

Sitzungsberichte
der
mathematisch-physikalischen Classe
der
k. b. Akademie der Wissenschaften
zu **München.**

Band XIX. Jahrgang 1889.

München.
Verlag der K. Akademie.
1890.

In Commission bei G. Franz.

Zur Abhandlung des Herrn Dr. Nisson Katzenelsohn:

Über den Einfluss der Temperatur auf die Elastizität der Metalle

von Andreas Miller
in München.

(Eingelaufen 9. Februar.)

Herr N. Katzenelsohn ist bei seiner Untersuchung:¹⁾ „Über den Einfluss der Temperatur auf die Elastizität der Metalle“ auf ein Ergebnis gekommen, das in quantitativer Hinsicht beim Eisen von jenem Resultate ziemlich erheblich abweicht, welches ich in einer Arbeit: „Untersuchung²⁾ über den Einfluss der Temperatur auf Äusserungen der Molekularkräfte“ bezüglich desselben Stoffes gefunden habe. Dieser Umstand hat Katzenelsohn veranlasst, gegen meine Arbeit einige Einwände zu erheben, indem er glaubt, hiedurch die Abweichung der von ihm beim Eisen gewonnenen Zahl von der meinigen erklären zu können. Ebenso wendet er sich gegen die mit meinen Ergebnissen mehr übereinstimmenden Resultate der Herren F. Kohlrausch und Loomis³⁾, sowie gegen dasjenige von Pisati.

Während nämlich Katzenelsohn findet, der longitudinale Elastizitätsmodul des Eisens ändere sich zwischen 0° und

1) Inaugural-Dissertation Berlin. 1887.

2) Sitzungsberichte der math.-phys. Klasse der k. bayr. Akademie der Wissenschaften. 1882. Heft 4.

3) Poggendorffs Annalen. Bd. 141. 1870.

1889. Math.-phys. Cl. 1.

100° C um 2,33%, fand ich 4,28%, Herr F. Kohlrausch und Loomis gar 5%. Ich darf gleich vorausschicken, dass Herr F. Kohlrausch und ich mit käuflichen Eisendrähten experimentierten. Katzenelsohn experimentierte mit einer Wiener Claversaite und nennt sein Versuchsmaterial bald Eisen bald Stahl. Aus der von ihm angegebenen chemischen Analyse sowohl — 99,6% *Fe* — als auch aus dem gefundenen Elastizitätsmodul — 19024 bei ca. 18° C — muss man jedoch schliessen, dass er thatsächlich mit Eisen arbeitete. Mein Draht war nicht, wie der Katzenelsohns, ausgeglüht. Ich habe absichtlich mit nicht durchgeglühtem Drahte gearbeitet. Katzenelsohn selbst findet, dass der Elastizitätsmodul nicht ausgeglühter Drähte durch die Wärme etwas stärker geändert wird als der ausgeglühter. Ob der Normalzustand bei meinen Versuchen in dem Masse, wie bei jenen Katzenelsohns, erreicht worden, bezweifelt letzterer; es mag dieses Bedenken einige Berechtigung haben.

Herr Katzenelsohn scheint nun der Meinung zu sein, dass die angeführten Umstände die Abweichung in den Ergebnissen nicht genügend aufzuklären vermögen und ich kann mich dieser Ansicht vollständig anschliessen, indem ja noch andere Umstände eine Abweichung der Ergebnisse bedingen können.

Auch Katzenelsohn sucht nach weiteren Ursachen. Er behauptet nämlich: in meinen Versuchen seien bleibende Streckungen aufgetreten und glaubt, unter dieser Annahme die Ergebnisse unserer Versuche quantitativ näher bringen zu können. Den Einwand halte ich für unzutreffend und werde dies darzuthun versuchen. Alsdann werde ich auch noch meine Vermutungen über fernere Gründe der Abweichung kurz andeuten.

Die Annahme Katzenelsohns, dass in meinen Versuchen bleibende Streckungen vorhanden seien, kann ich, so zweifellos dies K. auch hält, durchaus nicht zugeben und muss die von K. auf Seite 66 seiner Arbeit dargelegte Auf-

fassung meiner Differenzen $b - a$ und $b - c$ als unzutreffend bezeichnen.

Ich darf zur Erhärtung dessen nur auf Tabelle VIII und IX (Seite 442 u. d. f.) meiner Arbeit (Zitat 2) und zwar je die Gruppe I hinweisen. Am 19. Februar 1882 nämlich war die Temperatur des Drahtes $98,33^{\circ}\text{C}$, die des Apparates $8,33^{\circ}\text{C}$; der Skalenzeiger stand auf dem Teilstrich $a_1 = 105,9$. Die an diesem Tage vorgenommenen elastischen Dehnungen ($b - a$) und Verkürzungen ($b - c$) waren von elastischen Nachwirkungen bei jeder Versuchsgruppe begleitet; deren

Summe (Rubrik 11) war $\sum_1^n A' = 12$ Skalenteile mindestens.

Am 21. Februar 82 war die Temperatur des Drahtes $98,94^{\circ}$, die des Apparates $7,15^{\circ}$. Der Skalenzeiger hätte somit der Gl. 27) entsprechend auf dem Teilstrich 105,5 stehen sollen; er stand thatsächlich auf 106,8, also nur um 1,3 Skalenteile tiefer, als es die Rechnung verlangt. Somit können obige 12 Skalenteile nicht bleibende Streckungen gewesen sein, sonst hätten innerhalb ca. 50 Stunden nicht mindestens $12,0 - 1,3 = 10,7$ Skalenteile davon verschwinden können. Es ist nach meinen Erfahrungen sogar anzunehmen, dass die 1,3 Sktl. nach längerer Zeit auch verschwunden wären. Diese Verlängerung von 12 Sktl. ist eben vorübergehender Natur. Ich halte sie identisch mit der elastischen Nachwirkung. Vielleicht ist dieser Name nicht ganz bezeichnend, weil die 12 Sktl. nicht nach der elastischen Dehnung entstehen, sondern neben oder während derselben. Es wäre daher der Name „Nebenwirkung“ vielleicht besser gewählt gewesen. Weil ich aber glaube, dass der Erscheinung derselbe innere Vorgang zu grunde liegt, den man ziemlich allgemein für die elastische Nachwirkung annimmt, nämlich eine Drehung der Moleküle, so glaubte ich den schon bestehenden Namen auch für diese Erscheinung verwenden zu sollen. Indes muss bemerkt werden, dass der Draht vor den

Hauptversuchen durch Belastungen, weit grösser als die angewendeten, bleibend gestreckt worden war. Durch das Vorstehende dürfte der von Katzenelsohn erhobene Einwand, bei meinen Dehnungsversuchen hätten sich bleibende Streckungen eingestellt, als unzutreffend erwiesen sein. Da jedoch Katzenelsohn diese seine Behauptung aus meinen Versuchen in scheinbar sehr einleuchtender Weise zu begründen sucht, so muss ich, um den Widerspruch zwischen meiner vorigen Darlegung und der Katzenelsohns vollständig aufzuklären, auf diesen Punkt weiter eingehen.

Die Thatsache, welche meine Versuche ergeben haben, nämlich dass $(b - a) - (b - c) = c - a$ dem Werte 0 sich nähert, verleitet K. vornehmlich zu seiner Behauptung. Nun muss ich aber darauf hinweisen, wie „bleibende Streckungen“ und „vorübergehende Nebenwirkungen“ trotz ihrer fast ganz gleichen Entstehungsart und äusseren Erscheinung sich doch wesentlich unterscheiden, denn vermutlich hat in der Verken- nung dieses Unterschiedes der in Rede stehende scheinbar ziemlich nahe liegende Einwand seine Wurzel.

Schon vor 16 Jahren habe ich gerade mit Eisendrähten Streckungsversuche vorgenommen. Der Draht wurde bei 16°C 15 Minuten lang stark belastet, dann entlastet bis auf einen zum Geradehalten nötigen Betrag. Der grösste Teil der elastischen Nachwirkung war 10 Minuten nach der Entlastung verschwunden; jetzt wurde wieder an einer Spiegelskala abgelesen. Alsdann wurde der Draht mit demselben Gewicht wieder $\frac{1}{4}$ Stunde belastet und nachher entlastet, und wieder nach Umfluss von 10' abgelesen u. s. f. Auf diese Weise ergaben sich u. a. die elastischen Dehnungen ϵ und die zugehörigen bleibenden Streckungen β , nämlich:

$$\epsilon = 245,2; 243,8; 244,0; 244,2; 244,5.$$

$$\beta = 16,0; 4,2; 2,7; 1,9; 1,1 \text{ in Skalenteilen.}$$

Bei denjenigen meiner Versuche, auf welche sich die

Beanstandungen des Herrn Katzenelsohn beziehen, wurde nach jeder völligen Be- und Entlastung sofort abgelesen, und es zeigen sich anfangs grössere Differenzen $c - a$, die bei ununterbrochener Fortsetzung des Be- und Entlastens rasch gegen 0 abfallen. Lässt man aber den Draht nur ganz kurze Zeit, etwa nur 1 Minute ruhen und wiederholt die vorige Versuchsgruppe in ganz der gleichen Weise mit derselben Belastung, so zeigt sich sofort der Unterschied zwischen der vorübergehenden Nebenwirkung $c - a$ und der bleibenden Streckung β . Während oben nach jeder 10 Minuten langen Ruhe des Drahtes in der gleichen Zeit immer kleinere Verlängerungen β (Streckungen) sich zeigen, tritt hier nach einer Ruhe des Drahtes von etwa 5 Minuten wieder eine Nebenwirkung ($c - a$) bei der ersten Dehnung auf, die den Betrag der Nebenwirkung ($c - a$) bei der ersten Dehnung der unmittelbar vorhergegangenen Versuchsgruppe oft bis zur Hälfte und darüber, ja sogar gänzlich erreicht. Es hängt dieser Betrag nicht unwesentlich von der Dauer der Ruhe des Drahtes ab. Diesen Punkt habe ich in meiner Arbeit ⁴⁾ „Ein Beitrag zur Kenntnis der Molekülarkräfte“ einigermaßen aufzuhellen versucht. Ich teile hier zum Beweise des Vorhergehenden aus meiner in Rede stehenden Arbeit (Zitat 2) einige Zahlen mit. Ich wähle solche Versuchsgruppen aus, bei denen paarweise gleiche oder doch nahezu gleiche Temperaturen bestehen; denn die Temperatur ist von ganz erheblichem Einflusse auf die Nebenwirkung ($c - a$). Das Eisendrahtindividuum war immer dasselbe.

4) A. Müller, Sitzungsberichte der math. phys. Klasse der k. bayr. Akademie der Wissenschaften. 1885. Heft 1.

Aus Tabelle:	III		IV		V	
und zwar aus Gruppe:	III	IV	II	III	Ia	Ib
Temperatur:	0° C	0° C	18,1	18,8	98,54	98,54
Nebenwirkung nach der:	$c - a$	$c - a$	$c - a$	$c - a$	$c - a$	$c - a$
1. Dehnung u. Verkürzung:	0,6	0,7	2,1	1,1	2,7	2,2
2. " " "	0,1	0,0	0,7	0,2	0,3	0,0
3. " " "	0,0	0,0	0,2	0,2	0,3	0,0
4. " " "	0,0	0,1	0,3	0,3	0,2	0,0
5. " " "	0,0	0,0	0,1	-0,1	0,2	0,0
6. " " "	—	—	0,1	—	0,0	0,0
7. " " "	—	—	0,0	—	—	—
Elastische Dehnung:	77,1	77,0	145,4	145,7	148,0	148,0

Aus diesen und den vorigen Zahlen dürfte der Unterschied in dem Charakter der Streckung und der Nebenwirkung sich klar ergeben. Während nach jeder Streckung des Drahtes die Abnahme der Verlängerungen β , die gleichen Zeiten entsprechen, sich fortsetzt, vergrößert sich die Nebenwirkung ($c - a$) nach jeder Ruhe des Drahtes wieder ganz erheblich, selbst wenn sie in der vorhergehenden Gruppe auf 0 sogar gesunken war. Zwischen Gruppe III und IV liegt eine Ruhezeit von etwa 5—10 Minuten, zwischen II und III von ca. 24 Stunden, zwischen Ia und Ib etwa 5 Minuten.

Bei der Streckung tritt also der deformierte Körper in einen neuen Gleichgewichtszustand, bei dem Auftreten der Nebenwirkung jedoch nicht. Der Draht ändert während und infolge der Entstehung der letzteren seinen elastischen Zustand. Bei der Streckung scheint dies nicht der Fall zu sein. Dass die elastische Nach- resp. Nebenwirkung bei den

unmittelbar folgenden Deformationen, wie K. meint, in gleicher Weise, wie bei der ersten wirken soll, scheint mir mit den bisherigen Erfahrungen über diese Erscheinung nicht in Einklang zu stehen. Die diesbezügliche Äusserung Katzenelsohns lässt vermuten, es sei ihm entgangen, dass bei meinen Versuchen zwischen den einzelnen Beobachtungen einer Versuchsgruppe keine Ruhepause liegt, wohl aber zwischen den Versuchsgruppen. Dass Temperaturschwankungen während einer Versuchsgruppe einen wesentlichen Einfluss auf das Beobachtungsergebnis gehabt haben sollen, glaube ich nirgends besonders hervorgehoben zu haben, da ja dieser Einfluss durch die Versuchsweise ausgeschieden ist.

Ich habe bisher nur jene meiner Arbeiten zur Beschaffung des Beweismaterials benützt, auf die sich die Bemerkungen Katzenelsohns direkt beziehen. Hinsichtlich anderer Substanzen als Eisen, liesse sich Material aus meiner im Zitat 4) bezeichneten Arbeit beschaffen.

Ich glaube somit im Vorangehenden dargethan zu haben, dass der Einwand Katzenelsohns, bei den von mir erzeugten Dehnungen seien bleibende Streckungen aufgetreten, nicht begründet ist.

Herr Katzenelsohn scheint ferner der Meinung zu sein, die prozentische Änderung der Elastizität mit der Temperatur sei aus den Mittelwerten der Dehnungen bei der niedersten und höchsten Temperatur berechnet werden. Dies wäre ein Missverständnis. Dieser Prozentsatz wurde überhaupt nicht aus der Anfangs- und Endtemperatur, sondern aus dem Koeffizienten der Gleichung (69), nämlich $\gamma = 0,0004277$ berechnet. Der Wert von γ wurde aber auch nicht aus den erwähnten Mittelwerten, sondern aus den Zahlen A_1 (Rubrik 10) bestimmt, also aus jenen Werten, aus denen auch Katzenelsohn, wie mir scheint, den Prozentsatz bestimmt wissen will.

Indes habe ich in einer späteren Arbeit⁵⁾ als diejenige, auf welche sich die Einwände des Herrn Katzenelsohn beziehen, auch mit Eisen und anderen Substanzen Versuche über den Einfluss der Temperatur auf die Elastizität angestellt. Es folgt eine Zusammenstellung der Ergebnisse dieser Untersuchung bezüglich der prozentischen Änderung der Elastizität mit der Temperatur mit den Resultaten der Untersuchung gleicher Art von Katzenelsohn und F. Kohlrausch etc. Hiezu muss aber ausdrücklich bemerkt werden, dass bei diesen meinen Versuchen jedesmal geprüft worden ist, ob die elastischen Dehnungen bleibende Streckungen oder nur vorübergehende Nebenwirkungen zurückgelassen haben. Nur bei Zink haben sich höchst wahrscheinlich, aber durchaus nicht ausschliesslich, bleibende Streckungen ergeben. Indes können diese Streckungen bei meiner Art der Messung gar keinen Einfluss auf diese selbst üben.

Substanz	Katzenelsohn	Miller	Kohlrausch
Platin	— 0,89%	— 1,97%	—
Eisen	— 2,33 ,	— 3,76 ,	— 5,0%
Messing	— 4,21 ,	— 4,73 ,	— 6,2 ,
Neusilber	— 3,24 ,	— 6,54 ,	—
Silber	— 3,97 ,	— 7,78 ,	—
Kupfer	— (2,7 bis 3,0)	— 9,98 ,	— 6,0 ,
Zink	—	— 33,0 ,	—
Blei	—	— 47,0 ,	—

Man sieht, dass die von mir gefundenen Werte durchwegs grösser sind, als die des Katzenelsohn. Sie nähern sich mehr den Werten, die Katz. bei der Torsion gefunden hat.

5) A. Miller, Abhandlungen d. k. bayr. Akademie der Wissenschaften, II. Cl. XV. Bd. III. Abt. S. 707.

Damit glaube ich gezeigt zu haben, dass auch diese Einwände Katzenelsohns gegen meine Arbeit nicht stichhaltig sind, sowie dass seine Art, eine Übereinstimmung zwischen unseren Ergebnissen anzubahnen, der thatsächlichen Grundlagen entbehrt. Ich gehe nun dazu über, anzudeuten, wo etwa nach meiner Ansicht die Ursache der Abweichung gesucht werden könnte. Unsere Ergebnisse unterscheiden sich nur in der Quantität, stimmen aber völlig in der Qualität überein; denn auch Herr Katzenelsohn kam auf dieselbe Beziehung zwischen der Änderung der Elastizität durch die Wärme und dem Schmelzpunkte einer- und dem therm. Ausdehnungskoeffizienten anderseits, wie schon vorher ich. Doch muss in der Art der Untersuchung des Stoffes, dann der Versuchsanordnung ein wesentlicher Unterschied bestehen. Während mir nämlich bei weichen Metallen die Versuche fast ohne jede Schwierigkeit gelungen sind, berichtet Katz. hierüber das Gegenteil. Dieser Unterschied scheint mir zunächst in der Wahl des Zeitmomentes der Ablesung zu liegen. Ich lese sogleich nach jeder Be- und Entlastung ab und gestatte dem Drahte innerhalb einer Versuchsgruppe keine Ruhepause; Katzenelsohn lässt, wie es scheint, die Nachwirkung wenigstens grossenteils verschwinden, liest also jedenfalls erst einige Zeit nach der völligen Be- und Entlastung ab. In den von mir gemessenen elastischen Dehnungen sind Verlängerungen infolge von Nach- oder Nebenwirkung nicht enthalten; die von Katzenelsohn gemessenen Verlängerungen scheinen nicht bei allen Metallen hievon völlig frei zu sein. Ich bestimme überhaupt den sekundären Elastizitätsmodul,⁶⁾ der die Änderung berücksichtigt, welche die Elastizität eines Körpers während der Dehnung erfährt; Katzenelsohn bestimmt den gewöhnlichen Elastizitätsmodul, der

6) A. Müller, Abhandlungen der k. bayr. Akademie der Wissenschaften, II. Cl. XV. Bd. III. Abt. § 1.

diese Änderung ausser acht lässt. Welch ein Unterschied aber in den Werten des sekundären Elastizitätsmoduls, den ich aus der 4. und 5. Dehnung und Verkürzung berechne, und des gewöhnlichen Elastizitätsmodul, wie ich den aus der ersten Dehnung bestimmten Modul nannte, besteht, mögen folgende Zahlen darthun, die ich ⁷⁾ bei Kupfer gewonnen habe. Dabei bedeutet π_1 die ständige Belastung pro Quadratmillimeter und π_2 die Belastungsmehrung auf dieselbe Flächeneinheit des Querschnittes in Kilogrammen. E'_0 ist der gewöhnliche Elastizitätsmodul, also aus der ersten Dehnung berechnet, E_0 der sekundäre, also aus etwa der 4. und 5. Dehnung und Verkürzung berechnete. Alle Modul sind auf die Temperatur 0° reduziert. Die Versuche wurden an verschiedenen Tagen ausgeführt, weshalb das Datum des Versuches beigesetzt ist.

Datum der Beobachtung: 1. Februar 1887, 4. Febr. 1887.
 $\pi_1 = 15,8280$; $\pi_2 = 7,3938$; $E'_0 = 13137$; $E'_0 = 12559$.
 $\pi_1 = 15,8280$; $\pi_2 = 7,3938$; $E_0 = 13495$; $E_0 = 13548$.

Also $E'_0 < E_0$; was aber hier wichtiger, das ist der Unterschied in den Werten von E'_0 und E_0 an verschiedenen Tagen bei der gleichen Temperatur an demselben Draht-exemplar, bei denselben Belastungen π_1 und π_2 . Während, auf die zweiten Werte bezogen, sich E'_0 in ca. 3 Tagen um 4,6% änderte, betrug die Änderung von E_0 nur 0,4%, so dass E_0 als unverändert betrachtet werden darf. Die Änderung von E'_0 ist also 11,5 mal grösser als jene von E_0 ; von Zufälligkeiten kann kaum die Rede sein. Zudem ändern sich E'_0 und E_0 von einem Beobachtungstag auf den nächsten in ungleichem Sinne. Bei dem gewöhnlichen Elastizitätsmodul spielen die Zeit und die einer Deformation vorhergehenden, an dem Körper vorgenommenen Dehnungen eine Rolle, bei dem se-

7) Abhandlungen der k. bayr. Akademie der Wissenschaften, II. Cl. XVI. Bd. III Abt. 1888.

kundären scheint dies selbst dann nicht der Fall zu sein, wenn der Draht nicht ausgeglüht worden ist.⁸⁾ Aus derselben Arbeit von mir (Zitat 7) entnehme ich noch Beobachtungsmaterial zu einer anderen Zusammenstellung, die zeigen soll, welchen Einfluss die Werte von π_1 und π_2 auf jene von E_0 und E'_0 haben. Das Versuchsmaterial ist der gleiche Kupferdraht, wie bei der vorigen Zusammenstellung.

$$\begin{aligned} \pi_1 = 15,8280 \quad & \left\{ \begin{array}{l} \pi_2 = 3,5813; E_0 = 14210; E'_0 = 12542. \\ \pi_2 = 7,3938; E_0 = 13495; E'_0 = 12945. \end{array} \right. \\ \pi_1 = 3,6526 \quad & \left\{ \begin{array}{l} E_0 = 13475; E'_0 = 13066. \\ \pi_2 = 15,8280 \quad \pi_2 = 5,5527; \left\{ \begin{array}{l} E_0 = 13727; E'_0 = 13137. \end{array} \right. \end{array} \right. \end{aligned}$$

Man sieht, dass sich E_0 und E'_0 sogar in verschiedenem Sinne bei der Änderung von π_2 ändern können. Solche Verhältnisse, wie Kupfer, zeigen auch andere Metalle, wenn auch nicht alle in so scharf ausgesprochener Weise, weil nicht alle eine so bedeutende Nebenwirkung wie das Kupfer haben, also nicht ihre Elastizität wie dieses während der Dehnung ändern. Wenn nun aber solche Unterschiede schon bei Versuchen, die unter sonst gleichen Umständen an demselben Material, ja sogar an dem gleichen Individuen angestellt wurden, bei der Temperatur 0° auftreten, welche Unterschiede mag die Art der Untersuchung bedingen, wenn die Temperatur 100°C ist, bei welcher sicher die Nebenwirkung viel grösser ist, als bei 0° . Zudem kommt, dass die von mir gefundenen sekundären Elastizitätsmodul beträchtlich grösser sind, als die von Katzenelsohn gefundenen, gewöhnlichen Modul. Nur Eisen macht eine Ausnahme.

In Ziff. II auf Seite 35 weist Herr Katzenelsohn darauf hin, dass die Änderung der Elastizität mit der Temperatur sehr schnell zunimmt. Die Änderung des sekundären Elastizitätsmodul ist von mir, den Versuchsergebnissen entsprechend,

8) Siehe § 15 der eben zitierten Abhandlung.

proportional der Temperatur genommen worden. Nehme ich in meinen Versuchen mit Eisen die erste Dehnung, so neigt bei höheren Temperaturen der hieraus sich berechnende Elastizitätsmodul, den ich den gewöhnlichen nannte, ebenfalls einer rascheren Änderung zu.

Die Mehrbelastungen bei Katzenelsohns Versuchen, der, nebenbei gesagt, sehr dünne Drähte benützte, und die meinigen sind zum Teil erheblich verschieden. Die ständigen Belastungen konnten nur beim Eisen verglichen werden, da Katzenelsohn sie nur bei diesem angibt. Diese Elemente des Versuches sind aber, wie gezeigt worden ist, von erheblichem Einfluss auf den Wert des Elastizitätsmoduls selbst bei 0° schon. Auch erscheint es mir nicht gänzlich ausgeschlossen, dass sich der Elastizitätsmodul bei der Erwärmung etwas anders ändern könnte als bei der Erkaltung.

Die Versuchsergebnisse von F. Kohlrausch und E. Loomis sowohl, als auch die, wie eben erwähnt, von Katzenelsohn selbst, beweisen, dass die Änderung des gewöhnlichen Elastizitätsmoduls keine lineare Funktion der Temperaturänderung ist. Die Änderung des sekundären Elastizitätsmoduls hingegen konnte nach meinen Versuchen als eine lineare Funktion der Temperaturänderung betrachtet werden. Und da diese Änderung sich durchwegs grösser herausstellt, als die des gewöhnlichen Elastizitätsmoduls, wie ihn Katzenelsohn gefunden hat, so scheint mir die Annahme einigermaßen berechtigt: dass der Einfluss der Wärme auf den gewöhnlichen und sekundären Elastizitätsmodul zwar nicht qualitativ, aber quantitativ verschieden ist.

Wenn dem aber so wäre, alsdann müsste ein Vergleich der von Herrn Katzenelsohn und von mir gefundenen hier in Rede stehenden Werte überhaupt ausgeschlossen sein. Jede der beiden Arbeiten könnte für sich auf die Richtigkeit ihrer Resultate Anspruch erheben.

Der gewöhnliche Elastizitätsmodul, nach der üblichen

Art der Berechnung, ist kleiner als der sekundäre. Werden die Temperaturen als Abscissen und die zugehörigen Dehnungen als Ordinaten aufgetragen, so liefern diejenigen Dehnungen, aus welchen der gewöhnliche Elastizitätsmodul berechnet wird, eine Kurve, die der Abscissenaxe die konvexe Seite zuwendet, die Dehnungen aber, welche dem sekundären Elastizitätsmodul angehören, fast eine Gerade, die der Abscissenachse näher liegt als die Kurve und diese vermutlich nicht schneidet. Es fragt sich nun, welcher von den beiden Moduln für die Beurteilung des elastischen Zustandes eines Körpers entscheidend ist!

Wie dem aber auch sei, soviel scheint mir aus meinem Vergleiche der hier in Rede stehenden Untersuchungen hervorzugehen, dass noch verschiedene Vorfragen zu lösen sind, bevor an eine entscheidende quantitative Feststellung des für die theoretische Physik so wichtigen Einflusses der Wärme auf die Elastizitätsverhältnisse der Körper gegangen werden kann.