\to 0 \text{ für } \tau \downarrow 1\,.\end{aligned}$$

Weiter ist nach (28) und (31)

$$\begin{aligned}&(\tau^2-1)^{\frac{n-1}{2}} f(t-\tau r)\, \partial B(\tau) \\ &= (\tau+1)^{\frac{n-3}{4}} 2^{\frac{n-3}{4}-1}\, \Gamma\left(\frac{n-3}{2}\right)\left[\left(\nu - \frac{n-5}{2}\right) - \left(\nu + \frac{n-1}{2}\right)\tau\right] f(t-\tau r) \\ &+ (\tau^2-1)^{\frac{n-3}{4}} \left[\left(\nu - \frac{n-5}{2}\right) q_{\frac{n-3}{2},\nu}(\tau) - \left(\nu + \frac{n-1}{2}\right) q_{\frac{n-3}{2},\nu+1}(\tau)\right] f(t-\tau r).\end{aligned}$$

Dieser letzte Ausdruck nimmt für $\tau \downarrow 1$ den Wert

$$-2^{\frac{n-3}{2}}\, \frac{n-3}{2}\, \Gamma\left(\frac{n-3}{2}\right) f(t-r)$$

an. Daher ist für $n > 3$ ungerade

$$a(t, r) = -2^{\frac{n-3}{2}} \left(\frac{n-3}{2}\right)!\, f(t-r).$$

Satz 6 ist damit in allen Fällen bewiesen.

3. Bemerkt man im Anschluß an den Beweis von [A] Satz 1, daß $B_1(\tau)$ aus ([A] Formel 22) durch die Gleichung (vgl. etwa Bieberbach: Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen, Berlin 1953, S. 214)

$$B_1(\tau) = \begin{cases} F\left(\alpha, \beta, \frac{n-1}{2}, \frac{1-\tau}{2}\right) & \text{für } |1-\tau| < 2 \\ \left(\frac{1+\tau}{2}\right)^{-\beta} F\left(\beta, \beta - \frac{n-3}{2}, \frac{n-1}{2}, \frac{\tau-1}{\tau+1}\right) & \text{für } 0 < \tau \end{cases}$$

(β wie in ([A] Formel 21)) für beliebige positive τ erklärt werden kann, so folgt, daß das Integral

$$(*)\ u(t, r) = \int_1^{t/r} (\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{2}} \left(\frac{1+\tau}{2}\right)^{-\beta} F\left(\beta, \beta - \frac{n-3}{2}, \frac{n-1}{2}, \frac{\tau-1}{\tau+1}\right) f(t - \tau r)\, d\tau$$

eine für beliebige $(1 \leq) \frac{t}{r} < \infty$ erklärte Lösung von ([A] Formel 5) ist, die wegen der Beschränktheit des Integranden bei $\tau = 1$ auf ([A] Formel 7) verschwindet.

Weiter bemerke man im Anschluß an den Beweis von ([A] Satz 3) das Bestehen der Beziehungen (vgl. etwa Bieberbach a. a. O., S. 215)

$$e^{\frac{n-3}{2}\pi i} B_2(\tau) = \begin{cases} \left(\frac{\tau-1}{2}\right)^{-\frac{n-3}{2}} F\left(\frac{n-1}{2} - \beta, \frac{n-1}{2} - \alpha, -\frac{n-5}{2}, \frac{1-\tau}{2}\right) \\ \qquad \text{für } 0 < |1-\tau| < 2 \\ \left(\frac{1+\tau}{2}\right)^{\beta - \frac{n-1}{2}} \left(\frac{\tau-1}{2}\right)^{-\frac{n-3}{2}} F\left(\frac{n-1}{2} - \beta, 1 - \beta, -\frac{n-5}{2}, \frac{\tau-1}{\tau+1}\right) \\ \qquad \text{für } \tau > 1 \end{cases},$$

wodurch B_2 für jedes endliche $\tau > 1$ erklärt wird. Die mit diesem B_2 nach ([A] Satz 3) gebildeten Integrale v_k sind daher für jedes endliche $(1 \leq) \frac{t}{r}$ Lösungen von ([A] Formel 5), die auf ([A]

Formel 7) verschwinden, denn die (im für $1 < \tau < \infty$ erklärten Zweig von B_2) an der Stelle $\tau = 1$ auftretende Singularität wird durch den Faktor $(\tau^2 - 1)^{\frac{n-3}{2}}$ im Integranden des v_k definierenden Integrals aufgehoben, wodurch diese Integranden bei $\tau = 1$ beschränkt bleiben.

4. Die folgende Aussage erweitert die Gültigkeit des Satzes 2 aus [A] auf beliebige positive Separationsparameter:

Satz: Ist $n > 0$ gerade und $k > 0$, so gestattet das Integral (*) aus 3. die Umkehrung

$$\varepsilon(t)\, t^{n-\beta-3} * \varepsilon(t) f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2} - \beta\right)\Gamma(a)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\Gamma(a-\beta)} \lim_{r \downarrow 0} \left[r^{n-\beta-2}\, u(t, r)\right],$$

wobei a und β wie in ([A] Formel 21) erklärt sind. Für zulässige Separationsparameter spezialisiert sich dieser Ausdruck zu

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2} + l\right)\Gamma(n+l-2)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\Gamma(n+2(l-1))} \partial^{n+l-2} \lim_{r \downarrow 0} \left[r^{n+l-2}\, u(t, r)\right].$$

Diese Darstellung versagt allein für $n = 2$, $l = 0$ (also $k = 0$), in welchem Falle die zweite Aussage des Satzes 2 aus [A] gilt.

Beweis: (*) aus 3. kann in der Gestalt

$$u(t, r) = \frac{\varepsilon(t-r)}{r}\left(\left(\frac{t}{r}\right)^2 - 1\right)^{\frac{n-3}{2}}\left(\frac{1}{2}\left(1 + \frac{t}{r}\right)\right)^{-\beta} F\left(\ldots, \frac{\frac{t}{r} - 1}{\frac{t}{r} + 1}\right) * \varepsilon(t) f(t)$$

oder als

$$r^{n-\beta-2}\, u(t,r) = 2^{-\beta}\varepsilon(t-r)(t^2 - r^2)^{\frac{n-3}{2}}(t+r)^{-\beta} F\left(\ldots, \frac{t-r}{t+r}\right) * \varepsilon(t) f(t)$$

geschrieben werden. Mit $\alpha' = \beta$, $\beta' = \beta - \frac{n-3}{2}$, $\gamma' = \frac{n-1}{2}$ ist wegen $\beta = \frac{n-2}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(n-2)^2 + 4k}$

$$\gamma' - \alpha' - \beta' = n - 2 - 2\beta = \sqrt{(n-2)^2 + 4k} > 0$$

$$(= \alpha - \beta).$$

Zufolge der für $\gamma - \alpha - \beta > 0$ geltenden Beziehung

$$F(\alpha, \beta, \gamma; 1) = \frac{\Gamma(\gamma)\,\Gamma(\gamma - \alpha - \beta)}{\Gamma(\gamma - \alpha)\,\Gamma(\gamma - \beta)}$$

ist daher

$$\lim_{r \downarrow 0} F\left(\beta, \beta - \frac{n-3}{2}, \frac{n-1}{2}, \frac{t-r}{t+r}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\Gamma(\alpha - \beta)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2} - \beta\right)\Gamma(\alpha)} =: C_{n,\alpha,\beta}\,.$$

Damit wird

$$\lim_{r \downarrow 0}\left[r^{n-\beta-2}\, u(t, r)\right] = C_{n,\alpha,\beta}\, \varepsilon(t)\, t^{n-\beta-3} * \varepsilon(t) f(t)\,.$$

Dieser Ausdruck geht für zulässige Separationsparameter, also mit $\beta = -l$, $\alpha = n + l - 2$ $(l = 0, 1, 2, \ldots)$ über in

$$\varepsilon(t)\, t^{n+l-3} * \varepsilon(t) f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2} + l\right)\Gamma(n + l - 2)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)\Gamma(n + 2(l-1))} \lim_{r \downarrow 0}\left[r^{n+l-2}\, u(t, r)\right].$$

Links steht das $(n + l - 2)$te iterierte Integral von $f(t)$, woraus die noch zu beweisende Behauptung folgt.

5. Es folgt die Richtigstellung des Textes der Einleitung zu [A] und das Verzeichnis der Druckfehler in den §§ 1 bis 3 aus [A].

Textseite in [A]	Zeile	Statt	lies
388	7 v. u.	Termine	Terme
389	12 v. u. bis 7 v. u.	Im Falle . . . . . . (Satz 1 a).	Auch im Falle nichtzul. Sep.parameter, deren Mächtigkeit stets der des Kontinuums gleich ist, haben die Integrale der homogenen separierten Wellengleichung dieses Existenzgebiet.
390	6 v. o. bis 8 v. o.	. . ., wobei sich . . . zeigen.	. . ., wobei man den Resultaten des § 3 genau entsprechende Ergebnisse erhält (Sätze 4 bis 6).
	12 v. o. bis 1 v. u.	. . . Polynome, wodurch . . . wird.	Polynome.
393	11 v. o.	(7)	(1)
395	5 v. o.	[10]	(10)
	6 v. o.	[8]	(8)
396	3 v. u.	$\int_1^{t/r} (\tau^2-1)^{\frac{n-1}{2}} B(\tau) f(t-\tau r)\, d\tau$	$\int_1^{t/r} (\tau^2-1)^{\frac{n-3}{2}} B(\tau) f(t-\tau r)\, d\tau$
394	8 v. o.	$L(-\infty, +\infty)$	$L(0, \infty)$
397	10 v. o.	$L(-\infty, +\infty)$	$L(0, \infty)$
398	9 v. o.	(16)	(18)
404	9 v. u.	(16)	(18)
	3 v. u.	(16)	(18)