

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Klasse

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften

zu München

1919. Heft I

Januar- bis Märzszitzung

München 1919

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

in Kommission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth)



Konstruktionen der Diagramme der Geschwindigkeit und Beschleunigung des Films bei der ruckweisen Bewegung vermittle des Malteserkreuzrades im Kinematographen.

Von **Ludwig Burmester.**

Mit einer lithographischen Tafel.

Vorgetragen in der Sitzung am 11. Januar 1919.

Zuvörderst ist die Erklärung des in Fig. 1 der Tafel gezeichneten, international gewordenen Malteserkreuzrades mit dem eingreifenden Einzahnrad nötig. Das Malteserkreuzrad, dessen Achse A ist, enthält vier zu einander senkrechte radiale Schlitzze. Das Einzahnrad besteht aus einer sich um die Achse Φ drehenden Scheibe, die als Zahn einen zylindrischen Zapfen trägt; und auf ihn ist eine drehbare Rolle gesetzt, um die Reibung sowie die Abnutzung in den Schlitzzen zu vermindern. Auf der Scheibe befindet sich ein konzentrischer Ansatz z mit einem Ausschnitt s , in dem die Enden der Schlitzze sich frei hindurch bewegen können. Zwischen den Schlitzzen hat das Malteserkreuzrad vier konkave zylindrische Randteile, deren Radien gleich dem Radius des Ansatzes sind. Der Abstand der Mittelpunkte dieser Randteile von A ist gleich dem Achsenabstand ΦA . Der Kreis φ , auf dem sich der Mittelpunkt F des Zapfens bewegt, und der um die äußeren Enden der Schlitzze beschriebene Kreis λ sind gleiche sich in den Punkten o , p rechtwinkelig schneidende Kreise; so daß im Beginn des Zahneingriffes die Bewegung des Zahnes nach der Achse A gerichtet ist und ohne Stoß erfolgt. Während $\frac{3}{4}$ Umdrehung des antreibenden Ein-

zahnrad gleitet dessen zylindrischer Ansatz z an einem entsprechenden zylindrischen Randteil des Malteserkreuzrades, das solange in fester Stellung bleibt; und während $\frac{1}{4}$ Umdrehung des Einzahnrad wird $\frac{1}{4}$ Umdrehung des Malteserkreuzrades bewirkt.

Auf Achse A ist eine Zackentrommel befestigt, deren Ränder in Wirklichkeit einen Durchmesser von 24 mm haben. Auf den Rändern befinden sich radiale Zacken, welche in die Randlöcher des bandförmigen internationalen Films eingreifen, der ruckweise eine Strecke gleich der Höhe 19 mm seiner Bilder bewegt wird; und diese Höhe ist gleich einem Viertel des Umfanges der Ränder. Bei einer Umdrehung des Einzahnrad, die gewöhnlich $\frac{1}{15}$ Sekunde dauert, ist demnach ein Bild $\frac{1}{20}$ Sekunde vor dem sogenannten Bildfenster des Kinetographen im Stillstand behufs der Projektion auf einen Schirm, und wird dann während $\frac{1}{60}$ Sekunde ruckweise fortbewegt. Die Größe des aus dem Malteserkreuzrad und dem Einzahnrad bestehenden Getriebe ist durch den Achsenabstand ΦA bestimmt, und unabhängig von der ruckweisen Bewegung des Films¹⁾.

Der Einfachheit halber, und auch eine zweckentsprechende Größe der Diagramme auf der Tafel zu erhalten, nehmen wir den Kreis λ als einen Randkreis der Zackentrommel an, die in den Film f von seinem Berührungspunkt L_6 bis an den Berührungspunkt einer Druckrolle R eingreift und ihn in einer Führung $o'p'$ vor dem Bildfenster herabzieht, wobei die Höhe $o'p'$ des Bildfensters gleich der Länge des Viertelkreises $o\lambda p$ ist. Der von einer Spule kommende Film f wird von einer Zacken-

¹⁾ In R. Willis, Principles of Mechanism. 1841, p. 166; sec. ed. 1870, p. 165 ist das Malteserkreuzrad mit dem eingreifenden Einzahnrad beschrieben und „Geneva stop“ benannt, weil es in den Mechanismen der Genfer Uhren damals schon verwendet wurde. Siehe auch L. Burmester, Lehrbuch der Kinematik, 1888, S. 385, Fig. 437, Taf. XXX. Auf die Anwendung im Kinetographen ist hingewiesen von F. Paul Liesegang, „Die Erfindung der ruckweisen Bewegung beim Kinetograph“ in Zentralzeitung für Optik und Mechanik, 1918, Jahrg. 39, Heft 6.

trommel ebenso wie von der auf der Achse A sitzende bewegt und hat über der Führung bei o' einen Bausch; was aber wegen Platzmangels nicht eingezeichnet ist. Bei jeder ruckweisen Bewegung verkleinert sich der Bausch und entsteht immer wieder. Demnach wird nur das jeweilige von dem Bausch bis an den Berührungspunkt L_6 gehende Filmstück bewegt, und dadurch die ruckweise Bewegung erleichtert.

Die Geschwindigkeit eines auf dem Randkreis λ liegenden Punktes, den wir auch als einen Punkt des Malteserkreuzrades betrachten, ist gleich der Geschwindigkeit des Films. Ferner ist die Tangentialbeschleunigung dieses Punktes gleich der Beschleunigung des Films, und die Normalbeschleunigung gleich der des Filmstückes, das auf dem Randkreis λ liegt.

Zu den Konstruktionen der Diagramme der Geschwindigkeit und Beschleunigung des Films benutzen wir das kinematisch benannte zentrische Schleifkurbelgetriebe¹⁾ in Fig. 3. Die um die Achse Φ rotierende Kurbel ΦF ist drehbar mit einem Schlitten verbunden, der in dem um die Achse A schwingenden Schlitzgliede Ag gleitet. Wenn insonderheit die mit den gleichen Radien ΦF , AL beziehlich um Φ und A beschriebenen Kreise φ , λ sich rechtwinkelig in den Punkten o , p schneiden und das Schlitzglied nur bis an den Kreis λ reicht, so ist die Bewegung des Schlitzgliedes dieselbe wie die des Malteserkreuzrades. Deshalb können wir die Konstruktionen der Diagramme zunächst an dem Schlitzglied ausführen, welches das Malteserkreuzrad vertritt. Hierzu ist die Coriolissche Zusammensetzung der Beschleunigung²⁾ erforderlich, die wir voraussetzen und erörtern wollen.

Bewegt sich in Fig. 2 ein Punkt F mit der Geschwindigkeit $FF_t^g = v_g$ und der Beschleunigung $FF_t^g = j_g$ auf einer bewegten Kurve g und deren mit F momentan vereint liegender Punkt E auf einer Bahnkurve ε

1) L. Burmester, Lehrbuch der Kinematik, 1888, S. 832, Fig. 799 und S. 834, Fig. 800, Taf. LIV.

2) Dasselbst, S. 779, Fig. 750, Taf. XLIX.

mit der Beschleunigung $EE_i^\varepsilon = j_\varepsilon$, so wird dadurch das Parallelogramm $FF_i^g H E_i^\varepsilon$ bestimmt. Ist ω die momentane Drehgeschwindigkeit der Kurve g um ihren Punkt E , so ist die resultierende Beschleunigung $FF_i^g = j_g$ des Punktes F auf der durch die beiden gleichzeitigen Bewegungen entstehenden Bahnkurve φ gleich der geometrischen Summe von EE_i^ε , FF_i^g und der durch das Produkt $2v_g \cdot \omega$ bestimmten Strecke $H F_i^g$, die senkrecht zu v_g im Sinne der Drehgeschwindigkeit ω gerichtet ist. Sonach folgt:

$$FF_i^g = EE_i^\varepsilon + E_i^\varepsilon H + H F_i^g \text{ oder } j_g = j_\varepsilon + j_g + 2v_g \cdot \omega.$$

Bei einer Parallelbewegung der Kurve g ist die Drehgeschwindigkeit $\omega = 0$, mithin auch das Produkt $2v_g \cdot \omega = 0$, und dann ist die Diagonale FH jenes Parallelogramms die resultierende Beschleunigung des Punktes F .

Um in Fig. 3, wo die Mittelgerade g des Schlitzes jene bewegte Kurve g vertritt, die Beschleunigung $EE_i^\varepsilon = j_\varepsilon$ des Punktes E des Schlitzgliedes zu bestimmen, der sich auf dem um A beschriebenen Kreis ε bewegt und momentan mit dem Punkt F vereint liegt, nehmen wir an, daß die Geschwindigkeit FF_v^g des auf dem Kreis φ bewegten Punktes F gleich dem Radius $F\Phi$ ist; dann fällt mit ihm die Beschleunigung $FF_i^g = j_g$ zusammen. Von den rechtwinkligen Komponenten FF_v^g , EE_v^ε der Geschwindigkeit FF_v^g ist $FF_v^g = v_g$ die Geschwindigkeit des Punktes F auf der um A rotierenden Geraden g und EE_v^ε die Geschwindigkeit des Punktes E auf dem Kreis ε .

Behufs der Konstruktion der Beschleunigung des Punktes E fällen wir auf die Gerade g die Senkrechte $\Phi V'$; dann sind die rechtwinkligen Dreiecke $FV'\Phi$, $FE_v^\varepsilon F_v^g$ kongruent, mithin ist $FV' = EE_v^\varepsilon$ und $V'\Phi = E_v^\varepsilon F_v^g = FF_v^g = v_g$; ferner ziehen wir zu ΦA die Parallele $V'U'$ bis an die Verlängerung von ΦF und fällen auf g die Senkrechte $U'T'$. Sonach sind

$T' U' V' F$ und $V' \Phi A F$ ähnliche Gebilde; demzufolge ist das Verhältnis

$$\frac{T' U'}{V' \Phi} = \frac{F V'}{F A} \text{ und } T' U' = \frac{V' \Phi \cdot F V'}{F A}.$$

Da $F V' : F A = E E_v^e : F A = \omega$ die Drehgeschwindigkeit des Schlitzgliedes und $V' \Phi = v_g$ ist, so ergibt sich die Strecke

$$T' U' = v_g \cdot \omega,$$

die im Sinne der Drehgeschwindigkeit ω um den Punkt E gerichtet ist.

Ferner ist das Verhältnis

$$\frac{F T'}{F V'} = \frac{F V'}{F A}; \text{ mithin } F T' = \frac{F V'^2}{F A} = \frac{E E_v^e{}^2}{E A}$$

und die Strecke $F T'$ die Normalbeschleunigung des Punktes E des Schlitzgliedes. Demnach liegt der Punkt E_i^e der Beschleunigung $E E_i^e = j_e$ in der zu g senkrechten Geraden $U' T'$. Indem wir auf der Verlängerung von $V' \Phi$ die Strecke $H' F_i^p = 2 \overline{T' U'} = 2 v_g \cdot \omega$ machen, und beachten, daß die Beschleunigung, mit der sich der Punkt F auf der Geraden g bewegt, in dieser Geraden liegt, so ergibt sich durch die zu g Parallele $H' E_i^e$ der Punkt E_i^e auf der Geraden $U' T'$; sonach ist die Strecke $T' V' = E_i^e H'$ die Beschleunigung j_g des Punktes F auf g . Demzufolge ist wie in Fig. 2

$$F F_i^p = E E_i^e + E_i^e H' + H' F_i^p \text{ oder } j_p = j_e + j_g + 2 v_g \cdot \omega.$$

Zu diesen für den Punkt E abgeleiteten Beziehungen sind die entsprechenden Beziehungen für den Punkt L des Schlitzgliedes ähnlich und ähnlich liegend in bezug auf A als Ähnlichkeitspunkt. Demnach ergibt sich die folgende Konstruktion der Geschwindigkeit und Beschleunigung des Punktes L .

Wir ziehen durch den Punkt L die zu ΦF Parallele $L \Psi$ bis an ΦA , fällen auf die Gerade g die Senkrechte ΨV , ziehen die zu ΦA Parallele $V U$ bis an ΨL und fällen auf g die Senkrechte $U T$; ferner machen

wir auf der Verlängerung von $V\Psi$ die Strecke $H\Psi = 2\overline{T\bar{U}}$, ziehen die zu g Parallele HL_j^λ , welche die verlängerte Gerade UT im Punkt L_j^λ trifft und die in L auf g senkrechte Gerade im Punkt L_t schneidet.

Hiernach ist LV gleich der Geschwindigkeit, LL_j^λ die Beschleunigung, LL_t die Tangentialbeschleunigung und LT die Normalbeschleunigung des Punktes L des Schlitzgliedes und des Malteserkreuzrades. Somit ist die Strecke LV gleich der Geschwindigkeit und $LL_t = VH$ die Beschleunigung des Films; ferner ist LT die Normalbeschleunigung des auf den Randkreis λ in Fig. 1 liegenden Filmstückes.

Um zuerst in Fig. 4 die polaren zeitlichen Diagramme der Geschwindigkeit und Beschleunigung des Filmes zu konstruieren, nehmen wir an, daß der Punkt F sich auf dem Kreis φ mit der konstanten Geschwindigkeit gleich dem Radius ΦF bewegt, also das Einzahnrad gleichförmig bewegt wird. Die Hälfte oF_6 des Viertelkreises $o\varphi p$ teilen wir in eine Anzahl, beispielsweise in 6 gleiche Teile, wobei von dem Punkt o aus gezählt der Punkt F in dem dritten Teilpunkt liegt. Den Punkt F betrachten wir als einen Zeitpunkt auf dem Viertelkreis $o\varphi p$ und den Punkt L als den entsprechenden Wegpunkt auf dem Viertelkreis $o\lambda p$. Da der Bewegungsvorgang beiderseits der Geraden ΦA symmetrisch ist, so ist ΦA eine Symmetriegerade der beiden Diagramme, und deshalb brauchen wir nur die Konstruktion der einen Hälfte dieser Diagramme auszuführen.

Wir ziehen nach der vorhin angegebenen Konstruktion durch den Punkt L die zu ΦF Parallele $L\Psi$ bis an ΦA , fallen auf AL die Senkrechte ΨV , ziehen zu ΦA die Parallele VU bis an ΨL , fallen auf AL die Senkrechte UT , machen auf der Verlängerung von $V\Psi$ die Strecke $H\Psi = 2\overline{T\bar{U}}$ und übertragen die Strecke HV auf die Gerade AL nach LJ . Dann ist V ein Punkt des polaren zeitlichen Diagramms $\mathfrak{B}_p^3$ der Geschwindigkeit und J ein Punkt des polaren zeitlichen Diagramms $\mathfrak{S}_p^3$ der Beschleunigung. Der Punkt J ergibt sich auch, indem wir auf der Verlängerung von AL

die Strecke $LJ = \Psi V + 2 \overline{TU}$ abtragen, dann ist es nicht nötig, die Strecke $V\Psi$ um $\Psi H = 2 \overline{TU}$ zu verlängern.

Hiernach erfordert die Bestimmung der beiden Punkte V, J nur die vier gestrichelt-punktiert gekennzeichneten Geraden¹⁾. Dem Zeitpunkt F entsprechend ergibt sich auf dem Fahrstrahl AF die Geschwindigkeit gleich LV und die Beschleunigung gleich LJ des Films. In gleicher Weise erhalten wir für die anderen Zeitpunkte und die nötigen Zwischenlagen, wie es nur angedeutet ist, die Punkte der Diagramme $\mathfrak{B}_v^3, \mathfrak{S}_v^3$. Im Beginn ist die Beschleunigung gleich oJ_0 im Punkt L_0 gleich Null. Die größte Geschwindigkeit $L_0 V_0$ wird durch die Proportion $L_0 V_0 : \Phi F_0 = AL_0 : AF_0$ bestimmt.

Um für das Maximum der Beschleunigung den Fahrstrahl zu erhalten, beschreibt man um den Punkt A den Kreisbogen, der das Diagramm $\mathfrak{S}_v^3$ berührt, und etwa drei benachbarte von $\mathfrak{S}_v^3$ begrenzte konzentrische Kreiskreisbögen; dann bestimmt die durch deren Mitten gehende Kurve den Berührungspunkt J_m und dadurch den Fahrstrahl AJ_m , der die Kreisbögen $o\lambda p$, $o\phi p$ beziehlich in dem zugehörigen Wegpunkt und Zeitpunkt schneidet.

Um in Fig. 5 die orthogonalen zeitlichen Diagramme der Geschwindigkeit und Beschleunigung des Films zu konstruieren, teilen wir die Strecke op , die gleich der Länge des Viertelkreises $o\phi p$ ist, als Zeitachse in 12 gleiche Teile. Für den Zeitpunkt 3 der Abszisse 03 übertragen wir aus Fig. 4 die Strecken LV, LJ als Ordinaten beziehlich nach $3V_3$ und $3J_3$; dann ist V_3 ein Punkt des orthogonalen zeitlichen Diagramms $\mathfrak{B}_v^3$ der Geschwindigkeit und J_3 ein Punkt des orthogonalen zeitlichen Diagramms $\mathfrak{S}_v^3$ der Beschleunigung des Films. In gleicher Weise ergeben sich die anderen Punkte der Diagramme. Das

¹⁾ Umständlicher ist es, nach abgeleiteten Funktionen die Werte der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu berechnen und in Tabellen zu setzen, die eine Anschaulichkeit wie die Diagramme nicht ergeben. Siehe Dr. Carl Forch, „Der Kinematograph“, 1913, S. 15.

Diagramm $\mathfrak{B}_0^3$ ist symmetrisch in bezug auf die größte Ordinate $6 V_6$. Das Diagramm $\mathfrak{S}_0^3$ wird von dem Zeitpunkt 6 in zwei kongruente Teile geteilt. Den bezüglich der Zeitachse op rechtsseitigen Teil können wir als positiv und den linksseitigen als negativ betrachten. Die Beschleunigung beginnt und endet mit den gleichen Größen $o J_o$, $p J_p$, erreicht beiderseits im Punkt J_m gleiche Maxima und ist im Zeitpunkt 6 gleich Null.

Ferner ist aus Fig. 4 die Normalbeschleunigung LT linksseitig als Ordinate nach $3 N_3$ übertragen und N_3 ein Punkt des orthogonalen zeitlichen Diagramms $\mathfrak{N}_0^3$ der Normalbeschleunigung des Films während seines Eingriffes in die Zackentrommel. Dieses gestrichelt-punktiert gekennzeichnete, in bezug auf die größte Ordinate $6 N_6$ symmetrische Diagramm ist nur wegen der vollständigen Veranschaulichung aller am Film vorkommenden Beschleunigungen konstruiert; denn durch die Druckrolle R in Fig. 1 wird das Abspringen des Films von der Zackentrommel verhindert, das anderen Falles infolge der großen maximalen Normalbeschleunigung $6 N_6$ eintreten könnte.

Zur Konstruktion des Wegdiagramms $\mathfrak{B}$, welches die Änderungen der von dem Film während einer ruckweisen Bewegung durchlaufenen Weglängen veranschaulicht, entnehmen wir aus Fig. 4 z. B. die Bogenlänge oL und tragen sie als Ordinate nach $3 W_3$; dann ist W_3 ein Punkt des Wegdiagramms, das im Punkt o beginnt und im Punkt W_p endet, wo die Ordinate $p W_p = o p$ ist.

Um in Fig. 6 die orthogonalen beweglichen Diagramme $\mathfrak{B}_0^{iv}$, $\mathfrak{S}_0^{iv}$ und $\mathfrak{N}_0^{iv}$ der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Normalbeschleunigung des Films zu konstruieren, entnehmen wir aus Fig. 5 die Ordinaten des Wegdiagramms $\mathfrak{B}$ und tragen sie als Abszissen auf op ab; ferner entnehmen wir mittels Parallelen zu op die Ordinaten, wie aus der übereinstimmenden Bezeichnung ersichtlich ist.

Die Diagramme veranschaulichen, wie bei der ruckweisen Bewegung des Films die Geschwindigkeit schnell und die Be-

schleunigung sehr schnell zu- und abnimmt. Bei dieser Bewegung ist die Reibung des Films in der Führung vor dem Bildfenster und der Trägheitswiderstand der zwar geringen Masse des bewegten Filmstückes zu überwinden durch die Kraft, mit welcher der Zahn des Einzahnrades in dem jeweiligen Schlitz des Malteserkreuzrades wirkt. Hinsichtlich der Abnutzung kommt die hierbei entstehende Reibung und ferner die Reibung des Einzahnrades an dem Malteserkreuzrad während seines Stillstandes in Betracht. Um diese Abnutzung möglichst zu vermindern, muß das Getriebe aus dem besten Stahl hergestellt werden; und bei den besseren Kinematographen befindet es sich in einer mit Öl gefüllten Kapsel.

Um noch auf die ruckweise Bewegung des Films mittels eines auf ihn schlagenden Schlägers hinzuweisen, ist in Fig. 7 eine schematische Anordnung gezeichnet. Zwei ineinander greifende Zahnräder a , b drehen sich beziehlich um die Achsen A und B . Auf der Achse A ist die Zackentrommel α und auf der Achse B eine Scheibe s befestigt, die einen zylindrischen Zapfen S trägt. Der Schläger besteht aus der Scheibe und dem Zapfen; und wird in den Kinematographen, die als Spielzeug dienen, meistens aus einem starken Draht mit angebogenem Zapfen hergestellt. Der Film f mit einem Bausch über dem Bildfenster geht durch eine Führung an dem Bildfenster und mit einem Bausch nach der Zackentrommel α . Der Schläger schlägt in diesen Bausch hinein auf den Film und bewirkt dessen ruckweise Bewegung.

Bei den besseren Kinematographen mit einem Schläger wird der Film von S nach α noch über eine verstellbare Rolle geführt, durch die der Bewegungsvorgang geregelt werden kann. Nach der Beendigung des Schlages ist das Filmbild vor dem Bildfenster so lange im Stillstand, bis der Schlag wieder erfolgt. Diese ruckweise Bewegung ist aber trotz der Regelung nicht so sicher wie bei dem zwangsläufig bewegten Malteserkreuzrad, und kann sich auch mit der Stärke des Schlages verändern.

Bei der Annahme, daß der Film während des Schlages

straff und mit dem Zapfen in Berührung bleibt, kann man die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Films kinematisch bestimmen. Aber wir wissen nicht, wie sich der Film bei dem Aufschlagen verhält, ob er von dem Zapfen weggeschleudert oder eine Zeit lang von ihm berührt wird. Zu der Kenntnis der einzelnen Phasen dieser schnellen ruckweisen Bewegung könnte man gelangen durch stroboskopische Beleuchtung und anschaulicher vermittelt schneller Aufnahmen auf einem Film, bei dessen kinematographischer Vorführung die schnelle Bewegung verlangsamt erscheint.

Mit dem H. Lehmannschen Aufnahmeapparat¹⁾, der „Zeitlupe“, auch „Zeitmikroskop“ genannt wird, und an dem die H. Ernemann, A. G. in Dresden, noch Verbesserungen ausgeführt hat, sind in einer Sekunde bis 500 Aufnahmen schneller Bewegungen möglich, die bei der kinematographischen Vorführung verlangsamt in den einzelnen Phasen anschaulich erkennbar werden. Durch das Zeitmikroskop wird der Kinematographie ein ergiebiges Gebiet für die Erforschung schneller Bewegungen eröffnet und der Gesichtssinn erweitert.

¹⁾ „Photographische Korrespondenz“, Juli 1916, Nr. 670 der ganzen Folge.

