Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften
zu München

Jahrgang 1951

München 1952
Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Eine Bemerkung über die Potenzen der natürlichen Zahlen

Von Alfred Moessner in Gunzenhausen

Vorgelegt von Herrn O. Perron am 2. März 1951

Wenn man aus der Reihe der natürlichen Zahlen jede zweite ausstreicht, so daß nur die Reihe der ungeraden Zahlen übrigbleibt, so besteht deren Summenreihe aus den Quadratzahlen 1, 4, 9, 16, . . .

Diese altbekannte Tatsache läßt eine überraschende Verallgemeinerung zu, die noch nicht bemerkt zu sein scheint:

Wenn man aus der Reihe der natürlichen Zahlen jede dritte ausstreicht und von der übrigbleibenden nun nicht mehr arithmetischen Reihe

$$1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, \ldots$$

die Summenreihe bildet:

$$1, 3, 7, 12, 19, 27, 37, 48, 61, 75 \ldots,$$

aus dieser nunmehr jede zweite ausstreicht und von der übrigbleibenden Reihe

$$1, 7, 19, 37, 61, \ldots$$

wieder die Summenreihe bildet, so kommen die Kubikzahlen 1, 8, 27, 64, 125, . . .

Und allgemein gilt folgendes für jede ganze Zahl $k > 1$:

Wenn man aus der Reihe der natürlichen Zahlen jede k^{te} ausstreicht und von der übrigbleibenden Reihe die Summenreihe bildet, sodann aus dieser jede $(k\text{-}1)^{\text{te}}$ Zahl ausstreicht und wieder die Summenreihe bildet, aus dieser sodann jede $(k-2)^{\text{te}}$ ausstreicht und abermals die Summenreihe bildet und diesen Prozeß fortsetzt, bis man schließlich beim $(k-1)^{\text{ten}}$ Schritt jede zweite Zahl ausstreicht und dann die Summenreihe bildet, so entsteht die Reihe der k^{ten} Potenzen $1^k, 2^k, 3^k, 4^k, \ldots$.

Dieser Satz sei hier zunächst ohne den nicht ganz einfachen Beweis mitgeteilt.