Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XXI. Jahrgang 1891.

München.
Verlag der K. Akademie.
1892.

In Commission bei G. Franz.

Sitzung vom 7. Februar 1891.

1. Herr LEONHARD SOHNCKE legt eine Abhandlung des Herrn Dr. C. LUDWIG WEBER, Direktor der hiesigen elektrotechnischen Versuchsstation „zur Messung der magnetischen Inklination“ vor.

2. Herr AUREL VOSS hält einen Vortrag „über spezielle Differentialinvarianten in der Flächentheorie“. Derselbe soll anderweit veröffentlicht werden.

Zur Messung der magnetischen Inklination.

Von C. L. Weber.

(Eingelaufen 7. Februar.)

Unter den Elementen des Erdmagnetismus ist ohne Zweifel die Inklination dasjenige, dessen genaue Bestimmung noch die grössten Schwierigkeiten darbietet.

Obwohl die bestehenden Methoden im Laufe der Jahre wesentliche Verbesserungen erfahren haben, so genügen sie doch nicht allen Anforderungen und die Frage, welche von den bekannten Methoden die beste sei, ist keineswegs abgeschlossen. Bei diesem Stand der Dinge muss auch das Bestreben, neue Wege zu diesem Ziele aufzusuchen, gerechtfertigt erscheinen; und selbst, wenn hiebei kein Fortschritt sich ergeben sollte, so wäre doch eine kritische Discussion derjenigen Verfahren, die überhaupt möglich sind, eine wichtige Aufgabe; insoferne nämlich, als dadurch der Ueberblick über das ganze Problem erleichtert wird.

Von diesem Gedanken geleitet, habe ich vor 2 Jahren 3 neue Methoden beschrieben, die sich auf die Anwendung eines bisher zu diesem Zweck noch nicht benützten Princips gründen[1]. Dieses Princip scheint eine sehr grosse Zahl von Abänderungen zuzulassen, so dass sich im Anschluss an die 3 erwähnten noch eine ganze Reihe von mehr oder weniger ähnlichen Verfahren auffinden liess[2], von denen jedes als eine selbständige Methode betrachtet werden kann.

Obwohl nun eine vollständige und erschöpfende Discussion aller sich bietenden Möglichkeiten für die Beleuchtung des vorliegenden Problems von Werth wäre, so soll doch im Folgenden blos eine dieser Methoden besprochen werden, die, wie mir scheint, vor vielen anderen gewisse Vortheile bietet. Einige Resultate, welche mit derselben erlangt worden sind, dürften diese Meinung bestätigen.

Grundgedanke.

Dem neuen Verfahren liegt folgende Ueberlegung zu Grunde. Es sei gegeben ein Stromkreis, der um einen horizontalen Durchmesser als Axe (Schneide etc.) leicht beweglich ist. Es sei der Schwerpunkt so gelegen, dass die magnetische Axe des Kreises in der Ruhelage, die er ohne Strom, unter dem Einfluss der Schwere einnimmt, einen Winkel γ mit der Horizontalen macht, der etwas grösser ist als die Inklination.

Liegt die Schwingungsebene senkrecht zum magnetischen Meridian, und durchläuft ein Strom den Kreis in solcher Richtung, dass an dem nach unten zeigenden Ende der magnetischen Axe ein Nordpol entsteht, so tritt ein Drehmoment auf von der Grösse:

$$V \cdot f \cdot i \cos \gamma$$

1) C. L. Weber. Wied. Ann. 35. p. 810. 1888.

2) Siehe auch: Tageblatt der 61. Naturforscher-Versammlung zu Köln. 1888. p. 14.

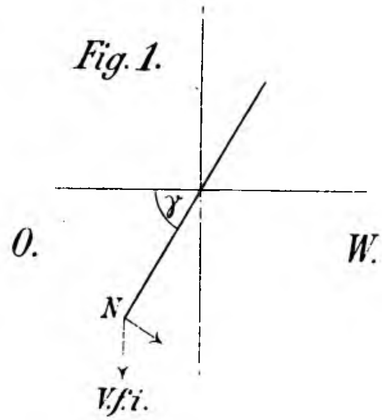


Fig. 1.

wo V die Vertical-Intensität, f die Windungsfläche. i die Stromstärke, γ den erwähnten Winkel bezeichnet.

Liegt derselbe bewegliche Stromkreis mit seiner Schwingungsebene im Meridian, so tritt zu diesem Drehmoment noch ein zweites hinzu, herrührend von der Horizontalcomponente H und von der Grösse:

$$\pm H \cdot f \cdot i \cdot \sin \gamma$$

Wenn das zum Nordpol gewordene Ende der magnetischen Axe gegen Norden geneigt ist, so subtrahiren sich beide Momente.

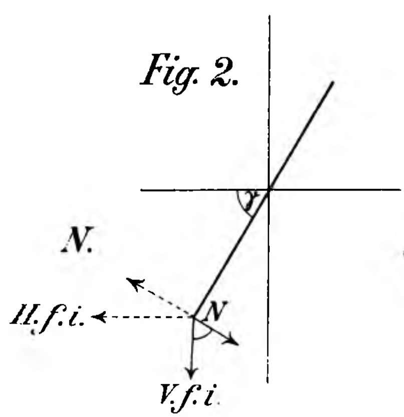
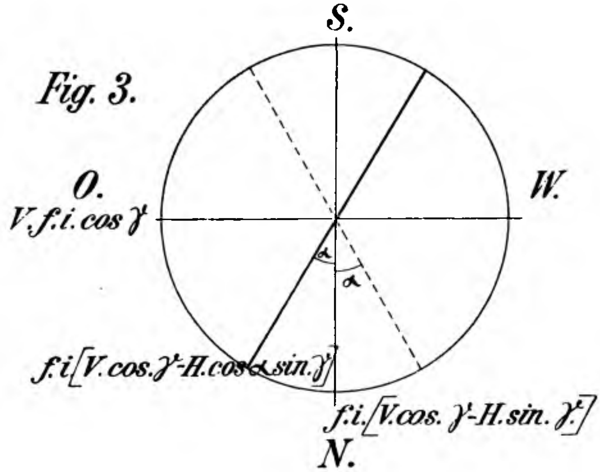


Fig. 2.

Dreht man jetzt die gedachte Vorrichtung um eine verticale Axe, so dass die Schwingungsebene allmählig von der Nord-Süd nach der Ost-West-Richtung übergeht, so bleibt in allen Zwischenlagen das von der Vertical-Componente herrührende Drehmoment in ungeänderter Grösse erhalten; das von der Horizontalcomponente herrührende dagegen hat in einer Zwischenlage, die um den $\sphericalangle\, \alpha$ von der Nord-Süd-Richtung abweicht, nur noch die Grösse: $H f i \sin \gamma \cdot \cos \alpha$.

Fig. 3.



Das gesammte Moment ist also in dieser Lage

$$R = V f i \cos \gamma - H f i \sin \gamma \quad \cos \alpha$$

Ist γ so gewählt, dass $V f i \cos \gamma < H f i \sin \gamma$; ist also γ grösser als die Inklination, so ist es offenbar möglich, einen $\sphericalangle\, \alpha$ zu finden, so dass

$$R = o \quad \text{wird.}$$

In dieser Lage wird also beim Durchlaufen des Stromes durch den Kreis kein Drehmoment auftreten; der im stromlosen Zustand in einer bestimmten Ruhelage befindliche Kreis wird beim Schliessen des Stromes keinen Ausschlag geben. Man hat:

$$V \cdot f i \cdot \cos \gamma = H \cdot f i \cdot \sin \gamma \cos \alpha \quad \text{also:}$$

$$\frac{V}{H} = tg\, \gamma \cdot \cos \alpha = tg\, I.$$

Man findet also die Inklination I, wenn es möglich ist, die Winkel γ und α zu messen.

Man erkennt sofort, dass dieser Weg gewisse Vortheile bietet: Stromstärke und Windungsfläche braucht man nicht zu kennen; erstere braucht nicht constant zu sein, denn man hat eine reine Nullmethode; den Winkel γ wird man vor der eigentlichen Beobachtung ein für alle mal ermitteln und nur seine jedesmalige Veränderung beobachten; die Genauigkeit lässt sich sehr hoch steigern; denn wenn γ so gewählt ist, dass α klein wird, so entspricht einer verhältnissmässig grossen Zunahme von α eine kleine von $\cos \alpha$. Man braucht also α nur mit mässiger Genauigkeit zu kennen, um I mit vielmal grösserer Genauigkeit zu bestimmen. Im übrigen hängt die Genauigkeit des Endresultates ab von der Sicherheit, mit der $\sphericalangle \gamma$ gemessen werden kann. Schliesslich wird man unabhängig von der Kenntniss des magnetischen Meridians, da man die dem $\sphericalangle \alpha$ entsprechende Azimuthalebene auf beiden Seiten des Meridians aufsuchen und den $\sphericalangle \alpha$ durch Halbiren der Ablesungsdifferenz am Horizontalkreis finden kann.

Ausführung.

Anforderungen. Ein zur Ausführung des gegebenen Grundgedankens geeigneter Stromkreis muss bei möglichst grosser Windungsfläche ein geringes Gewicht besitzen. Um die horizontale Axe soll er mit der nöthigen Empfindlichkeit drehbar sein, welche Drehbewegung durch die Zuführung des Stromes zu dem beweglichen Kreis nicht beeinträchtigt werden darf. Der ganze Apparat muss um eine verticale Axe so gedreht werden können, dass man die Grösse der Drehungen an einem horizontalen Theilkreis ablesen kann. Endlich müssen Vorrichtungen angebracht sein, um die Grösse des $\sphericalangle \gamma$; d. h. die Neigung der magnetischen Axe des Kreises genau messen und die etwaigen Veränderungen derselben verfolgen zu können.

Instrument. Das von mir zur Erprobung des Verfahrens benützte Instrument darf blos als improvisirtes Werkzeug betrachtet werden. Es wurde aus dem früher[1]) beschriebenen Apparat hergestellt durch Entfernung des Wagebalkens und Zufügung eines Horizontalkreises. Mit der verticalen Tragsäule wurden Fernrohr und Scala fest verbunden.

Es besteht demnach aus folgenden Theilen. Ein Dreifuss mit Stellschrauben trägt eine in konischem Zapfenlager drehbare verticale Säule. Mit derselben dreht sich ein Theilkreis, dessen Nonien am Dreifusse befestigt sind. Auf dem oberen Ende der Säule befinden sich isolirt zwei Iridiumplatten als Lager für die Schneiden des Stromkreises. Dieser hat circa 10 cm Radius und circa 500 Windungen. Mit Hilfe einiger radial angeordneter Streben ist er an einem nahe quadratischen Messingrahmen befestigt, der auf seiner inneren oberen Seite die Schneide trägt; letztere ist aus Iridium gefertigt, vom Rahmen isolirt und um den Strom zu- und abzuführen, in 2 Theile getrennt, die durch dünne Drähte mit den Windungen in Verbindung stehen. Die Stromzuführung geschieht also mit Hilfe der Lagerplatten durch die Schneide, was sich über Erwarten gut bewährt.

Zum Beobachten und Justiren sind am Stromkreis 2 Spiegel angebracht. Der eine (I) ist nahe den Schneiden befestigt und steht in der Ruhelage nahezu vertical; er dient zur Beobachtung der Schwingungen; der zweite ist mit den Windungen (resp. dem Rahmen derselben) fest verbunden; seine Ebene wird parallel der Windungsebene justirt. Beide können mit 3 Schrauben und Spiralfedern beliebig justirt werden.

Das Fernrohr ist mit Hilfe eines ausladenden, versteiften Armes an der verticalen Säule befestigt und trägt eine kurze Scala in circa 0,25 m Abstand vom Spiegel I.

Zu dieser Einrichtung kommt noch eine Arretirungsvorrichtung hinzu und endlich ein Schutzkasten gegen Luftströmungen (bei meinen Versuchen aus Pappe).

1) L. c.

Justirung. Nachdem in bekannter Weise die verticale Drehaxe genau vertical, die Lager der Schneiden genau horizontal gestellt sind, ist die wichtigste Justirung diejenige, welche es ermöglicht, den $\sphericalangle \gamma$ zu bestimmen; d. h. den Winkel, den die magnetische Axe des Stromkreises in der Ruhelage mit der Horizontalen macht. Diese Arbeit wird in 3 Theile zerlegt. Man justirt 1) Spiegel II so, dass seine Ebene parallel ist der mittleren Windungsebene des Stromkreises. 2) Man misst den Winkel zwischen den Ebenen der beiden Spiegel I und II. 3) Man bestimmt diejenige Ablesung, die sich am Fernrohr und Scala im Spiegel I ergiebt, wenn die Spiegelnormale I genau horizontal liegt. Offenbar ist dann für jede beliebige Ruhelage der $\sphericalangle \gamma$ aus der Scalenablesung zu ermitteln, wenn der Scalenwerth bekannt ist.

Ein Weg, um diese Justirungen zu erreichen, ist folgender. Man setzt den Stromkeis auf ein passendes Gestell, am besten auf ein Goniometer und macht nun beide Spiegelebenen parallel zur Schneide. Man kann hiebei genau so verfahren, wie bei der Justirung eines Prismas auf einem Goniometer zum Zwecke der Messung des brechenden Winkels. Die spiegelnden Prismenflächen der Schneiden können dabei benützt werden, um die Schneide parallel der Drehaxe des Goniometers zu stellen.

Um nun den Spiegel II zur mittleren Windungsebene parallel zu stellen, benützt man den mit seiner Ebene vertical aufgestellten Stromkreis als Multiplicator, hängt einen Magnet mit collimirtem Spiegel in seine Mitte und dreht die Windungsebene genau in die Ost-Westlage, was daran erkannt wird, dass ein Strom, der sie durchfliesst, den erwähnten Magnet nicht ablenkt. Es liegt dann auch die Ebene des Magnetspiegels in Ost-West und man hat nur den Spiegel II zum Magnetspiegel parallel zu stellen. Letzteres ist mit Fernrohr und Scala, eventuell Senkelfaden leicht genau zu machen, besonders wenn beide Spiegel nahe neben- oder übereinander sind, und es gibt dann die Normale zu Spiegel II genau die Richtung der magnetischen Axe des Stromkreises an; seine Ebene ist parallel der mittleren Windungsebene.

Ad 2) hat man nun den Winkel zwischen Spiegel I und II zu messen. Dies geschieht genau so, wie man den brechenden Winkel eines Prismas auf dem Goniometer bestimmt; die dazu nöthige Aufstellung ist nach Obigem schon geschehen.

Ad 3). Setzt man den Stromkreis wieder auf seine Unterlage und neigt ihn durch passende Belastung so lange, bis man in einem horizontal gestellten Fernrohr (Nivellirinstrument, Kathetometer oder Beobachtungsfernrohr selbst) das vom Spiegel I reflectirte Fadenkreuz mit dem Fadenkreuz selbst zur Deckung gebracht hat; oder bis das Spiegelbild einer mit dem Nivellirfernrohr in gleicher Höhe befindlichen Marke am Fadenkreuz erscheint. Alsdann liest man am Ablesefernrohr den einstehenden Theilstrich der Scala ab. In dieser Lage gibt dann der sub 2) gemessene Winkel direkt die Neigung (γ) der magnetischen Axe des Stromkreises an. Für eine andere Ruhelage ergibt sich der jedesmalige Winkel γ aus der betreffenden Scalenablesung mit Hilfe des Abstands von Spiegel und Scala.

Es ist leicht möglich, das Instrument so einzurichten, dass alle diese Justirungen an ihm selbst ausgeführt werden können; da es ja den Hauptbestandtheil eines Goniometers: horizontalen Theilkreis und Beobachtungsfernrohr bereits besitzt.

Es ist wichtig zu wissen, dass diese Justirung, beziehungsweise einzelne Theile derselben, auch auf andere Art durchgeführt werden können. Um z. B. die beiden Spiegelebenen parallel der Schneide zu stellen, kann man einen dritten Hilfsspiegel und den Horizontalkreis benützen. Man richtet den dritten Spiegel so, dass seine Normale zur Schneide parallel, also seine Ebene parallel der Schwingungsebene ist, was daran erkannt wird, dass bei schwingendem Stromkreis das Spiegelbild einer festen Marke sich nicht bewegt. Alsdann richtet man irgend eine Visirlinie (2 Senkelfäden), so dass sie senkrecht zur Spiegelebene steht und dreht nun das Instrument um genau 90° um die verticale Axe. Sind die beiden Spiegel I und II zur Schneide parallel, so muss jetzt die vorher gerichtete Visirlinie auch auf diesen Spiegeln senkrecht stehen; ist es nicht der Fall, so kann man die Spiegel justiren.

Um den Spiegel II zur mittleren Windungsebene parallel zu stellen, kann man auch des Magnets entrathen. Man hängt den Stromkreis an einem Metallfaden auf, der den Strom zuführt, während ein als Dämpfer in eine Flüssigkeit tauchender Draht die zweite Leitung bildet; geht ein Strom hindurch, so stellt sich die Axe in den Meridian, und nachdem man die Torsion aufgehoben hat, kann man durch Umhängen des Kreises den Spiegel II gerade so collimiren wie bei einem Magnet; womit die Forderung sub 1) erfüllt wird [1]).

Verfahren beim Beobachten. Nachdem Alles, wie beschrieben, justirt und für eine bestimmte Ruhelage, die durch die Scalenablesung am Beobachtungsfernrohr definirt ist, der entsprechende Neigungswinkel γ ermittelt worden, kann man mit dem Beobachten beginnen.

Der Strom wurde mir von einer Batterie ganz kleiner Grove-Elemente geliefert (30 an der Zahl). Eine Quecksilberwippe war in den Stromkreis geschaltet, um beliebig öffnen und schliessen, eventuell die Schwingungen dämpfen zu können.

---

1) Ueber einige Auswege, welche die direkte Messung des $\sphericalangle \gamma$ ganz umgehen, siehe am Schluss.

Man stellt nun zunächst die Schwingungsebene des Instrumentes ungefähr in den Meridian und probirt, ob beim Stromschluss in einer bestimmten Richtung der bewegliche Kreis nach grösseren oder nach kleineren Scalentheilen ausschlägt. Hierauf dreht man die Schwingungsebene um ein grosses Stück — etwa 20° — nach einer Seite z. B. nach Ost, bis der Ausschlag nach der entgegengesetzten Richtung erfolgt; darauf wird nach Massgabe der erfolgten Ablenkung zurückgedreht und so fort, bis man das Azimuth, dem der Ausschlag 0 zugehört, in ein Intervall von 10 bis 5 Minuten eingeschlossen hat; die zuletzt beobachtete Ruhelage wird ebenfalls notirt.

Nun erfolgt ein zweiter Satz von Probeeinstellungen auf der anderen Seite, also westlich; darauf wird die Nullstellung östlich wiederholt und so weiter, wobei man in der Regel eine allmählige Verschiebung in der Ruhelage, also eine Veränderung des Winkels γ bemerkt, weshalb auch die einzelnen, auf derselben Seite abgelesenen Azimuthe nicht die gleichen sind. Das Auffinden der einzelnen Azimuthe erfolgt, nachdem die beiden ersten festgelegt sind, in der Regel mit 3 bis 5 Einstellungen; um die Empfindlichkeit zu vergrössern, kann man die Stromimpulse multipliciren, andrerseits dämpfen.

Die weitere Behandlung der Ablesungen erläutert sich am besten an der Hand eines Beispieles. Man hatte durch die vorausgegangene Justirung ermittelt, dass für eine bestimmte Ruhelage, bei welcher die Ablesung am Beobachtungsfernrohr den Scalentheil: 82,7 ergab, der Winkel γ die Grösse hatte: $66^{\circ}\,36'\,24''$.

In der Zeit von $3^{h}\,25$ bis $4^{h}\,6'$ am 23./7. 90 wurden die dem Ausschlag Null entsprechenden Azimuthe abwechselnd in Ost und West nebst den zugehörigen Ruhelagen in folgender Weise beobachtet:

Azimuth:	177° 45′	151° 45′	177° 30′	152° 15′
Ruhelage:	82,4	82,05	81,65	81,6
	177° 15′	152° 15′	176° 55′	
	81,5	81,45	81,2.	

Um nun für 2 Azimuthe Ost und West denselben Winkel γ zu haben, interpolirt man linear zwischen den Einstellungen auf derselben Seite z. B. Ost ein Azimuth, welches dem in der Zwischenzeit westlich beobachteten γ entspricht etc.

Man erhält so durch Interpolation zwischen 1 und 3 einen Werth 2′; aus 2 und 4 einen Werth 3′ etc., die dann mit den direkten Ablesungen 2 und 3 etc. combinirt werden. Aus obigen Zahlen z. B. erhält man die ersten 3 Columnen der folgenden Tabelle:

Nr.	Ruhelage Scalentheile	Azimuthe		α	γ	I[1])
		Ost	West			
2 ; 2′	82,05	177° 38′	151° 45′	12° 56′,5	66° 33′ 40″	66° 1′ 7″
3 ; 3′	81,65	177° 30′	152° 13′	12° 38′,5	31′ 55″	0′ 51″
4 ; 4′	81,6	177° 25′	152° 15′	12° 35′,0	31′ 42″	0′ 53″
5 ; 5′	81,5	177° 15′	152° 15′	12° 30′,0	31′ 17″	0′ 53″
6 ; 6′	81,45	177° 12′	152° 15′	12° 28′,5	31′ 4″	0′ 47″

Aus je 2 Azimuthen ergibt sich nun ein Winkel α; berechnet man ferner mit Hilfe der Angabe, dass die Scalenablesung 82,7 einem Werthe $\gamma = 66^{0}\,36'\,24''$ entspricht und dem Scalenabstand (402,8 Scalentheile) den zu jeder einzelnen Ruhelage gehörigen Werth von γ, so erhält man die beiden folgenden Spalten obiger Tabelle.

Je ein Werth von α und γ ergeben dann eine Zahl für die Inklination; aus den 7 mitgetheilten Einstellungen also 5 Werthe der Inklination, deren Grösse in der letzten Spalte erscheint.

1) Es muss darauf aufmerksam gemacht werden, dass die absoluten Beträge von I durch Eisengehalt des improvisirten Apparates und andere Localeinflüsse gefälscht sind.

Resultate.

Zur weiteren Kennzeichnung des Verfahrens sollen noch einige Beobachtungsreihen mitgetheilt werden, wobei nochmals betont sei, dass die absoluten Werthe durch Localeinflüsse fehlerhaft sind.

Datum: 14. VII. $2^h 45' - 4^h 0'$			Datum: 16. VII. $9^h 25' - 10^h 18'$		
α	γ	I	α	γ	I
16° 16',5	66° 35' 33"	65° 43' 36"	16° 20'	66° 35' 33"	65° 43' 16"
16° 13',5	66° 35' 8"	43' 29"	16° 8'	34' 42"	43' 37"
16° 5'	66° 34' 17"	43' 32"	15° 47'	32' 35"	48' 42"
16° 56',5	66° 33' 26"	43' 36"	15° 44'	31' 44"	43' 11"
15° 54'	66° 33' 1"	43' 27"	15° 24'	29' 37"	43' 2"
	Mittel:	65° 43' 32"	15° 16'	27' 55"	42' 14"
				Mittel:	65° 43' 10"

Datum: 16. VII. $2^h 0' - 2^h 55'$			Datum: 18. VII. $10^h - 10^h 40'$		
α	γ	I	α	γ	I
15° 54'	66° 30' 28"	65° 40' 48"	15° 28',7	66° 26' 21"	65° 41' 18"
15° 37',5	28' 35"	40' 36"	15° 31',2	28' 46"	41' 28"
15° 35',7	29' 14"	41' 12"	15° 18',7	26' 39"	40' 34"
15° 32',5	28' 21"	40' 53"	15° 21',2	27' 5"	40' 44"
15° 26'	27' 30"	40' 40"	15° 18',7	26' 39"	40' 84"
15° 12'	26' 13"	40' 48"	15° 10'	25' 23"	40' 9"
	Mittel:	65° 40' 49"		Mittel:	65° 40' 48"

Diese Zahlen zeigen, dass mit dem neuen Verfahren selbst unter ungünstigen Verhältnissen Resultate erzielt werden, die concurriren können mit den besten bisher verwendeten Methoden (Scherings und Wilds geneigter Erdinductor). Ein grosser Vorzug des Verfahrens dürfte darin liegen, dass man unabhängig wird von einer besonderen Bestimmung des magnetischen Meridians und der Variationen in Deklination. Man erhält vielmehr zugleich mit der Inklinationsmessung auch eine Festlegung des Meridians. Ein weiterer Vortheil liegt darin, dass man, wie beim Nadelinklinatorium, nur ein einziges Instrument zu justiren und zu beobachten hat; dasselbe kann so construirt werden, dass man auch zu den einzelnen Justirungen keinen weiteren Hilfsapparat benöthigt.

Man wird finden, dass die Genauigkeit des Endresultates zum grossen Theil abhängig ist von der Exaktheit, mit der die Justirung, insbesondere die Bestimmung des Winkels γ möglich ist. Aus der gegebenen Beschreibung dieser Justirmethoden dürfte aber auch hervorgehen, dass dieselben in allen ihren Theilen mit derjenigen Sicherheit durchgeführt werden können, deren die Messung von Winkeln mit Hilfe eines Theilkreises oder mit Spiegel und Scala überhaupt fähig ist.

Da nun diese Justirung vor der eigentlichen Beobachtung und unabhängig von derselben vorgenommen wird, so kann ein hohes Maass von Zeit und Sorgfalt ihr gewidmet werden, und es lässt sich so erreichen, dass sie in Bezug auf Genauigkeit übereinstimmt mit der Empfindlichkeit, die in den Schlussbeobachtungen zu Tage tritt.

Dabei ist nochmals hervor zu heben, dass die Justirungen auf verschiedene Weisen vorgenommen werden können, die zur gegenseitigen Controlle dienen; auch ist es sehr wohl möglich, noch weitere Vereinfachungen oder Verbesserungen in dieser Richtung ausfindig zu machen, wofür sich im Anhang einige Andeutungen finden.

Ich glaube daher, dass der im Vorstehenden beschriebene neue Weg zur Bestimmung der Inklination einige Beachtung verdient und dass es sich sehr wohl lohnen würde, das Verfahren mit Hilfe eines zweckmässig gebauten Apparates weiter zu studiren und auszuarbeiten, wozu mir selbst leider die Hilfsmittel und die Gelegenheit fehlen.

Schluss.

Da ich die beschriebene Methode nicht als etwas vollständig Fertiges, sondern blos als einen Vorschlag, als eine Studie betrachte, deren weitere Ausarbeitung Anderen oder wenigstens einer gelegeneren Zeit überlassen sein möge, so habe ich auch von einer ausführlicheren Diskussion derselben abgesehen und möchte nur anhangsweise einige Gesichtspunkte nach dieser Richtung hin entwickeln.

Betrachtet man in der Formel:

$$x = tg\, I = tg\, \gamma \cdot \cos \alpha$$

den Winkel γ als vollständig bestimmt, so ergibt die Differentialgleichung:

$$\frac{d\,x}{d\,\alpha} = -\, tg\, \gamma \cdot \sin \alpha;$$

dass die Bestimmung von x mit Hilfe von α um so genauer wird, je kleiner α ist, je mehr sich also γ dem wahren Werthe der Inklination nähert, wie man auch von vorneherein einsieht.

Man könnte auf Grund dieser Verhältnisse glauben, dass es besser sei, den Winkel α überhaupt nahezu gleich Null zu machen, d. h. blos im Meridian zu beobachten und nur γ so lange zu ändern, bis es mit I übereinstimmt, d. h. die schwingende Windungsfläche so lange durch zugefügte Belastungen zu neigen, bis ihre Axe genau mit der Inklination übereinstimmt, alsdann wird auch der Ausschlag Null beobachtet.

Ich halte dies Verfahren aber nicht für vortheilhaft; denn abgesehen davon, dass dies eine besondere Meridianbestimmung voraussetzt, wird man doch über die Grösse der möglicherweise vorhandenen Abweichung vom Meridian Aufschluss suchen müssen und zu diesem Zwecke um die verticale Axe drehen.

Auch lassen sich die einzelnen Veränderungen von γ nicht mit derjenigen Schärfe bestimmen, mit der man die zugehörigen α beobachten kann.

Um dies zu übersehen betrachten wir in der Formel

$$tg\, I = tg\, \gamma \cdot \cos \alpha$$

die Inklination I als constant; dann liefert eine Differentiation die Gleichung

$$o = \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \gamma}\, d\, \gamma - tg\, \gamma \sin \alpha\, d\, \alpha$$

also:

$$\frac{d\, \gamma}{d\, \alpha} = \sin \gamma \cos \gamma\, tg\, \alpha =$$

$$= \sin^2 \gamma \cdot \sin \alpha\, ctg\, I$$

und wenn man γ durch I und α ausdrückt:

$$\frac{d\, \gamma}{d\, \alpha} = \sin \alpha\, ctg\, I \cdot \frac{tg^2\, \gamma}{1 + tg^2\, \gamma}$$

$$\frac{d\, \alpha}{d\, \gamma} = (1 + ctg^2\, \gamma) \frac{tg\, I}{\sin \alpha};$$

da $ctg^2\, \gamma = \cos \alpha\, ctg\, I$, so erhält man:

$$\frac{d\, \alpha}{d\, \gamma} = \frac{tg\, I}{\sin \alpha} (1 + \cos^2 \alpha\, ctg\, I)$$

Da nun die Tangente der Inklination bei uns nahezu $= 2$ ist, so bleibt $d\, \alpha$ stets grösser als das zugehörige $d\, \gamma$ und selbst für den extremen Werth $\alpha = 90^0$ ergibt sich noch $d\, \alpha$ nahe $= 2 \cdot d\, \gamma$.

Es zeigt diese Gleichung, dass kleine Veränderungen, die im Winkel γ vorkommen und die sich etwa während der Messung der Beobachtung entziehen, sofort bemerkbar werden durch eine selbst im ungünstigsten Falle noch doppelt so grosse Aenderung in α. Man kann also durch wiederholte Einstellung auf α die unmerklichen Aenderungen in γ eliminiren.

Bringt man aber willkürlich messbare Veränderungen in γ hervor und bestimmt für die neue Neigung $(\gamma + \delta)$ den zugehörigen Einstellungswinkel α_1, so kann man diese zweite Beobachtung mit der ersten (γ, α) combiniren und es ergibt sich so eine Abänderung des Verfahrens, bei der die directe Messung des Winkel γ ganz umgangen und durch die Beobachtung seiner Veränderung δ ersetzt wird.

Man erhält nämlich aus den Gleichungen:

$$tg\, I = tg\, \gamma \cos \alpha = tg\, (\gamma + \delta) \cos \alpha_1$$
$$= \frac{tg\, \gamma + tg\, \delta}{1 - tg\, \gamma\, tg\, \delta} \cos \alpha_1$$

die weitere

$$tg^2\, \gamma + tg\, \gamma \cdot \frac{\cos \alpha_1 - \cos \alpha}{tg\, \delta \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha}$$

woraus

$$tg\, \gamma =$$
$$= \tfrac{1}{2}\, ctg \delta \left(1 - \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha}\right) \pm \sqrt{\tfrac{1}{4}\, ctg^2\, \delta \left(1 - \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha}\right)^2 + \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha}}$$

Man kann also γ aus δ, α und α_1 berechnen und aus diesem Werthe die Inklination bestimmen.

Um die directe Bestimmung des Winkels γ zu umgehen, kann man endlich einen zweiten Weg einschlagen, der sich mit derselben Anordnung des Apparates durchführen lässt, aber nicht mehr auf eine Nullmethode führt, sondern die Beobachtung von Ablenkungswinkeln nöthigt macht[1]).

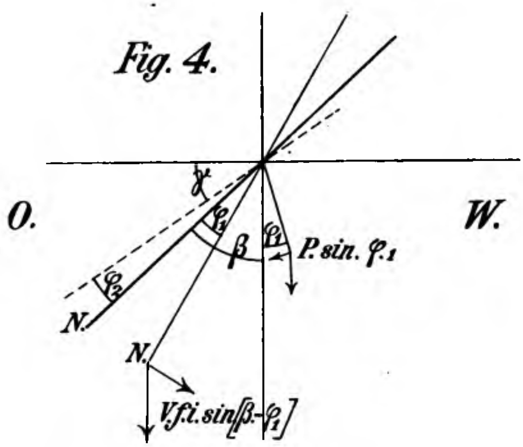
Hat man nämlich östlich und westlich vom Meridian beobachtet und damit die Grösse α und die Lage des Meridians bestimmt, so kann man die Neigung γ finden, indem

1) Eine diesbezügliche Andeutung findet sich bereits in einer früheren Abhandlung: C. L. Weber: Wiedem. 35. p. 816. 1888 und ein darauf gegründetes selbständiges Verfahren: Tageblatt der 61. Naturforscher-Versammlung zu Köln, 1888. p. 14. unter IV.

man in der nun bekannten Ost-West-Ebene die beim Schliessen des Stromes in 2 verschiedenen Richtungen auftretenden Ablenkungen ermittelt.

In dieser Lage (Schwingungsebene Ost-West) entstehen beim Stromschluss zwei Drehmomente: von Seite der Verticalintensität und von Seiten der Schwere. Erstere sucht die Axe vertical zu stellen und dreht so lange, bis das von der Schwere ausgeübte Moment ihr Gleichgewicht hält. Ist in der Ruhelage die Neigung der Axe des Stromkreises gegen

Fig. 4.



die Verticale $= \beta = 90 - \gamma$, während der Schwerpunkt genau vertical unter der Drehaxe liegt, so gilt für eine Ablenkung φ_1, die durch Stromschluss in einer bestimmten Richtung hervorgebracht wird, die Gleichung:

$$V \cdot f i \cdot \sin(\beta - \varphi_1) = P \cdot \sin \varphi_1 ;$$

schliesst man den Strom in umgekehrter Richtung, so ergibt sich ein Ausschlag φ_2 nach der entgegengesetzten Seite, so dass

$$V \cdot f i \sin(\beta + \varphi_2) = P \cdot \sin \varphi_2$$

worin P die Masse des beweglichen Theiles multiplizirt mit dem Abstand zwischen Schwerpunkt und Drehaxe. Aus beiden Gleichungen erhält man

$$\frac{\sin(\beta - \varphi_1)}{\sin(\beta + \varphi_2)} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2}$$

oder

$$\sin\beta\, ctg\, \varphi_1 - \cos\beta = \sin\beta\, ctg\, \varphi_2 + \cos\beta$$

oder

$$tg\,\beta \cdot (cotg\,\varphi_1 - cotg\,\varphi_2) = 2$$

also

$$tg\,\beta = \frac{2}{ctg\,\varphi_1 - ctg\,\varphi_2} = 2\,\frac{\sin\varphi_1 \sin\varphi_2}{\sin(\varphi_1 - \varphi_2)} = ctg\,\gamma$$

so dass also γ aus den beiden Ablenkungen: φ_1 und φ_2 ermittelt werden kann.

Obgleich von diesen indirecten Bestimmungen von γ nicht jene Genauigkeit erwartet werden kann, wie von einer directen Ausmessung, so sind sie doch als Controllen von Werth, zumal da sie sich mit dem für die vorgeschlagene Methode adjustirten Instrument ohne Weiteres ausführen lassen.