Abhandlungen
der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
Mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung
Neue Folge. Heft 39
1936

NOVA KEPLERIANA

Wiederaufgefundene Drucke und Handschriften
von Johannes Kepler

herausgegeben von

Walther von Dyck †

9. (Schluß)

Die Keplerbriefe auf der Braunschweigischen Landesbibliothek in Wolfenbüttel

III. Teil

Bearbeitet von Franz Hammer

Vorgelegt von G. Faber in der Sitzung vom 4. April 1936

München 1936
Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei
in Nördlingen

VORWORT.

Mit dem vorliegenden Heft 9 der „Nova Kepleriana", das anschließend an die Hefte 5 und 8 den Rest der in Wolfenbüttel aufgefundenen Keplerbriefe bringt, kommt die Veröffentlichung neuer Keplerfunde in dieser Form zum Abschluß. Der Herausgeber der Reihe, W. v. Dyck, ist im Spätjahr 1934 von uns gegangen. Bei seinem Tod lag nur der Text der Briefe *VI–IX* im Satz vor. Da der Unterzeichnete an Hand der Manuskripte die erste Korrektur mitgelesen hatte, wurde ihm der Auftrag erteilt, die Herausgabe des vorliegenden Heftes zu besorgen. Es war nicht nur der Gesichtspunkt der Einheitlichkeit, sondern ebenso der der Pietät, der in der äußeren Form eine völlige Anpassung an die früheren Hefte geraten erscheinen ließ. Im Umfang von Einleitung und Anmerkungen wurde Beschränkung auf das Notwendigste angestrebt.

Bald werden die „Nova Kepleriana" die ihnen von ihrem Herausgeber zugedachte Aufgabe erfüllen, Bausteine zu einer kommenden neuen, würdigen Gesamtausgabe von Keplers Werken und Briefen zu sein. Das ist die Ernte, die W. v. Dyck wenige Wochen vor seinem Tod noch glücklich unter Dach bringen konnte.

Stuttgart, im Februar 1936.

Franz Hammer.

EINLEITUNG UND ÜBERSICHT ÜBER DIE BRIEFE *W.VI – W.IX.*

Die letzten vier der in Wolfenbüttel aufgefundenen Keplerbriefe, von denen die drei ersten an Mästlin, der letzte an Chr. Besold gerichtet sind, verteilen sich über einen Zeitraum von 20 Jahren und bilden schon aus diesem Grund keine inhaltlich geschlossene Gruppe.

Der Brief *W.VI* mit dem Datum 7. April 1607 ist ganz aus der Situation heraus geschrieben. Zunächst kündigt Kepler an, daß noch vor der Frankfurter Messe einige Exemplare seiner jüngsten Schrift „De stella nova in pede Serpentarii" zur Verteilung an Bekannte nach Tübingen kommen werden und gibt Mästlin Anweisung dafür. Als Anhang zu dieser Schrift war der inhaltlich damit zusammenhängende chronologische Traktat „De Jesu Christi Servatoris nostri vero anno natalitio" erschienen, meist unter dem Titel „Sylva chronologica" zitiert, den der Drucker nach einer Redewendung Keplers im Vorwort an den Leser von sich aus als Seitentitel genommen hatte.[1] Mit dem damals sehr beliebten Problem des Geburtsjahres Christi hatte sich auch Mästlin schon befaßt und war vor Kepler und unabhängig von ihm zu einem ähnlichen Resultat gekommen, daß nämlich der Anfang unserer auf Dionysius Exiguus zurückgehenden christlichen Ära um etwa vier Jahre zu spät angesetzt ist. Von Hafenreffer auf diesen Sachverhalt aufmerksam gemacht,[2] spricht nun Kepler dem Lehrer sein Bedauern aus, daß er ihn um den Ruhm der Veröffentlichung gebracht habe. Gleichzeitig macht er ihn auf Fehler in der „Sylva" aufmerksam.

Das Manuskript der Astronomia Nova liegt schon seit längerer Zeit fertig vor.[3] Der Kaiser hat jetzt den Befehl zur Drucklegung gegeben und eine feste Summe von 400 fl. dafür bewilligt. Kepler muß natürlich darauf sehen, mit möglichst geringen Kosten durchzukommen. Er bittet deshalb Mästlin, an Hand eines dem Brief beigelegten Probeblattes von einem Tübinger Drucker einen Kostenvoranschlag machen zu lassen.

---

[1] Vgl. Opera vol. II p. 803 Fußnote.

[2] Der Brief findet sich bei Hansch S. 71/72; in Opera vol. IV p. 516 s. ist er nur im Auszug wiedergegeben.

[3] Vgl. M. Caspars Einleitung zur deutschen Ausgabe der Astronomia Nova (München: Oldenbourg 1929) S. 33*.

Weiterhin richtet er an ihn die Bitte, ihm bei der Suche nach älterer astronomischer Literatur behilflich zu sein, die er wohl für die Arbeit an seinem „Hipparch" benötigt. Und schließlich gibt er dem alten Lehrer in seiner Anhänglichkeit einen wohlgemeinten Rat. Er ist eben an der Lektüre des Werkes von Clavius über den gregorianischen Kalender.[1] Obwohl Clavius eine unpolemische Darstellung des neuen Kalenders geben will, kann er es trotzdem nicht verwinden, Mästlin einen Hieb zu versetzen. Die beiden waren einander in der der Einführung des neuen Kalenders folgenden Kontroverse als die bedeutendsten Wortführer der zwei Parteien gegenübergestanden (vgl. die Anm. S. 54). Mästlin hatte dabei unter anderem als Argument gegen den gregorianischen Kalender ins Feld geführt,[2] daß die beabsichtigte Festlegung des wahren Frühjahrsäquinoktiums auf den 21. März durch die neue Schaltmethode nicht gewährleistet sei, daß dieses vielmehr in der Zeit bis 4700 n. Chr. zwischen dem 19. und 27. März schwanke, wobei es immer wieder auf den 21. März treffe, daß aber in der Zeit von 4700 bis etwa 15000 n. Chr. der 21. März überhaupt ausgeschlossen sei. Dagegen versucht Clavius an Hand einer Tabelle von 13 Jahreszahlen aus dem Zeitraum 4709 bis 20005 n. Chr. nachzuweisen, daß die Schwankung wesentlich engere Grenzen habe und daß vor allem der 21. März als Tag des wahren Frühjahrsäquinoktiums im ganzen Zeitraum möglich sei, daß also der „scharfsinnige Mathematiker", dessen Name übrigens nicht genannt wird, sich getäuscht habe. Kepler hatte, wie er zu seiner eigenen Schande gesteht, zunächst der sicheren Art des Clavius Glauben geschenkt. Nun hat er offenbar selbst nachgerechnet und gefunden, daß Mästlin im Recht ist. Empört über die ungerechtfertigte Polemik des Clavius fordert er nun Mästlin auf, nicht zu schweigen; ja er legt ihm geradezu die Worte zur Verteidigung in den Mund. Nicht den alten Streit um den Kalender soll er aufrühren, sondern nur die Fehler des Clavius vor aller Welt aufdecken.

Der Brief *W. VII* vom 23. Nov./3. Dez. 1618 steht im Zeichen der Arbeit an den Rudolphinischen Tafeln. Kepler weiß wohl, welche Bedeutung seiner Arbeit zukommt; deshalb wird ihm die Entscheidung über Auswahl und zweckmäßige Anlage der Tafeln schwer. Wer könnte in solchen Fragen der rechnenden Astronomie besser helfen als der erfahrene Mästlin? An zwei Beispielen: Berechnung

[1] Chr. Clavius: Romani Calendarii a Gregorio XIII. restituti explicatio. Romae 1603. Die gegen Mästlin gerichtete Stelle findet sich S. 94/95.

[2] M. Mästlin: Alterum examen novi Kalendarii. Tubingae 1586. S. 17.

eines Planetenorts und eines Mondorts zu einer gegebenen Zeit, entwickelt er die verschiedenen Möglichkeiten, die Rechnung durch Tabellen abzukürzen bzw. zu ersetzen. Er wägt Vor- und Nachteile gegeneinander ab, um Mästlin die Entscheidung zu erleichtern. Von früher her weiß er aber, daß dieser hartnäckig schweigen kann, wenn ihm eine Frage nicht liegt. Darum dringt er geradezu in ihn, ihn doch jetzt nicht im Stich zu lassen:[1] „Ich bitte Dich dringend, Dir doch Zeit zu nehmen zum Nachdenken, welche Art Du als die beste mit Deiner Autorität stützen möchtest, und mir so bald als möglich Deine Meinung über diese Fragen zukommen zu lassen. Noch nie habe ich geradezu um einen Brief von Dir gebettelt wie jetzt; ich fürchte nicht, von Dir im Stich gelassen zu werden, da es sich doch um eine öffentliche Angelegenheit handelt."

Keplers Bitte ist vergeblich; Mästlin antwortet nicht. Den Grund dafür kann man erraten. Der Brief *W. VII* enthält nämlich die erste Mitteilung davon, daß Kepler sich mit der logarithmischen Rechnung angefreundet hat und gesonnen ist, bei der Anlage der Rudolphinischen Tafeln von den Logarithmen Gebrauch zu machen.[2] Schon zwei Jahre früher, also 1616, hatte er die 1614 erschienene „Mirifici logarithmorum canonis descriptio" Nepers kennengelernt, aber wieder beiseitegelegt. Noch am 21. März 1618 schrieb er an Schickardt nach Tübingen:[3] „Es ist ein schottischer Baron aufgetreten (sein Name ist mir entfallen), der etwas Vortreffliches geleistet hat, indem er alle Multiplikationen und Divisionen in Additionen und Subtraktionen verwandelt; er benützt die Sinus nicht, braucht aber einen Kanon der Tangenten; auch ist bisweilen die Verschiedenheit, Häufigkeit und Schwierigkeit des Addierens und Subtrahierens umständlicher als das Multiplizieren und Dividieren." Jetzt, gegen Ende desselben Jahres, schreibt er an Mästlin: „Während ich hin und her überlegte, kam mich das Verlangen an, das neue Logarithmenwerk des Schotten Neper zu studieren, in das ich zum erstenmal vor zwei Jahren flüchtigen Einblick bekommen hatte, das ich aber als unnütz für die Tafeln wieder beiseitegelegt hatte,

[1] In dieser Übersicht werden die Zitate in Übersetzung gegeben.

[2] Die bekannten Darstellungen von Keplers Einstellung zu den Logarithmen bei Cantor (Vorlesungen, Bd. 2, 2. Aufl., S. 739 f.), Tropfke (Gesch. d. Elem.-Math., Bd. 2, 2. Aufl., S. 180 f.) und Gutzmer (Zum Jubiläum der Logarithmen, S. 10 f.) treffen den Sachverhalt nicht ganz richtig.

[3] Opera vol. V p. 51; deutsche Übersetzung bei Caspar und Dyck: Kepler in seinen Briefen, Bd. 2, S. 101, die hier wiedergegeben ist.

weil ich vermutete, daß sehr viel Vorsicht und viele Zahlenablesungen nötig seien. Als ich nun die Frage sorgfältig prüfte, erkannte ich den großen Vorteil für die Auflösung des in Rede stehenden Dreiecks, der in gewisser Hinsicht viel größer ist als bei Anwendung meiner Tafeln, da bei diesen die Zahlenablesungen wegen des doppelten Eingangs viel Überdruß und Mühe bereiten."

Mästlin gab sich zwar Mühe, dem neuen Rechnen auf den Grund zu kommen, es gelang ihm aber nicht. Ganz klar geht das aus seinem Brief vom 21. März 1620 hervor, dem letzten, den Kepler von ihm erhalten hat.[1] Am 20. Dezember 1619 hatte im Sternbild Zwillinge eine Mondfinsternis stattgefunden. Kepler hatte sich an Schickardt mit der Bitte um dessen Beobachtungsergebnisse gewandt, indem er seine eigenen beifügte. Schickardt gab Keplers Brief an Mästlin weiter, der nun rasch dem Wunsche Keplers entsprach. Mästlins Brief enthält eine etwas böse Zwischenbemerkung über die Logarithmen, die man als Antwort auf den Brief *W. VII* betrachten muß: „Auch wenn ich sehe, daß das logarithmische Rechnen zum richtigen Resultat führt, lehne ich es trotzdem ab, weil ich bisher die Grundlage dafür nicht ermitteln konnte, so daß ich versucht bin zu glauben, der Urheber habe mit Absicht eine nicht runde Zahl zugrunde gelegt, die wenn nicht unmöglich, so doch nur sehr schwer zu ermitteln ist. Ich halte es nämlich für unwürdig eines Mathematikers, mit fremden Augen sehen zu wollen und sich auf Beweise zu stützen oder als solche auszugeben, die er gar nicht versteht. Denn er selbst muß immer im Zweifel darüber sein, ob eine Rechenart, die zehn- oder gar hundertmal nicht getrogen hat, nicht doch eines Tages einmal zu Fehlern führt. Deshalb mache ich keinen Gebrauch von einem Kalkül, von dem ich glaube oder annehme, daß er bewiesen ist, sondern nur von einem, von dem ich das weiß."[2] Mästlin konnte also die ihm von Kepler vorgelegte Entscheidung gar nicht treffen und schwieg deshalb.

Der Brief *W. VIII* vom 12. April/19. Juni 1620 ist nun Keplers Antwort auf den letztgenannten Brief Mästlins vom 21. März 1620. Im ersten Teil seines Briefes setzt sich Kepler mit Mästlin auseinander, da dieser in Keplers rechnerischer Auswertung der Mondfinsternis vom Dezember 1619 Fehler entdeckt zu haben glaubte. Dazwischen fließt der nötige Unterricht über die Logarithmen ein, der in der Bemerkung gipfelt: „Nach dieser Belehrung darfst Du nicht

[1] Hansch S. 49–51; in den Opera nur auszugsweise.

[2] Eine Übersetzung der Stelle von Frisch findet sich in: Archiv der Mathematik und Physik 24 (1855) S. 289.

länger an den Logarithmen herumzweifeln." Daneben wird auch das Problem der Sonnenparallaxe berührt, die noch von Tycho zu 3′ angenommen wurde. Kepler weiß, daß dieser Wert zu groß ist; da er aber sieht, daß die Beobachtungen der Mondfinsternisse viel zu ungenau sind, um einen einigermaßen sicheren Wert liefern zu können, sucht er die ihm angemessen scheinende Größe von 1′ a priori zu begründen.

Im zweiten Teil setzt Kepler seine neue Mondtheorie auseinander, zu der er in den ersten Apriltagen des Jahres 1620 gekommen war. Seit der Grazer Zeit hatte ihn die Theorie der Mondbewegung beschäftigt. Jetzt erst, nach mehr als 20 Jahren, hatte sie die für ihn endgültige Gestalt angenommen, die sowohl in der Epitome (IV. Buch) wie in der Einleitung zu den Rudolph. Tafeln erscheint. Bei den Planeten hatte die Entdeckung der beiden ersten Gesetze mit einem Schlag die meisten Schwierigkeiten beseitigt, der Mond aber glich nach wie vor dem Gordischen Knoten, den auch Kepler nicht lösen konnte, den er deshalb zerhauen mußte, wenn er damit fertig werden wollte.[1] Der Gedankengang der Theorie ist kurz folgender.

Von den uns bekannten Ungleichheiten der Mondbewegung berücksichtigt Kepler drei, die Mittelpunktsgleichung, die Evektion, als „Prosneusis Ptolemaei" bezeichnet, und die Variation. Auffallend ist, daß von der jährlichen Ungleichheit, deren Entdeckung Kepler zugeschrieben wird,[2] gar nicht die Rede ist. Die Mittelpunktsgleichung beherrscht Kepler durch seine beiden Gesetze, die in der Astronomia Nova ausgesprochen sind. Neuland betritt er erst mit den beiden andern Ungleichheiten, den „Prosthaphaereses menstruae". Beginnen wir mit der Variation, die „von Geheimnissen und Unklarheiten strotzt". Die Bewegung des Mondes wird hauptsächlich durch die „species" des Erdkörpers vermittels der Erdrotation besorgt. Diese Bewegungsursache für sich allein würde nach Keplers Ansicht eine ganze Zahl von Lunationen im Lauf eines siderischen Sonnenjahres zur Folge haben. In Wirklichkeit ist ein Überschuß von 132° 45′ über 12 Lunationen zu verzeichnen. Dieser Rest ist die Auswirkung der Variation, und zwar in der Weise, daß der auf jeden Quadranten der Mondbewegung

---

[1] Vgl. Tab. Rud. p. 79; Opera vol. V p. 584: „Dicam verbo: Nodum Gordium nihil attinebat solvere, secui."

[2] Vgl. Anschütz: Über die Entdeckung der Variation und der jährlichen Gleichung des Mondes. Zeitschrift für Mathematik und Physik 31 (1886), Histor.-literar. Abt. S. 161–171, 201–219 und 32 (1887) ebenda S. 1–15.

entfallende Anteil von 161′ die Summe der Absolutbeträge der Variation über die einzelnen Grade des Quadranten darstellt. Über das mathematische Verteilungsgesetz, das auf eine Integration führt, wird in den Anmerkungen zu sprechen sein. Da nach Tycho die Variation mit den Phasen des Mondes, d. h. mit der gegenseitigen Stellung von Sonne, Erde und Mond zusammenhängt, betrachtet Kepler das Sonnenlicht als die störende Kraft.

Die Evektion wird zunächst durch eine geistreiche geometrische Kombination mit der Mittelpunktsgleichung verkoppelt. Dieselbe Konstruktion, die die exzentrische Prosthaphaerese liefert, gibt auch die erste monatliche Prosthaphaerese, nur daß an die Stelle des Mittelpunktes der (kreisförmig gedachten) Mondbahn die senkrechte Projektion dieses Mittelpunktes auf die Verbindungslinie Erde–Sonne tritt. Die wirkende Ursache für die Evektion ist damit letzten Endes wieder die Exzentrizität der Mondbahn. Da aber in Keplers Theorie bei der Variation genau so wie bei der Evektion neben dem Einfluß der Mondphasen auch eine Abhängigkeit von den wechselnden Entfernungen Mond–Erde zum Ausdruck kommt, so erschließt sich ihm nachträglich die Erkenntnis, daß nur ein Teil der Evektion auf die Exzentrizität zurückzuführen sei, während ein anderer Teil aus derselben Ursache wie die Variation herzuleiten ist.[1] Über die quantitative Verteilung auf die beiden störenden Quellen kommt er allerdings zu keinem Schluß.

Die Frage nach den Ursachen der Ungleichheiten in der Mondbewegung bedeutet nichts anderes als die Anwendung des Grundgedankens der Astronomia Nova auf den Mond. Die Epizykel fallen und mit ihnen die Auffassung, daß das Problem der Mondbewegung nur geometrisch-kinematischer Natur sei. Insofern kommt dieser Theorie ein dauernder Platz in der Geschichte der Astronomie zu; ihre Bedeutung wird leider durch die Tatsache verdunkelt, daß Kepler der Versuch einer physikalischen Begründung von Evektion und Variation mißlungen ist. Dafür gewinnt sie in anderer Richtung an Bedeutung. Bekanntlich hat die Erfindung der Differential- und Integralrechnung ihre stärksten Impulse von

[1] Am klarsten ist diese Zweiteilung in den Tabulae Rudolphinae p. 80 Spalte 1 ausgesprochen: „Es zeigen sich also zwei Ursachen für die Ungleichheiten des Mondes, 1) die Exzentrizität, 2) die Phasen des Mondes. Jede dieser beiden Ursachen erzeugt für sich eine Ungleichheit, die eine die erste, nämlich die vorhin erklärte reine Anomalie [‚Anomalia Soluta‘], die andere die dritte, von Tycho entdeckte Ungleichheit, über die nachher an dritter Stelle zu sprechen sein wird, beide vereinigt aber bewirken die dem Ptolemaeus bekannte monatliche Ungleichheit.“

der Mechanik her erhalten. Es ist nun sicher kein Zufall, daß Kepler in seiner Mondtheorie, dem ersten tastenden Versuch zu einer Dynamik der Mondbewegung, wie schon in der Astronomia Nova, auf Integrationen stößt und in seiner Art elementar durchführt. Die Historiker der Mathematik werden sich also noch dieses Briefes anzunehmen haben. Deutlich dokumentiert sich hier Keplers geniale Art, die Probleme in ihrer ganzen Tiefe und mit souveräner Beherrschung der Mittel anzufassen.

Der letzte Brief *W. IX* an Besold, geschrieben am 19. November 1627, spiegelt Keplers trübe Stimmung nach dem Druck der Rudolphinischen Tafeln. Er ist im November 1627 von Frankfurt nach Ulm zurückgekehrt, von Eßlingen ab auf einem vom Magistrat der Stadt geliehenen Pferd. In Eßlingen hatte er sich mit seinem in Tübingen studierenden Sohn getroffen, und dieser hatte ihm einen leisen Wink Schickardts überbracht, etliche Exemplare der Tabulae als Geschenk nach Tübingen zu schicken wie in früheren Fällen. Kepler begründet nun seinem Vetter Besold gegenüber die Unmöglichkeit eines solchen Geschenks mit seiner eigenen Mittellosigkeit. Um nicht unfreundlich zu erscheinen, will er aber drei Exemplare des Werkes, eines auf besserem Papier für den Senat, zwei auf geringerem (für Mästlin und Schickardt) nach Tübingen schicken, jedoch gegen Bezahlung des vom kaiserlichen Kommissar festgesetzten Preises von 3 fl. bzw. 3 fl. 40 krz. Auf eine besondere Munifizenz des Senates rechnet er dann nicht. Da das Werk im Buchhandel noch nicht erhältlich ist wegen des zu befürchtenden Nachdrucks, so bedeutet das schon eine Vergünstigung.

Eine Bemerkung noch über die Briefe selbst. Nur drei der vier in diesem Heft zum Abdruck gelangenden Briefe, nämlich *VI*, *VII* und *IX*, sind neu; der wichtigste, *W. VIII*, wurde ohne das Postscriptum vom 19. Juni 1620 schon von Hansch S. 51–57 und gleichlautend damit von Frisch in Opera vol. III p. 676–690 veröffentlicht. Dieser Brief findet sich nämlich außer in der Wolfenbüttler Handschrift cod. Aug. 15, 3, Bl. 305–312 auch in der Wiener cod. 10702, Bl. 46^{v}–56. Auffallend ist aber, daß die beiden Manuskripte nicht in dem der Regel entsprechenden einfachen Verhältnis von Original und Abschrift zueinander stehen. Die Erklärung dafür gibt die Vorgeschichte des Briefes nach Keplers eigener Angabe.

In großer Eile hatte Kepler am 12. April die Antwort auf Mästlins Brief vom 21. März fertiggestellt, um sie dem zurückgehenden Boten mitgeben zu können. Dieser ließ aber aus Unachtsamkeit den Brief liegen. Die nun in Aussicht stehen-de längere Frist benützte Kepler, um der zu kurz geratenen Mondtheorie eine neue Fassung zu geben. Dabei ließ er die „multa politica“, die nahezu drei Seiten gefüllt hatten, wegfallen. „Überlassen wir das Gott und den Politikern“ ist die Begründung dafür. Am 28. Mai war der Brief in der veränderten Fassung fertig. Da aber der Bote über Erwarten lang ausblieb, kam schließlich am 19. Juni noch ein Postscriptum hinzu.

Eine nähere Untersuchung der beiden Handschriften zeigt nun folgenden Befund: Das Wiener Manuskript weist deutlich drei Bestandteile auf, *a* = Bl. 46^{v}–47, *b* = Bl. 48–53 und *c* = Bl. 54–56; das Wolfenbüttler läßt deren zwei erkennen, *d* = Bl. 305–306 und *e* = Bl. 307–312. Von Keplers Hand stammen *a*, *c* und *e*, die beiden andern sind Abschriften, und zwar ist *b* von *e* abgeschrieben und *d* von *a*. Die Bestandteile *a* und *c* ergeben zusammen die erste Fassung des Briefes, *e* ist die verbesserte Darstellung der Mondtheorie. Da *a* auf den freien Raum von Mästlins Brief geschrieben ist und deshalb unmöglich für die Absendung bestimmt sein konnte, so hat vermutlich *d* + *c* den ursprünglichen Brief gebildet. Nachdem *c* in *e* abgeändert war, wurde der Einfachheit halber aus *d* + *e* der neue Brief gebildet, obwohl dabei eine deutliche Flickstelle entstehen mußte. So erklärt sich wohl auch am einfachsten die ungewöhnliche Tatsache, daß der an Mästlin abgeschickte Brief nicht durchweg von Keplers Hand geschrieben erscheint.

Die Publikation von Hansch trägt diesem Sachverhalt nicht Rechnung. Sie gibt weder die erste noch die zweite Fassung des Briefes, sondern kombiniert die beiden. Offenbar wollte Hansch im Sinne Keplers handeln, wenn er die „politica“ ganz fortließ und dafür die Mondtheorie in beiderlei Form abdruckte. So kommt es, daß die „politica“ bis heute ungedruckt geblieben sind. Auch die vorliegende Veröffentlichung, die sich ganz an die Wolfenbüttler Texte hält, füllt diese Lücke nicht aus, sondern überläßt diese Aufgabe der kommenden Gesamtausgabe von Keplers Schriften.

TEXT DER BRIEFE VI–IX.

W. VI. Kepler an Maestlin, Prag, 7. April 1607.

S. P. D.

Clarissime D. Praeceptor. Scripsit ad me Bibliopola Francofurtensis Gotfridus Tampach, qui Claudii Marnei curatorem egit Tabernae librariae quam habet Pragae, se ante nundinas Tubingam iturum, et aliquot exemplaria mei libri de stella secum asportaturum; quod si fieret, jussi ut D. Praeceptori illa exemplaria daret. Ex illis debetur unum D. Praeceptori, alterum D. D. Hafenreffero, tertium D. Lansio: tria vel quatuor D. Wolffgang Voit Stuttgardiano, qui has literas ad te curat transportari: quae rogo petenti singula vel simul transmittas, si accepisti. De reliquis disponam posterius, ubi te intellexero accepisse. Quod si qui ulterius a te petierint exemplaria, obtentu meae amicitiae; mitte unum atque alterum ad Cellium Bibliopolam, illosque eo ablega empturos, negans tibi superesse alia. Nam meis sumptibus excudi, estque mihi familia. Caesar quidem me juvit, sed per chartam. Nec aliud fuit dedicationis praemium.

Mitto hic fragmentum inutile de Commentariis in Theoriam Martis, ex quo Typographus aliquis (puta Cellium, si tibi videtur idoneus) judicium ferat de magnitudine Operis: horum enim foliorum circiter 140 perscripta sunt, omnia litera minori, ut in nullo minus insit quam in hoc (essent paginae 70 seu Alphabeta 3). Quaero itaque quibus conditionibus hoc Opus excudere velit Cellius. Caesar me jussit imprimere, sed exemplaria diligentissime custodire, ut non unum citra ipsius voluntatem abalienetur. Sumptus addidit (quod Tibi dico) sed incertum, quando refundendos. Ii ad Welserum devoluti sunt, Quaestorem imperii, et Catholicum, qui procul dubio Tubingam odit, quia est urbs Haereticorum in Germania, ut Clavius ait. Itaque tantum quaero, non contrahe. Nam ubi levior sumptus, ibi me nemo impediet. Papyrum oportet esse elegantem, typum majusculum, ut putem fere singula impressa folia singulis scriptis responsura.

Quaero etiam an sit vobis bonus lignorum sculptor et quanto precio exaret hujusmodi figuras; sed multae sunt operosiores latitudine formati, multae in quibus integrum Alphabetum sculpendum. Puto ad centum futuras. Multae enim sunt bis sculpendae, ut in singulis paginis sinistris collocentur.

Si fieri potest, nomen meum inter initia supprimatur. Nam Typographi invicem oderunt, nec latere poterit me quaesivisse et a Francofurtensibus. Puto autem apud vos papyrum esse parabiliorem quam Francofurti.

Quod si Cellio placuerit, cogitare de hac opera addat et Typum, qui Tibi placuerit, Antiquam cum Cursiva et Graeca, et cum marginalibus.

Et noverit Propositiones interdum, et Capitum Summas, distinguendas majori Typo a textu. Denique et tempus addat, intra quod absolvere speret tantum quantum dixi: ut ex eo inire possim rationem ad vos veniendi, cum venia Caesaris.

De quibusdam Antiquis Scriptoribus Astronomicis saepe quaesivi. Rogo hic me juves. Quaero an habeas Sphaeram R. Abraham Chaja, de qua Christmannus, et librum Azophi, de quo Apianus. Et quid scripserit Arzachel, quid Thebith, an extet Paraphrasis Averrois in Ptolemaeum, de qua Copernicus, et hic unde habeat illa, quae de mutationibus umbrae Telluris quidam dixerint. Sic an extet aliqua Almeonis, Prophatii Judaei, cujus habeo M. S. de quadrante: cui continuatur eodem folio aliud scriptum de emendatione Calendarii scriptum circa annum 1270, ubi sunt quaedam observata (aut certe ex illis observatis calculata) de $\odot$ et $\oplus$. Id si est Profacii (haec n. scriptura est) oportet Profacium ex Judaeo Christianum factum fuisse. Initium Operis: Cum secundum motus Solis et Lunae Ecclesia sua festa etc. Habeo et alium ejus aetatis aut paulo antiquiorem, qui inscribitur Astrolabium Macellamah, quaero an habeas, aut impressus sit. Similia in eo inveniuntur ut in priori.

Praereptam esse Tibi a me inventionem anni Natalitii, quod ex Hafenrefferis didici, dolerem, si te scirem gloriolae quam veritatis, quae diversorum consensu suadetur, studiosiorem. Invenies aliqua errata. Melthaeo pro Melibaeo, et informem titulum Sylva Chronologica, a typographo additum, et ex Tacito luculentum mendacium, cui adscripsi verba ista: Nondum vicesimum annum agenti. Collegeram ex genuinis verbis Taciti, cum Cajo Rector sit datus eunti in Armeniam, nondum illi cucurrisse annum 20. quia eo Consul fuit: quibus rector non solet dari. Postea hoc annotamentum memoriae causa scriptum putavi esse totum ex Tacito. Nam et annum 25 adscripsi, fol 24, qui debet esse 26, ut est fol 23.

Versor in lectione Clavii stomachabundus et quod annorum 5 millia mihi vendidit florenis 5, de quibus nescio an unum vivam, et quod invenio me deceptum hactenus in te fuisse injurium, qui putavi te lapsum esse aequinoctio ad annos 15000, quod in 27 Martii veniat, computando, quod ipse id tanta confidentia asseveraverat. Nequissima impostura est, quam tegis, dum taces, nam sic et ego deceptus fui hactenus, putans te errasse. Ego etsi de Calendario ipso olim tibi scripsi, ne id nitereris convellere, tamen suaserim separata Calendarii causa ab erroribus defensoris Clavii, in hos modeste stylum stringere. Ego sic dicerem. Calendarium receptum est, dies exempti sunt, Pascha ad rationes lunae propius reductum est: quo consilio quaelibet natio id fecerit, non amplius disputo, ut olim, cum de recipiendo ageretur. Instituta Nationum postquam stabilita sunt non amplius convellam, fruatur quilibet suo more. Sed Clavium corrumpentem Mathemata non propterea feram. Pontifex ipse reservavit arbitrium posteritati et de omittendis bissextis, et de luna aequanda. Itaque si vel Pontificius essem, liceret tamen mihi Mathematico sententiam dicere de erroribus Clavii, ne posteritas ab eo seduceretur. Et peto, ne quis putet, quae hic scribo, in statum praesentem Calendarii reformati, esse scripta ut priora quae scripsi anno 1582, 1586 cum consultarent adhuc Nationes. Nam nititur ille authoritate sola Gubernatorum ut profitetur ipse Pontifex, de qua materia mathematicus nihil amplius habet, quod dicat, bene an male agatur. Etsi vero, quae scribo, in futurum attinebunt statum calendarii, ut is hodie habet; at ne Pontifex quidem posteris praecepit ut idem maneret status, qui hodie etc. Quod enim dixit perpetuum, video restringi ad solum typum Calendarii, plane negari de motibus solis et lunae, quos relinquit in incerto. Vix ausus fuissem sic interpretari vocem perpetuum et hac ratione fulmen illud Bullae enervare. Sed quia Clavius id facit et Clemens approbat, ego igitur utar. Et nihil dicam de Epactis Calendarii, maneant, per me, quia ita placuit illis, qui potuerunt notulas illas elegantes ad dies apponere. Maneat itaque typus ille perpetuus, dummodo mihi liceat reliquam inutilem bullae supellectilem excutere etc., quae fulmine bullae, ut ait Clavius, stabilita non est. Etc.

Ex his paucis puto te videre quomodo mihi imaginer, tibi honestum, simulque et tutum esse scribere. Sed desino. Forte per occasionem comitionum ad vos excurrere potero, ubi plura colloquar. D. D. Hafenrefferus, credo, mihi irascitur, quod putavi, ipsius filium esse stipendiarium Principis. Igitur si deprecatione opus est, eam Tibi commendo. Ego certe si his essem opibus, id omnino facerem, quod illi (in commodum meum sane) suasi, cum adhuc putarem, stipendiarium esse. Itaque hanc partem non deprecor. Sed adhuc suaderem potius, si rogarer, ut mitteret illum visurum Cursum mundi non sane ad Keplerum, sed passim in Bohemiam, Italiam, Gallias etc. Si modo fidere potest ejus ingenio et constantiae. Milite enim opus habemus tam in Ecclesia, quam in politijs. Rogo autem ipsi ut et D. D. Praeceptoribus omnibus plurimam salutem dicas a me quam officiosissimam. Vale. Pragae 7. Apr. 1607.

Ex[cellentiae] T[uae] G[ratissimus] D[iscipulus]

J. Keppler.

Clarissimo Viro D.
M. Michaeli Maestlino
D. Praeceptori meo colendissimo
Professori Matheseos in
Academia Tubingensi.
Tübingen.

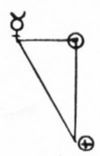
praesent. 16. Ap. S.V.
1607.

WVII. Kepler an Maestlin, Linz, 23. November, 3. Dezember 1618.

S. P. D.

Clarissime vir, fautor et hospes benevolentissime.

Si unquam ad seriam aliquam collationem literariam te vocavi, id profecto nunc necessario facio: quando Tabulis Rudolphi paulatim coeuntibus, nova mihi cura nascitur super commoditate calculi, quae in bivio constituta dubium me tenet, utram formam amplectar. Ante omnia scribam exemplum partis calculi, quae Orbem Magnum attinet; ut ex diagrammate tecum conferam quae solent esse Mathematicorum literae.



Anno 1558. 12. Octobris H(ora) 9. 53.

a. ☉ 28. 48. 5 ♎	c. 99 257	
b. ☿ 29. 40 39 ♐	d. 42 826	
g. 90. 52 34	e. 39 717	f. 92 341 +
h. 45. 26. 17	m. 00012 —	$\bar{q}$. 1 529 —
i. 21. 57. 48	n. 92043 +	p. 90 812
k. Elongatio 23. 28. 29.	o. 92031	
l. ☿ in 22 16 34 ♏		
	Inclinatio Merid.	
	r. 6. 42. 51	s. 213 940 +
		t. 92 031 +
	x. 2. 41. 7	u. 305 971
	→ Latitudo Merid.	

A locus solis verus. *C* distantia Solis et Terrae. *B* Locus Eccentricus ☿ (lineae motus ☿ ex centro ☉ per ☿ in Eclipticam eductae) aequatus, et ex orbita ☿ ad Eclipticam reductus per primam partem Calculi, quae hic non exprimitur, quia dubitationem nullam habet. Expressit autem illam primam calculi partem in Marte Maginus ex meis literis anno 1601 ad ipsum scriptis et Comment. Martis in Supplemento Ephemeridum, quod ante 3 vel 4 annos Francofurti recusum est.

D distantia ☉ ☿, curtata, sic ut in Ecliptica sit, terminata sc. a linea ex ipsa stella ☿ perpendiculariter in Eclipticae planum incidente. Pertinet hoc etiam ad primam partem calculi.

R arcus circuli latitudinis interceptus inter Eclipticae et orbitae Mercurialis plana; angulus sc. ad Solem, et hic habetur ex prima parte calculi.

Iam quia solvendum est triangulum rectilineum obliquangulum ☉ ⊕ ☿, ego hanc viam instituti hactenus, ut coram Tubingae ostendi ante annum, ut primum differentiam laterum C. D. (caudam 5 cyphris) dividerem per summam; quotientem, qui hic notatur litera *E*, multiplicarem in Tangentem dimidii Complementi anguli. Complementum anguli est hic *G* scilicet Commutationis Anomalia, quae habetur subtractione loci ☉ a loco ☿ eccentrico, vel vicissim. *H* igitur est illud dimidium complementi, cuius tangens in *E* multiplicatus (abjectis 5 ut moris) dat factum, Tangentem arcus *I*. Hic arcus in inferioribus subtrahitur a dimidio *H*, manetque Elongatio ☿ a ☉ *K*. In superioribus additur, quia Elongatio illorum a ☉ fit 180°.

Porro elongatio addita vel ablata loco solis vero prout fuerit Angulus commutationis post vel ante solem, constituit in omnibus planetis locum visum ad Eclipticam relatum, hic litera *L* notatum.

Pro latitudine vero demonstratum hoc habeo: Ut sinus Elongationis *K* ad Sinum commutationis *G*, sic esse tangentem Complementi Inclinationis *R* ad tangentem Complementi Latitudinis *X*. Itaque etiam hic primo dividendus est sinus Commutationis *G* per sinum elongationis *K*, quotiens ducendus in Tangentem Complementi Inclinationis.

Cum igitur tabulae debeant sublevare laborem calculi, hactenus Ego pro priore (Longitudinis sc.) operatione duas feci tabulas prolixas pro omnibus Planetis, alteram appellavi tabulam Indicis, alteram tabulam Anguli. Indicis tabula progrediebatur in fronte in ☿ ♀ ♂ per centenarios, in ♄, ♃ per millenarios particularum ipsius *D*, in margine per centenarios ipsius *C*, cum hoc cruciformi ingressu excerpebatur Index *E*. Sic appellavi quotientem, qui prodit ex divisione differentiae D. C in summam: ubi numerus areae corrigendus est per particulas utriusque tam *C*, quam *D*, minores centenario, sumptis differentiarum tam Interlineariuum quam intercolumnarium partibus proportionalibus cum cautione additionis, vel subtractionis, quae in superioribus et in inferioribus rationis est permutatae. Sic tollitur una additio, una subtractio et una divisio.

Tabula anguli Elongationis sc. a Sole (subaudi: Visionis sc., seu, ad Terram) habebat in fronte gradus ipsius *G* ab 1 ad 180, totidem intercolumnia differentiarum;

in margine erant Indices E, progredientes per 600; in area erant ipsae elongationes K, progredientes in superioribus usque ad 180 cum interlinearibus differentiis. Excerptio fiebat cruciformis et correctio Elongationis gemina per partes proportionales tam scrupulis ipsi G adhaerentibus, quam excessibus ipsius E supra sex centenarios. Nam pro E 39717 inveniebam in margine 39600, residua 117, erant mihi instar $11' 42''$ multiplicato ultimo digito 7 in 6. Sic tollebatur una dimidiatio ipsius G, una excerptio tangentis ipsius H, una multiplicatio hujus tangentis in E, una excerptio arcus I per factum ut tangentem et una additio ipsius arcus I ad H, aut contraria subtractio.

Pro latitudine initio putabam non esse opus aliqua tabula, quia arcus Inclinationis et Latitudinis, cum sint parvi, proportionentur fere sinibus. Itaque ex tabula parallaxium, quae est in meis Opticis, e regione commutationis graduum, ut in hoc exemplo, e regione gr. $89^0\ 7'$ (complementi ipsius $90^0\ 53'$ ad semicirculum) quaesivi per columnas Inclinationem, vel ejus partem aliquotam: et in qua columna illam reperiebam, in eadem e regione Elongationis graduum, ut in Exemplo gr. $23^0\ 28'$, excerpsi latitudinem vel ejus partem itidem aliquotam. Ut hic, quia Inclinatio est magna $6^0\ 42'\ 51''$: ergo tantum ejus unum gradum vel $60'$ quaero e regione $89^0\ 7'$. Invenio autem $60'$ in columna 60 paulo minus; in eadem igitur columna 60 descendo usque ad lineam $23^0\ 28'$, ibi invenio pro latitudine $23'\ 53''$, quae de uno quolibet gradu inclinationis manent in latitudine.

Ergo multiplico	$23'\ 53''$	
in	$6^0\ 42'\ 51''$	
	$2^0\ 23'\ 18''$	
	$16'\ 43''$	
	$22''$	Hic prodit latitudo non multo
	$2^0\ 40'\ 23''$	alia quam prius via exacta.

In aliis exemplis, ubi Commutatio non est ita prope gr 90, res est clarior. Verbi causa, si commutatio fuisset 72^0 vel 108^0. Tunc e regione gr. 72, inveniuntur scrupula 60 sub fronte columnae 63 plus. Itaque non expedit semper quaerere 60, multiplicationis logisticae causa; ut plurimum enim praestat quaerere [Randzusatz: vel ipsam totam Inclinationem, vel si ea in Tabula parallaxium in linea competenti haberi non potest] partem Inclinationis aliquotam.

Ut si quaererem e regione Gr. 72, scrupula $40'$, quae sunt proxime pars decima de Inclinatione $6^0\ 43'$, tunc illa invenio sub columna 42, in qua si descendam usque ad lineam gr. 23^0 28′ (si tanta sit Elongatio) invenio decimam et fere partem latitudinis 16′ 43″. Ita Inclinationi 6^0 40′ responderet latitudo 2^0 47′, et residuis inclinationis 2′ 51″ rursum sic quaesitis responderet pro latitudine 1′ 20″ circiter. Toti igitur Inclinationi 6^0 42′ 51″ responderet tota latitudo 2^0 48′ 20″ circiter.

Verum cum haec excerptio latitudinis ex tabula mea Parallaxium non careat molestiis suis, sitque non exacta, et simul obnoxia hallucinationibus; hinc ego ante semestre coepi deliberare de alia etiam tabula Indicis, alia etiam anguli, pro latitudine, quae non multo brevior esset priori pro longitudine: ita fieret tabularum moles satis magna. Index hic pro latitudine esset nihil aliud, quam quotiens, qui prodit ex divisione sinuum commutationis per sinus Elongationis. Et fateor, valde abhorrui a computatione talis tabulae, propter prolixitatem in negocio latitudinum non adeo magno.

Dum autem in hac deliberatione versor, cupido me incessit explorandi nuperum illud negocium Logarithmorum Neperi Scoti, ante 2 annos Pragae primum mihi eminus inspectum, et propter cautiones, quas plurimas usurpandas suspicatus sum, propterque crebras excerptiones, pro inutili ad tabulas abjectum. Postquam igitur diligenter rem expendi, deprehendi usum ejus in hoc nostro triangulo compendiosissimum, et certo quodam respectu, multo compendiosorem usu mearum tabularum, propter cruciformes ex iis excerptiones taediosas et laboriosas.

Nam si *E* numeri seu Indicis quaeram logarithmum *F* et ab eo auferam ipsius *H* dimidii commutationis Protangentem *Q* [Randzusatz: adderetur, si *H* minus haberet quam 45] quia hic est defectivus, quippe ultra gr 45. Tunc relinquitur mihi *P* Protangens, dans ex Canone Logarithmico arcum *I*, qui cum *H* gignit *K* Elongationem.

Pro latitudine vero cum primis exoptata res est. Nam Commutationis *G*, Logarithmus *M* aufertur ab Elongationis *K* Logarithmo *N* aut hic ab illo vicissim. Differentia *O*, transposita in *T* sub *S* Protangentem, compl. Inclinationis additur illi, si *N* major fuit quam *M*, aufertur, si contrarium. Prodit sic *V* Protangens, monstrans in Logarithmorum canone latitudinem *X*.

Igitur, cum negligi non possit hoc negocium, omnino abjicienda videtur tabula mea Indicis et anguli. Est quidem hoc verum, quod utile sit pro tardioribus ingeniis, extare in tabula anguli quantitatem Elongationis praeterpropter, ut non possit nimius error committi. At vicissim meretur compendiosissima ratio solvendi trianguli per logarithmos, ut numerum *F*, non sic per ambages excerpamus, scilicet per Indicem *E*, prius ex mea tabula Indicis excerpendum: sed ut peculiarem faciam tabulam, ex qua per binarum distantiarum ingressum, statim ipse numerus *F* excerpatur.

Quod si vero aboleam Indicem *E*, jam sustuli funditus tabulam Anguli Elongationis. Itaque pro hac secunda parte calculi Prosthapheresium orbis annui tam latitudinis, quam longitudinis, sufficiunt duae Tabulae, altera numeri *F*, quam Proindicem lubet appellare interim, donec Indicis Tabula penitus obliterata fuerit, eque memoria deleta, tunc enim ipse numerus *F* dicetur Index. Haec tabula habebit distantias *C* in margine, distantias *D* in fronte, ut supra explicatum in tabula indicis, eritque excerptio cruciformis. Altera tabula erit instar Canonis sinuum, nec minor eo, imo major, quia est pro Sinubus, Tangentibus et Secantibus, scribam ex 2700 lineis hujus tabulae, unam exempli causa.

		+ | —		
Min.	Logarithmus Gr. 2^0	Protangens	Logarithmus	Mi
o	335 528	335 467	...61	60
				Gr. 87

Excerptio hic est simplex non cruciformis, et pro unoquolibet loco planetae sunt excerptiones ex hac sex, duae pro long, 4 pro lat.

Est aliud etiam compendium, quod fere citra omne damnum negligimus secunda in excerptione; quia statim finem calculi attingimus, nec multiplicantes nec dividentes, neque communiter neque logistice.

Si vero etiam summam calculi prodituram statim initio ob oculos habere expedit, oporteret etiam tabulam anguli elongationis de novo computare et ad aequales excessus numeri *F* accommodare, ita fieret calculus geminus, unus similis operationi per sinus, forma supra posita, alter similis pristino meo, per tabulam Indicis et Anguli, quem certe non expetet, quicunque tantum exercitatus est, ut non facile sibi ab hallucinatione metuat.

Cum igitur Tabulae sint futurae opus publicum, magnam Cl. D. Praeceptor, gratiam et a me et a studiosis Astronomiae quin etiam a promotoribus operis inibit, si suum hic judicium interposuerit, quomodo sint scribendae tabulae hae Prosthaphereseon orbis annui seu, ut Ego, Elongationum a Sole; num una sola in tabulis sit tradenda forma calculi, ad vitandam confusionem tyronum, an plures conjungendae; et si plures, quaenam ex his quatuor. Prima enim est forma, ut repetam praemissa compendio, quae operatur per sinus et Tangentes, quam reliquit Maginus in supplemento Ephemeridum. Secunda est forma, quae sublevat calculatorem onere multiplicationis et divisionis per tabulas prolixas Indicis unam et Anguli alteram. Tertia forma est quodammodo similis primae, docens loco sinuum et Tangentum substituere Logarithmos et Protangentes, omnemque Multiplicationem et Divisionem in meras additiones et subtractiones convertere. Quarta forma est similis Secundae, per novas duas tabulas, Indicis et Anguli, in quibus hoc commodi, quod statim ob oculos sistitur Elongatio verae proxima in area Tabulae anguli; illud vicissim incommodi, quod haec elongatio cruciformiter est corrigenda per geminam multiplicationem logisticam: ipsae duae tabulae erunt valde prolixae, erunt et de novo computandae, non tantum Tabula Proindicis seu Indicis (quae certe omittenda non est nec in tertia neque in quarta forma) sed etiam et maxime Tabula anguli. Et tamen hae tabulae non sufficiunt ut ex iis etiam latitudo habeatur, sed oportet illam aut forma tertia computare, aut duas aeque prolixas tabulas addere.

Obsecro D. Praeceptor tale judicium ferat, quale Iuridica facultas solet, quando ad narrata fert sententiam expetitam, nihil sollicita de fide narratorum. Nam certo sibi persuadeat, non posse institui ullam aliam rationem calculi; praesertim communem omnibus quinque, quam istam, quae triangulum ☉ ⊕ ☿ solvit in quo omnia latera sunt variabilia, omnesque anguli. Nam ut coram dixi, si maxime vellemus omnia referre ad distantiam ☉ ⊕ mediam, tamen neque Terrae motus aequalis est circa punctum tale proxime solem, quod illum nunc antecedit nunc sequitur, neque Planetarum Anomaliae regulantur ad tale punctum, sed ad ipsum Centrum corporis solis, nec ulla aequipollentia potest institui perfecta, hypothesis alius alicujus fictae, ut prolixe probavi in commentariis Martis.

Sed exscribam ad meliorem informationem lineas ex tabulis meis, necessarias nostro Exemplo:

Commutatio vera $90^{0}\,52'\,34''$

Ex Tabula Indicis quae habet in solo ☿ folia 12 Sc. a 30 500 ad 47 000		42 800	42 900
	99 300	39 761	39 663
	99 200	39 719	39 621

Ex his cum distantiis supra positis elicitur 39 717 Index

Ex Tabula Anguli, quae habet in solo ☿ 33 lineas in qualibet columna, in singulis vero planetis 180 columnas cum totidem intercolumniis:

	90		91	etc.
39 600	23. 23. 48.	0. 9. 19	23. 33. 7.	
	17. 48		18. 1.	
40 200	23. 6. 0	0. 9. 6	23. 15. 6.	

Typus Operationis.

Index 39 717	Commut. 90^0	52′ 34″
39 600 ……	23. 23. 48.	9. 19
	3. 19 —	7. 53
17. 48	8. 10 +	17
3. 24	23. 28. 29.	Elongatio quaesita
5		

Hic statim initio apparet Elongationem esse circiter $23^0\ 24'$. At si per Tangentes aut per Logarithmos operer, tabula quidem indicis exhibebit indicem (vel Proindicem) 92341, ex hoc vero nulla fit conjectura de elongatione, nec ex commutatione, sed formatur prius ex ejus dimidii Protang. 01529 ablatione, numerus 90812, quo cum excerpimus arcum 21. 57. 48, ne hunc quidem vicinum Elongationi quaesitae, nisi comparemus eum cum dimidio Commutationis: daturque crebro hallucinari inexercitatos et errare in addendo vel subtrahendo, cum periculo magni erroris; qualem magnum errorem facile excludit conspectus tabulae anguli propter circumstantes multos numeros pene aequales in eodem folio.

Quod si solum tertiam formam praescribimus, Tabulae Rudolphi non erunt in hac parte „Tabulae", sed praeceptum solvendi triangulum; si vero proponimus tertiam et quartam formam simul, valde confundentur tyrones circa arcum I, quem crebro pro ipsa elongatione habebunt. Si denique sola quarta forma ponatur, relinquetur in Calculo duplex illa multiplicatio logistica per cruciformem ingressum, ut etiam in forma secunda. Ita privabimur compendio expeditissimo calculandi sine multiplicatione et divisione. Nuspiam res caret difficultate et calumniae periculo; quare summopere mihi opus est authoritate tua, quid potissimum sit faciendum. Sed desino de 5 planetis.

Lunarium vero motuum calculus sic habet.

Sit computandus locus ☽ ad annum 1583, diem 4 Martii Iuliani h. 9 M. 45 Uraniburgi tempore aequali:

		D. H.	Apogaeum	Nodus ☊	
Ex Tab. I.	Compl. 1582.	22. 1.28. 8	7. 4.43.20	9. 0.46. 2	
	Comm. Februarius	59			
	Compl. dies	3 9 45			
	Summa	84. 11. 13. 8.			
Ex Tab. II.	Revolutiones III habent	82.15.55.45.	0. 9.12.36	0. 4.22.39 Sub.	
	Residuum Post Ap.	1.19.17.23			
Ex Tab. III.	Horarius fictus	30.27			
		8.42			
		8			
	Motus fictus dierum 1.H.19 =				
		= 0.21.42.57	12.4 Ad.	5.45 S.	
	☽ ficte ab Apog.	0.21.51.47	7.14. 8. 0 locus Apog.	8.26.17.38 locus ☊	
	☽ Apogaei locus	7.14. 8. 0		25	Correctio tabularum ultimo adhibenda ut perficiantur illae.
	☽ locus ab aequinoctio ficte aequatus, vel primo	8. 5.59.47		☊ 8.26.42.38	
	Verus Locus Solis	11.24. 5. 0.	☉ 11.24. 5. 0	☉ 11.24. 5. 0	

München Ak. Abh. 1936 (von Dyck, N.K.9) 4

Dist. ☽ a Sole 8. 11. 54. 47 | 4. 9. 57. 0 ☉ ab Apogaeo ☽ 2. 27. 22. 28 ☉ a ☊ ☽
Ergo senescit ☾

Ex tabula IV. Scrupula longitudinis .... 19. 17 .... Latitudinis ... 0. 10″
haec scrupula sumunt portionem subtrahendam Borealem, quia Luna senescit.

Ex T. V. Abjice semicirculum ut sit
☽ ab ☍ ☉ 2. 11. 54. 47 dat aeq. 4. 40. 6 ut totam; hinc elicitur
1. 29. 42 1. 17. 8 per scrupula suprascripta
☽ a ☉, secundo aequat. dat 2. 10. 25. 5 6. 16
6. 16
2
Aequatio Menstrua, 2 da sc. 1. 29. 42 Aequatio Menstrua.

Erat ☽ ab aequ. 8. 5. 59. 47
☽ ab aequinoctio motu 2do aequato 8. 4. 30. 5
Ex T. VI Tychonis ipsius. Variationem Tychonis 25. 34 Ad.
☽ tertio aequatus locus in Orbita 8. 4. 55. 39
☊ 8. 26. 42. 38
☽ a ☊ vere 11. 38. 13. 0[1]
Et ☽ tertio aequata distat ab ☍ ☉ 2. 10. 50. 39
quod dat latit. velut totam $4^0\ 43'\ 20''$ Ex. T. VI.
Hinc elicitur per scrupula suprascripta $47''$ Portio latit. menstruae

dat lat. simplicem 1. 51. 15 Austr.
Absoluta latitudo 1. 50. 28 Australis

Reductionem ad Eclipticam $5'\ 9''$ Add.

8. 4. 55. 39
☽ in Eclipt. 5. 0. 48 ↑

Prolixitatem non miraberis, si perpenderis, ex praeceptionibus Tychonis Longitudinem ☽ quater esse aequandam, semel in Eccentrico soluto, iterum propter Ptolemaicam Πρόσνευσιν, tertio propter Variationem Tychonicam, quarto propter reductionem ad Eclipticam quin et Latitudinem bis esse computandam, primo in Eccentrico soluto, iterum ratione phasium Lunae: Et haec omnia semper fieri debere per motus Solis et Lunae aequatos aequationibus antecedentibus. Nam aequatio menstrua quaeritur per locum primo seu ficte aequatum, Variatio per secundo aequatum, Latitudo et reductio ad Eclipticam, per tertio aequatum.

Vides autem, quomodo tollam solutionem Trianguli a Tychone relicti in Calculo; et quomodo, quae sunt Artificibus tribus Menstrua vel semimenstrua, fiant mihi semestralia, effectu eodem satis praecise. Maginus in supplemento Ephem. tabulam prolixam scripsit, in qua duae posteriores aequationes exhibentur in unum confusae: talem et ego habeo, sed meae Variationi accommodatam. Dubito an etiam illam debeam excudere in Tabulis Rudolphi, cum sit potius pars Resolutarum tabularum.

Rogo et hic tuum judicium. In illam fit apud me ingressus cruciformis, in fronte per Dist. ☽ primo aequatae a vero loco ☉ in margine per dist. ☉ ab Apogaeo ☽: et excerpitur aequatio menstrua, constans ex Prosneusi Ptolemaei et Variatione, cum suo titulo, seu affectione; ita fit calculus brevior. Cogito talem et pro latitudine facere, ut in illam ingrediamur in fronte per distantiam veram ☽ a ☉ vel ☍ ☉, in margine, per distantiam ☉ a Nodo ☽ et excerpatur aequatio menstrua latitudinis, cum titulo suo, quae ubi maxima, est min. 18′.

Quod si est excudenda utraque in Rudolphinis, quaeritur, utrum nihilominus sint addendae tabellae Scrupulorum menstruorum longitudinis et latitudinis: ex iis enim hic usus peti potest, ut intelligatur hypothesis, et ut appareat, quomodo Eccentricitas menstrua cum suis aequationibus paulatim per unum semestre nascatur et emoriatur.

Habeo et alia scrupula longitudinis et latitudinis accommodata ad Eccentricitatem compositam; cum aequationibus Apogaei et Nodi ad illam compositionem pertinentibus. Ubi prius aequatur Anomalia, deinde per aequatam excerpetur aequatio longitudinis, illaque multiplicatur in scrupula: videtur quidem compendiosior calculus, sed non est. Nescio tamen an non etiam hanc tabulam debeam excudere sub alio titulo ad vitandam confusionem. Nam illa est utilis ad veram distantiam ☽ ⊕ et veras parallaxes quovis tempore mensis indagandas.

Hactenus de Tabulis Rudolphi. Obsecro vero, ut spacium sumas cogitandi, quid potissimum authoritate tua firmandum sumas; utque primo quoque tempore super his tuam ad me sententiam proscribas. Nunquam ita expetii literas tuas, ut nunc urgeo: neque metuam, ut a te deserar, cum causa publica sit.

Haberem alia scribenda, sed brevis ero. Tres cometae sunt visi, unus Augusto mense, ex medio ♌ retrogradus sub pedibus Ursae in ultimas partes ♋ transiit, toto septembri valde obscurus; vidi illum ultimo circa $\frac{14}{24}$ Sept.

Alterius caudam solam, nec eam totam vidimus a $\frac{10}{20}$ in $\frac{19}{29}$ Nov. ejus pars ex aurora extans ad 40^0 gr longa fuit, tendebatur sub Hydra, nam extremitas ejus promota fuit a stellis Crateris orientalibus pene usque ad cor Hydrae.

Tertius totus, clarus ut triduana luna, flavus subrutilus effulsit $\frac{19}{29}$ Novembris, ut uno tempore duos cernerem, proxime supra lancem boream.

Harmonica ex dimidio sunt excusa. Quintus liber inceptus est; mitto titulum superfluum; scio si te V corpora in coelo delectarunt, haec jam multo magis delectatura. Mirabilia invenies axiomata Astronomica, sed certissima, quibus est utendum inter demonstrandum. Tu itaque hoc operum dei praeconium qua potes, adjuva, commendans librum, ut exemplaria inter idoneos lectores distrahantur quam primum. Expecto responsum Tampachii Bibliopolae Francofurdensis, an refusis sumptibus velit totum opus sibi vindicare: quod nisi fecerit, ipse meus ero Bibliopola. Sed duos jam menses emanet Tabellarius cui negocium dedi, ut primum et secundum librum ad Schickardum Nürtingam transmissum ligneorum typorum causa, ad me referret: nos interim in libro III incepimus. Si quid audieris de illo nostro Tabellario, Argentinam misso, id quaeso perscribas ad nos propter multos bonos viros, quorum negocia literasque curandas suscepit.

Vale in Nestoreos annos, meque ama. III. Non. decemb. MDCXVIII.

Lincii. Cl. D. T.

$\frac{23\text{ Novemb.}}{3\text{ Decemb.}}$ Off:

J. Kepler.

Bem. v. Mästlin

Hoc ipso mane $\frac{24\ \text{Novemb.}}{4\ \text{Dec.}}$ rursum vidi.

Cometam inter nubes, circiter 4 ♏, lat. 16 B.
cauda ad 10 gr. longa, cujus linea quasi sub occidentali cruce Bootis transituriebat.

Adresse:

Clarissimo Viro, D. M. Michaeli Maestlino, Matheseos in Academia Tubingensi Professori celeberrimo D. Patrono Hospitique meo
colendo

Tübingen

praesent. est
Januarii
1619
(Mästlin)

W. VIII. Kepler an Maestlin, Linz, 12. April; 28. Mai; 19. Juni 1620.

Clarissime vir. Nuncius me absente literas tuas in meas aedes intulit, cum denunciatione, ut intra praestitutum tempus responderem. Brevis igitur esse studeo; an id sim assecuturus finis Epistolae ostendet.

Gratias ingentes ago et pro observatione tua Eclipseos et pro examine meae. Opus vero tibi esse puto declaratione quarundam rerum, qua percepta rogo, ut iteres censuram tuam: res enim magna agitur de locis sc. omnium fixarum.

Primum parallaxis ☽ 62′ 10″ nequaquam a me fuit adhibita altitudini 50 graduum, sed est haec parallaxis altitudinis in ipso Horizonte. Demonstravi autem ante 16 annos in Opticis, capite IX, fol. 320, quod, posito uno certo gradu Eclipticae in Horizonte, eoque retento immobili in eo, Luna vero per totum semicirculum Eclipticae extantem eunte, in eadem a Terra distantia, semper eadem maneat parallaxis latitudinis. [Randbemerkung:] (Sit 24 ♏ in ortu, sit etiam eadem distantia ☽ a ⊕, erit parallaxis latitudinis ☽ tanta in 24 ♌ in No[nagesimo] quanta in 24 ♏ in oriente vel in 24 ♉ in occidente.) Ut igitur sinus totus ad sinum distantiae Nonagesimi a vertice, ita 62′ 10″ ad parallaxin latitudinis. Et ut idem sinus totus ad sinum altitudinis Nonagesimi, ita 62′ 10″ ad [parallaxin] longitudinis Horizontalem. Ut vero totus ad sinum dist. ☽ a Non., ita Parallaxis long. Horizontalis ad parall. long. in proposita altitudine ☽. Hinc patet, si sinus alt. Non. multiplicetur in sinum dist., factus in 62′ 10″, ablatis 10 Figuris ultimis, confectum iri parallaxin long. Horizontalem.

Atqui multiplicationes tolluntur, additione logarithmorum, ut demonstravit Neperus. Itaque invenies hoc tempore alt. ☽ 55 semidd. ⊕ ex mea parallaxi 62′ 10″, puta Horizontali altitudinis.

Ut autem tibi per hanc occasionem explicem obiter rationem Logarithmorum: attende primo nomen, quod sint aliqui numeri, qui sunt ἀριθμοὶ τοῦ λόγου. Verbi causa, sit minima omnium proportio suscepta inter numeros 100000.00 et 99999.99: haec proportio signetur unitate (quanta nimirum est terminorum differentia).

[Randzusatz Keplers:] (Etsi logarithmi sunt adhuc accuratiores. Nam initium debet fieri a proportione adhuc longe minori; ita ut haec proportio inter 100000.00 et 99999.99 acquirat nomen paulo majus unitate. Itaque Neperus quidem, non incipiens a proportione satis parva, dat Logarithmum proportionis duplae seu inter 100000.00 et 50000.00 istum 69314.69. Ego vero quaesita radice vicesima quarta, semper ad figuras 16 (toties scilicet bisecta proportione inter 10.... et 5...) deinde ultimae harum radicum defectu a 10000000000000000, assumpto pro Nomine hujus minimae proportionis, eoque nomine rursum vicies quater duplicato, inveni Logarithmum proportionis duplae (seu ad 500000.00) istum 69314.72 tribus unitatibus plus quam Neperus. Etsi nihil magnopere interest, quo numero denominetur minima assumpta proportio, modo id nomen in toto Canone observatur.)

Jam scis, quod proportio inter numeros 99999.99 et 99999.98 sit major quam illa prior; et sequens rursum major sc. inter 99999.98 et 99999.97, et sic consequenter. Sic ut proportio inter 50000.01 et 50000.00 sit major quam ulla priorum, quae sit proximorum numerorum ordinis naturalis.

Quia ergo primae proportionis quantitas est expressa numero 1, secundae quantitas non exprimetur numero 1 sed aliquo paulo majori, et sic consequenter. Ipsa denique inter 50000.01 et 50000.00 exprimenda erit numero 2 proxime.

[Randzusatz Keplers:] (Haec clarius ex meo Canone.

Numeri absoluti	Logarithmi	Diff.
100000.00	000.00	
		100.05
99900.00	100.05	
		100.15
99800.00	200.20	
etc	etc.	etc.
50200.00	68915.52	
		199.40
50100.00	69114.92	
		199.80
50000.00	69314.72	
		200.20
49900.00	69514.92	

Vides primam differentiam ad 100000.00 esse 100.05, ultimam ad 50000.00 esse 200.20, duplam prioris quia proportio 50000.00 ad 49900.00 eadem est quae 100000.00 ad 99800.00, et vero ad 99800.00 vides etiam 200.20 assignatum logarithmum.)

Denique ergo si quaeratur, quanta sit proportio 100000.00:50000.00, hoc est 2:1 in ea numeratione, qua minima superius fuit 1, respondetur sic: primo si omnes intermedii numeri ordinis naturalis semper bini et bini unitate differentes constituerent eandem quantitatem proportionis, tunc quia inter 100000.00 et 50000.00 intersunt 49999.99 numeri, numerus igitur proportionis 100000.00: 50000.00 esset 50000.00. Sed quia posterior quaeque est major quam 1, ergo numerus proportionis duplae in suscepta dimensione, fiet 69314.72; toties nimirum continetur proportio 100000.00/99999.99 in proportione 100000.00/ 50000.00, vel 2:1.

Haec est factura logarithmorum, cui demonstrandae schemate opus non est.

Iam attende quo modo per logarithmos aboleatur multiplicatio. Sit ut

A B
100000.00 ad 90000.00 sic
C D
80000.00 ad 72000.00.
A D
Hic proportio 100000.00 . 72000.00

componitur ex proportionibus tribus, scilicet

A B
ex 100000.00 . 90000.00 et
B C
ex 90000.00 . 80000.00 et
C D
ex 80000.00 . 72000.00

quare etiam numeratio proportionis A D scil. Logarithmus ejus, componetur ex Logarithmis AB, et BC, et CD. [Randzusatz Keplers:] (Data proportione numerorum quotcunque ad communem 100000.00 maiorem omnibus, dantur numeri ipsi, eadem opera.) Atqui proportio CD est aequalis proportioni AB. Ergo Logarithmus AD componetur ex duobus Logarithmis ipsius AB et ex Logarithmo BC. Sed unus Logarithmus AB et Logarithmus BC componunt Logarithmum AC, quia ipsae proportiones AB et BC sunt elementa proportionis AC. Ergo unus Logarithmus AB (1053605) et unus AC (2231436), componunt Logarithmum AD (3285040 +).

Hac demonstratione percepta, non est ut amplius dubites circa Logarithmos. Nam optio tibi datur, vel his uti addendo vel pro iis multiplicare sinus expressorum arcuum.

Alterum caput declarandorum est hoc, quod non nititur praecipue mea observatio rectitudine anguli ad Lunam, sed additur, quo momento, qua altitudine Aldebaran, angulus ad priorem stellam fuerit rectus et cum centro ☽ et cum margine occidentali: hoc habet magnam certitudinem, quia linea stellarum est pene parallela Eclipticae: additur etiam, quo momento visa sit ☽ distare aequaliter ab utraque stella, angulo ad Lunam existente quasi recto, quanquam hic aestimatio falli potuit ob duas causas; itaque non cupio ut quicquam tribuatur huic notationi, caeterae tamen per se stant sine hac.

Tertio sic est intelligenda mea observatio, quod uno quidem minuto temporis, priusquam Aldebaran distaret a vertice Gr. 58^0, fuerit initium; notavi enim, quod provinciale uno quadrante serius sonuerit per totam durationem. Computavi sane et ego medium ex observatis H. 3.48 Tubingae H. 3.27. Differentia Mer. $5\frac{1}{4}$ gr, cum ex Eclipsi 1617 collegerim $5\frac{1}{2}$ gr, quanquam per longiusculam et suspectam durationem.

Quod igitur angulum Eclipticae cum meridiano computas $70^0\ 44'$, ita et ego habeo in tabulis Epitomes meae sc. ad 23^0 ♌ $70^0\ 50'$ ad 24^0 ♌ $70^0\ 36'$. Angulo vero Eclipticae cum Verticali Lunae etsi alias ego non utor, utar tamen nunc. Nam ut S[inus] totus ad S. distantiae ☽ a vertice $50^0\ 47'$, ita S. $62'\ 10''$ ad S. Parallaxis μηκοπλατοῦς, competentis huic dist[antiae] a Vertice. Ut vero S. totus ad sinum anguli Ecl. et Verticalis $39^0\ 14'$, ita haec parall[axis] μηκοπλατῆς ad parallaxin latitudinis.

Ex hoc fundamento operabor ego per logarithmos (breves).

G. $1^0\ 2'\ 10''$	Log. 401 200			401 200
G. $50^0\ 47'$	Log. 25 520			25 520
G. $39^0\ 14'$ vitiose	Log. 45 811;	At correcte: $43^0\ 38\frac{1}{2}'$	Log.	37 085
	Log. 472 531	×××	Log.	463 805
Hic daret	G. $0^0\ 30'\ 38''$	dat	G.	$0^0\ 33'\ 20''$

Ad exquirendum consensum etiam meo utar modo. Quia enim AR.MC. [Ascensio Recta Medii Coeli] est abs te computata $145^0\ 46'$ oritur igitur $10^0\ 38'$ ♏

angulo Orientis ex epitome mea exist[ente] $57^0\ 40'$. Distat igitur Non[agesimus] a vertice $32^0\ 20'$. Ergo logarithmus ad

	$32^0\ 20'$	est	62578
Logarit. Gr.	$1^0\ 2'\ 10''$		401200
Gr.	$0^0\ 33'\ 20''$	Logar.	463778

idem qui supra.

In Meridiano	$23^0\ 24'$ ♌		
In Nonagesimo	$10^0\ 38'$ ♌		
MN	$12^0\ 46'$	Antilog.	2502
Declinatio culminat.	$13^0\ 46'$		
Alt. aeq.	$41^0\ 44'$		
	$55^0\ 30'$	Logar.	19342
		Logar.	16840

Angulus Ecl[ipt.] El[evat.] Hor[iz.] $57^0\ 40'$
idem qui supra.

Ex his datis probabo etiam angulum Eclipticae cum verticali tuum.

☽	$29^0\ 3'$ ♊		
Non.	$10^0\ 38'$ ♌		
	$41^0\ 35'$	Log.	40991
nonag. a vertice	$32^0\ 20'$	Mesologar.	457304
		Mesologar.	47394,
qui dat	$43^0\ 38\frac{1}{2}'$		
	×××		

Omnia consentiunt angulum Eclipticae cum verticali Lunae esse maiorem, sc. non $39^0\ 14'$, sed $43^0\ 38\frac{1}{2}'$.

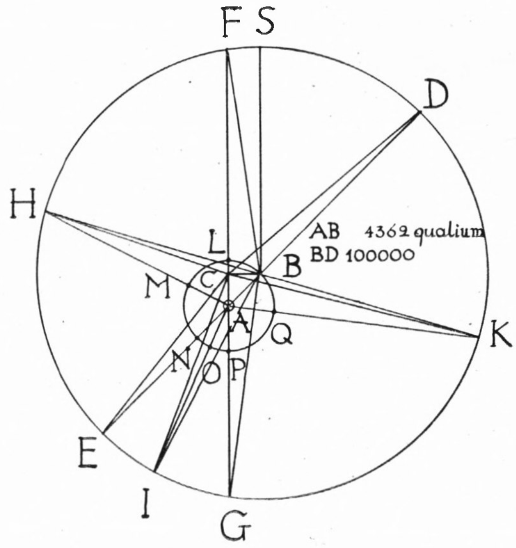
Opinor si sinum $41^0\ 35'$ in foecundum $32^0\ 20'$ multiplices, proditurum foecundum arcus $43^0\ 38\frac{1}{2}'$. Et hanc esse legitimam viam inquirendi angulum Ecl. et verticalis.

Quarto, quod attinet magnitudinem defectus, mihi insolens non est, eum diversis videri diversum. Ego certe et Gringalletus meus diligentissimi hic fuimus et usi sumus perspicillis non nimium multiplicantibus, sic ut Luna tota simul videri possit. Et quamvis non accurate potuerit aestimari, non tamen dubitamus, quin circa medium esset nona pars Lunae in lumine circiter. Sane haec incertitudo observandi digitos fecit me tandem desperare de parallaxi ☉ Observationibus hisce eruenda, quod non dissimulavi in Comment. Martis, inque Ephemeridum praeambulo (Opt. meae fol. 304, 351). Itaque in Epitome, quae forte edetur, parallaxin ☉ constituam a priori, minorem eam faciens, quam in Ephemeridibus et omnino tantam, quantam in Comm. ♂ suspicatus sum. Nam si hoc axioma usurpem, toties solem esse majorem Terra, quoties distantia ☉ Apogaea major est semidiametro ⊕; et vicissim toties Terram majorem Luna, quoties distantia Lunae est major semidiametro ⊕ ejusdem: sequitur assumpto visionis Apogaeo angulo 30 (qui habet etiam suas rationes, a priori) solem abesse in apogaea distantia 3469 semidiametris. Lunam 59. Ergo Solis parallaxis circiter 1′. Pro concinnitate vero proportionis, quam elegi in Ephem. Num. 7, jam obtineo aliam concinnitatem sane quam mirabilem. Scilicet hanc, quod his legibus Sphaera Lunae fit medium proportionale inter globum terrae et Sphaeram Solis (seu Terrae) sicut lib. de Stella Nova Sphaeram Saturni extimi mobilium feci medium proportionale inter globum Solis motoris et Sphaeram fixarum; quod ea re confirmatur, quod sicut motus planetarum ex Sole est, sic etiam motus Lunae est ex terra, ex utriusque sc. tornatione circa axem. Sed haec obiter.

Nunc igitur his dilucitatis, rogo majorem in modum, idque propter bonum publicum, et propter honorem professionis nostrae, quae consistit in hoc adjuvando, ut dispicias, quid agendum putes in motu fixarum emendando. Nam similia etiam ex nonnullis observationibus Veneris videor eruere posse, ut ita diurnae ♀ observationes cum primis Tychonicis nocturnis interventu horarii ♀ non optime conveniant.

Haec ultima mea emendatio (pro nunc quidem) non potuit hactenus fieri, priusquam haberem observationes 4 Eclipsium Lunae uno loco habitas, et observationibus aliorum locorum, scilicet Tubingae et Romae confirmatas. His parallaxibus assumptis, et Horario (etiam a priori) non nihil emendato, retento vero angulo latitudinis Copulari et loco nodi, ut in Ephemeridibus, Eccentricitate vero Lunae reali simplici, et diametro ☽ in apogaeo 30′, observationes supra vota tueor, quoad digitos et durationes. In accommodatione temporis adhuc haereo.

Mitto salutis loco Theoriam Lunae renovatam.



A centrum Terrae, *B* centrum Eccentrici Lunae (qui tamen intelligatur ellipticus, ut sunt Eccentrici caeterorum planetarum), *DE* linea apsidum, *FG* linea copularum; *BLMNOPQ* circellus respectu copularum annuus in antecedentia, sed respectu fixarum novennalis fere, inque consequentia. *AD*, *AF*, *AH*, *AE*, *AI*, *AG*, *AK* lineae veri motus lunae. Ponamus centrum B in uno mense esse immobile, etsi id movetur versus *Q*, in uno mense per unum signum fere. Ducta igitur ex *B* perpendiculari in *FG* lineam copularum, quae sit *BC*, erit *C* punctum aequationis menstruae; et *F* veluti Apogaeum quoddam, quia *D* apogaeum est ipsi vicinius, *G* perigaeum, quia a *D* remotius; et in *FHG* menstruae aequationes erunt subtractoriae, in *GKF* adjectoriae.

Luna igitur versante in linea Apsidum Anomaliae solutae, hoc est in *D* vel *E* tunc etsi nulla potest esse Prosthaphaeresis Anomaliae solutae, est tamen aliqua Prosthaphaeresis Anomaliae menstruae, quippe puncta *D*, *E* versantur extra lineam Apsidum Anomaliae menstruae *FG*. Hanc vero Prosthaphaeresin prodit area trianguli aequatorii, quod stat super Eccentricitate menstruae aequationis *CA*. Nam ☽ in *E* existente, menstrua aequatio est *CEA* area. Sit enim vera distantia ☽ ab ☍ ☉ angulus *FAE*; tempus huic angulo respondens erit in sua proportione majus hoc angulo, quantitatae areae *CEA*. Seu quod est dilucidius, sit notus locus lineae *AD* sub fixis, Luna igitur existente in ejus opposito *E*, tempus respondens angulo *DAE* (duobus rectis) seu semicirculo Orbitae *DHE* componetur ex area semicirculi *DHE* et ex triangulo *CEA*. Et vicissim, Luna in *D* Apogaeo versante, quando debebat fieri numerationis temporis initium, seu quando Anomalia Media debebat esse o, si nulla esset aequatio menstrua; tunc jam existente hac numeramus tanto minus quam o, quantum valet area *DAC*. Ita conciliatur angulo visionis, seu verae distantiae ☽ a ☉ *FAD* vel *FAE* suum justum tempus seu Anomalia media.

Vicissim sit planeta vero motu (vel prope vero, quia nondum correctus est per variationem, de qua dicetur infra) sit inquam in F: ☍ ☉ vel in *G*: ☌ ☉. Hic quia Luna collocatur in Apsidibus Anomaliae menstruae, nulla est Prosthaphaeresis menstrua, at est aliqua Prosthaphaeresis Anomaliae solutae, plane similis planetis caeteris; ostenditur enim et per angulum et per valorem areae trianguli *BFA*, *BGA*, per suas scilicet partes physicam et opticam in unum compositas. Angulus enim verae elongationis Apogaei ☽ ab ☍ ☉, sc. *DAF* minor est angulo *DBF* et arcu *DF*, quantitate *BFA* anguli; eidem vero angulo *DAF* respondet Anomalia media, valor areae *DAFD*. Sic angulo *DAG* areae *DAGD* valor assignat suam Anomaliam mediam, seu complementum ejus ad semicirculum.

Tertio operae precium est videre Prosthaphaereses mixtas ex Solutae et ex Menstruae Anomaliae Prosthaphaeresibus. Sit primo Luna inter unius Apogaeum et alterius Perigaeum, ut in punctis *H*, *K*, idque motu prope vero. Hic consideranda sunt bina pro uno triangula aequatoria, pro soluta *BHA* vel *BKA*, pro menstrua *CHA* vel *CKA*. Angulo igitur *DAH* respondet Anomalia media composita ex area *DAHD*, et ex area *CAH*; et angulo *DAK* respondet Anomalia media composita ex areis *DAKD* et *CAK*.

Sit deinde Luna inter duo Apogaea, vel inter duo Perigaea ut in *I*. Hic triangulum solutae est *BAI* in semicirculo solutae ascendente, at triangulum menstruae est *CAI* in semicirculo menstruae descendente; valores itaque triangulorum sunt inter se affectionis contrariae, quare hic angulo *DAI* respondet Anomalia media, constans ex valore areae *DKIA*, sed a quo diminutus sit valor areae *CIA*.

Hactenus retinuimus distantiam *DAF* Solis oppositi ab Apogaeo ☽ unam et eandem; cum tamen separatio sit fere annua. Notandum ergo, si Apogaeum sit in ☍ vel ☌ ☉, hoc est, si coincidant *AD* et *AF*, tunc *B* centrum eccentrici erit in *L* vel *P*. Tunc igitur, posita Luna in *H* vel *K*, erit pars aequationis Optica, ut hactenus, angulus *LHA* vel *LKA*; at physica pars aequationis tam solutae, quam menstruae communiter est desumenda ex area *LHA* vel *LKA*, bis sumpta.

Quia perpendicularis *BC* tunc est nulla, quippe absumpta in punctum *L*, ut sic utrumque triangulum, tam solutae, quam menstruum eandem habeant basin *AL*. Vicissim sic Apogaeum *D* sit in Quadris et angulus *DAF* rectus, tunc perpendicularis *BC* cadit in *A* centrum terrae, quare Eccentricitas aequantis *AC* est nulla, igitur et aequatio menstrua tunc nulla toto orbitae circuitu. Ita satis clarum efficitur tarditatem sideris ex aucto intervallo, esse duplo majorem circa Apogaeum in copulis, quam vel in planetis caeteris, vel etiam in ipsa Luna circa Apogaeum in Quadris. Et haec intelligantur de aequationibus ex antiquo cognitis, remota jam variatione Tychonica, de qua huc usque nihil est dictum. Sed notanda est haec ratio dupli, quia oculos videtur aperire circa causas motuum physicas indagandas.

Hactenus Hypothesis renovata. In Ephemeride et per hos annos intermedios duplicem Eccentricitatem statui: ut, sicut in soluta Prosthaphaereses causatur Eccentricitas partim optice, partim physice, sic etiam in Menstrua prosthaphaereses dividerentur inter physicam et opticam, et ut physica retardatio solitam suam causam haberet, mutationem sc. intervalli Lunae et Terrae. Verum sic Eccentricitas copularum mihi nota fuit 6543, Simplex seu Quadrarum 4362. Atqui ex diligenti tractatione Eclipsium deprehendi, retinendam esse etiam in copulis simplicem Eccentricitatem 4362, ut sint in copulis distantiae ad unguem eaedem a Terra, quas reperit Braheus in Quadris, Semidiametrorum ⊕ a 59 in 54.

Hoc itaque pacto Menstrua Prosthaphaeresis nunc habet formam mere physicam, non vero ut illa prior ex dimidio opticam. Et tamen haec physica retardatio causam habet consimilem. Sicut enim in soluta Eccentricitas *AB*, augens distantias Lunae a fonte motus *A* superius, auget etiam physicas moras. Sic nunc in Menstrua, quia circulus illuminationis, semper perpendicularis ipsi *FG*, rationem fontis habet; eadem Eccentricitas *AB* habet suam certam altitudinem super planum illuminationis, quae altitudo est *AC*; et operatur haec Elevatio *AC* physicam retardationem in Menstrua, maximam circa *F*, non minus quam in Soluta, ipsa Elevatio *B* super *A* operatur retardationem maximam circa *D*. Itaque triangula *CHA* etc., quae cum areis suis significant retardationem physicam, non carent sua etiam causa, quod hactenus me torserat, adque confingendam peculiarem Eccentricitatem adegerat. Omnibus modis, Maestline praestantissime, dives est et sibipsi sufficientissima physica speculatio motuum.

Sequitur igitur calculus. In eo hoc unum deest, quod Data Anomalia media, non aliter invenitur anomalia coaequata, nisi per Falsi regulam, ut in Commentariis Martis luculenter ostendi. Ad tabulas vero construendas nihil nos impedit incipere ab Anomalia Eccentri, quae mihi est quantitate media inter veteribus dictam mediam et inter coaequatam. Etsi vero tradita est ratio computandi in Marte, tamen, ne Te circumcursitare opus sit per varios libros, repetam hic modum, ut videas ejus facilitatem et certitudinem.

Ponatur Anomalia Eccentri 60°, quaeritur et quanto tempore (quod est Anomalia media) Luna versetur in hoc arcu, et quanto angulo ex terra spectetur hic arcus Orbitae, quae ut in planetis, figuram habet Ellipticam. Igitur sinus erit 86603, qui multiplicatus in dimidium Eccentricitatis solutae An[omaliae] sc. in 2181, conficit aream trianguli, quae quantum valeat, facile computatur. Nam area totius semicirculi, ex Archimede petita, valet Anomaliam mediam 180°. Et cum initio statim constitui possit, quantum valeat triangulum omnium maximum, quod competit Anomaliae Eccentri 90°, sc. area 218100000, quot valeat gradus, minuta et secunda, seu unico numero, quot secunda; puta hic 2° 30′ 0″ circiter, seu 150′, seu 9000″. Ergo in omnibus aliis operationibus, posita Anomalia Eccentri ut hic 60°, sinus ejus tantummodo recta multiplicatur in haec 9000″ et prodit valor ipse cujusque trianguli in secundis scrupulis. Igitur hic sunt 7792″, seu 2° 9′ 52″, dico igitur Anomaliam mediam quaesitam esse 62° 9′ 52″. Nam sectoris, quae est sub arcu circuli 60°, area valet itidem 60°.

Pro coaequata invenienda sic agendum. Hactenus quidem circulus pro ellipsi fuit usurpatus, demonstratur enim haec aequipollentia γεωμετρικωτάτως; at nunc propria planetae Orbita est adsciscenda, ut habeatur vera ejus apparentia ex terra, seu Anomalia coaequata. Id hac ratione obtinetur: Sinui 50000, complementi Anomaliae Eccentri 60°, addo in praesenti casu Eccentricitatem 4362, et fit 54362. Eundem sinum complementi multiplico in Eccentricitatem eandem, et prodit portio librationis 2181, adjicienda hoc loco ad 100000, ut conficiatur distantia ☽ a ⊕ 102181. Igitur 102181 se habet ut secans, et 54362 se habet ut tangens, diviso enim 5436200000 per 102181, prodit tangens (seu Foecundus) complementi Anguli coaequatae, igitur Anomalia coaequata est 57° 51′ 31″ respondens Anomaliae Mediae 62° 9′ 52″: ut sit aequatio solutae Anomaliae tota 4° 18′ 21″.

Hactenus igitur Luna fuit similis planetis caeteris. Applicabimus ad Schema. Sit *DAK* angulus 57° 51′ 52″, ut aequatio 4° 18′ 21″ hic intelligatur addenda.

Cum igitur Schema sic sit pictum, ut distantia ☍ ☉ ab Apogaeo Lunae, seu angulus *FAD* sit 45^0; erit ut 100000 ad *BA* 4362, sic sinus anguli *FAD* 70711 ad *CB* 3085. [Randzusatz Keplers:]

(Logarithmus	4362|0.	82964
Logarithmus	45^0	34657
Logarithmus	3084|6	117621)

Et ut 100000 ad *BA*, sic sinus complementi *FAD* ad *CA* 3085. Trianguli igitur *CAK* nota est basis *CA*, nota et altitudo, seu colligenda potius sic: *FAD* vel *SBD* est 45^0, *DBK* vero 60^0. Ergo *SBK* 105^0, cujus sinus 68593 proderet trianguli altitudinem, si ejus basis *CA* tenderetur ex *B* in linea *SB*.

[Randzusatz Keplers:]	(Logar.	75^0	3467
	Logar.	3085	117621
	Logar.	2979|3	121088
		1490	
	Logar.	3085	117621
	Logar.	955|..	235242
		47|8	)

At nunc accedit huic altitudini quantitas *CB*, ut sit 99678, haec ducta in dimidiam *CA* sc. 1543 creat 153800000 circiter, ut sic auctarium hoc altitudinis *BC* non plus efficiat quam 4800000 circiter. Itaque valor areae *CKA* est $1^0\,45'\,47''$. Et excessus ille altitudinis non plus efficit quam $3'\,20''$. In hypothesi priore, ex qua computatae sunt Ephemerides quatuor, colligo $1^0\,44'\,0''$.

Cogitabis fortasse faciliorem esse modum calculandi per Hypotheses antiquas. Age igitur ostendam, quomodo hae meae physicae causae etiam in circulos aequantes transferri possint, ut tecum ipse explores, an calculus sit futurus facilior.

Maneat igitur *AB* Eccentricitas, et in *AB* continuata, ipsi *AB* aequalis fiat *BR*, et sit *R* centrum circuli aequantis pro soluta Anomalia. Pro eo igitur, quod ego computavi valorem areae *BKA*, computa tu angulum *RKB*, qui non poterit esse multo alius, sed difficiliorem puto futurum calculum. Altera vero pars aequationis solutae *AKB* angulus manebit ut prius.

Pro menstrua vero anomalia fiet *C* centrum aequantis Menstrui, in cujus circumferentia numerabitur arcus aequalis angulo *FAK*. Pro eo igitur, quod ego computavi valorem arcae *CKA* altiusculae in semicirculo *SKG*, in quo est Apogaeum solutae; computandus tibi erit angulus *CKA* acutiusculus. Ita hic circiter 6 vel 7 minutis differemus.

I. Fundamenta physica calculi mei, quam hactenus adhibui ad Variationem computandam.

Transeo vel tandem ad tertiam Lunae Prosthaphaeresin, quae secunda est ex menstruis, Tychoni Variatio dicta, quae mysteriorum et perplexitatis vere est plenissima, ipsoque Tychone teste nihil aliud quam physica acceleratio et retardatio. Hic aliqua videre incipio, discussis tenebris ignorantiae, circa plurima, quae palpitando quaero, adhuc caecutio.

Hactenus quidem, ut in Prolegomenis Ephemeridum videre potes Numero 19, sic censui distribuendam Variationem per Orbitam Lunae. Primum statui, qua in proportione sunt ad se mutuo Revolutiones integrae duodecim, cum appendice Gr. $132^0\,45'$, quae accedunt ad usque completionem anni siderii, et seorsim haec ipsa appendix $132^0\,45'$, in eadem proportione dividendum esse unumquemque gradum distantiae Lunae a Sole coaequatum, ut major quidem pars, in annuo quidem motu, Revolutiones Lunae duodecim integrae, in uno vero gradu minuta $58'\,12\frac{2}{3}''$, causam habeant motricem aequabilem in se ipsa, puta revolutionem diurnam corporis telluris, quae per emissam speciem secum rotat etiam Lunam: at minor pars, puta in anno quidem, Appendix Gr. $132^0\,45'$, in uno vero gradu residua $1'\,47\frac{1}{3}''$ causam habeant motricem se ipsa inaequabilem, quam statui esse Apparentem ipsi Lunae latitudinem circuli illuminationis Telluris.

Non disputo jam, an apparentiae opticae sit aliqua vis physica movendi; sufficit mihi si sit aliqua causa movens, quae hac apparentiae varietate utatur pro lege et regula seu mensura motus sui. Quod si igitur haec residua $1'\,47\frac{1}{3}''$ de omnibus 90^0 gradibus quadrantis colligantur in unam summam; deinde summa ista rursum in illos gradus 90 distribuatur admensa scilicet ad sinus distantiae ☽ a ☉ vel ab ☍ ☉, putavi hanc esse bonam distributionem physicam. Sic enim provenerunt mihi in copulis quidem pro uno gradu $61'\,1''$, in Quadris vero pro uno gradu facta sunt $58'\,13\frac{2}{3}''$, quia in copulis magna sinuum incrementa plus restituebant uni gradui, quam prius ei erat detractum; in quadris vero sinus jam pleni, pene nihilo amplius augentur, nihil igitur pro facta diminutione restituunt.

II. Haec calculi ratio differebat a Tychonica in forma plurimum, in quantitate non nihil.

Effectus calculi varie Tychonicas Variationes nunc antecessit, nunc secutus fuit, nuspiam tamen ultra 9 minutorum facta fuit diversitas. Ego vero meis Variationibus malui credere, ut quae ex sinibus lege physica orirentur, cujus legis exempla alia sunt satis evidentia: Tychonicas vero variationes, tanquam non physicas deferendas existimavi, quippe quae nascuntur ex libratione in diametro circelli, motus duplicis ad elongationem Lunae a Sole: cum nulla appareret causa physica hujus duplicationis.

Haec igitur hactenus fui secutus, usque ad initium hujus anni 1620, quando Hypothesin Lunae modo praemisso reformare, eccentricitatem menstruam tollere, inque merum (ut ex usitatis Hypothesibus loquar) aequantem transformare coactus fui. Sequitur nunc hujus circa Variationem considerationis et calculationis emendatio.

III. Quae fuerint occasiones cogitandi de emendatione hujus calculi Variationis.

Cum enim viderem, ratione explicatae superius inaequalitatis menstruae, seu Προσνεύσεως Ptolemaicae, Lunam fieri duplo tardiorem in Apogaeo et copulis, quam in Apogaeo et quadris: constituendum mihi videbatur, ubi duplum posset existere lucri vel damni, ibidem et duplum oportere esse sortis; itaque Variationem Tychonis et Πρόσνευσιν Ptolemaei ab una et eadem causa esse deducendam; et tantam esse statuendam Variationis accelerationem in Copulis, ut damnum ex Eccentricitate in Copulis ad duplum damni usitati, in Quadris Apogaeo versante, posset excrescere.

IV. Ut scilicet Προσνευσις Ptolemaei et Variatio Tychonis ex eodem fonte oriantur.

Hic cum mea in copulis acceleratio non responderet magnitudine apparenti necessitati physicae, coepi cogitare, quo pacto ea posset augeri. Summa quidem totius accelerationis per totum quadrantem jam erat mihi praescripta, eadem sc. quae hactenus. Itaque quanto augerem accelerationes in copulis, tanto videbam diminutum iri caeteras extra copulas.

V. Detectio (secundum propositam identitatem originis rei utriusque) qua in parte esset error calculi.

Sinus ergo primorum graduum digressionis ☽ a Copulis, non erant satis magni pro mea mensura, sinus vero circa Quadras et finem quadrantis nimis erant magni. At sinus primus et incrementa sequentium, sunt index apparitionis latitudinis circuli illuminationis terrae; non ergo ut evanescit circulus hic illuminationis Terrae in Luna, sic etiam minuitur Variationis celeritas, sed magis praecipitatis utitur decrementis, orta a majori quantitate totius.

VI. Fundamenta physica reformationis hujus calculi.

Coepi igitur circumspicere, quidnam esset hic circulus illuminationis Terrae, qui pro motore constituitur juxta Terram ipsam, inaequaliter movens juxta moventem aequaliter se ipso, et quidnam consentaneum sit ab hoc circulo illuminationis moveri. Nam si eadem est Terra, quae movet duplici respectu, et ratione sui corporis diurno motu rotati, et ratione suae illuminationis, eodem modo et de Lunae corpore dicendum esse videbatur, ut eadem esset Luna, quae moveretur duplici respectu, et in quantum est solidum in coelo corpus, et in quantum et ipsa illuminatur a Sole.

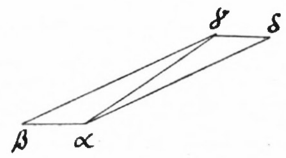
De hujus rei possibilitate et modis et de τῳ διότι disputent Metaphysici, mihi ut supra dictum, mensurae motuum tales, quae appareant in rerum natura, ad investigandum sunt propositae, et τό ὅτι. Itaque divisim etiam Telluris quidem rotatae species, ut solidi corporis, aequabili suarum virium contentione, movet Lunae corpus ut corpus, modificantibus tamen intervallis, ut in planetis caeteris; at ejusdem telluris corpus, uti figuratum varie habet aspectum illuminationis suae, versus Lunam porrectum, movet ejusdem Lunae corpus, uti et ipsum varie figuratum habet illuminationis suae aspectum, versus Terram porrectum. Movet itaque apparens latitudo circuli illuminationis et quantum ipsa habet in se latitudinis apparentis, et quantum ejus invenit in Luna quovis tempore. Atqui eadem sunt incrementa phasium utrarumque; ut quo tempore Terra videt Lunam falcatam, eodem Luna videat Terram gibbam, ut ita circuli illuminationis diametri latitudinum sint semper paralleli, et ejusdem ex inclinatione quantitatis apparentis, in comparatione ad cujusque recte objectae visionem quasi totalem.

VII. Constitutio principii ad emendatum calculum.

Ergo non est distribuendum illud auctarium graduum $132^0\,45'$ super duodecim Lunae revolutiones integras, non est inquam distribuendam secundum mensuram simplicis hujus latitudinis Ellipseon seu circuli illuminationis apparentis, sed oportet illam bis adhibere: hoc est, ut Geometrice rem eloquar, non incrementa ipsorum sinuum digressionis Lunae ab opposito velo Solis, ut hactenus, sed incrementa quadratorum sinuum, debent statui pro mensura accelerationis hujus in copulis.

VIII. Principium hoc calculi se praebet ad redigendas in unum Πρόσνευσιν et Variationem.

Porro ut revertar ad initium, talis nascitur forma hujus calculi, ex qua luculentissime appareat, tam Variationem Tychonis, quam Προσνευσιν Ptolemaei ex eodem esse fonte. Nam esto in adjecto schemate α centrum Terrae, $\alpha\beta$ semidiameter illuminationis ⊕, γ centrum Lunae, $\gamma\delta$ semidiameter illuminationis ☽. Si

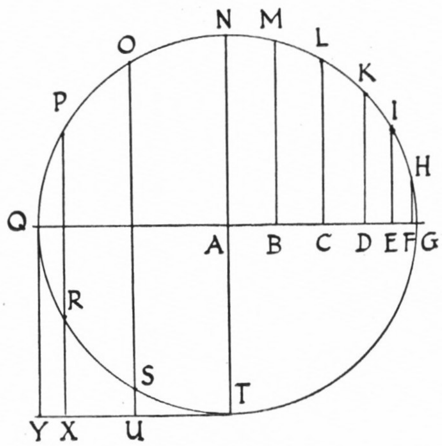


ergo semper $\gamma\delta$ et $\alpha\beta$ parallelae quam proxime, et si sinus $\gamma\alpha\delta$ multiplicatus in sinum $\alpha\gamma\delta$ facit numerum, qui metitur quantitatem seu vigorem accelerationis, competentem in tali situ, sic ut factus iste sit maximus in copulis, nihil in Quadris; facile apparet, si jam etiam prolongentur lineae $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, per Eccentricitatis interventum, angulos $\gamma\alpha\delta$ diminutum iri, ac proinde accelerationes in toto illo semisse mensis (inchoando a Quadris) in quo reperitur apogaeum Lunae, fore minores, id quod supra in schemate praestitit nobis punctum C aequantis menstrui, ejusque Eccentricitas AC.

Et haec sunt, quae ad hoc usque tempus in lucem eruere potui: at in quantitate utriusque rei concilianda etiamnum haereo. Nam si utraque aequatio est ab eodem fonte, Prosneusis quidem Ptolemaei effectum habet maximum (quando apogaeum ☽ est in copulis, Luna ipsa in Quadris) gr. $2^0\,30'$, ex hac vero quantitate nascitur jam aliqua etiam Variationis quantitas necessaria, sed quae nonnullis scrupulis (non tamen valde multis) distat tam a maxima Variatione Tychonica, quam ab ea quantitate, quam meus efficit calculus et assumptio Appendicis illius 132° 45′ ad duodecim Revolutiones in uno anno. Quare vitandae perplexitatis causa finiam hic discursum super causa utriusque physica, et me convertam ad demonstrationem Calculi, quae habet aliquot jucunda Theoremata et effectum inopinatum.

IX. Fundamenta calculi geometrica, ex physicis principiis positis extructi.

Diminutione enim facta de gradibus singulis distantiae ☽ a ☉ vel ☍ ☉, vicissim iis accrescere dico accelerationis portiones seu incrementa decrescentia in ea proportione, quam servant Quadrata sinuum distantiae Lunae a Quadris: sicut enim accelerationis vigor est in copulis maximus, sic etiam sinus distantiae copulae a quadra, id est Quadrantis, est maximus et totus. Porro quod hic dico idem est cum eo, quod supra dixi, Sinum primum distantiae Lunae a copulis et incrementa sequentium, omnia quadrata esse debere mensuras incrementorum accelerationis decrescentium. Nam diviso quadrante in partes aequales minimas,



ut hic, quadrante *GN*, summa sinuum ad divisiones aequales proxime est in proportione sagittae cujusque arcus sinus illos continentis: sicut enim summa sinuum ex *H*, *I*, *K* ad sagittam *GD*, sic summa sinuum *H*, *I*, *K*, *L*, *M* ad sagittam *GB*. Hujus prope veri Theorematis fundamentum est illud Pappi theorema simpliciter verum, quod segmenta superficiei Sphaericae sint in proportione suarum axis portionum seu sagittarum *GD*, *GB* etc. Posito igitur *N* loco Lunae in copulis, *G* loco ejusdem in quadris, si colligam portiones incrementorum accelerationes decrescentium, servantes proportionem quadratorum de *NA*, *MB* etc., summa omnium totius quadrantis eadem erit, quae colligitur, si incipiendo ab eadem portione prima, comparem illam quadrato ipsius *AB*, sinus arcus *NM*, deinde reliquas portiones admetiar in proportione *BC*, *CD* etc. quadratorum.

Cum autem detur mihi summa effectus totius accelerationis per totum Quadrantem, ut ea distribui rite possit, opus mihi est summa quadratorum vel *NA*, *MB* etc., vel *AB*, *BC* etc. et in priori quidem mea vitiosa forma calculi, quando mihi non fuit opus quadratis ipsorum *AB*, *BC*, sed ipsis *AB*, *BC*, non valde laborandum fuit de summa omnium *AB*, *BC*. Nam sinus ipse totus *AG* continebat partes suas omnes. Itaque summam accelerationis, debitam uni *NG* quadranti, tantummodo comparavi sinui toti *AG*, summam vero debitam arcui *NI*, aequiparavi ejus sinui *AE*. At quia jam nobis opus est quadratis ipsorum *AB*, *BC* etc., nihil nobis prodest totius *AG* quadratum, quia illud multo est majus summa quadratorum ex omnibus suis partibus. Hic igitur commoda admodum nobis accidit aequipollentia inter *NA*, *MB* etc. et inter *AB*, *BC* etc. Quia enim indigemus ipsorum *NA*, *MB* quadratis, non per se, sed ob mutuam eorum proportionem: hic nobis subsidio venit Justus Byrgius, proportionem horum quadratorum exponens in lineis rectis. Sit enim in continuato Quadrantis nostri circulo, semicirculus *NQT*, divisus in partes numero aequales partibus Quadrantis *NG* aequalibus, quantitate vero duplas illarum; et sint arcuum semicirculi sagittae, ut hic ordine videre est.

Arcus Quadrantis	*GH*	*GI*	*GK*	*GL*	*GM*	*GN*	
Sinus	*HF*	*IE*	*KD*	*LC*	*MB*	*NA*	ut horum quadrata inter se:
Dupli arcus	*TS*	*TR*	*TQ*	*TP*	*TO*	*TN*	
Sagittae	*SU*	*RX*	*QY*	*PX*	*OU*	*NT*	sic hae lineae inter se.

Jam vero binae sagittae *OU* et *SU* aequant diametrum circuli, sic etiam *PX*, *RX*. Quare pro quadratis *AN* et *GG* (hoc analogice appello quadratum) sumitur diameter *NT*, pro quadratis *BM*, *FH* diameter alia, pro quadratis *CL*, *EJ* tertia, denique pro quadrato *DK* semidiameter *YQ*. Itaque si quot sunt partium aequalium quadrantis termini, tot constituam semidiametrorum summam habeo summam quadratorum omnium sinuum ad illas partes. Et quia terminorum semper uno plus est, quam partium: ideo sciendum est, quo magis minutae multaeque fiunt unius quadrantis partes, hoc magis terminum hunc supernumerarium evanescere. Itaque pro 90 partibus quadrantis 90 semidiametri sumpti quam proxime constituunt summam omnium quadratorum. Reliquorum arcuum summae colligendae sunt ex continua additione secantum, ut sciatur quantitas effectus in uno quolibet arcu distantiae ☽ a ☉ vel ☍.

X. Comprobatio hujus calculi formae, per aequipollentiam.

Hoc itaque pacto fit, ut accelerationem in copulis repraesentet linea *NT*, et accelerationem in Quadris linea o seu nulla. Cum itaque pro primo et pro ultimo gradu quadrantis distantiae ☽ a ☉ sumatur linea *NT* diameter, sit vero de summa omnium sagittarum pars quadragesima quinta, erit igitur valor ejus de summa accelerationis quadranti debita tantus 3′ 34⅔″. Haec est acceleratio in primo gradu distantiae ☽ a ☉ vel ☍. Adde hanc ad modulum virtuti motrici Telluris aequabili debitum, scilicet ad 58′ 12⅔″, conficitur 61′ 47⅓″. Est enim acceleratio 3′ 34⅔″ praecise dupla diminutionis, quae ad hujus calculi formam est necessaria tam in vitiosa quam in emendata forma. Itaque hic in gr. 1° distantiae ☽ a ☉ Variatio est 1′ 47⅓″ addenda. Contra in Quadris et gradu proximo Quadris acceleratio est nulla; quia diximus, pro duobus gradibus, uno in Copulis et uno in quadris, valere lineam *NT*: illam vero totam vindicat gradus copularum, ut ita nihil relinquatur gradui in Quadris. Si gradui in Quadris, pro diminutione, quam est passus eandem cum caeteris quadrantis gradibus, nihil vicissim accedit: ergo is manet diminutus, scilicet 58′ 12⅔″. Ergo Variatio competens circa quadras est 1′ 47⅓″ subtrahenda. Erat vero in Copulis ejusdem quantitatis addenda. Est igitur inopinata aequipollentia mera inter hanc meam ad physicas causas accomodatam calculi formam, interque Tychonicam calculi formam circelli, cujus motus duplo celerior est digressione Lunae a Sole. Dici non potest, quam valde me exhilaraverit inopinatus hic exitus calculi et demonstratio, quod etiam Tychonis circellus cum suo motu duplici, contra quam hactenus credideram, causis nitatur physicis. Nam circellum ipsum per se realem non esse sed causis niti physicis, Tycho ipse credidit, et sunt in eo tres notae physicarum causarum: prima, quod Luna libratur in ejus diametro tangente orbitam, non vero circumit in circumferentia; secunda, quod circelli motus est inaequalis, tardus in Apogaeo Eccentrici versans, velox in perigaeo; tertia, quod semidiameter ejus deberet augeri et minui, si realis esset. Nam semper apparet min. 40′ 30″, sive remota sit in apogaeo, sive propinqua in perigaeo. Demonstratur autem aequipollentia sic:

Quia gradus singuli apud me sunt diminuti, quantitate $1' 47\frac{1}{3}''$, maximum vero incrementum accelerationis est hujus duplum scilicet $3' 34\frac{2}{3}''$, et hoc comparatur lineae *NT*. Tycho vicissim non diminuit gradus, additque tantum, quantum indicant *NT*, *OU*, diminutae semidiametris AT, ZV, id est, quantum indicant *NA*, *OZ* etc. Atqui summae ipsarum *NA*, *OZ* etc. ut prius dictum insunt in sinibus *AC*, *AE*, *AG*, haec igitur est semidiameter libratoria Tychonis, ut ☽ in copulis sit in *A*, in octante vero in *G*, in quadra rursum in *A*. Quia idem est, si ille post octantem minuat motum initio non diminutum, ego augeam initio diminutum.

XI. Residuus hujus calculi defectus.

Caeterum hoc adhuc desidero in hoc calculo, ut supra etiam dixi, quod, si quantitatem Tychonis Minutorum $40\frac{1}{2}'$ sequar, tunc nec plane eum concilio cum quantitate Prosneuseos Ptolemaicae, neque in uno anno conficio $132^0\ 45'$, quanta sc. est appendix ad Revolutiones duodecim; et vicissim, si conficio $132^0\ 45'$, tunc Variatio maxima mihi fit non $40^1/_2'$ ut Tychoni, sed plane $51'$, ubi plus excedo Tychonem, quam in priori vitiosa forma calculi defeceram. Etsi neque observata Tychonis semper modulum $40^1/_2'$ exprimunt, sed interdum $36'$, interdum etiam $46'$. Tum autem augetur mihi Horarius in Eclipsibus per hanc magnam meam Variationem: hoc vero percommode mihi accidit, ne nimiae mihi, ut solebant, prodeant durationes et morae.

Haec ego, Cl[arissime] Vir, potius exercendi mei, quam tui defatigandi causa et scripsi primum, et cum in nupero discessu Mutschelii nostri, literae ad te scriptae ex incuria caeteris assumptis essent relictae, transcripsi et copiosius et luculentius. Tui jam esto arbitrii, quid ad hanc posteriorem partem literarum respondeas, quod Theoriam Lunae attinet. Illud solum rogo, de fixis, quod petii, ut curae habeas, utque sic respondeas, uti existimas ex utilitate studii astronomici futurum. Et ut melior sit informatio, duo adhuc addo.

1) Cum scias post annos 18 dies 10 easdem reverti Eclipses, eandem sc. anomaliam ☽, eundem locum ☉ intra 10 gradus, commode accidit, ut ad fixas etiam sociam hujus Eclipsis anni 1619 scilicet Eclipsin anni 1601 d. 19/29. Novembris Pragae observarem. Exstat observatio in Astronomiae parte Optica fol. 371, 372. Examina illam, videbis illam testari locum centri umbrae circiter 5 scrupulis esse promotiorem, quam vult Tycho, et sic conspirare cum Landgravio contra Tychonem. Quidnam igitur hoc est, propter Deum immortalem, quod jam post

18 annos anterius invenio centrum Umbrae, quam Tycho vult in Theoria Solis? Anne dicemus, praecessionem aequinoctiorum per hos 18 annos quievisse, aut etiam in processionem aliquot sc. mutatam?

2) Circa eandem Eclipsin 1619 dec. alia occurrit difficultas. Interim enim dum Mutschelius ivit redivitque totus in computatione fui observatarum Eclipsium. Eclipsis anno 1616, 16/26. Augusti observata est tribus locis, Tubingae, Romae, Lincii, consensu egregio. Eclipsis anno 1619, 30. Nov./10. Dec. observata est Tubingae et Lincii, consensu iterum optimo; nihil enim te finxisse puto in gratiam meae observationis. Jam vero utraque circa perigaeum fuit, haec ante, illa post. Differentia Anomaliarum est 17^0 circiter. Quodsi perigaeum penitus mediasset inter utramque Anomaliam, summa Prosthaphaereseon non potuit esse major quam $1^0\ 34'$. At si altera fiat perigaeo propior, minor paulo erit summa. Jam vero non potest valde magnus error esse in distantia locorum Solis in utraque Eclipsi. I nunc et aequa tempus sive more Ptolemaico et Copernicano, seu more Tychonico seu meo, seu etiam nulla utere aequatione: nulla ratione efficies, ut Luna his Solis locis opponatur ad observata tempora, nisi valde magno aliquo mutes Eccentricitatem Lunae et Prosthaphaereses. Quasi omnino aliquid loco Solis acciderit anno 1619, decembri, ut qui nec lunae motibus, nec fixis accommodat centrum umbrae. Vides omnibus astronomis etiam atque etiam cogitandum de hac Eclipsi anni 1619. Qua in adhortatione finiam. Vale. Scripsi 12. Aprilis, rescripsi 28. (ultimo) Maji anni 1620 Lincii. Addideram multa politica, sed illa Deo et politicis curae sunto; nos ut mones, precibus nisi, Deo confisi, nostra agamus.

Cl. D. T.

Obs.

J. Kepler.

Postscripta de 19. Junii.

Dum moratur Mutschelius, nova multa. Initium E(c)lipsis $^4/_{14}$ Iunii, H. 11. 51, H 1. 0. vix tenue vestigium de ☽, ut stella primae magn., id duravit per 7 minuta. H. 1. 8 Tota amissa ut ne vestigium quidem ☽ tota mora appareret, cum fixae tamen in ♐ viderentur. H 2. 32 vestigium ☽, quale H 2, 0. Cum in alt $3^0\ 1/3$ centri post montem abiret. H 3. 32 deerat quasi $^1/_6$ integritati. Suprema ora ☉

orta post 30 minuta in plano satis horizonte, quia arx nostra aequat altitudinem ortivi horizontis non nihil elati, uno milliari parvo distantis.

☽ Eclipses 36 per 50 annos conquisitas examino ad hypothesin meam. Parallaxis ☽ (unde diameter umbrae) usurpata in Ephemeridibus, etsi minor est justo (Tycho enim observavit majorem) propius tamen observatas tuetur Eclipses; at non undique. Non est nempe causa in umbrae vitioso diametro, sed omnino in latitudine, quod Tychonicae parallaxes, in umbram conversae, durationes longiores observatis efficiunt etc. Ecce rem manifestissimam. Anno 1588, 3 Martii, certissimis exquisitissimis, undiquaque sibi constantibus Tychonis observationibus, fuit lat. Sept. ☽ circiter 25′, et consensus causa, in meridiano ☽ supremus margo altid. $37^0\ 19'\ 20''$, imus $36^0\ 47'\ 0''$. At quis nodum eo usque retraheret? Monuit aliquid Rothmanus in Epactis Tychonis de 4 graduum distantia nodi a vero, nescio quibus experimentis motus. Ego interdum promovendum nodum video, interdum removendum; non est igitur in nodo medicina, sed in angulo latitudinis: qui nescio qua aequalitatis periodo plerumque major est gr(adibus) $5^0\ 18'$ sub copulas.

Cogita et subveni. Quis credidisset, in ☽ tantum superesse laboris.

Vale. Qui supra.

W. IX. Kepler an Christoph Besold, Ulm, 9./19. November 1627.

S. P. D.

Clarissime Excellentissimeque D. Doctor, affinis colendissime. Cum proximis diebus Francofurto redux filium Ludovicum offendissem Esslingae, dixit is mihi, opinari D. M. Schickardum me, quod editis Commentariis Martis feci, in praesens editis Tabulis Rudolphinis, opere primario, quod summam complectitur muneris mei aulici, non omissurum: Exemplaria sc. Academiae dono missurum. Civilis haec est amici optimi admonitio, ut ne praeteream indonatos amicos, eorundem studiorum socios, in me hospitales, in moribus filii mei formandis occupatos. Velim equidem Caesari persuadere possim, ut is sumptus refunderet impensos in opus de meo peculio, et fidem tibi do, me de eo, quod mihi ex clade universae gentis Austriacae multiplici superfuit liquidum et fidum, certo aut Trientem aut certe Quadrantem hoc anno in usus hujus editionis convertisse. Id inquam si a Caesare possem impetrare, certo liberalitatem meam de semisse Exemplarium, qui ad me redit (nam reliquum debetur heredibus Braheanis) amicis optime de me deque Astronomia meritis approbarem, et munuscula, quae ab iis accepi similia, munere hoc rependerem. Caeterum quia de eo, quod Caesar, Provincia Austria, urbs Styra, aliique communi calamitate oppressi, omnibus divinis humanisque juribus debent, vix quintam partem in substantia retineo; quia nomine aulicus sum, re exul, interque sacrum et saxum haereo, sex liberis onustus, ut neque fidere muneri aulico possim, omnibus Augustanae confessionis incolis migratione indictae [sic!], neque vivere de eo possim, etsi salvum sit, impeditis pensionibus; neque denique injussu Caesaris, et gratiam semper prolixam eminus ostentanti [sic!], functionem aliam ambire; denique quia societas me inter et Braheanos haeredes est ad semisses; et cum sumptus ipse fecerim solus, mihi in rationes venit, quicquid initio distrahitur Exemplarium, quoad sumptus omnes mihi refundantur: Tot nominibus urgeor, hoc ap. amicos officium deprecari, gratiamque morae petere; si forte futurum sit posterius, ut de editionibus aliis, ubi sumptus ipse non faciam, par pari ipsis referam.

Ne tamen Academiam, studiorum meorum matrem, ne ducatum Wirtebergicum, patriam meam, ne denique praeceptorem meum, venerandum senem contemptum habere videar, ejusve censuram operis editi recusare, mitto en Exemplaria tria, operis certis de causis nondum publice venalis, et mitto tradenda Senatui amplissimo Academico nomine vel donantis vel venum exhibentis ex arbitrio tuo. Memor sum equidem, cum olim commentaria Martis transmitterem dono, relatum in rationes Academicas munus sex ducatorum; verum id ego munus literis quidem D. D. Hafenrefferi ad me transmissum esse legi, oculis ipse non vidi, nec digitis attrectavi. Literas Pragae obsignatas accepi; dubium igitur mansit incuriane obsignatoris perierit, an fraude cursus publici officialium. In praesens liberalitatem afflictissimo Reip(ublicae) statu non exigo, pretium itaque statutum non a me, sed a Commissario Caesario librorum Francofurti (ut hujus intercessione officii pax sit inter socios) tibi indico, ex fide instrumenti sigillo majori muniti, quod viderunt hic D. D. Stromarius et Horstius. Exemplari sc. vilioris papyri, cujus modi duo mitto, dictum est pretium tres floreni, mundioris ergo papyri exemplari, cujus modi unum addidi, ex majori et omnino duplo pretio, accedunt insuper cruciferi quadraginta. Ita fit summa trium horum floreni decem triente minus. Hanc summam si accepero tuis manibus, a te custodiendam in meos usus futuros omnino ero contentus, et sive donationis, sive emptionis nomen praetendatur, gratias agam. Illud tamen ulterius contendam, ut reposito Exemplari meliori in Bibliotheca, reliqua duo M. Maestlino et M. Schikkardo permittantur sive strenae loco sive utenda. Tituli ex aere desunt; eos Noriberga submittam, si deo duce Ratisponam venero. Tui esto arbitrii, tempus traditionis. Si maturandum censes, filio meo dicas, ut Titulum a D. Abbate Bebenhusano, quem per filium Esslinga misi, mutuo sumatur. Quin etiam si censueris, Principi puero, quem nuper Tubingam transisse audio cum pompa, cultus ingenii causa, gratulandum oblatione unius Exemplaris: tuum itidem esto arbitrium. Nam Ulma tunc aliud exemplar pro Bibliotheca Academica transmitti curabo. In praesens ut in re nullius spei, omittendum censui; renunciavit enim mihi tale quid meditanti, D. Weinmannus per literas.

Quod superest, Cl. D. Doctori, foelicia omnia precor, eique filii mei ἀνοήτου mores commendo. Vale.

Dabam Ulmae 9/19 Nov. 1627.

N. Ex. T. Officiosissimus

Jo. Keppler
Mathematicus.

Nob. Clarissimo et Consultissimo viro D. Christophoro Besoldo, J. U. Doctori et Antecessori in Academia Tubingensi, D. Affini meo colendissimo.

Tübingen.

praesent. 20. Jan. Anno 1628.

D. Keppler offert Tractatum Universitati.

ANMERKUNGEN UND LITERARISCHE NOTIZEN ZU DEN BRIEFEN *W.VI-W.IX.*

Zu Seite 13 Zeile 8 f.

Die hier genannten Personen sind 1. der Theologe Matth. Hafenreffer (1561–1657), Kanzler der Universität Tübingen, 2. Thomas Lansius (1577–1657), Professor der Jurisprudenz und Bibliothekar der herzogl. Bibliothek auf Schloß Hohentübingen, 3. Wolfgang Voit, † 1610, Rechenbankrat bei der „Visitation".

Zu Seite 13 Zeile 17.

Joh. Alex. Cellius, der Sohn und Nachfolger des Professors Erhard Cellius in dessen Druckerei, war damals, nach dem finanziellen Zusammenbruch Gruppenbachs, der bedeutendste Drucker und Verleger in Tübingen.

Zu Seite 13 Zeile 19.

Die Ausdrücke folium, pagina, Alphabetum bedeuten der Reihe nach Blatt, Bogen, eine Folge von 23 Bogen. Die Schätzung trifft den wirklichen Umfang der Astronomia Nova mit etwa 370 Seiten gut.

Zu Seite 13 Zeile 23.

Über Matthias Welser vgl. Nova Kepleriana 3 S. 17.

Zu Seite 14 Zeile 12 ff.

Für alle hier genannten alten astronomischen Schriftsteller mit Ausnahme des Azophi = Eben Nozophim, eines arabischen Mathematikers des 10., 11. Jahrhunderts, finden sich rohe Zeitangaben von Kepler selbst in Opera vol. VI p. 83. Diese weichen allerdings z. T. von den in Jöchers Gelehrtenlexikon bzw. von Mädler in dessen Geschichte der Himmelskunde, Bd. 1 gemachten Angaben ab.

Zu Seite 14 Zeile 28 ff.

Auf das falsche Tacitus-Zitat war Kepler von Herwart von Hohenburg in einem Brief vom 6. März 1607 (abgedruckt in den Eclogae Chronicae, Opera vol. IV p. 474) aufmerksam gemacht worden. Die Erklärung für seinen Irrtum gibt er in der Antwort an Herwart vom April 1607 (Opera vol. IV p. 475/476).

Zu Seite 15 Zeile 17 ff.

Mästlin hatte im Jahr 1582 eine Schrift gegen den neuen Kalender verfaßt: Aussführlicher und gründtlicher Bericht von der allgemainen . . . Jarrechnung oder Kalender, Heidelberg 1583, und im Jahr 1586 eine zweite mit dem Titel: Alterum examen novi Pontificialis Gregoriani Kalendarii, Tübingen 1586. Erst diese letztere Schrift war dem Clavius (1537–1612) in die Hände gekommen. Er antwortete darauf 1588 mit seiner Novi Calendarii Romani Apologia. Im Jahr 1588 hatte auch Mästlin auf Angriffe des Jesuiten Anton Possevinus in einer Defensio alterius sui Examinis . . ., Tübingen 1588, geantwortet, worauf sich Clavius mit einer Defensio Antonii Possevini . . . contra Michaelem Maestlinum für seinen Ordensbruder einsetzte.

Zu Seite 15 Zeile 32 f.

Wegen der Bemerkung über Hafenreffers Sohn Samuel vgl. den bereits in der Einleitung zitierten Brief Hafenreffers vom 3. Januar 1607, abgedruckt bei Hansch S. 71/72; Opera vol. IV p. 516/517 im Auszug.

Zu Seite 17 Zeile 10 ff.

Es seien P, S, E die bezügl. Örter von Planet, Sonne, Erde, P' die Projektion von P auf die Ebene der Ekliptik. Die Bestimmung der Elongation k erfordert

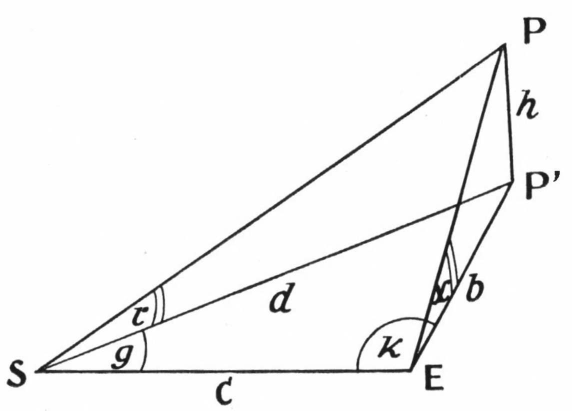


Fig. 1.

die Auflösung des schiefwinkligen Dreiecks $P'SE$, die Kepler nach der heute noch üblichen Art mit Hilfe des Tangentensatzes vornimmt. Der zur Berechnung der Breite des Planeten angeführte Satz (S. 18 Zeile 18 ff.) ergibt sich aus der Figur 1 leicht. Es ist darin $\sphericalangle P'SE = g$ die Kommutation, $\sphericalangle PSP' = r$ die Inklination (vgl. Epitome lib. V p. 697/698), $\sphericalangle PEP' = x$ die Breite des Planeten (Epitome lib. VI p. 754/755). Es wird nun

$$\frac{\sin k}{\sin g} = \frac{d}{b}, \quad \operatorname{ctg} r = \frac{d}{h} = \frac{b \cdot \sin k}{h \cdot \sin g},$$

also wegen

$$\frac{b}{h} = \operatorname{ctg} x,$$

$$\frac{\operatorname{ctg} r}{\operatorname{ctg} x} = \frac{\sin k}{\sin g}.$$

Zu Seite 19 Zeile 12 ff.

Keplers „Ad Vitellionem Paralipomena" enthalten S. 424 eine Tabelle zur Bestimmung der Parallaxe π aus Zenithdistanz z und Horizontalparallaxe P, wofür die fundamentale Beziehung lautet:

$$\sin \pi = \sin P \cdot \sin z.$$

Die Tabelle ist so eingerichtet, daß sie zu Zenithdistanzen von 1^0 bis 90^0 und zu Horizontalparallaxen von $1'$ bis $66'$ direkt den Wert von π liefert. Die Verwen-

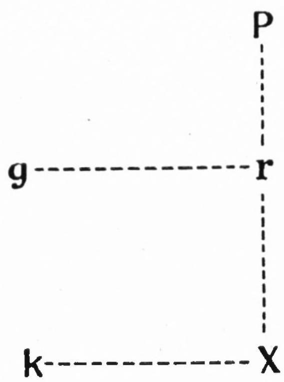


Fig. 2.

dung dieser Tabelle zur Bestimmung der Breite x geht so vor sich (die Bezeichnungen wie vorher): Zu dem gegebenen Wert von g wird in derselben Zeile der gegebene Wert r gesucht. Sodann wird zu dem gegebenen k in der r-Spalte der zugehörige Wert von x ermittelt, womit die Aufgabe gelöst ist (vgl. die schematische Figur 2). Die Begründung für dieses Verfahren läßt sich so geben: Zu dem r-Wert gehört ein bestimmtes P. Dieses genügt den beiden Gleichungen

$$\sin P = \frac{\sin r}{\sin g} \quad \text{und} \quad \sin P = \frac{\sin x}{\sin k};$$

also ist

$$\frac{\sin x}{\sin k} = \frac{\sin r}{\sin g}$$

oder in Anbetracht der Kleinheit von r und x

$$\frac{\sin x}{\sin r} = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} r} = \frac{\sin k}{\sin g} \quad \text{und} \quad \frac{\operatorname{ctg} r}{\operatorname{ctg} x} = \frac{\sin k}{\sin g},$$

also die vorhin ermittelte Gleichung zur Bestimmung von x.

Zu Seite 26 Zeile 12.

Von der hier erwähnten Schrift des Maginus „Supplementum ephemeridum ac tabularum secundorum mobilium" sind zwei Ausgaben erschienen, die erste Venedig 1614, die zweite Frankfurt 1615.

Zu Seite 29 Zeile 7.

Auf Mästlins Frage: „... an de stellarum illarum (atque inde in universum de omnium stellarum) certis locis dubites ..." antwortet Kepler: „Res enim magna agitur de locis sc. omnium fixarum." Es handelt sich, wie aus der Bemerkung am Schluß des Briefes (S. 48) hervorgeht, um eine Verbesserung der Präzession.

Zu Seite 29 Zeile 8 ff.

Die folgenden Ausführungen Keplers beziehen sich auf die von Mästlin am Schluß seines Briefes vom 11./21. März 1620 (Hansch S. 51) geübte Kritik an Keplers Rechnungen.

Zu Seite 29 Zeile 10 ff.

Der angeführte Satz von der Konstanz der Breitenparallaxe unter den angegebenen Bedingungen findet sich nicht S. 320, sondern S. 318 der „Optik" (Opera vol. II p. 329). Man erhält ihn kurz so:

In Figur 3 sei Z das Zenith, AN ein Bogen der Ekliptik, N der Nonagesimus, also $\sphericalangle ZNA$ ein Rechter, z und z' die Zenithdistanzen von N und A, ferner P_0

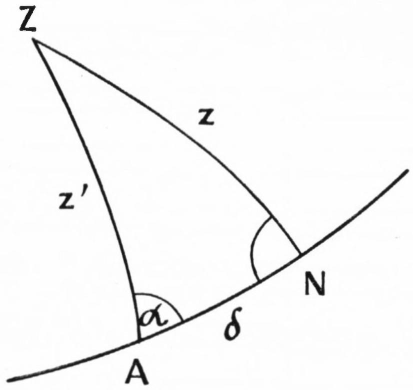


Fig. 3.

die Horizontalparallaxe des Mondes, P die zum Punkt A gehörige Höhenparallaxe, π_b, π_l die zugehörigen Breiten- und Längenparallaxen, α der Winkel ZAN, dann wird:

$$\pi_b = P \cdot \sin\alpha, \qquad P = P_0 \cdot \sin z', \qquad \sin\alpha = \frac{\sin z}{\sin z'},$$

also
$$\pi_b = P_0 \cdot \sin z' \cdot \sin\alpha = P_0 \cdot \sin z.$$

Da unter den angegebenen Bedingungen z konstant und P_0 ein fester Wert ist, so bleibt auch π_b für alle Punkte des Ekliptikbogens konstant.

Ist ferner $AN = \delta$, h das Komplement von z, dann wird

$$\pi_l = P \cdot \cos\alpha, \qquad \cos\alpha = \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} z'},$$

also
$$\pi_l = P_0 \cdot \sin z' \cdot \frac{\operatorname{tg}\delta}{\operatorname{tg} z'} = P_0 \cdot \cos z' \cdot \operatorname{tg}\delta,$$

und wegen
$$\cos z' = \cos\delta \cdot \cos z = \cos\delta \cdot \sin h$$
$$\pi_l = P_0 \cdot \sin\delta \cdot \sin h.$$

Setzen wir hierin $\delta = 90^0$, so erhalten wir die Längen-Horizontalparallaxe

und
$$\pi_l' = P_0 \cdot \sin h$$
$$\pi_l = \pi_l' \cdot \sin\delta,$$

also die beiden ersten Gleichungen Keplers in bezug auf die Längenparallaxe. Dagegen ist seine letzte Gleichung zu korrigieren. In Zeile 21 ist „parallaxin long. Horizontalem" zu ersetzen durch „parallaxin long. in proposita altitudine ☽"; offenbar handelt es sich nur um einen Schreibfehler Keplers, da ja seine eigenen Gleichungen dasselbe Ergebnis liefern.

Zu Seite 29 Zeile 25 ff.

Ausführliche Darstellungen der Logarithmen Nepers und Keplers geben Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, Bd. 2 und Tropfke, Geschichte der Elementarmathematik, Bd. 2. Zu einer Reihe von Zahlen $b_0, b_1, b_2, \ldots$ konstruiert Kepler die zugehörigen Logarithmen $a_0, a_1, a_2, \ldots$ auf Grund der folgenden drei Definitionen:

1. Erfüllen drei Zahlen der b-Reihe die Proportionen $\frac{b_i}{b_k} = \frac{b_k}{b_l}$, so gilt für die entsprechenden Zahlen der a-Reihe $a_k - a_i = a_l - a_k$.
2. Zu $b_0 = 10000000$ gehört $a_0 = 0$.
3. Dem Quotienten $\frac{b_0}{b_1} = \frac{10000000}{9999999}$ entspricht die Differenz $a_1 - a_0 = b_0 - b_1 = 1$.

Die Bemerkung über die Berechnung des Logarithmus von 50000 ist nun so zu verstehen. Es sei $b_0 = 100000.00$, $b_k = 50000.00$. Aus den 24 Gleichungen

$$1)\ \frac{b_0}{x_1} = \frac{x_1}{b_k}, \qquad 2)\ \frac{b_0}{x_2} = \frac{x_2}{x_1}, \ldots\ldots \qquad 24)\ \frac{b_0}{x_{24}} = \frac{x_{24}}{x_{23}}$$

werden der Reihe nach die 24 mittleren Proportionalen $x_1, x_2, \ldots x_{24}$ berechnet. Die Differenz $(b_0 - x_{24})$ wird als Logarithmus von x_{24} genommen; über die Gleichungen $\log x_{23} = 2 \cdot \log x_{24}$, $\log x_{22} = 2 \cdot \log x_{23}$ usw. $\log b_k = 2 \cdot \log x_1 = 2^{24} \cdot \log x_{24}$ gelangt man dann zu $\log b_k$ zurück.

Die Zahl $n = 24$ ist von Kepler ohne Zweifel experimentell gewonnen. Man kann aber durch eine Rechnung, die hier nicht ausgeführt werden soll, bestätigen, daß

$$b_0 - x_{24} \leqq 1$$

wird, daß also in der Tat mit x_{24} eine hinreichende Genauigkeit erzielt wird.

Zu Seite 32 Zeile 14.

Provinciale = horologium domus Provincialis.

Zu Seite 32 Zeile 19.

Die erwähnte Tafel findet sich vor lib. I der Epitome.

Zu Seite 32 Zeile 22.

„Parallaxis μηκοπλατής" aus μῆκος (Länge) und πλάτος (Breite) bedeutet die Höhenparallaxe, die in ihre Komponenten nach Länge und Breite zerlegt gedacht ist. Der angeführte Satz ergibt sich durch Projektion der im Vertikal gemessenen parallaktischen Verschiebung auf den durch den Mondmittelpunkt gehenden Breitenkreis.

Zu Seite 33 Zeile 26.

foecundus = tangens.

Zu Seite 33 Zeile 30.

Gringalletus war Keplers Gehilfe in Linz.

Zu Seite 34 Zeile 2 ff.

Der Zweck dieser Art von Mondfinsternisbeobachtung ist, den Durchmesser des Erdschattenkegels im Abstand des Mondes von der Erde zu ermitteln und mit dessen Hilfe nach einer Hipparch zugeschriebenen Methode die Sonnenparallaxe zu berechnen. Man findet diese Methode ausgeführt bei Gyldén, Die Grundlehren der Astronomie, Leipzig 1877, S. 71/72. Da Kepler wegen der Schwierigkeit exakter Beobachtungen an dem Erfolg der Methode verzweifelt, verfällt er der ihm angeborenen Neigung folgend auf den Gedanken, die Sonnenparallaxe auf deduktivem Weg zu bestimmen. Bezeichnet man die Halbmesser von Sonne, Erde, Mond der Reihe nach mit r_1, r_2, r_3, die Entfernungen Sonne–Erde und Mond–Erde durch ρ_1 bzw. ρ_2, dann drücken sich die von Kepler vermuteten geometrischen Beziehungen in den Gleichungen aus:

$$1)\ \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{\rho_1}{r_2} \qquad 2)\ \frac{r_2^3}{r_3^3} = \frac{\rho_2}{r_2}.$$

Es wird also
$$\frac{\rho_1}{r_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2, \qquad \frac{\rho_2}{r_3} = \left(\frac{r_2}{r_3}\right)^4.$$

Wegen
$$\frac{\rho_1}{r_1} = \frac{\rho_2}{r_3} = \operatorname{ctg} 15' = k \quad \text{erhält man}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{k}, \quad \frac{r_2}{r_3} = \sqrt[4]{k}, \quad \frac{\rho_1}{r_2} = k^{\frac{3}{2}}, \quad \frac{\rho_2}{r_2} = k^{\frac{3}{4}},$$

also
$$\frac{\rho_2}{r_2} = \sqrt{\frac{\rho_1}{r_2}}.$$

Hierin sind die drei Resultate Keplers enthalten

$$1)\ \frac{\rho_1}{r_2} \approx 3469 \qquad 2)\ \frac{\rho_2}{\rho_2} \approx \sqrt{3469} \approx 59 \qquad 3)\ \rho_2^2 = r_2 \cdot \rho_1.$$

Zu Seite 34 Zeile 14.

Sowohl hier wie in dem Zitat S. 40 Z. 11 ist die Einleitung zu den Ephemeriden auf das Jahr 1617 gemeint.

Zu Seite 35 Zeile 12.

Für die Bezeichnung „Anomalia soluta" gibt Kepler in den Rudolph. Tafeln (S. 76) die Erklärung: „. . . quae in aliis Planetis est Anomalia motus Eccentrici, ea in Luna dicatur Anomalia Soluta, intellige a Solis respectu; reliqua Anomalia, cum Aequationibus ejus, Menstruae, id est alligatae ad Solem, qui mensem efficit, hoc est Lunae phases, illuminatione ejus."

Zu Seite 37 Zeile 26.

„Circulus illuminationis" (Beleuchtungskreis) nennt Kepler den Grenzkreis zwischen beleuchteter und unbeleuchteter Kalotte von Erde und Mond. Die Ebene dieses Kreises heißt „planum illuminationis".

Zu Seite 38 Zeile 8 ff.

Zur Erläuterung der hier durchgeführten Berechnung der mittleren und ausgeglichenen Anomalie aus der exzentrischen können die Figuren X und XIII auf S. 44 und 51 von M. Caspars Einleitung zur deutschen Ausgabe der Astronomia Nova dienen.

Zu Seite 40 Zeile 11 ff.

Über die Aufspaltung der wirklichen Mondbewegung während eines siderischen Sonnenjahres in einen von der Rotation der Erde und einen von der Beleuchtung durch die Sonne herrührenden Teil wurde in der einleitenden Übersicht gesprochen. Denkt man sich jeden einzelnen Grad der Mondbewegung so in zwei Teile t_1 und t_2 zerlegt, daß, wenn w die Zahl der vom Mond im Lauf eines Jahres durchlaufenen Grade bedeutet, $t_1 w = 12$ Lunationen, $t_2 w = 135^0\ 45'$ wird, dann stellt t_2 den von der Variation beeinflußten Bestandteil der Bewegung dar. Da der Mond zur Zurücklegung von w Graden 365,25 Tage, zu $132^0\,45'$ aber $365{,}25 - 354{,}36 = 10{,}89$ Tage braucht, so liefert die Rechnung $t_2 = (10{,}89 : 365{,}25)^0 = 1'\,47\tfrac{1}{3}''$ und daher $t_1 = 58'\,12\tfrac{2}{3}''$. Für den der Störung unterworfenen Teil eines Quadranten erhalten wir $90 \cdot 1'\,47\tfrac{1}{3}'' = 161'$. Die Aufgabe besteht nun darin, diesen Betrag von 161′ durch eine nicht konstante Verteilungsfunktion so über den Quadranten zu verteilen, daß der tatsächlich beobachtete Verlauf der Variation dargestellt wird. Den ersten Versuch macht Kepler mit der Funktion Sinus.

Es ist nicht schwer, die gestellte Aufgabe mit Hilfe einer Integration zu lösen. Der Quadrant $0 \leqq \alpha \leqq 90^0$ sei mit dem Sektor der Mondbahn von Quadratur bis Konjunktion zur Deckung gebracht. Die Werte der Verteilungsfunktion bedeuten für den Mond eine zusätzliche Geschwindigkeit v_α, durch die er im Quadranten 161′ an Weg gewinnt. Bezeichnen wir das Maximum dieser Geschwindigkeit mit m, so wird nach Keplers Annahme $v_\alpha = m \cdot \sin\alpha$. Wir haben demnach anzusetzen $m \cdot \int\limits_0^{90^0} \sin\alpha \, d\alpha = 161'$, also $m = 161' \cdot \dfrac{\pi}{180} = 2'\,48\tfrac{2}{3}''$ in der Zeiteinheit. Hieraus berechnen sich kleinste und größte Geschwindigkeit des Mondes (in Quadratur und Konjunktion) zu t_1 bzw. $t_1 + m$.

Nahezu dasselbe Ergebnis, nämlich $m = 2'\,48\tfrac{1}{3}''$, erzielt Kepler. Obwohl er es ohne die zugehörige Rechnung vorsetzt, können wir doch nach der an späterer Stelle dieses Briefes folgenden Aufstellung einer andern Verteilungsfunktion sagen, daß er zur Bestimmung von m denselben Weg einschlägt, den wir soeben gegangen sind. Das ist deshalb von besonderem Interesse, weil daraus hervorgeht, daß Kepler hier das Integral $\int\limits_0^{90^0} \sin x \, dx$ nicht mehr, wie im 57. Kap. der Astronomia Nova, durch den rohen Wert $\sum\limits_{\alpha=0}^{\alpha=90^0} \sin\alpha = 57{,}894$ ersetzt, der entweder durch Summation der Tafelwerte oder mit Hilfe der Beziehung

$$\sin 1^0 + \sin 2^0 + \ldots\ldots + \sin 90^0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\sec 89^0 + \operatorname{tg} 89^0)$$

gewonnen ist, sondern durch den besseren Wert 57,386, wenn auch nicht durch den genauen $(180:\pi)$. Man wird nämlich hierin die Entscheidung der Streitfrage erblicken dürfen, ob Kepler die Integration der Funktion Sinus beherrscht hat.

Nachdem S. Günther in Bibliotheca Mathematica N.F. 2 (1888) S. 81–87 („Über eine merkwürdige Beziehung zwischen Pappus und Kepler") dies als richtig vorausgesetzt hatte und nur darüber im Zweifel geblieben war, wie Kepler dazu gekommen sei, übte G. Eneström ebenda 3. Folge 13 (1912/13) S. 229–241 Kritik an Günthers Darstellung. Beide haben den aufschlußreichen vorliegenden Brief *W. VIII* nicht berücksichtigt, obwohl er bei Frisch zu finden war. Eneström bezweifelt, ob Kepler mehr als die Summation $\sum_{\alpha=0}^{\alpha=90^\circ} \sin \alpha$ ausführen wollte; allenfalls soll er um die Proportionalität zwischen $\int_0^\alpha \sin x\, dx$ und sin vers α gewußt haben. Das letztere wird durch unsern Brief bestätigt. Wenn aber die Alternative Summation oder Integration besteht, dann scheint mir das Ergebnis Keplers für Integration zu entscheiden.

Zu Seite 42 Zeile 10 ff.

Das Resultat der Rechnung mit dem Sinus als Verteilungsfunktion befriedigt Kepler nicht. Den Fehler sieht er aber lediglich in der Wahl der Funktion und nicht in der von ihm gemachten Voraussetzung, daß die überschüssigen $132^0\,45'$ über 12 Lunationen der durch die Variation gestörte Teil der Mondbewegung seien. Mit Hilfe einer physikalischen Überlegung sucht er nun zu einer andern Verteilungsfunktion zu kommen. Wenn die Beleuchtung durch die Sonne die Ursache der Störung ist, dann wirkt nicht nur die beleuchtete Erdhalbkugel auf den Mond, sondern auch umgekehrt die beleuchtete Mondhalbkugel auf die Erde. Die störende Wirkung des Sonnenlichtes wird also durch das Produkt der von Erde und Mond ausgehenden Wirkungen zu messen sein. Als Maß dieser Wirkung betrachtet Kepler den Sinus der scheinbaren Breite des „circulus illuminationis", der dem Sinus des Aufsichtswinkels auf die zur Richtung Erde–Sonne senkrechte Ebene des Beleuchtungskreises proportional ist. So ergibt sich schließlich das Quadrat des Sinus dieses Winkels als das Maß für die neue Verteilung. Damit steht aber Kepler vor einer vollkommen neuen Aufgabe, nämlich der Integration der Funktion $\sin^2 x$. Das elegante Verfahren, das zur Lösung der Aufgabe führt, stammt nicht von Kepler selbst, sondern beruht auf einem Satz des von ihm als Mathematiker hochgeschätzten Jost Bürgi.[1]

[1] Über das Verhältnis Keplers zu Jost Bürgi vgl. R. Wolf: Johannes Kepler und Jost Bürgi. Zürich 1872.

In einem Kreis vom Halbmesser 1 seien zwei Winkel α_1 und α_2 je $\leqq 90^0$ gegeben, und es sei $\sin \alpha_1 = h_1$, $\sin \alpha_2 = h_2$. Ferner seien in der aus der Figur 4 ersichtlichen Art die Winkel $2\,\alpha_1$ und $2\,\alpha_2$ eingetragen und von den Endpunkten

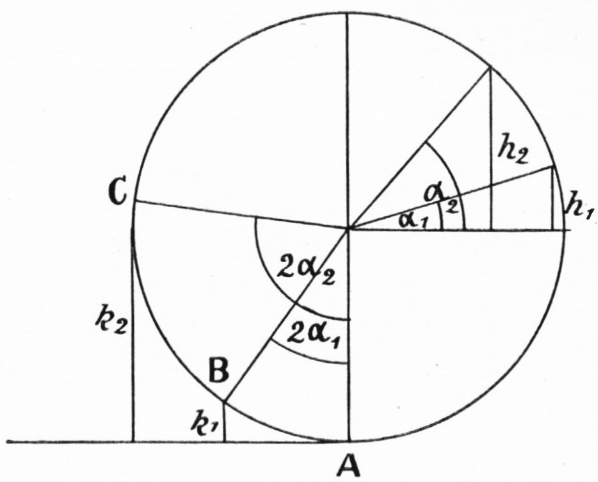


Fig. 4.

B, C der zugehörigen Radien die Lote k_1 und k_2 auf die Kreistangente in A gefällt. Dann ist $\quad k_1 = 1 - \cos 2\,\alpha_1, \qquad k_2 = 1 - \cos \alpha_2,$

oder $\quad k_1 = 2 \sin^2 \alpha_1, \qquad k_2 = 2 \sin^2 \alpha_2,$

also $\quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{h_1^2}{h_2^2}.$

Es verhalten sich also die Quadrate der Sinus wie die Strecken k. Mit Hilfe dieses Satzes gelingt es Kepler, das Verhältnis von Maximalgeschwindigkeit und dem durch das Vorauseilen gewonnenen Weg, d. h. die Maximalgeschwindigkeit selbst, zu bestimmen. Vergleichen wir auch hier sein Ergebnis mit dem durch Integration im modernen Sinn zu gewinnenden. Analog dem früheren Verfahren haben wir anzusetzen:

$$m \cdot \int_0^{90^0} \sin^2 \alpha \, d\alpha = 161', \text{ also } m = 161' : \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{180}{\pi}\right) = 3' 34^2/_3''.$$

Hier haben wir also vollkommene Übereinstimmung zwischen den beiden Ergebnissen.

Zu Seite 47 Zeile 11 ff.

Die eigentliche Aufgabe, aus der Theorie das mathematische Gesetz für die Variation zu entwickeln, ist mit der soeben durchgeführten Rechnung noch nicht erledigt. Aus dem gewonnenen Verteilungsgesetz sind aber für jeden Punkt der Mondbahn die durch die Variation hervorgerufenen Abweichungen von der mittleren Bahngeschwindigkeit bekannt. An der zum Winkel α gehörigen Stelle hat nämlich der Mond die Geschwindigkeit $t_1 + m \cdot \sin^2\alpha$, also ist die Differenz zwischen wirklicher und mittlerer Geschwindigkeit $b = t_1 + m \cdot \sin^2\alpha - (t_1 + t_2) = m \cdot \sin^2\alpha - t_2$, (wobei $\alpha = 0$ in der Quadratur). Aus der Rechnung ergab sich überdies $m = 3' \, 34^2/_3'' = 2\, t_2$, so daß $b = m \cdot \sin^2\alpha - \frac{m}{2}$ wird. Die Variation in dem vom Winkel α bestimmten Punkt der Mondbahn hat also die Größe

$$V = \int_0^\alpha b\, dx = m \cdot \int_0^\alpha \sin^2 x\, dx - \frac{m \cdot \alpha}{2} = -\frac{m}{4} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \sin 2\alpha = -51' \, 15'' \cdot \sin 2\alpha.$$

Genau denselben Maximalwert $V_{\max} = 51' \, 15''$ findet Kepler mit seiner Rechnung, die in einer Summation von Sekanten besteht (vgl. S. 17 Z. 8 f.). Im gegenwärtigen Brief nennt er zwar nur die rohere Zahl $51'$, der genaue Wert $51' \, 15''$ liegt jedoch der Tabelle S. 82 der Rudolphinischen Tafeln zugrunde, die die Überschrift trägt: „Tabella Variationis demonstrativae, quarta parte maioris quam Tychonica proxima; quam tamen Observationes Tychonis nonnullae confirmare videntur. Deducitur autem ex appendice Gr. 132.45 Elongationis ☽ a ☉, ad Lunationes integras 12, in anno siderio.“

Die Abweichung von dem Tychonischen mittleren Maximum $40\frac{1}{2}'$ nimmt also Kepler nicht tragisch, erst recht ist sie ihm nicht Anstoß, an seiner Theorie stutzig zu werden. Er ist im Gegenteil stolz darauf, und mit Recht. Er ist sich nämlich bewußt, mit einer ganz neuartigen Methode unter Voranstellung eines physikalischen Prinzips auf rein deduktiv-mathematischem Weg zu einem an der Erfahrung nachprüfbaren Gesetz gelangt zu sein. Hierin liegt unabhängig von der Richtigkeit oder Unrichtigkeit des Prinzips neben der mathematischen Seite die Bedeutung dieser Mondtheorie.

Zu Seite 51 Zeile 10.

Wegen des Preises der Rudolphinischen Tafeln war es zu einer Meinungsverschiedenheit zwischen Kepler und Tychos Erben gekommen, die auf die Hälfte der Exemplare Anspruch hatten. Kepler legte den Fall zur Schlichtung dem kaiserlichen Bücherkommissar in Frankfurt vor (vgl. seinen Brief an Bernegger vom 2. Oktober 1627; Opera vol. VI p. 621; deutsche Übersetzung bei Caspar und Dyck, Bd. 2 S. 249 ff.). Die Aufgabe der seit 1569 bestehenden Bücherkommission war im übrigen die Ausübung der Zensur und die Erteilung buchhändlerischer Privilegien.

Zu Seite 51 Zeile 12.

Der eine der beiden hier Genannten, D. Horst, war Keplers Gastgeber in Ulm.

Zu Seite 51 Zeile 20 f.

Das Titelkupfer der Tabulae nach eigenem Entwurf Keplers wurde nicht in Ulm, sondern in Nürnberg von Georg Cöler gestochen.

Zu Seite 51 Zeile 22 f.

Abt von Bebenhausen war in dieser Zeit Daniel Hitzler, der frühere Pastor der evangelischen Gemeinde in Linz, der dort Kepler das Abendmahl verweigert hatte.

Zu Seite 51 Zeile 24.

Am 8. November 1627 war der älteste Sohn Eberhard des regierenden Herzogs Johann Friedrich von Württemberg als Dreizehnjähriger mit großen Feierlichkeiten in das fürstliche Collegium zu Tübingen eingeholt worden.