

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1960



MÜNCHEN 1961

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Über eine Methode, die Randverdunkelung der Sonne bis auf eine Sekunde von ihrem Rande bequem und genau zu messen

Von Erich Schoenberg

Mit einer Tafel und 2 Figuren

Vorgelegt am 3. Juni 1960

Läßt man zwei identische Sonnenbilder sich nur leicht, d. h. etwa $10''$ bis $30''$, überdecken, so ist im entstehenden Doppelsegment die Randverdunkelung als solche verschwunden und nur als sehr langsame Zunahme der Helligkeit von den Spitzen des Dop-

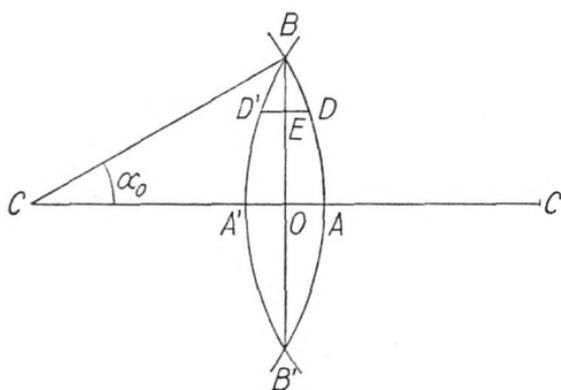


Fig. 1

pelsegments nach seiner Mitte, auf einer 10- bis 20fach längeren Strecke bequem meßbar. Dadurch muß es möglich sein, sie bis auf $1''$ vom Sonnenrand zu bestimmen.

Das Ergebnis der Theorie ist bei gewissen Vereinfachungen des Problems aus der Figur 1 leicht einzusehen. Sie ist für einen großen Zentriwinkel $\alpha_0 = BCO = 30^\circ$ gezeichnet, während man in Wirklichkeit Winkel von 5° bis 10° benutzen wird. Es wird zunächst angenommen, daß die Randverdunkelung auf der Strecke

OA konstant sei. H_R sei die Randhelligkeit, $\frac{\Delta H}{\Delta r}$ die Randverdunkelung pro Sekunde. Dann ist die Helligkeit auf der Strecke AA' konstant =

$$2H_R + 2(OA)'' \frac{\Delta H}{\Delta r}$$

und auf jeder Parallelen DD' ebenfalls konstant =

$$2H_R + 2(ED)'' \frac{\Delta H}{\Delta r},$$

denn in jedem Punkte der Geraden OA und ED ergänzen sich die Abstände von den Rändern der beiden Sonnenbilder zu $2OA$ bzw. $2ED$. An den Endpunkten der Sehne B und B' ist die Helligkeit $2H_R$, der gesamte Zuwachs der Helligkeit bis zum Abstände OA vom Rande ist somit auf die größere Strecke OB verteilt, die bei den Zentriwinkeln von 5° bzw. 10° 22.8 bzw. 11.4 mal länger ist, als OA . Für das Auge ist die Randverdunkelung deshalb kaum merkbar, als solche überhaupt nicht, denn sie offenbart sich nur in einer langsamen *Aufhellung des ganzen Segments von der Spitze zur Mitte*. Sie müßte längs der Mittellinie OB sehr bequem meßbar sein.

Es ist aber nicht notwendig, eine konstante Randverdunkelung auf der ganze Strecke OA anzunehmen. Man kann sie für beliebig viele Punkte auf der Strecke BO und damit für beliebige Abstände vom Rande der Sonne getrennt bestimmen und aus ihnen die Kurve der Randverdunkelung graphisch konstruieren. Dazu betrachten wir Figur 2.

Bei der Berechnung der Helligkeiten auf der Zentrallinie OB treten in Wirklichkeit die Abstände ED' , statt ED auf.

$$ED' = r (\cos \alpha - \cos \alpha_0) \sec \alpha = r \left(1 - \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} \right).$$

Damit wird die Helligkeit in E

$$2H_\alpha = 2H_R + 2r \left(1 - \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} \right) \frac{\Delta H_\alpha}{\Delta r} = 2H_R + 2ED' \frac{\Delta H_\alpha}{\Delta r} \quad (1)$$

wo $\frac{\Delta H_\alpha}{\Delta r}$ die dem Zentriwinkel α , d. h. dem Abstände ED' entsprechende Randverdunkelung pro Sekunde ist.

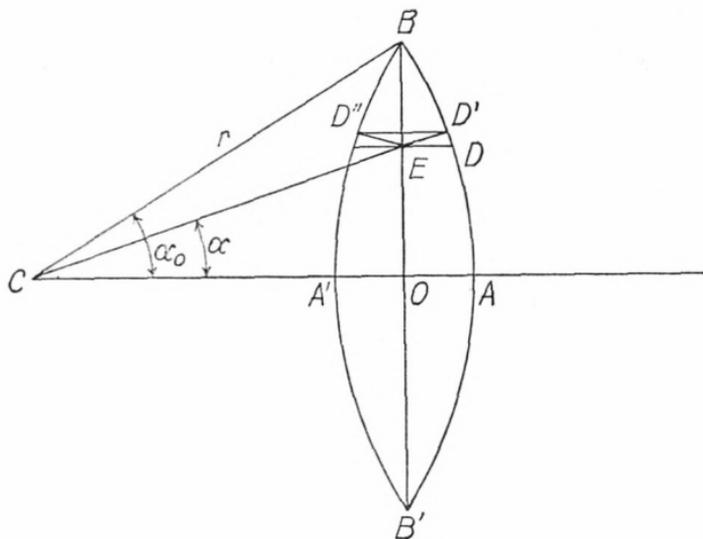


Fig. 2

Als Beispiel berechnen wir Randverdunkelung bei einer Überdeckung der Sonnenbilder mit dem Zentriwinkel $\alpha_0 = 10^\circ$, den wir in 10 Teile mit dem Zuwachs $\Delta\alpha = 1^\circ$ aufteilen. Das entspricht der Aufteilung von OB in 10 Strecken von der Länge

$$\Delta h = r \Delta\alpha \cos n \Delta\alpha.$$

Der Sonnenradius $r = 960''$

$$r \Delta\alpha = 16''.752$$

$$BO = r \sin \alpha_0 = 166''.70$$

$$AO = 14''.58$$

n	α	ED'	ED	Δh	BE	$\frac{BE}{ED}$
1	1°	14''.5	14''.5	16''.75	150''.4	10.4
2	2°	14.0	14.0	16.74	133.5	9.5
3	3°	13.3	13.3	16.73	116.7	8.8
4	4°	12.3	12.3	16.71	99.8	8.1
5	5°	11.0	11.0	16.69	83.1	7.6
6	6°	9.4	9.4	16.66	66.4	7.1
7	7°	7.5	7.5	16.63	49.8	6.6
8	8°	5.3	5.3	16.59	33.1	6.3
9	9°	2.75	2.7	16.55	16.6	6.0
10	10°	0.0	0.0			

Wir sehen, daß schon bei einem Zentriwinkel $\alpha_0 = 10^\circ$ die Strecken ED' mit ED identisch sind. Die Isophoten auf dem Doppelsegment sind deshalb praktisch als parallele Gerade aufzufassen, obgleich sie in Wirklichkeit leicht nach der Mitte gekrümmte Kurven sind. Die Helligkeit auf ihnen ist auch nur für symmetrisch zu den Rändern gelegene Punkte dieselbe. Wenn die Randverdunkelung eine Funktion 2ten Grades vom Randabstande $ED' = \Delta r$ ist,

$$H_\alpha = H_R + a\Delta r - b\Delta r^2, \quad (2)$$

so ist für einen Punkt im Abstände $n\Delta r$, wo $n < 1$ von einem Rande und im Abstände $\Delta r + (1 - n)\Delta r$ vom anderen die Helligkeit

$$2H_\alpha = 2H_R + 2a\Delta r - 2b\Delta r^2(n^2 - 2n + 2) \quad (3)$$

die für die Zentrallinie $n = 1$ in (2) übergeht.

Die Teilstrecken Δh sind auch fast identisch. Aus dem vermessenen Verlauf der Helligkeit längs der Zentrallinie BO entnimmt man die Helligkeiten H_α und findet den für jeden Randabstand gültigen mittleren R. V.-Koeffizienten

$$\frac{H_\alpha - H_R}{ED'}$$

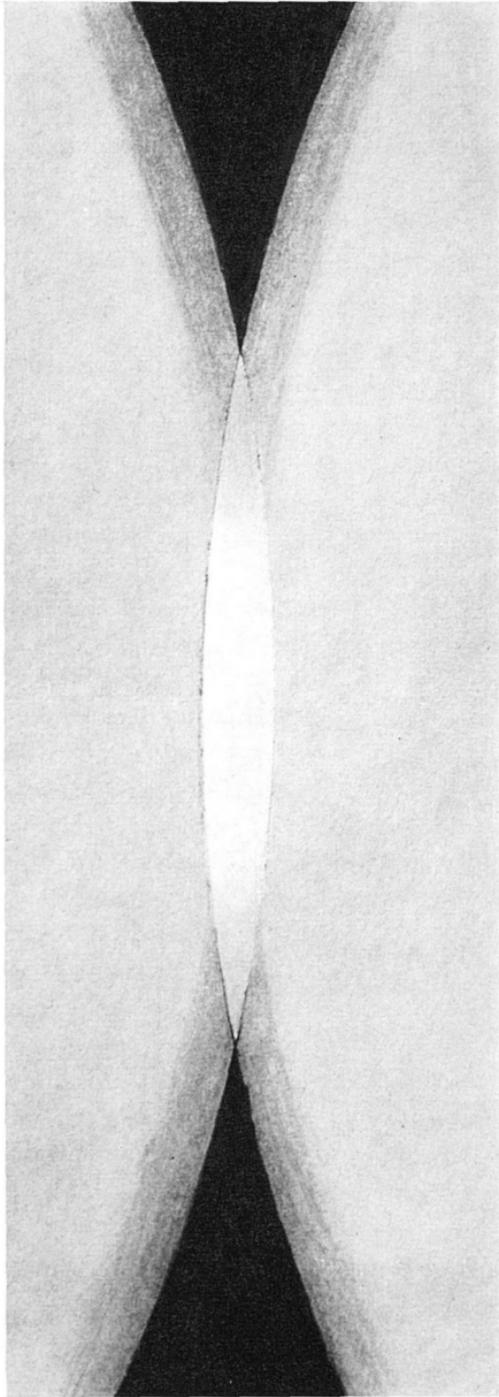
getrennt. Aus den so gefundenen Werten wird die Kurve der R. V. für die ganze Strecke OA graphisch bestimmt.

An der Segmentspitze ist das Verhältnis $\frac{BE}{ED'}$ nur = 6. Daher werden zur zuverlässigen Messung der Randverdunkelung bis auf 1" vom Rande Sonnenbilder auch bei dieser Methode von mindestens 6 cm Durchmesser notwendig sein. Günstiger liegen die Verhältnisse bei $\alpha_0 = 5^\circ$, wo jenes Verhältnis den Wert 12 hat.

Die Änderung des Sonnenradius im Laufe des Jahres bringt auch eine Änderung der Höhe und Breite des Segments mit sich. Dehnt man die Aufnahmen über längere Zeit aus, so erhält man bei verschiedenen Winkeln verschiedene Vergrößerungsfaktoren und damit wertvolle Kontrollen.

Auf der Tafel ist das Doppelsegment für den Zentriwinkel $\alpha_0 = 10^\circ$ maßstäblich dargestellt, wobei die doppelte Helligkeit des Segments gegenüber der Helligkeit der sich überdeckenden Sonnenbilder auch angedeutet ist. Die Randverdunkelung der Sonnenbilder ist durch konzentrische Kreise in ungefähr 4" Abstand ebenfalls angedeutet. Die Randverdunkelung auf einer Strecke der halben maximalen Breite des Segments verteilt sich auf die 11fach längere halbe Länge desselben.

Die große Schärfe der Begrenzung des Doppelsegments, die der Auslöschung der Randverdunkelung in radialer Richtung zuzuschreiben ist (auch die Randverdunkelung infolge der Beugung des Lichts am Objektivrande gehört dazu), hat es mir ermöglicht, die Unebenheiten des Sonnenrandes bei Flecken und Fackeln bei 100facher Vergrößerung mikrometrisch zu messen. (Vgl. diese Sitzungsberichte 1959, S. 195 ff.).



Die Helligkeitsverteilung auf dem Doppelsegment
der sich überdeckenden Sonnenscheiben