

Sitzungsberichte

der

königl. bayer. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Jahrgang 1868. Band II.

München.

Akademische Buchdruckerei von F. Straub.

1868.

In Commission bei G. Franz.

480
144 D

Mathematisch-physikalische Classe.

Sitzung vom 7. November 1868.

Herr v. Steinheil gibt einen
„Beitrag zur Geodäsie“.

Wenn man von einer kleinen direkt gemessenen Linie (Basis) durch trigonometrische Operationen auf die Länge eines Gradbogens auf der Erdoberfläche schliesst, so wird die Unsicherheit in der Erkenntniss der Länge dieses Bogens, ganz abgesehen von den Unsicherheiten, welche die Winkelmessungen lassen im Verhältniss der Quadratwurzel der Vergrösserung des Bogens gegen die Basis selbst vermehrt. Wenn also beispielsweise die Unsicherheit in der Basis = 1 wäre, die Basis aber 100 mal in der Länge des Bogens enthalten ist, so würde die Unsicherheit im Bogen 10 mal die der Basis. Da man aber die Basis fast beliebig genau messen kann, so bleibt der Einfluss ihres Fehlers auf die ganze Länge sehr zurück gegen den der Winkel. Das Vortheilhafteste wäre also, wenn man die Winkelmessungen ganz vermeiden könnte.

Aus solchen Betrachtungen hat schon Bessel in seiner preussischen Gradmessung § 9 gefolgert, „dass wenn man die Bedingung der grösstmöglichen Genauigkeit des Resultates verfolgen wollte, man den auf der Erdoberfläche zu messenden Bogen, dessen Erfindung der Zweck der ganzen Operation ist, unmittelbar, d. h. ohne die Hülfe von Dreiecken messen müsste“.

Bessel hält übrigens eine solche direkte Messung für unausführbar wegen der Terrainschwierigkeiten; und sie war es auch sicher damals.

Seitdem sind die Eisenbahnen entstanden, die alle Terrainschwierigkeiten überwunden haben und uns feste sichere Wege, deren ganzer Verlauf bekannt ist, bieten. Es liegt somit der Gedanke nahe, ob nicht durch Benutzung dieser neuen Wege doch eine direkte Messung eines Bogens auf der Erdoberfläche möglich wird.

Es schien mir geeignet, eine Messstange in Gestalt eines auf der Eisenbahn rollenden Rades in Anwendung zu bringen. Es würde sich aus wiederholten Befahrungen der Bahn mit diesem Rade nicht nur der mittlere Fehler der Bestimmung, sondern gleichzeitig auch der Ausdehnung des Rades — d. h. der Messstange — ergeben, wenn der Verlauf der Eisenbahnlinie mit einer zur Reduktion genügenden Genauigkeit bekannt wäre.

Ich habe diese Idee mit Prof. Peters in Altona und Generallieutenant v. Bayer näher besprochen und bin von ihnen aufgefordert worden, die Hauptfrage des Problemes „ob nämlich das Rad sich auf der Eisenbahnschiene genau abwickelt, ohne zu gleiten“, durch direkte Versuche zu entscheiden.

Das ist seitdem geschehn und es liegen Beobachtungen vor welche, mit Rücksicht auf die mangelhaften Hilfsmittel, in hohem Grade überraschen müssen.

Auf einer im Glaspallaste dahier gelegten Eisenbahn von circa 10 Meter Länge wurden mit einem der physikalischen Sammlang gehörigen Wegmesser unter meiner Mitwirkung durch die Gefälligkeit des Herrn Prof. Ernst Voit dahier Versuche angestellt, welche zeigen, dass keine Spur von Gleiten des Rades bemerkbar ist. Aus den Zahlenwerthen, die ich hier folgen lasse, wird sich obiges bestätigen.

Das Rad des Wegmessers wurde auf der Bahn jedesmal genau 6 Umgänge geführt. Anfang- und Endpunkte dieser 6 Umgänge sind durch Pfähle, welche tief in den Boden eingerammt wurden und so einen für Temperatur-

Aenderungen invariablen Abstand bilden, fixirt. Mit Comparatoren auf beiden Endpunkten sind die Differenzen der einzelnen Befahrungen ermittelt und es sind die Temperaturen stets und in gleichen kurzen Zwischenzeiten notirt. Die Bahn ist 26mal von I nach II und 27mal von II nach I befahren. Die grössten Temperaturunterschiede betragen 7.^o2 R.

Die Ausdehnung des Rades (Kupferreif) ergab sich nach der Methode der kleinsten Quadrate aus allen Messungen für die Längeneinheit und für

$$1^{\circ} \text{ Reaumur} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 0.0000212$$

Im Durchschnitt nimmt man die Ausdehnung des Kupfers an zu $. \quad . \quad . \quad = 0.0000215$.

Der mittlere Fehler der einmaligen Befahrung der Bahn, welche

17406.2 Millimeter lang ist,

findet sich von I nach II	^{MM.} ± 0.246
von II nach I	± 0.348
Im Mittel mit Gewicht	<hr/> ± 0.298

oder

$$\frac{1}{58000}$$

der ganzen Längn.

Das Mittel der Befahrungen von I nach II weicht ab von dem Mittel der Befahrungen von II nach I

$$\text{um } 0,19 \text{ }^{\text{MM.}} = \frac{1}{100000} \text{ der Länge.}$$

Dieser Fehler ist grösser als nach der Uebereinstimmung in den einzelnen Reihen zu erwarten war und zeigt, dass noch constante Fehlerquellen ihren Einfluss üben. Ob diese Abweichung nun daher rührt, dass nur an einem Quecksilber-Thermometer beobachtet wurde, der die Aenderungen des Temperatur früher folgt als das Rad, oder ob die noch ziemlich mangelhafte Führung des Rades die Ursache ist, werden spätere Beobachtungen mit vollkommneren Hülfmitteln, die jetzt in Arbeit sind, entscheiden.

Aus den bisherigen Beobachtungen ergeben sich aber schon wichtige Resultate:

1) Ist die Sicherheit der Messung durch Befahren der Bahn mit cylindrischer Messstange schon jetzt bei unvollkommenen Hilfsmitteln grösser, als bei Anwendung des Glaskeils ¹⁾).

2) Wird die Ausdehnung der Messstange bei grossem Abstände der invariablen Endpunkte viel genauer bestimmt als nach der jetzigen Methode, wo diese Punkte nur um eine Länge der Messstange von einander abstehn ²⁾).

3) Ist die cylindrische Messstange dauerhafter und invariabler und transportabler als die jetzigen und bedarf keiner besondern Bestimmung ihrer Ausdehnung, indem sich diese aus der Wiederholung der Messungen von selbst ergibt.

Eine weitere Frage wird es jetzt sein durch Messungen

1) Die Besselsche Basis ist 104,8 mal länger als die meinige. Der Fehler, der aus der Operation des Stangenlegens und Ablesens mit dem Keil folgt, ist

$$\text{bei Bessel } 1.657'' = 3.738^{\text{MM.}}$$

Die Unsicherheit der einmaligen Messung ist bei mir

$$= \sqrt{104,8} = (10^{1/4})(0,298) = 3,056^{\text{MM.}}$$

Folglich die Unsicherheit bei gleicher Länge

$$\text{beim Keil} = 3.7$$

$$\text{bei Abwicklung} = 3.0;$$

also kleiner bei Abwicklung oder der M. Fehler der einmaligen Messung auf die ganze Länge

$$\text{bei Bessel } \frac{1}{445000}$$

$$\text{bei mir } \frac{1}{580000}$$

2) Die als invariabel angenommenen Endpunkte werden doch kleinen Aenderungen unterliegen. Sind diese gleich für die Längen 1 und m, so ist bei mLängen der Fehler, der auf eine Länge trifft = $\frac{1}{m}$, also der Vergrösserung umgekehrt proportional. Ich spreche hier nur von demjenigen Theil des Fehlers der Ausdehnungsbestimmung, der von der Veränderung der als invariabel angenommenen Endpunkte herrührt.

nachzuweisen, dass der Verlauf einer Eisenbahnlinie, welche von der Geraden abweicht, mit einer zur Reduction genügenden Genauigkeit ermittelt werden kann.

Ich hoffe in Kurzem der sehr gelehrten Classe auch darüber Mittheilungen vorlegen zu können.

Herr Baron von Liebig legt einen Aufsatz der Herren v. Gorup-Besanez und v. Rad in Erlangen vor

„Ueber Phloron aus Buchenholztheerkreosot“.

Wenn man rheinisches Buchenholztheerkreosot jener Sorte, welche vorwiegend Kreosot enthält, mit der 1 $\frac{1}{2}$ fachen Gewichtsmenge concentrirter Schwefelsäure vermischt, das Gemisch, welches alsbald eine dunkelrothe Färbung annimmt und sich verdickt, 24 Stunden lang stehen lässt, sodann mit dem 6fachen Volumen Wasser und der 1 $\frac{1}{2}$ -fachen Gewichtsmenge Braunstein in einer Retorte allmählich und gelinde erwärmt, so tritt alsbald eine ziemlich heftige Reaction ein, die sich durch starke Erhitzung des Gemisches und feinblasige Gasentwicklung zu erkennen gibt. Die Erscheinungen verlaufen überhaupt genau so, wie bei der Darstellung des Phlorons aus den bei 190° — 220° C. siedenden Antheilen des Steinkohlentheerkreosots; es destillirt ziemlich rasch eine stark gelb gefärbte Flüssigkeit, aus welcher sich bald gelbe Krystalle und erstarrende ölige Tröpfchen abscheiden, während sich die Kühlröhre des Destillationsapparates mit gelben langen nadelförmigen Krystallen er-