

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN  
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

---

# SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1972

MÜNCHEN 1973

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

# Biologische Aspekte zu einem mathematischen Grundlagenproblem

Von Friedrich Zettler in München

Das mathematische Grundlagenproblem, das ich hier behandeln möchte, berührt die Frage nach der objektiven Existenz des *Gegenstandsbereichs* der Mathematik. Gegenstandsbereich, das ist der Bereich jener Gegenstände, mit denen sich der Mathematiker beschäftigt; also insbesondere Zahlen, Relationen, Mengen usw.

Dies ist eine Frage, die natürlich nicht nur auf die Mathematik beschränkt ist – sie muß prinzipiell in jeder Wissenschaft gestellt werden, will man sich über ihre Basis ein bewußtes Urteil bilden.

Die Frage nach der objektiven Existenz der naturwissenschaftlichen Gegenstandsbereiche tritt nur deshalb nicht mit solcher Penetranz ins allgemeine Bewußtsein, weil die Gegenstände der Naturwissenschaften entweder einer direkten sinnlichen Wahrnehmung zugänglich oder aber an den Reaktionen eines Meßgerätes erkennbar sind. Und es scheint dem normalen Verstand keine Schwierigkeiten zu machen, für eine Sinneswahrnehmung oder für den Zeigerausschlag eines Meßgerätes eine außerhalb vom Betrachter liegende Realität verantwortlich zu machen. Die Überlegungen vieler Philosophen zeigen jedoch, daß die Annahme eines objektiv existenten naturwissenschaftlichen Gegenstandsbereichs zwar als sehr zweckmäßig erscheint, daß man aber keine absolute Sicherheit für diese Annahme gewinnen kann.

Wenn ich also im folgenden versuchen werde, aus einer naturwissenschaftlichen Theorie zu Schlußfolgerungen über das oben angeschnittene mathematische Grundlagenproblem zu kommen, so geschieht dies nicht aus der Annahme heraus, daß die Möglichkeit einer naturwissenschaftlichen Erkenntnis außer jedem Zweifel stünde, sondern aus der Annahme heraus, daß es den meisten Menschen offensichtlich leichter fällt, den Gegenstandsbereich der Naturwissenschaften als objektiv gegeben an-

zusehen als den der Mathematik. Die folgende Argumentation stellt somit lediglich einen möglichen Weg dar – vermutlich einen leichter gangbaren – auch den Gegenstandsbereich der Mathematik als etwas Konkretes, objektiv Gegebenes aufzufassen.

### Die platonische und die intuitionistische Basis der Mathematik

Wesentliche Dinge aus dem mathematischen Gegenstandsbereich sind z. B. die Zahlen. Man kann sie nicht sehen, nicht schmecken, nicht betasten; wir haben keine Sinne, mit denen wir sie wahrnehmen können. Es gibt aber auch kein Meßgerät, mit dem wir Zahlen registrieren könnten, etwa so, wie wir mit einem Thermometer die Temperatur registrieren. Sind sie aber nun trotzdem existent oder sind sie nur Einbildungen des menschlichen Geistes?

Aus der Beantwortung dieser Frage resultieren verschiedene Grundlagenpositionen der Mathematik: die *platonische*, die die objektive Existenz von Zahlen und anderen ideellen Gebilden voraussetzt und die *intuitionistische*, die eine solche objektive Existenz leugnet. Die *formalistische* Position bezieht wechselseitig einen platonischen und einen intuitionistischen Standpunkt (Stegmüller), so daß man die weitere Diskussion auf die Konfrontation der beiden erstgenannten Standpunkte beschränken kann.

Aus dieser Frage ergibt sich auch die weitere nach dem Tätigkeitsmerkmal des Mathematikers: Ist der Mathematiker ein Forscher oder ein Konstrukteur? Forscher – das bedeutet, seine Arbeit läßt sich auffassen als die Erforschung einer objektiv existierenden Welt, nur daß diese Welt, im Gegensatz zur Welt des Naturforschers, weder sinnlich wahrnehmbar ist, noch materielle Inhalte besitzt. Das Objekt der mathematischen Forschung wäre in diesem Falle eine Welt von ideellen Gegebenheiten, wie sie von Platon postuliert wurde.

Diese Auffassung von Mathematik setzt in der Tat an den Anfang einen gewissen Glaubensakt, nämlich den Glauben an eine objektiv existierende Wirklichkeit. Nun ist aber das „Glauben“ schon so strapaziert worden, daß es einem aufgeklärten Men-

schen schwer fällt, einen Glaubensakt an den Anfang einer so exakten Verstandestätigkeit zu setzen.

Statt dessen halten es einige Mathematiker für angemessener, die Mathematik als eine konstruktive Wissenschaft zu begreifen. Nach dieser Auffassung sind Dinge, mit denen der Mathematiker arbeitet, z. B. Zahlen, Relationen oder ähnliches, Dinge, die er sich durch eine Konstruktion erst selber hergestellt hat, es sind Konzeptionen des menschlichen Geistes.

Da wir weder über unsere Sinne, noch über Meßgeräte Zugang zu Zahlen haben, stellt sich die Frage, von welcher Art denn dann der Zugang zu den Zahlen ist.

Stellen wir uns vor, einem Kind, das noch nie etwas von Zahlen gehört hat, sollen wir die Zahl 5 begrifflich klar machen. Man wird ihm 5 Bleistifte hinlegen und sagen, das seien 5 Bleistifte. Das genügt aber noch nicht – falls die Bleistifte alle grün sind, meint es vielleicht, 5 bedeute die Eigenschaft grün. Nun wird man weiter sagen: das sind 5 Flaschen, das sind 5 Menschen, das 5 Steine usw. Irgendwann aber muß in dem Kind ein selbsttätiger Prozeß einsetzen, es muß das *abstrahieren* was all diesen vorgelegten Mengen gemeinsam ist – nämlich 5 Elemente zu besitzen. D. h. nur über einen selbsttätigen, im Gehirn dieses Kindes in Gang gesetzten Prozeß ist es möglich, daß das Kind eine Vorstellung bekommt von der Zahl 5, und diesen Abstraktionsprozeß betrachten die Intuitionisten gleichsam als den Geburtsakt der Zahl 5. Was hier exemplarisch über die Zahl 5 gesagt wurde, gilt natürlich in gleicher Weise für alle übrigen Begriffe oder platonischen *Ideen*.

Um eine Vorstellung von dem Begriff „Gerechtigkeit“ zu bekommen, müssen wir eine Menge von gerechten Handlungen betrachten und dann das abstrahieren, was diesen allen gemeinsam ist.

Es gibt eine große Vielfalt von solchen Begriffen – man nennt sie *Universalien* – so daß jeder Gedanke, den wir denken, jeder Satz, den wir sprechen, ohne die Verwendung von Universalien überhaupt nicht möglich ist. Jedes Substantiv, wenn es nicht als Eigenname auftritt, ist ein Universale. Wenn man von einem „Hund“ spricht, dann meint man gewöhnlich die Klasse Hund, die gemeinsamen Erscheinungsmerkmale, die diesem Begriff zu-

grunde liegen. Adjektive und Verben sind ebenso Universalien wie Präpositionen (Russel 1969).

Platon hat den Universalien eine objektive Existenz zugesprochen und die menschlichen Denkbemühungen als den Versuch bezeichnet, ein Bild von dieser objektiv existenten Welt zu gewinnen.

Kehren wir mit dieser Auffassung zur Mathematik zurück, so sehen wir, daß die Denkbemühung des Mathematikers darauf hinausläuft, eine ideelle Wirklichkeit zu erforschen, d. h. ihre Struktur und ihre Gesetzmäßigkeit zu ergründen. Das aber bedeutet, die Mathematik als ein Forschungsgebiet zu begreifen.

Der Satz  $a + b = b + a$ ,

wenn  $a$  und  $b$  Variablen aus dem Bereich der natürlichen Zahlen sind, bedeutet eine Einsicht in die Struktur der ideellen Wirklichkeit natürliche Zahlen.

Für den intuitionistischen Standpunkt hingegen, für den die Zahlen Konstruktionsschöpfungen des menschlichen Geistes sind, erscheint der Satz  $a + b = b + a$  als die Folge einer bestimmten Konstruktionsanleitung, er ist sozusagen implizit in ihr enthalten.

Nun lassen sich aber gerade über diesen Standpunkt durchaus weitere Reflexionen anstellen: Durch seine Grundbausteine Intuition und Konstruktion erkennt der Intuitionismus dem menschlichen Gehirn eine zentrale Schöpferrolle zu. Die mathematischen Objekte beginnen erst dann zu existieren, wenn sie durch Intuition oder durch einen konstruktiven Schöpfungsakt ins Leben gerufen werden.

Natürlich werden nicht irgendwelche Intuitionen als Basis gelegt, sondern nur solche, die mit einem Höchstmaß an zwingender Evidenz behaftet sind. Dazu gehören die Urintuition „Zählen“ und gewisse logische Schlußregeln.

Das Problem erhält somit ganz eindeutige biologische Aspekte. Denn, zwingend evident ist ja ein Denkprozeß nur dann, wenn er ohne weitere Diskussion in allen Gehirnen gleich abläuft. Aus der Tatsache aber, daß es evidente Denkprozesse gibt, müssen wir folgern, daß es gewisse Gehirnstrukturen gibt, die in allen menschlichen Gehirnen dieselben sind. (Unter dem Begriff Gehirnstruktur soll ein irgendwie organisierter Zellverband verstanden werden, der durch seine morphologische Struktur und seine

physiologische Funktion zu gewissen Leistungen fähig ist.) Denn darüber besteht heute kein Zweifel mehr, daß jeder Denkprozeß sowohl von physiologischen Ereignissen als auch von morphologischen Strukturen getragen wird.

Wenn es aber so ist, daß jeder Denkprozeß an eine Gehirnstruktur gebunden ist, dann drängt sich zunächst die Frage auf: wie sind solche Strukturen entstanden?

### Die Darwinsche Theorie

Eine wissenschaftliche Antwort auf diese Frage wird man in der Darwinschen Theorie der Evolution durch natürliche Selektion zu suchen haben. Diese Theorie, von Darwin 1859 aufgestellt, wurde seither in unzähligen Fällen bestätigt und in schärferer Fassung neu formuliert, so daß ihr heute der gleiche Zuverlässigkeitsgrad zukommt, wie er etwa für die Hauptsätze der Thermodynamik in Anspruch genommen wird. In ihren wesentlichen Zügen läßt sich diese Theorie wie folgt formulieren:

Zu einem gewissen Zeitpunkt  $t_0$  der Erdgeschichte taucht ein Element auf, das die Eigenschaft hat, sich zu reproduzieren. Betrachten wir einen beliebigen Zeitpunkt  $t$  in der Entwicklungsgeschichte, so existiert zu dieser Zeit eine bestimmte Menge von Lebewesen. All diese Individuen verschwinden zu einer etwas späteren Zeit wieder, in der Regel jedoch nicht, ohne Nachkommen zu hinterlassen. Die Nachkommen stimmen zwar in ihren Eigenschaften zum wesentlichen Teil mit ihren jeweiligen Vorgängern überein, jedoch treten stets Abweichungen auf, die mehr oder weniger groß sein können. Kleine Abweichungen treten häufiger auf, große seltener. Für die Ursache dieser Abweichungen gibt uns die Genetik heute genügend Erklärungsmöglichkeiten zur Hand, die uns aber hier nicht weiter interessieren sollen. Wichtig ist nur, daß durch die genetischen Prozesse immer neue und in ihren Eigenschaften reichhaltigere Individuenbereiche produziert werden.

Das darf nun keinesfalls so verstanden werden, daß die genetischen Prozesse plötzlich völlig neue Eigenschaften hervorbringen oder eine Eigenschaft des Vorgängers auslöschen. Solche

Prozesse treten zwar auch auf, aber doch relativ selten. In den meisten Fällen erzeugen die genetischen Prozesse nur sehr kleine, kaum merkbare Veränderungen der vorliegenden Eigenschaften. Es kann sein, daß die Fähigkeit, Temperaturschwankungen auszugleichen, verändert wird. Es kann sein, daß die Leistungsfähigkeit bestimmter Sinnesorgane verbessert oder reduziert wird.

All diese Veränderungen einer Eigenschaft – und mögen sie noch so klein sein – haben aber zur Folge, daß sie die Lebenschance der Träger dieser modifizierten Eigenschaften um ein Kleines erhöhen oder erniedrigen, je nach den herrschenden *Umweltbedingungen*.

Diesen Sachverhalt faßt die Darwinsche Theorie in dem *Selektionsprinzip* zusammen, das besagt, daß es für die durch die andauernde Neuproduktion des Individuenbereiches sich ständig erweiternde Mannigfaltigkeit der Eigenschaften gewisse einschränkende Bedingungen gibt. Das bedeutet, es gibt gewisse Bedingungen der Umwelt, an denen aus der Vielzahl der neu erzeugten Eigenschaften einige bestimmte selektioniert werden. Die Gesamtheit der Bedingungen stellt ein Filter dar, durch das, über lange Zeit betrachtet, bestimmte Eigenschaften durchgelassen werden und gewisse andere nicht. Das ganze Interesse, das wir im Zusammenhang mit den hier aufgeworfenen Fragen an der Darwinschen Theorie haben, gilt diesem Teil der Theorie, nämlich der *Selektion an den natürlichen Bedingungen*.

Was ist darunter zu verstehen, von welcher Art sind diese Bedingungen?

Ich will diese Bedingungen zunächst in zwei Gruppen unterteilen, in *variable Bedingungen* und *konstante Bedingungen*, wobei sich herausstellen wird, daß allein die letztere Gruppe für unser Problem von Interesse sein wird.

Unter den variablen Bedingungen sollen Bedingungen verstanden werden, die eine zeitliche oder örtliche Variation aufweisen, wie z. B. Klima, Landschaftstyp und ähnliches. Bedingungen also, die so offenkundig sind, daß sie fast ausschließlich das Interesse der Biologen absorbieren, die sich mit Evolutionsfragen befassen. Man interpretiert die Kiemenatmung der Fische als Anpassung an die Bedingungen des Lebensraumes Wasser, ihre Hautpigmentierung als Tarnanpassung an die Hintergrund-

struktur ihrer Umgebung usw. Beispiele für diese Art von Anpassung findet man in großer Anzahl.

Unter den konstanten Bedingungen sollen Bedingungen verstanden werden, die an jeder Stelle der Erde in gleicher Weise vorhanden sind und die sich auch während der ganzen Entwicklungsgeschichte nicht verändert haben. Zu diesen konstanten Bedingungen gehört z. B. sicherlich die physikalische Struktur der Welt.

So wird kein Lebewesen im Widerspruch zum Energieerhaltungssatz leben können. Kein Lebewesen wird sich, da es immer auch eine materielle Erscheinungsform hat, dem Gravitationsgesetz entziehen können und kein Lebewesen wird gegen den 2. Hauptsatz der Thermodynamik seinen Ordnungszustand ohne Energieaufnahme vergrößern können.

Sind die variablen Bedingungen dafür verantwortlich, daß sich eine große Vielfalt der individuellen Erscheinungsformen herausgebildet hat, so sind die konstanten Bedingungen der Grund dafür, daß wir trotz dieser Vielfalt auch allgemeine, artinvariante Prinzipien in den lebenden Individuen verwirklicht finden.

Man findet im Knochenbau die Prinzipien der Mechanostatik, im Vogelflug die Prinzipien der Aerodynamik in einer Erstaunen erregenden Weise realisiert. Die Schwellenempfindlichkeiten der meisten Sinnesorgane erreichen die physikalisch vorstellbaren Grenzwerte. All dies sind Beispiele für eine Anpassung an Bedingungen, die durch die physikalische Struktur der Umwelt gegeben sind.

Nachdem wir die physikalische Struktur der Welt als eine bestimmte Art von selektionierenden Bedingungen erkannt haben, wollen wir uns nun der Frage zuwenden, ob es noch eine weitere Art von allgemeingültigen Selektionsbedingungen gibt, die nicht durch das Arsenal der physikalischen Gesetze beschrieben werden.

Solche Bedingungen gibt es – und das ist die These dieses Vortrages; sie sind gegeben durch eine gewisse ideelle Struktur unserer Umwelt. Eine solche Struktur als Realität zu akzeptieren, bereitet dem platonischen Standpunkt keine Schwierigkeiten. Da aber für den Intuitionisten eine solche Struktur erst durch die konstruktive Tätigkeit des menschlichen Gehirns geschaffen wird,

können wir nicht von vorneherein eine ideelle Struktur als selektionierende Bedingung zulassen.

Wir werden also umgekehrt, ausgehend von der Gültigkeit des selektionistischen Evolutionsprinzips seine Konsequenzen aufzeigen, um dann aus bestimmten Leistungen eines Nervensystems, wie z. B. der Fähigkeit zu zählen, zurückzuschließen auf die Existenz von selektionierenden Bedingungen in Form von ideellen Strukturen.

### **Konsequenzen des selektionistischen Evolutionsprinzips**

Zu diesem Zweck wollen wir die Darwinsche Theorie noch einmal in aller Schärfe formulieren. Sie basiert auf zwei Voraussetzungen (Mayr 1969, Moorhead and Kaplan 1967, Stebbins 1968):

1. Es existieren genetische Prozesse, die eine ständige Neuproduktion des Individuenbereichs bewerkstelligen und dabei durch kleine Reproduktionsabweichungen eine immer größer werdende Vielfalt der Eigenschaften und Leistungen dieser Individuen hervorbringen.

2. Die Umwelt unterwirft die Vielzahl der genetisch möglichen Eigenschaften und Leistungen gewissen einschränkenden Bedingungen.

Diese beiden Voraussetzungen werden als notwendig erkannt für die Herausbildung gewisser Eigenschaften und Leistungen lebender Individuen – notwendig in dem Sinn, daß der Schluß von den genannten Voraussetzungen auf die Folgerung die einzige wissenschaftlich fundierte Erklärung für die Entwicklung von beobachtbaren Eigenschaften und Leistungen darstellt.\*

Wir können also nun umgekehrt von gewissen Leistungen lebender Individuen zurückschließen auf die Existenz von Umweltbedingungen, an denen sich diese Leistungen selektioniert

---

\* Neben diesen beiden hier genannten Faktoren kann es noch eine Reihe weiterer geben, die an einer evolutiven Entwicklung beteiligt sind. All diese Faktoren bestimmen aber ausschließlich die Evolutionsgeschwindigkeit. Das grundlegende Prinzip, Selektion an den Umweltbedingungen, ist unbestritten ein notwendiger Faktor.

haben. Denn, die Bedingungen müssen den Leistungen notwendig vorausgegangen sein.

Durch die ständige Neuproduktion des Individuenbereiches und durch die Selektion an den Umweltbedingungen bringt die Evolution eine immer differenziertere und idealere Anpassung an die Struktur dieser Bedingungen hervor. Da die genetischen Prozesse bei der Reproduktion eines Individuums nur sehr kleine Veränderungen verursachen, wird auch der Anpassungsprozeß in sehr kleinen Schritten vorangehen. Die Anpassung wird an diejenigen Bedingungen am vollkommensten ausgeprägt sein, die während der gesamten Entwicklungsgeschichte konstant waren – eine Konsequenz, die sich bei den an die physikalische Umweltstruktur angepaßten Leistungen immer wieder hervorragend bestätigt.

Die angepaßten Leistungen werden also, je länger der Anpassungsprozeß dauert, immer deutlicher die charakteristischen Strukturen der Umweltbedingungen aufweisen. Eine ideal angepaßte Leistung spiegelt somit die Struktur der selektionierenden Bedingung wieder.

Diese hier aufgezeigten Konsequenzen aus der selektionistischen Evolutionstheorie stellen die Basis dar, an der wir die Betrachtungen über das mathematische Grundlagenproblem ansetzen können. Zuvor sei aber die beabsichtigte Gedankenführung an Leistungen erläutert, die man als Anpassung an die Struktur der physikalischen Welt deuten kann, d. h. als Anpassung an die Struktur einer Welt, deren objektive Existenz wir im allgemeinen nicht in Zweifel ziehen.

Betrachten wir beispielsweise die Leistungen unseres Temperatursinnesorgans, so müssen wir aus der dargelegten Argumentation folgern, daß dieser Leistung eine gewisse Realität der Umwelt entspricht, nach der sie sich entwickelt hat. Als diese Realität sehen wir eine gewisse Zustandsgröße der Materie an – nämlich die Temperatur.

Darüber hinaus vermittelt uns der Temperatursinn aber auch gewisse Einsichten in die Struktur dieser objektiven Realität Temperatur. Unser Temperatursinn ist in der Lage, verschiedene Qualitäten der Temperatur zu erkennen, die wir zunächst mit groben Begriffen wie „heiß“, „kalt“ und mit komparativen Be-

griffen wie „wärmer“–, „kälter“ in weiteren Abstufungen erfassen. Diese Leistung versetzt uns in die Lage, den Gegenstandsbereich Temperatur als einen geordneten Bereich zu erkennen, d. h. als einen Bereich, zwischen dessen Elementen größer–kleiner-Beziehungen existieren. Das aber bedeutet, etwas über die Struktur dieses Gegenstandsbereiches zu erfahren.

Wenn wir die Physik genauer betrachten, so erkennen wir, daß gerade diese Art der Erkenntnisgewinnung am Beginn einer physikalischen Betätigung des Menschen steht; denn ohne die Leistung unserer Sinnesorgane, also von Organen, die angepaßt sind an die Struktur einer physikalischen Welt, wäre es nie möglich gewesen, etwas über die physikalischen Realitäten zu erfahren.

Auf die physikalische Realität *Temperatur* sind wir durch die Leistung unserer Temperaturrezeptoren gestoßen, auf die physikalische Realität *Kraft* durch die Leistung der Muskelrezeptoren und hätten wir kein spezielles Organ, das Auge, dessen Leistung der physikalischen Realität *Licht* angepaßt wäre, so hätten wir zu dieser Realität wohl kaum Zugang gefunden. Die Leistung des Auges, Farben zu sehen, läßt uns verschiedene Qualitäten des Lichts unterscheiden und die Lichteindrücke im Schwellenbereich geben uns Hinweise auf seinen quantenhaften Charakter.

Ich will natürlich nicht behaupten, daß wir über diesen Weg auf die quantenhafte Struktur des Lichts gestoßen wären oder daß wir alle bekannten physikalischen Realitäten direkt mit den Sinnen erkannt hätten. Physikalische Dinge wie Masse, Energie, Entropie usw. sind keiner sinnlichen Wahrnehmung zugänglich, jedoch stehen am Ausgangspunkt der Überlegungen, die uns zu diesen Größen führten, Dinge, auf die wir durch die Leistung unserer Sinnesorgane gestoßen sind.

Was ich hiermit andeuten wollte, ist lediglich die Möglichkeit, zu physikalischen Einsichten auch durch systematische Betrachtungen der Leistungen gewisser Organe oder Organismen zu kommen. Wir könnten beispielsweise fragen, welche physikalische Realität bestimmte die Entwicklung des Fortbewegungsapparates verschiedener Lebewesen und kämen dabei sicher auf Hebelgesetze, auf Strömungsgesetze und ähnliches. Fragten wir danach, warum sich Lebewesen im Raum orientieren können, so

kämen wir auf der Suche nach den Bedingungen für diese Leistung auf die Schwerkraft oder die geometrische Struktur des Raumes.

Aber ein solches Vorgehen ist heute nicht mehr sehr verlockend, da unser Wissen über die Struktur der physikalischen Welt ziemlich ausgedehnt ist; wobei allerdings nicht auszuschließen ist, daß hierbei vielleicht doch einige interessante neue Aspekte bestimmter physikalischer Erscheinungen zutage treten würden. Ein solches Vorgehen würde weit eher den Namen Biophysik rechtfertigen als die derzeitige Übung biologische Phänomene in den Rahmen bekannter physikalischer Theorien einzuordnen.

Kommen wir nun wieder zurück zu unserer ursprünglich gestellten Frage, ob die mathematischen Ideen, also z. B. die Zahlen, der Begriff „Dreieck“, oder der Begriff „Funktion“ usw. unabhängig von einem Denkkakt existieren. D. h. wir wollen die Frage untersuchen, ob solche Dinge auch existierten, bevor der Mensch sie gedacht hat.

Ich habe schon erwähnt, daß die platonische Grundlagenposition diese Frage uneingeschränkt bejaht. Für die intuitionistische Grundlagenposition dagegen liegt die Existenz aller mathematischer Dinge im Denkkakt des Menschen begründet.

Betrachten wir dieses Problem nun unter dem biologischen Aspekt, so müssen wir feststellen, daß für jede Leistung, also auch für die Leistungen des Gehirns, Bedingungen der Umwelt verantwortlich sind, die diese Leistungen selektioniert haben.

Das, was wir zunächst über die Bedingungen sagen können, die beispielsweise die Leistung des Gehirns zu *zählen* hervor gebracht haben, ist dies, daß sie über sehr große Zeiträume der Erdgeschichte konstant vorhanden sein mußten und daß sie in Europa dieselben sind, wie in Asien. Denn eine solche Leistung wird sicher nicht von einer einzelnen Zelle, sondern von einem Zellverband durchgeführt. Der Verband ist eine Anhäufung von Zellen, die in einer hochgradig geordneten Wechselfunktion zueinander stehen. Ein so hoch geordnetes System benötigt zu seiner Entwicklung eine sehr lange Aufeinanderfolge von bestimmten Zufallsprozessen, die ja jeweils nur bei der Reproduktion zur Wirkung kommen. Bei jeder Reproduktion ist aber eine große Menge von Abweichungsvarianten möglich, wovon nur wenige –

vielleicht nur eine einzige – einen Schritt auf die vorliegende Endstruktur des Zellverbandes hin bedeutet. Alle übrigen weichen mehr oder weniger von dieser Entwicklungslinie ab. D. h. von den genetischen Prozessen her ist eine unübersehbare Vielfalt von möglichen Strukturen eines Zellverbandes denkbar und wenn nicht selektionierende Bedingungen über lange Zeiträume konstant vorhanden wären, so wäre es gar nicht vorstellbar, daß es je zu einem hochgeordneten Aufbau eines Zellverbandes hätte kommen können. Für den Ordnungszustand des Zellverbandes und damit für seine Leistung können somit allein die Umweltbedingungen verantwortlich gemacht werden.

Eine Folge davon ist, daß wir Ansätze zu gewissen mathematischen Leistungen des Nervensystems auch bei Lebewesen einer niedrigeren Entwicklungsstufe finden müssen. Dies ist in der Tat der Fall: O. Köhler hat nachgewiesen, daß Tauben mit der Urintuition „Zählen“ operieren können; M. E. Bittermann hat gezeigt, daß sich ab einer bestimmten Entwicklungsstufe der Wirbeltiere zunehmend die Fähigkeit zu Metabetrachtungen herausgebildet hat und G. A. Mazochin-Porshnyakov konnte zeigen, daß sogar Tiere aus einer völlig anderen Entwicklungslinie, nämlich Bienen, geometrische Begriffe wie „Dreieck“, „Viereck“, „Kreis“ abstrahieren können.

Ich will nun die weiteren Überlegungen einschränken auf eine exemplarische, allerdings für die Mathematik grundlegende Leistung unseres Gehirns, die Fähigkeit, zählen zu können. Eine Konsequenz aus dem selektionistischen Evolutionsprinzip hat uns zu der Einsicht geführt, daß keine koordinierte Leistung unseres Gehirns denkbar ist, wenn man nicht Umweltbedingungen voraussetzt, an denen diese Leistungen selektioniert werden.

Es muß also etwas geben, nämlich eine bestimmte Umweltstruktur, die die selektionierenden Bedingungen darstellt. Ob man allerdings in dieser Umweltstruktur die Gebilde erblickt, die wir Zahlen nennen, ist natürlich nicht zwingender als das als Temperatur zu bezeichnen, was unseren Wärmesinn selektioniert hat. Wichtig ist jedenfalls, daß der Urintuition „Zählen“ etwas vorausgegangen sein muß, was immerhin soviel Realität besitzt, daß es als Selektionsbedingung wirken konnte. Es liegt jedoch sehr nahe, in ähnlicher Weise, wie wir die Realität, zu der uns

unser Wärmesinn Zugang verschafft *Temperatur* oder die Realität, die uns das Auge vermittelt *Licht* nennen, die Realität, die uns unsere Fähigkeit „Zählen“ erschließt als *Zahlen* anzusehen.

Als weitere Konsequenz der Darwinschen Theorie hat sich herausgestellt, daß die in der Entwicklungsgeschichte zunehmende Anpassung einer Leistung an eine konstante Bedingung in immer vollkommenerer Weise die Struktur dieser Bedingung in der Leistung widerspiegelt.

So können wir aus der Leistung „Zählen“ als erstes eine gewisse Anordnungsstruktur des Gegenstandsbereiches Zahlen erkennen. Durch das Zählen werden wir auf eine Relation aufmerksam, nämlich die Nachfolgerrelation, die gewissen Elementpaaren zukommt und gewissen anderen nicht, eine Relation, die die Struktur der Anordnung beinhaltet.

Aufbauend auf der Fähigkeit zu zählen, können wir weitere Operationen mit den Zahlen durchführen. Wir können beliebige zwei natürliche Zahlen addieren und erhalten wiederum eine natürliche Zahl. Diese Operation, die wir mit dem Gehirn durchführen können, führt uns auf eine Relation, die gewissen Elementetripeln zukommt und gewissen anderen nicht. Eine weitere Relation also, die mit die Struktur des Gegenstandsbereiches natürliche Zahlen darstellt. Die Operation Addition zeigt weiter, daß diese Relation gewisse Symmetrieeigenschaften besitzt, daß nämlich gilt  $a + b = b + a$ .

All dies sind Beispiele, wie wir aus der Analyse der Leistung unseres Gehirns, zählen zu können, Erkenntnisse gewinnen über die Struktur eines außerhalb von uns liegenden Gegenstandsbereiches. Die Betrachtung der biologischen Grundlagen unserer Erkenntnisgewinnung führt uns also zu einer Einsicht, die sehr genau auf die platonische Position zurückführt.

Dies ist natürlich kein Argument gegen das methodische Vorgehen des Intuitionismus, das sich unter diesem Aspekt darstellt als eine Methode, mit der größtmöglichen Sicherheit zu wahren Aussagen über die Struktur einer ideellen Welt zu gelangen. Denn, die platonische Position bietet keinen Schutz, das Falsche für wahr zu halten.

Es ist gerade eines der hervorstechendsten Merkmale des Intuitionismus, an den Ausgangspunkt Gedankenoperationen zu

stellen, an deren Evidenz die schärfsten Anforderungen gestellt werden. Eine dieser zwingend evidenten Operationen ist das Zählen, andere werden in besonders evidenten logischen Schlußregeln gesehen. Zwingend evident heißt aber ein Denkprozeß dann, wenn ihn möglichst alle Menschen ohne weitere Argumentation nachvollziehen können. Biologisch gesehen heißt dies aber, daß alle Menschen, soweit es diesen Denkprozeß betrifft, die gleiche Gehirnstruktur haben müssen. Je allgemeiner aber eine bestimmte Gehirnstruktur verbreitet ist, desto sicherer können wir daraus auf eine solche sehr lange in der Umwelt vorhandene Bedingung schließen, nach der diese Struktur selektioniert wurde.

Wollen wir also zu Erkenntnissen gelangen über die Strukturen unserer Umwelt, so haben wir keine anderen Möglichkeiten als die, die uns unsere Sinnes- und Gehirnleistungen erschließen. Wir haben aber zwei Möglichkeiten des methodischen Vorgehens.

Die eine besteht darin, durch Intuition die zwingenden Evidenzen zu suchen und mit ihnen unser Wissen aufzubauen. Ein Weg, der schon seit dem Beginn einer wissenschaftlichen Tätigkeit beschritten wird.

Die andere Möglichkeit besteht darin, die Strukturen der Sinnesapparate und des Gehirns direkt zu untersuchen. Schon im Altertum haben die Menschen fasziniert nach anatomischen Grundlagen des Denkens gesucht. Dieser Weg mußte jedoch solange erfolglos bleiben, solange die nötigen technischen Voraussetzungen fehlten. Da die Biologie aber heute über eine große Vielfalt von technischen Hilfsmitteln verfügt, mit denen man die Struktur und die Funktion nervöser Zellverbände untersuchen kann, ist es nicht ausgeschlossen, daß in Zukunft auch von einer experimentellen Wissenschaft die Grundlagen unseres Denkens weiter erforscht werden können.

#### Literatur

- P. Lorenzen: Methodisches Denken. Theorie 2. Suhrkamp-Verlag 1969.  
 E. Mayr: Grundgedanken der Evolutionsbiologie. Naturwissenschaften 56, 392-397 (1969).

- P. S. Moorhead and M. M. Kaplan ed.: *Mathematical Challenges to the Neo-Darwinian Interpretation of Evolution*. The Wistar Institute Press, Philadelphia 1967.
- B. Russel: *Probleme der Philosophie*. Suhrkamp-Verlag, Frankfurt 1969.
- G. L. Stebbins: *Evolutionsprozesse*, in: *Grundbegriffe der modernen Biologie*, Bd. 2. Stuttgart. G. Fischer Verlag. 1968.
- W. Stegmüller: *Metaphysik, Skepsis, Wissenschaft*. Kap. II. Springer-Verlag, Heidelberg-New York-Berlin 1969.