

Sitzungsberichte
der
mathematisch-physikalischen Classe
der
k. b. Akademie der Wissenschaften
zu **München.**

Band XIX. Jahrgang 1889.

München.
Verlag der K. Akademie.
1890.

In Commission bei G. Franz.

Ueber den Einfluss der Objectivconstruction

auf die Lichtvertheilung in seitlich von der optischen Axe
gelegenen Bildpunkten von Sternen bei zweilinsigen Systemen.

Von Dr. Adolf Steinheil.

(Mit Tafel III—IX.)

(Eingelaufen 10. December.)

Nach der Gauss'schen Theorie existiren bekanntlich für jedes Objectiv, (wenn das Medium vor und nach demselben das nämliche ist, z. B. Luft) vier Cardinalpunkte, die beiden Hauptpunkte und die beiden Brennpunkte.

Gefunden werden dieselben, indem man zwei von unendlich entfernten in der optischen Axe, vor und hinter dem Objective gelegenen Objectpunkten ausgehende Strahlen durch das Objectiv rechnet. Diese Strahlen werden so gewählt dass sie parallel zur optischen Axe und ganz nahe derselben das Objectiv treffen (Axeinstrahlen).

Die Durchschnitte dieser Strahlen mit der optischen Axe hinter, beziehungsweise vor dem Objective, bilden den zweiten beziehungsweise ersten Brennpunkt.

Diese Brennpunkte bilden die Enden der Brennweiten, deren Anfangspunkte die Hauptpunkte sind, welche sich finden, wenn man die zusammengehörigen ein- und austretenden Strahlen vor- und rückwärts verlängert, bis sie sich schneiden und von diesen Schnittpunkten Perpendickel auf die Axe fällt.

Die Entfernung des ersten Brennpunktes vom ersten Hauptpunkte ist gleich der Entfernung des zweiten Haupt-

punktes vom zweiten Brennpunkte und gleich der wahren Brennweite.

Diese letztere und damit der Hauptpunkt kann auch rechnerisch bestimmt werden, indem man sie aus der Formel $F = \frac{H}{\lambda}$ ableitet, wobei F eben diese wahre Brennweite, H der Abstand über der Axe, in welcher der einfallende Strahl die erste Fläche trifft und λ der Winkel ist, welchen der Strahl, nachdem er das System durchlaufen hat, mit der optischen Axe bildet.

Auch für die Bildpunkte seitlich der Axe sind die Hauptpunkte von grosser Bedeutung; in dem nämlich ein in der Mitte eines schräg zur Axe einfallenden Büschels liegender Strahl, ein sogenannter Hauptstrahl, nach dem Durchgange durch das System unter dem gleichen Winkel gegen die optische Axe, unter welchem er einfiel, auch wieder austritt; und zwar so, dass er aus dem zweiten Hauptpunkte zu kommen scheint, während er vor dem Eintritt in das System auf den ersten Hauptpunkt zielt.

Hierdurch ergibt sich ein einfaches Mittel, für einen seitlich von der Axe gelegenen Objectpunkt den Abstand des Bildpunktes von der Axe in der Bildebene zu bestimmen; wenn man unter Bildebene eine im zweiten Brennpunkte senkrecht zur optischen Axe errichtete Ebene versteht.

Es wird nämlich diese Entfernung $H = F \cdot \operatorname{tg} \tau$, wobei τ der Winkel des Hauptstrahls mit der optischen Axe ist.

Ist nun ein zweilinsiges System von grösserer Oeffnung zu berechnen, so ist die erste Bedingung, die eingeführt werden muss, die Einhaltung der vorgeschriebenen wahren Brennweite.

Die zweite, die Hebung des Farbenfehlers, d. h. die Vereinigung eines Strahles von mittlerer Brechbarkeit mit einem zweiten von anderer Brechbarkeit in einem Punkte, dem zweiten Brennpunkte.

Als dritte Bedingung ist einzuführen, dass ein Strahl von mittlerer Brechbarkeit, der nahe am Rande des Objectives einfällt, die Axe ebenfalls im Brennpunkte schneidet. Die Erfüllung dieser Bedingung heisst die Hebung des Kugelgestaltfehlers.

Sind diese drei Bedingungen erfüllt und drei Strahlen in einem Punkte, dem zweiten Brennpunkte vereinigt, so ist Deutlichkeit für den Bildpunkt in der Axe erzielt, und es ist noch zu untersuchen, wie es sich mit den seitlich von der Axe gelegenen Bildpunkten verhält.

Für einen Strahl von anderer als mittlerer Brechbarkeit folgt direct aus der Gauss'schen Theorie, dass er nicht nur denselben Brennpunkt, sondern auch denselben Hauptpunkt mit dem von mittlerer Brechbarkeit haben muss; denn wenn für ein Objectiv die Brennpunkte für zwei Farben zusammenfallen, die Hauptpunkte aber nicht, so werden die wahren Brennweiten für die beiden Farben ungleich und der Bildpunkt jener Farbe, welche der längeren Brennweite entspricht, muss weiter von der Axe abliegen, als derjenige der Farbe einem von der kleineren Brennweite. Es entstünden somit von seitlich der Axe gelegenen Objectpunkten zwei Bildpunkte. Es werden für die aufeinanderfolgenden Farben eine Reihe von farbigen Bildpunkten entstehen, so dass der höchste und der tiefste Bildpunkt von den Farben der Grenzen des Spectrums sind; während den zwischenliegenden Farben zwischenliegende Bildpunkte entsprechen, so dass ein seitlich gelegener Objectpunkt als Linie abgebildet wird, deren beide Enden jenen Farben angehören, welche das Spectrum begrenzen.

Die vierte Bedingung, welche eingeführt werden muss, ist somit die Forderung, dass für zwei Farben auch die Hauptpunkte zusammenfallen. (Zwei verschiedenfarbige Bilder gleich gross.)

Nicht so direct wie die bisher behandelten vier Bedingungen geht aus der Gauss'schen Theorie die fünfte Beding-

ung hervor, welche angiebt, wie der Anfangspunkt der Brennweite für Strahlen liegen soll, welche das Objectiv in grösserer Entfernung von der Axe, z. B. am Rande des Objectives treffen.

Aus der oben entwickelten Art und Weise, den Ort eines seitlich von der Axe gelegenen Bildpunktes zu finden, kann geschlossen werden, dass es nur dann möglich wird, nur einen Bildpunkt für Strahlen von mittlerer Brechbarkeit zu erhalten, wenn die verschiedenen Theile des Objectives (Mitte und Rand desselben) gleiche wahre Brennweite besitzen; wenn also die Anfangspunkte der Brennweiten auf einer Sphaere liegen, die mit der wahren Brennweite als Radius aus dem Brennpunkte beschrieben wird.

Unsere fünfte Forderung ist somit: Gleiche wahre Brennweite für Mitte und Rand des Objectives bei Strahlen von mittlerer Brechbarkeit.¹⁾ Nur bei Einhaltung dieser Bedingung werden sich die Randstrahlen symmetrisch um die Hauptstrahlen lagern und dadurch ein correct gezeichnetes Bild erzeugen.

Die Richtigkeit dieser Behauptung soll in Folgendem an der Hand strenger Rechnung nachgewiesen werden.

Da obige Theorie in Bezug auf verschiedene Farben (Bedingungen 2 und 4) schon hinlänglich erwiesen ist, soll nachstehende Untersuchung nur für Strahlen von mittlerer Brechbarkeit aber für 2 Bildpunkte, einer in der Axe, der andere seitlich derselben gelegen, durchgeführt werden.

In allen Fällen, bei welchen es sich um genaue Messungen, sei es von Distanzen nahestehender Fixsterne (wie z. B. bei Ausmessung photographisch aufgenommener Sternkarten), sei es von den verschiedenen Durchmesser der Planeten, handelt, ist es wichtig, die Vertheilung des Lichtes im Bildpunkte des Sternes zu kennen, weil es nur dann möglich ist zu beurtheilen, ob die Einstellung mit Sicherheit

1) Diese Bedingung fällt im Effekte zusammen mit der sogenannten Sinusbedingung.

erfolgen kann oder nicht und beziehungsweise wie gross die Unsicherheiten sind und wie sie vermindert werden können.

Als Object für diese Untersuchung ward das Königsberger Heliometerobjectiv gewählt, dessen Elemente von Fraunhofer selbst seiner Zeit publicirt wurden. Dieselben sind:

Brechungsindices	$n_D =$	1.529130 für Crown	
	$n'_D =$	1.639121 für Flint	
Halbe wirksame Oeffnung	$H =$	35.1	
Halbmesser der 1. Fläche	$R_0 =$	838.164	OZ ¹⁾
Crowndicke	$D_1 =$	6.0	
Halbmesser der 2. Fläche	$R_2 =$	333.768	UZ
Abstand der Linsen . . .	$D_3 =$	0.0	
Halbmesser der 3. Fläche	$R_4 =$	340.536	UZ
Flintdicke	$D_5 =$	4.0	
Halbmesser der 4. Fläche	$R_6 =$	1172.508	UZ.

Figur I stellt die Oeffnung des Objectives in halber natürlicher Grösse dar. In derselben ist bei 1 die optische Axe, 2 ist ein Punkt am Rande, 10 ein solcher in $\frac{2}{3}$ von der Axe gegen den Rand und 18 in $\frac{1}{3}$ Höhe von der Axe gegen den Rand.

Vom parallel zur Axe einfallenden Büschel wurden 4 Strahlen gerechnet; von welchen der eine ganz nahe der Axe, bei 1 (Axenstrahl), die anderen bei 2, 10 und 18 einfallen, also Rand-, $\frac{2}{3}$ Rand- und $\frac{1}{3}$ Rand-Strahlen darstellen.

Es ergeben sich folgende Vereinigungsweiten und wahre Brennweiten; vom Scheitel der letzten Fläche an gezählt.

	Vereinigungsweiten.	Wahre Brennweiten.
Für Rand	$= 1127.6587$	1131.6557
„ $\frac{2}{3}$ Rand	$= 1127.6872$	1131.5436
„ $\frac{1}{3}$ Rand	$= 1127.7058$	1131.4771
„ Axe	$= 1127.7121$	1131.4552.

1) OZ und UZ: Oberes Zeichen und unteres Zeichen bedeutet die Stellung der Flächen; OZ deutet an, dass die convexe Seite der Fläche dem auffallenden Lichte zugekehrt ist; wo UZ steht, die concave.

Es ist somit ein Kugelgestaltfehler $0.0534''$ nicht compensirt vorhanden, sowie ein Unterschied in der Länge der wahren Brennweiten zwischen Axe und Rand von 0.2005 ; (Rand zu lang). Es ergibt sich nun als deutlichste Einstell-

ebene: $1127.6701''$

und der Durchmesser des Scheibchens wird:

$0.00071''$.

Als seitlich von der optischen Axe gelegener Objectpunkt wurde ein solcher gewählt, der $48'$ von derselben entfernt ist und unter ihr liegt. Aus dem von demselben kommenden parallelen Büschel wurden 25 Strahlen durch das Objectiv gerechnet, die in den Punkten 1 bis 25 Fig. I das Objectiv treffen.

Es sind dies der Hauptstrahl, der bei 1 eintritt, und drei Kränze von Strahlen zu je 8 in gleichen Entfernungen von 45° ; der eine Kranz am Rande des Objectives, die beiden anderen in $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{3}$ von der Mitte gegen den Rand.

Diese Strahlen sind theils solche, welche in der Axenebene liegen (bei welchen alle Brechungen in derselben Ebene erfolgen), theils solche, welche ausser der Axenebene liegen (bei welchen also die Ebenen, in welchen die Brechungen stattfinden, von Fläche zu Fläche wechseln).

Strahlen ausser der Axe in der Axenebene sind diejenigen, welche in einer Ebene liegen, die den Hauptstrahl und die optische Axe enthält; sie treffen die Linse auf dem Durchschnitte dieser Ebene mit der ersten Fläche, also in den Punkten 2, 10, 18, 1, 22, 14 und 6. Alle übrigen sind Strahlen ausser der Axe und ausser der Axenebene.¹⁾

1) Die Strahlen ausser der Axenebene, welche die weit überwiegende Menge der Strahlen ausser der Axe bilden, wurden berechnet nach den von Prof. Dr. Ludw. v. Seidel entwickelten Formeln: Trigonometrische Formeln für den allgemeinsten Fall der Brechung des Lichtes an centrirtten sphaerischen Flächen. Berichte der Akademie 1866, Seite 263 ff.

Von diesen Strahlen ausser der Axenebene sind je zwei symmetrisch, so dass nur einer derselben gerechnet werden muss, während die Lage des zweiten sich durch Analogie von selbst ergibt. Im Kranze am Rande sind symmetrisch

	9	mit	3
	8	„	4
	7	„	5 im Kranze in $\frac{2}{3}$
entsprechend	17	„	11
	16	„	12
	und 15	„	13 im Kranze in $\frac{1}{3}$
ebenso	25	„	19
	24	„	20
	und 23	„	21.

Bei den Berechnungen wurden zuerst die Strahlen ausser der Axe in der Axenebene, dann jene ausser der Axe und ausser der Axenebene genommen.

Im deutlichsten Bildpunkt in der Axe ward eine senkrechte Ebene (Einstellebene 1127.6701) errichtet und der Durchschnitt der Strahlen des schrägen Büschels mit derselben ermittelt.

Die Strahlen ausser der Axe in der Axenebene ergaben die Durchschnittshöhen über der optischen Axe:

O R (2)	15.796215
O $\frac{2}{3}$ R (10)	15.795284
O $\frac{1}{3}$ R (18)	15.795873
Hpt. Str. (1)	15.798516
U $\frac{1}{3}$ R (22)	15.803491
U $\frac{2}{3}$ R (14)	15.811295
U R (6)	15.822124.

Die Durchschnitte der Strahlen ausser der Axenebene mit der Einstellebene sind durch zwei Zahlen gegeben, von denen die erstere den Höhenunterschied gegen den Hauptstrahl (positiv wenn über demselben), die zweite die Ent-

fernung gegen die Richtung nach oben (Verbindungsline der Strahlen ausser der Axenebene) mit Bezeichnung ob rechts oder links angibt; schneiden die zusammengehörigen (symmetrischen) Strahlen die Einstellebene auf derselben Seite, die sie in Figur I einnehmen, so haben sie sich noch nicht gekreuzt; während sie schon vor der Einstellebene gekreuzt haben, wenn sie die Seiten gewechselt haben. Die dem Randkranz angehörigen Strahlen liegen wie folgt:

Strahl	3	— 0.00204	links	0.00080
„	9	— 0.00204	rechts	0.00080
„	4	+ 0.00357	links	0.00627
„	8	+ 0.00357	rechts	0.00627
„	5	+ 0.01605	links	0.00758
„	7	+ 0.01605	rechts	0.00758.

Die dem Kranze in $\frac{2}{3}$ der Höhe angehörigen liegen:

Strahl	11	— 0.00251	links	0.00092
„	17	— 0.00251	rechts	0.00092
„	12	+ 0.00160	links	0.00353
„	16	+ 0.00160	rechts	0.00353
„	13	+ 0.00879	links	0.00410
„	15	+ 0.00879	rechts	0.00410.

Die dem Kranze in $\frac{1}{3}$ der Höhe angehörigen liegen:

Strahl	19	— 0.00191	links	0.00070
„	25	— 0.00191	rechts	0.00070
„	20	+ 0.00041	links	0.00162
„	24	+ 0.00041	rechts	0.00162
„	21	+ 0.00351	links	0.00151
„	23	+ 0.00351	rechts	0.00151.

In Figur II und III sind mit 2000 maliger Vergrößerung, in ersterem das Bild in der Axe, in letzterem das Bild seitlich von der Axe dargestellt.

Betrachten wir Figur III, welche das 2000 mal vergrösserte Bild, des um $48'$ von der Axe abliegenden Sternes in der Einstellebene darstellt, so finden wir, dass die Figur gegen die Richtung zur Axe (in Figur I die Linie 2 . . 1 . . 6) symmetrisch; während sie gegen die hierauf senkrechte Richtung (in Figur I 8 . . . 1 . . . 4) ganz unsymmetrisch ist. In Folge dessen liegt der Hauptstrahl nicht in der Mitte der Figur, sondern viel tiefer, so dass die Vertheilung der Helligkeit eine sehr ungleiche ist, denn die Linie 8, 16, 24, 1, 20, 12, 4 in Figur I, welche die Menge des auffallenden Lichtes halbirt, theilt nothwendig, wenn auch als krumme Linie das Licht im Sternbilde in zwei Theile von gleicher Helligkeit, aber sehr ungleicher Ausdehnung, so dass der über dieser Linie liegende Theil des Bildes viel weniger hell erscheint, als der unter derselben, so dass es schwierig sein dürfte, bei Messungen die Stelle der richtigen Einstellung zu treffen, die bei 1 liegt.

Nähert man die Einstellebene dem Objective, so wird das Bild des Sternes in der Axe grösser, das des Sternes seitlich der Axe kleiner; es kann desshalb in dieser Weise ein Ausgleich für die Deutlichkeit in den verschiedenen Theilen des Gesichtsfeldes stattfinden.

Figur IV und V geben für die Einstellebene $1127.4951''$ (um $0.175''$ hineingestellt) die Bilder der in und seitlich der Axe gelegenen Sterne, in gleicher Weise eingetragen wie im vorhergehenden Falle. Ebenso geben die Figuren VI und VII für eine dritte Einstellebene $1127.3201''$ (also nochmals um $0.175''$ hineingestellt) die gleichen Darstellungen.

Die Rechnungsergebnisse, welche diesen Figuren zu Grunde liegen, sind folgende:

Für Figur IV. Durchmesser des Bildes in der Axe
für Randstrahl 0.01015
„ $\frac{2}{3}$ Randstrahl 0.00795
„ $\frac{1}{3}$ Randstrahl 0.00436.

Für Figur V. Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

OR	2	15.799207
$O \frac{2}{3} R$	10	15.796462
$O \frac{1}{3} R$	18	15.795247
Hpt. Str.	1	15.796080
$U \frac{1}{3} R$	22	15.799240
$U \frac{2}{3} R$	14	15.805233
UR	6	15.814250.

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

Strahl	3	+	0.00181	rechts	0.00305
„	9	+	0.00181	links	0.00305
„	4	+	0.00356	links	0.00083
„	8	+	0.00356	rechts	0.00083
„	5	+	0.01218	links	0.00393
„	7	+	0.01218	rechts	0.00393.

Kranz in $\frac{2}{3}$ der Höhe

Strahl	11	+	0.00005	rechts	0.00165
„	17	+	0.00005	links	0.00165
„	12	+	0.00159	rechts	0.00010
„	16	+	0.00159	links	0.00010
„	13	+	0.00622	links	0.00146
„	15	+	0.00622	rechts	0.00146.

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl	19	—	0.00063	rechts	0.00057
„	25	—	0.00063	links	0.00057
„	20	+	0.00040	rechts	0.00020
„	24	+	0.00040	links	0.00020
„	21	+	0.00222	links	0.00022
„	23	+	0.00222	rechts	0.00022.

Für Figur VI. Durchmesser des Bildes in der Axe

für Rand	0.02101
„ $\frac{2}{3}$ Rand	0.01518
„ $\frac{1}{3}$ Rand	0.00798.

Für Figur VII. Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

OR	2	15.802197
O $\frac{2}{3}$ R	10	15.797647
O $\frac{1}{3}$ R	18	15.794618
Hpt. Str.	1	15.793640
U $\frac{1}{3}$ R	22	15.794993
U $\frac{2}{3}$ R	14	15.799175
U R	6	15.806378.

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

Strahl	3	+	0.00564	rechts	0.00687
„	9	+	0.00564	links	0.00687
„	4	+	0.00357	rechts	0.00459
„	8	+	0.00357	links	0.00459
„	5	+	0.00836	links	0.00009
„	7	+	0.00836	rechts	0.00009.

Kranz in $\frac{2}{3}$ der Höhe

Strahl	11	+	0.00262	rechts	0.00420
„	17	+	0.00262	links	0.00420
„	12	+	0.00159	rechts	0.00372
„	16	+	0.00159	links	0.00372
„	13	+	0.00368	rechts	0.00109
„	15	+	0.00368	links	0.00109.

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl	19	+	0.00066	rechts	0.00185
„	25	+	0.00066	links	0.00185
„	20	+	0.00042	rechts	0.00200

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl 24	+ 0.00042	links	0.00200
„ 21	+ 0.00095	rechts	0.00105
„ 23	+ 0.00095	links	0.00105.

Aus vorstehenden Resultaten und den mit denselben construirten Figuren ergibt sich, dass bei der Einstellebene 1127.4951 der Durchmesser des Axenbildes ungefähr gleich wird dem Mittel aus den beiden Durchmessern des Randbildes. Während bei der Einstellebene 1127.3201 das Bild ausser der Axe seinen kleinsten Durchmesser erhält und schon bedeutend kleiner ist, als das Bild in der Axe. Jedoch wird die Unsymmetrie der Figur immer grösser, je näher man dem kleinsten Bilde ausser der Axe rückt; indem der Hauptstrahl sich relativ immer weiter von der Mitte der Figur entfernt und im letzten Falle sogar den tiefsten Punkt der ganzen Figur bildet. Welche Einstellebene in den speciellen Fällen gewählt wird, hängt davon ab, ein wie grosses Gesichtsfeld benutzt werden soll.

Bei diesem Königsberger Heliometerobjectiv sind in Bezug auf Strahlen mittlerer Brechbarkeit 2 Fehler vorhanden; ein kleiner Kugelgestaltfehler um 0.05 nicht compensirt und ein Fehler in der wahren Brennweite zwischen Mitte und Rand; letzterer zu lang um $\frac{1}{20}$.

Um den Einfluss dieser beiden Elemente kennen zu lernen; sollen diese Fehler einzeln gehoben werden; zuerst nur der Kugelgestaltfehler, indem die Crown Glaslinse ungeändert bleibt und die Brechungen an der Flintglaslinse etwas ungleicher zwischen den beiden Flächen vertheilt werden.

Es ergeben sich folgende Elemente:

$$\begin{aligned} \text{Nämlich } R_0 &= 838.164 \text{ OZ} \\ D_1 &= 6 \\ R_2 &= 333.768 \text{ UZ} \\ D_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_4 &= 340.23594 \text{ UZ} \\ D_5 &= 4 \\ R_6 &= 1168.962 \text{ UZ,} \end{aligned}$$

dann werden

Vereinigungsweiten.	Wahre Brennweiten.
R = 1127.7168	1131.7052
$\frac{2}{3}$ R = 1127.7142	1131.5645
$\frac{1}{3}$ R = 1127.7153	1131.5097
A = 1127.7163	1131.4549.

Es ist somit der Kugelgestaltfehler gehoben; während die wahre Brennweite am Rande $0.2503''$ zu lang ist.

Es ergibt sich als deutlichste Einstellebene:

$$1127.7158,$$

und der Durchmesser des Scheibchens wird:

$$\begin{array}{lcl} \text{für den } R = 0.00006 & \left. \begin{array}{l} \text{Fehler, die in der Un-} \\ \text{„ „ } \frac{2}{3} R = 0.00007 & \text{sicherheit der Rech-} \\ \text{„ „ } \frac{1}{3} R = 0.00001 & \text{nung liegen.} \end{array} \right\} \end{array}$$

so dass Figur VIII trotz der 2000 fachen Vergrösserung noch als Punkt erscheint.

Für das seitlich der Axe gelegene Sternbild dieses Objectives (siehe Figur IX) ergeben sich die Werthe:

Bei der Einstellebene

$$1127.7158,$$

Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

OR	2 = 15.796862
O $\frac{2}{3}$ R	10 = 15.795371
O $\frac{1}{3}$ R	18 = 15.796065
Hpt. Str.	1 = 15.799091
U $\frac{1}{3}$ R	22 = 15.804440
U $\frac{2}{3}$ R	14 = 15.812127
U R	6 = 15.822230

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande des Objectives

Strahl	3	—	0.00193	links	0.00065
„	9	—	0.00193	rechts	0.00065
„	4	+	0.00350	links	0.00591
„	8	+	0.00350	rechts	0.00591
„	5	+	0.01586	links	0.00758
„	7	+	0.01586	rechts	0.00758.

Für den Kranz in $\frac{2}{3}$ der Höhe

Strahl	11	—	0.00282	links	0.00118
„	17	—	0.00282	rechts	0.00118
„	12	+	0.00156	links	0.00389
„	16	+	0.00156	rechts	0.00389
„	13	+	0.00910	links	0.00422
„	15	+	0.00910	rechts	0.00422.

Für den Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl	19	—	0.00218	links	0.00097
„	25	—	0.00218	rechts	0.00097
„	20	+	0.00040	links	0.00199
„	24	+	0.00040	rechts	0.00199
„	21	+	0.00373	links	0.00175
„	23	+	0.00373	rechts	0.00175.

Auch hier wurden wieder zwei weitere Einstellebenen gewählt und zwar 1127.5408 ($\overset{'''}{0.175}$ hinein)

und 1127.3658 (nochmals $\overset{'''}{0.175}$ hinein).

Resultate für die Einstellebene 1127.5408 sind:

Für das Bild in der Axe. Durchmesser

Rand	0.01092	} Figur X.
$\frac{2}{3}$ Rand	0.00717	
$\frac{1}{3}$ Rand	0.00361	

Für das Bild seitlich der Axe (Figur XI). Strahlen
ausser der Axe in der Axenebene

OR	2	15.799855
$O\frac{2}{3}R$	10	15.796556
$O\frac{1}{3}R$	18	15.795436
Hpt.Str.	1	15.796655
$U\frac{1}{3}R$	22	15.800189
$U\frac{2}{3}R$	14	15.806069
UR	6	15.814356.

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

Strahl	3	+ 0.00191	rechts	0.00320
„	9	+ 0.00191	links	0.00320
„	4	+ 0.00349	links	0.00045
„	8	+ 0.00349	rechts	0.00045
„	5	+ 0.01200	links	0.00374
„	7	+ 0.01200	rechts	0.00374.

Kranz in $\frac{2}{3}$ der Höhe

Strahl	11	— 0.00027	rechts	0.00139
„	17	— 0.00027	links	0.00139
„	12	+ 0.00155	links	0.00026
„	16	+ 0.00155	rechts	0.00026
„	13	+ 0.00644	links	0.00171
„	15	+ 0.00644	rechts	0.00171.

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl	19	— 0.00091	rechts	0.00031
„	25	— 0.00091	links	0.00031
„	20	+ 0.00040	links	0.00017
„	24	+ 0.00040	rechts	0.00017
„	21	+ 0.00244	links	0.00047
„	23	+ 0.00244	rechts	0.00047.

Für die dritte Einstellebene 1127.3658 ergeben sich:

Für Figur XII. Durchmesser des Bildes in der Axe

für R $\overset{'''}{0.02178}$

„ $\frac{2}{3}$ R 0.01441

„ $\frac{1}{3}$ R 0.00723.

Für Figur XIII. Strahlen ausser der Axe in der Axenebene

OR 2 = $\overset{'''}{15.802847}$

O $\frac{2}{3}$ R 10 = 15.797735

O $\frac{1}{3}$ R 18 = 15.794807

Hpt. Str. 1 = 15.794215

U $\frac{1}{3}$ R 22 = 15.795942

U $\frac{2}{3}$ R 14 = 15.800007

UR 6 = 15.806484.

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

Strahl	3	+	0.00575	rechts	0.00703
„	9	+	0.00575	links	0.00703
„	4	+	0.00351	rechts	0.00496
„	8	+	0.00351	links	0.00496
„	5	+	0.00817	rechts	0.00010
„	7	+	0.00817	links	0.00010.

Kranz in $\frac{2}{3}$ der Höhe

Strahl	11	+	0.00230	rechts	0.00394
„	17	+	0.00230	links	0.00394
„	12	+	0.00156	rechts	0.00335
„	16	+	0.00156	links	0.00335
„	13	+	0.00390	rechts	0.00084
„	15	+	0.00390	links	0.00084.

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl	19	+	0.00042	rechts	0.00159
„	25	+	0.00042	links	0.00159

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe			
Strahl	20	+ 0.00041	rechts 0.00163
„	24	+ 0.00041	links 0.00163
„	21	+ 0.00117	rechts 0.00081
„	23	+ 0.00117	links 0.00081.

Aus den vorstehenden Resultaten und den zugehörigen Figuren ist ersichtlich, dass die Hebung des Kugelgestaltfehlers den Durchmesser des Bildpunktes in der Axe sehr verkleinert hat, während für den seitlich der Axe gelegenen Bildpunkt durchaus keine wesentliche Veränderung eingetreten ist, indem der unregelmässige Charakter der Figuren, sowie die Grössen derselben erhalten blieben.

Nun wurde die Form der Crown Glaslinse geändert und unter Einhaltung der übrigen schon erfüllten Bedingungen so weit gegangen, bis auch die wahren Brennweiten der Mitte und des Randes gleich wurden, wobei beide Linsen flacher¹⁾ wurden. Das nun ganz richtige Objectiv hat nachstehende Dimensionen

$H_0 = 35.1$	R_0	695.51419	OZ
	D_1	6	
	R_2	363.34725	UZ
	D_3	0	
	R_4	371.62684	UZ
	D_5	4	
	R_6	1649.7323	UZ,

dann wurden

Die Vereinigungsweiten.		Die wahren Brennweiten.
R	1126.7027	1131.4547
$\frac{2}{3}$ R	1126.7034	1131.4552
$\frac{1}{3}$ R	1126.7028	1131.4551
A	1126.7021	1131.4549.

Die noch vorhandenen Fehler fallen alle in die Unsicherheitsgrenze der Rechnung. Als deutlichste Einstell-

1) Also ihr kürzester Halbmesser länger.

ebene ergibt sich 1126.7030 und der Durchmesser des Bildes in der Axe wird

für den Rand	0.00002
„ „ $\frac{2}{3}$ Rand	0.00002
„ „ $\frac{1}{3}$ Rand	0.00000,

so dass Figur XIV trotz der 2000 maligen Vergrösserung noch als Punkt erscheint.

Für das seitlich von der optischen Axe gelegene Sternbild (siehe Figur XV) ergaben sich die Werthe:

Für die Strahlen ausser der Axe in der Axenebene			
Differenzen gegen den Hauptstrahl.			
(+ höher, — tiefer)			
OR	2	15.786407	— 0.01276
O $\frac{2}{3}$ R	10	15.790727	— 0.00844
O $\frac{1}{3}$ R	18	15.794920	— 0.00425
Hpt. Str.	1	15.799167	
U $\frac{1}{3}$ R	22	15.803295	+ 0.00413
U $\frac{2}{3}$ R	14	15.807547	+ 0.00838
U R	6	15.811742	+ 0.01258.

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande des Objectives			
Strahl	3	0.00901	links 0.00412
„	9	— 0.00901	rechts 0.00412
„	4	— 0.00005	links 0.00602
„	8	— 0.00005	rechts 0.00602
„	5	+ 0.00890	links 0.00416
„	7	+ 0.00890	rechts 0.00416.

Kranz in $\frac{2}{3}$ der Höhe			
Strahl	11	— 0.00603	links 0.00277
„	17	— 0.00603	rechts 0.00277
„	12	— 0.00008	links 0.00379
„	16	— 0.00008	rechts 0.00379
„	13	+ 0.00598	links 0.00276
„	15	+ 0.00598	rechts 0.00276.

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl 19	— 0.00305	links	0.00147
„ 25	— 0.00305	rechts	0.00147
„ 20	— 0.00007	links	0.00191
„ 24	— 0.00007	rechts	0.00191
„ 21	+ 0.00298	links	0.00141
„ 23	+ 0.00298	rechts	0.00141.

Auch bei diesem Objective wurden für zwei weitere Einstellebenen und zwar um 0.15 und 0.30 hinein die Werthe für die beiden Sternbilder berechnet.

Für die Einstellebene 1126.5530 wird der Durchmesser des Axenbildes (Fig. XVI)

für Rand	0.00919
„ $\frac{2}{3}$ Rand	0.00622
„ $\frac{1}{3}$ Rand	0.00310.

Bild ausser der Axe (Figur XVII). Strahlen in der Axe ausser der Axenebene

Differenzen gegen den Hauptstrahl.			
OR	2	15.788975	— 0.00810
O $\frac{2}{3}$ R	10	15.791738	— 0.00534
O $\frac{1}{3}$ R	18	15.794378	— 0.00270
Hpt. Str.	1	15.797076	
U $\frac{1}{3}$ R	22	15.799647	+ 0.00257
U $\frac{2}{3}$ R	14	15.802354	+ 0.00528
UR	6	15.804993	+ 0.00792.

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande

Strahl 3	— 0.00572	links	0.00083
„ 9	— 0.00572	rechts	0.00083
„ 4	— 0.00004	links	0.00138
„ 8	— 0.00004	rechts	0.00138
„ 5	+ 0.00563	links	0.00088
„ 7	+ 0.00563	rechts	0.00088.

Kranz in $\frac{2}{3}$ der Höhe

Strahl 11	— 0.00384	links	0.00058
„ 17	— 0.00384	rechts	0.00058
„ 12	— 0.00007	links	0.00069
„ 16	— 0.00007	rechts	0.00069
„ 13	+ 0.00380	links	0.00062
„ 18	+ 0.00380	rechts	0.00062.

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl 19	— 0.00195	links	0.00038
„ 25	— 0.00195	rechts	0.00038
„ 26	— 0.00006	links	0.00036
„ 24	— 0.00006	rechts	0.00036
„ 21	+ 0.00188	links	0.00031
„ 23	— 0.00188	rechts	0.00031.

Für die dritte Einstellebene 1126.4030 wird: für das Bild in der Axe (Figur XVIII) der Bilddurchmesser

für den Rand	0.01859
„ „ $\frac{2}{3}$ Rand	0.01243
„ „ $\frac{1}{3}$ Rand	0.00620

Für den Bildpunkt seitlich der optischen Axe (Fig. XIX)
Strahlen ausser der Axe in der Axenebene:

Differenzen gegen den Hauptstrahl.			
OR	2	15.791538	— 0.00345
O $\frac{2}{3}$ R	10	15.792753	— 0.00223
O $\frac{1}{3}$ R	18	15.793840	— 0.00115
Hpt. Str.	1	15.794985	
U $\frac{1}{3}$ R	22	15.796007	+ 0.00102
U $\frac{2}{3}$ R	14	15.797156	+ 0.00217
UR	6	15.798244	+ 0.00326

Strahlen ausser der Axenebene:

Kranz am Rande des Objectives

Strahl	3	— 0.00243	rechts	0.00247
„	9	— 0.00243	links	0.00247
„	4	— 0.00004	rechts	0.00328
„	8	— 0.00004	links	0.00328
„	5	+ 0.00232	rechts	0.00242
„	7	+ 0.00232	links	0.00242.

Kranz in $\frac{2}{3}$ der Höhe

Strahl	11	— 0.00164	rechts	0.00161
„	17	— 0.00164	links	0.00161
„	12	— 0.00008	rechts	0.00241
„	16	— 0.00008	links	0.00241
„	13	+ 0.00159	rechts	0.00158
„	15	+ 0.00159	links	0.00158.

Kranz in $\frac{1}{3}$ der Höhe

Strahl	19	— 0.00085	rechts	0.00069
„	25	— 0.00085	links	0.00069
„	20	— 0.00007	rechts	0.00119
„	24	— 0.00007	links	0.00119
„	21	+ 0.00079	rechts	0.00079
„	23	+ 0.00079	links	0.00079.

Die Figuren XV, XVII und XIX zeigen, dass, wenn die wahren Brennweiten für Mitte und Rand gleich sind, während der Kugelgestaltfehler gehoben ist, im schräg zur Axe einfallenden Büschel die Lage der Strahlen gegen den Hauptstrahl ganz symmetrisch wird und dass die Vertheilung der Helligkeit eine gleichmässige wird.

Ziehen wir nun die Schlüsse aus obigen Rechnungsergebnissen, so ergibt sich

1) Dass Fehler im Brennpunkte des Objectives hauptsächlich im Bildpunkte in der Axe, Fehler im Hauptpunkte

des Objectives im seitlich von der Axe gelegenen Bildpunkte zur Geltung kommen.

2) Dass auch schon kleine Fehler in der Gleichheit der wahren Brennweiten von Mitte und Rand, wenn der Kugelgestaltfehler gehoben ist, bedeutenden Einfluss auf die Vertheilung des Lichtes im Bildpunkte seitlich der Axe üben; dass es also nothwendig ist, die Construction des Objectives (Form der Crown Glaslinse) ebenso genau zu treffen, als die Hebung des Kugelgestaltfehlers, was ohne ganz strenge Rechnung kaum zu erreichen ist.

3) Wir können das Licht eines schräg zur Axe einfallenden Büschels in zwei Hälften theilen, einmal durch eine Ebene welche den Hauptstrahl und die optische Axe enthält, wir wollen sie die Axenebene nennen; das andere Mal durch eine Ebene, welche auf dieser senkrecht steht und ebenfalls den Hauptstrahl enthält, wir nennen sie Ebene ausser der Axe; so dass die Axenebene nur Strahlen ausser der Axe in der Axenebene (diese aber alle) enthält; während in der Ebene ausser der Axe der Hauptstrahl und sonst lauter Strahlen ausser der Axenebene liegen. Die Schnittlinie beider Ebenen ist der Hauptstrahl. In den Durchschnitten dieser beiden Ebenen mit der Gesichtsfeldebene erfolgen die Messungen.

Die Axenebene (Figur I, 2 . . . 1 . . . 6) theilt das Bild des Sternes in Hälften, die stets symmetrisch gegen dieselbe sind, so dass die richtige Einstellung stets die Mitte der Figur trifft, wenn senkrecht zur Axenebene gemessen wird. (Figur I, 8 . . . 1 . . . 4).

Die Ebene ausser der Axe dagegen theilt, wie wir gesehen haben, nur dann die Figur des Sternbildes in symmetrische Hälften, wenn die wahren Brennweiten für Mitte und Rand gleich sind, und nur in diesem Falle darf auf die Mitte der Figur eingestellt werden, wenn in der Richtung der Axenebene gemessen wird. Ist diese Bedingung nicht

erfüllt, so wird die richtige Einstellung (welche stets auf den Hauptstrahl erfolgen musste) schwierig und das Resultat unsicher.

4) Je grösser ein Objectiv ist, um so wichtiger ist es, dass seine Construction eine streng richtige sei, da die Fehler mit dem Maassstabe wachsen, die Empfindlichkeit des beobachtenden Auges aber dieselbe bleibt.

Der Hauptzweck dieser Arbeit war, zu zeigen, welche wichtige Rolle die Construction des Objectives in Bezug auf sichere Einstellung bei seitlich von der optischen Axe gelegenen Bildpunkten spielt.