

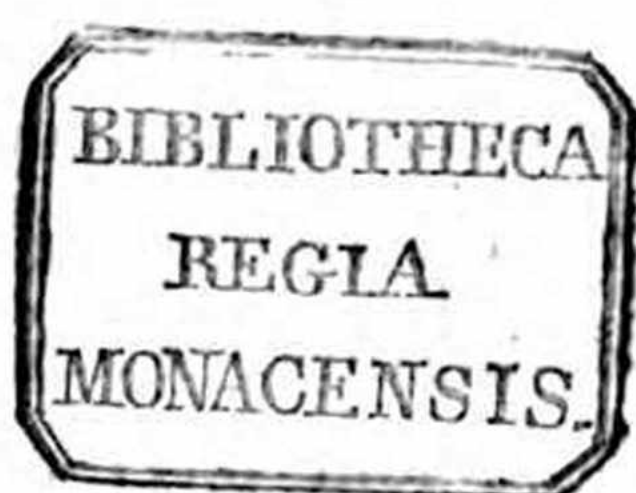


Ueber das
B e r g k r y s t a l l - K i l o g r a m m ,
auf welchem die
Feststellung des bayerischen Pfundes
nach der
Allerhöchsten Verordnung vom 28. Februar 1809
beruht.

V o n
Dr. C. A. Steinheil.

I n h a l t.

Einleitung	165
Entwicklung der Vorschrift zur Reduction der Wägungen . . .	174
Beschreibung des Platinakilogrammes der Archive zu Paris . .	185
Bestimmung seines spezifischen Gewichtes	187
Beschreibung des Bergkrystallkilogrammes	194
Bestimmung seines spezifischen Gewichtes	197
Abwägungen des B ^k in Wasser	204
Reduction der Barometerbeobachtungen	210
Werthe der bei den Wägungen benützten kleinen Gewichte . .	215
Vergleichung der Thermometer	217
Vergleichung des Bergkrystallkilogramms mit dem Archivkilogr. .	219
Reduction der Abwägungen	221
Zusammenstellung der Beobachtungen	232
Endergebniss	234
Vergleichung des A ^k mit dem Platinakilogr. der Sternwarte zu Paris	235
Bestimmung des spec. Gewichtes des letztern	237
Tafel zur Reduction der Wägungen auf den luftleeren Raum . .	238
Beispiele der Anwendung	242



Ueber das
Bergkrystall - Kilogramm,
auf welchem die
*Feststellung des bayerischen Pfundes nach der Allerh.
Verordnung vom 28. Februar 1809 beruht.*

Einleitung.

Alle Maasseinheiten sind, streng genommen, willkürlich; denn auch die Naturmaasse sind es in so fern, als sie auf Operationen beruhen, die stets mit einem gewissen Fehler behaftet bleiben. Von der Ordnung dieses Fehlers ist also auch bei ihnen die Annahme willkürlich. Diese Willkühr wird nicht entfernt dadurch, dass man der Definition von dem, was Maasseinheit seyn soll, gesetzliche Kraft gibt. Die Durchführung des metrischen Systems in Frankreich liefert den Beleg hiezu. Denn sollte z. B. das Kilogramm nach der Definition gelten, so würde jede neue Darstellung und Ausführung desselben ein anderes Resultat liefern, verschieden je nach dem Grade der Sicherheit in den dabei angewandten Mitteln. Man hätte also statt Einer Gewichtseinheit, beliebig viele, von welchen nicht leicht zu bestimmen wäre, welcher der Vorzug gebührt. Diese Viel-

deutigkeit in den Maasseinheiten kann nur entfernt werden, indem man irgend Eine der nach der Definition vorgenommenen Ausführungen als die allein gesetzlich giltige Einheit erklärt, also damit die ursprüngliche Definition aufgibt und jetzt eine willkürlich gewählte Einheit, welche etwa der Definition sehr nahe kommen kann, als die allein giltige annimmt. Diess ist auch in Frankreich geschehen, indem man im Jahre 7 der Republik am 4. Messidor das durch Fortin in Platin ausgeführte Kilogramm als entsprechend dem Gesetze vom 18. Germinal an 3 erklärte und auf den Archiven des Reiches deponirte. Von da an ist also die Definition von Kilogramm als das Gewicht eines Kubikdecimeters destillirten Wassers von der grössten Dichtigkeit im luftleeren Raume und gemessen bei der Normaltemperatur des Meters 0° , aufgegeben und das auf den Archiven niedergelegte Platinagewicht, im luftleeren Raume gewogen, als allein giltige Gewichtseinheit mit dem innerhalb gewisser Grenzen willkürlichen Namen Kilogramm bezeichnet, zu betrachten.

Auch in andern Ländern hat man dieses Beispiel befolgt und die bestehenden Maass- und Gewichtseinheiten durch Theile der neufranzösischen Einheiten ausgedrückt und diesen Definitionen gesetzliche Giltigkeit verschafft. Aber dadurch sind die beabsichtigten Maasse noch nicht gegeben, bis ein nach der Definition ausgeführter Etalon als richtig erklärt wird. So ist in Bayern durch die Allerh. Verordnung vom 28. Februar 1809 Regbltt. p. 473 bestimmt, dass der bayerische Fuss bei $+ 13^{\circ}$ R. 129,38 Pariserlinien messe, das bayerische Handelspfund 0,56 Kilogramme, das Apothekerpfund 0,36 Kilogramme wäge. Aber seit diesen Verordnungen ist bei uns keine neuere erschienen, welche irgend einer bestimmten Herstellung dieses Pfundes aus Theilen des Kilogramms gesetzliche Giltigkeit ertheilt hätte. Wir haben daher in Bayern streng genommen kein eigenes Gewicht, sondern das französische Kilogramm-Gewicht, dessen 0,56ten Theil wir Pfund nennen, aber durchaus nicht genauer besitzen,

als das Kilogramm war, welches von der Commission zur Auswägung benutzt wurde, also nicht genauer als ähnliche Copieen in Frankreich käuflich abgegeben werden.

Die Genauigkeit dieser käuflichen Kilogramme ist aber aus doppelten Gründen nur sehr gering; denn Erstens ist bei keiner Copie auf das spezifische Gewicht des Metallstückes Rücksicht genommen, aus welchem sie besteht. Die Dichtigkeit des Messings ist aber so variabel, dass 2 Kilogramme auf der Waage im Gleichgewicht seyn können, während sie im leeren Raume 7 Milligramme differiren, wenn nämlich das Messing des Einen 8.4; das des andern 8.0 spezifische Schwere hat. Zweitens aber sind alle käuflich abgegebenen Kilogramme Copieen des 2ten Platinakilogrammes, welches auf der Sternwarte zu Paris für diesen Zweck niedergelegt ist. Dieses Kilogramm der Sternwarte wurde für identisch mit dem gesetzlichen Kilogramm der Archive erklärt. Siehe: Base du système metrique, Tome III. p. 695. „Les étalons déposés nouvellement à l'Observatoire peuvent donc tenir lieu de ceux, qui sont aux Archives, et méritent la même confiance.“ Dieses ist aber durchaus nicht der Fall, sondern das Kilogramm der Sternwarte ist, wie ich später zeigen werde, um 4.7 Milligrammen *schwerer* als das gesetzlich giltige. Copieen können daher nicht wohl auf mehr als 10 Milligramme sicher seyn, welche Unsicherheit mehr als 100 mal grösser ist, als die unvermeidliche.

Man wird es auffallend finden, dass ich von einer Unsicherheit spreche, welche über das Gewicht des Platina-Archiv-Kilogrammes statt finden soll. Diese Unsicherheit geht aber daraus hervor, dass man erstens das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes nicht durch Abwägungen in destillirtem Wasser bestimmt hat; zweitens für die Längenausdehnung den allgemeinen Coëfficienten für Platina überhaupt annehmen muss, während die wirkliche Ausdehnung bedeutend davon abweichen kann, drittens und hauptsächlich aber ist

diese Unsicherheit gegeben durch die Erklärung der französischen Gelehrten, dass man das Archivkilogramm nicht in destillirtes Wasser bringen dürfe, weil sich dadurch leicht sein Gewicht vermindern könnte. Diese Besorgniss ist allerdings begründet, und ich werde als Beleg sogleich einen ähnlichen Fall anführen: Conferenzzrath Schumacher erhielt eine Platina-Copie des Archivkilogrammes, welche, zufolge sorgfältiger Abwägungen des Professor Olufsen aus Kopenhagen im April 1835 (siehe Jahrbuch für 1836 von Schumacher p. 250) leichter war als das Archivkilogramm um 0.41 Milligrammen. Aus Unvorsichtigkeit eines Mechanikns wurde diese Copie später abgewaschen und hatte dadurch, wie Conferenzzrath Schumacher sogleich erkannte, an Gewicht verloren. Um zu bestimmen, wieviel dieser Verlust betrug, wiederholte ich im Jahr 1837 die Vergleichung der Schumacher'schen Copie mit dem Normalkilogramm der Archive und es ergab sich, dass es nun 1.59 Milligrammen leichter war, also 1.09 Milligrammen an Gewicht durch die Operation des Abwaschens verloren hatte. Diess erklärte sich aus der Natur des Platina's, welches bekanntlich sehr weich ist, und daher bei der Bearbeitung des Schleifens mit Schmirgel feine Körner des letzteren eingedrückt erhielt, die dann beim spätern sorgfältigen Abwaschen sich lösten, wodurch natürlich eine Gewichtsverminderung entstehen musste.

Eine sorgfältige Betrachtung des Archivkilogrammes durch die Loupe hat mich aber erkennen lassen, dass auch in diesem sehr viele feine Schmirgelkörner eingedrückt sind. Es würde also unfehlbar auch an Gewicht verlieren durch Abwaschen, weshalb diess natürlich nicht geschehen darf. Dadurch tritt aber ein anderer Uebelstand ein, nämlich der, dass das Archivkilogramm durch Festsetzen von Staub nothwendig an Gewicht mit der Zeit *zunehmen* muss. Die Differenz zwischen dem Archivkilogramm und dem Kilogramm der Sternwarte zu Paris, die nach dem Procès-verbal des 18. nivose an XIII. (s. Base du sy-

stème metrique T. III. p. 646) weniger als 1 Milligramm betragen hat und die jetzt nach den Vergleichen im Jahre 1837 durch Arago, Gambey und mich (siehe Beilage) ohne allen Zweifel in der Luft 4.9 Milligrammen beträgt, um welche das im häufigen Gebrauch befindliche Kilogramm der Sternwarte zu Paris *schwerer* ist, als das Kilogramm der Archive, kann nur darin eine Erklärung finden, indem sich bei dem, weniger vor Staub geschützten Körper im Verlaufe der Zeit mehr Staub angesetzt hat.

Aus diesen Erfahrungen folgt aber nun, dass das auf den Archiven deponirte Kilogramm innerhalb gewisser Grenzen variabel ist, weil es durch den Staub an Gewicht mit der Zeit gewinnt, aber nicht abgewaschen werden darf, weil es sonst noch mehr verlieren würde. Das Kilogramm ist daher kein absolut gegebenes Gewicht, sondern eine Grösse, die innerhalb einiger Theile eines Milligrammes mit der Zeit wohl sicherlich Aenderungen erfährt.

Damit ist aber wohl auch die Grenze bezeichnet, bis zu welcher es von Interesse ist, dieses Gewicht zu copiren; denn gesetzt, es wäre möglich eine Copie herzustellen, die auf $\frac{1}{100}$ Milligramm gegen das Original erkannt wäre, so würde diess nur für eine gewisse Zeit stattfinden, da das Original mit der Zeit schwerer wird. Spätere Beobachtungen würden wieder ein anderes Resultat liefern. Welches wäre nun das richtige? Man sieht also, eine solche Genauigkeit wäre rein illusorisch und daher ohne Werth. — Wenn man folglich das Kilogramm bis auf die Unsicherheit von $\frac{1}{2}$ Zehntel eines Milligramms kopirt, so ist schon diese Genauigkeit insofern illusorisch, als das Original unvermeidlich um mehr mit der Zeit sich ändern wird. Kann daher eine Copie gemacht werden, welche solcher Veränderlichkeit *nicht* ausgesetzt ist, und bis auf ± 0.05 Milligrammen verglichen ist, so kann sie als identisch mit dem Original für die Zeit der Vergleichung betrachtet werden und folglich

besser, als das Original zu Paris selbst, zur Conservanz des wahren Werthes des Kilogrammes beitragen.

Aus diesen Erfahrungen und Betrachtungen geht zugleich die Belehrung hervor, dass man bei Feststellung von Gewichtseinheiten, um grössere Invariabilität zu erlangen, jene Mängel vermeiden müsse, welche die französischen Einheiten innerhalb der bezeichneten Grenze unsicher machen.

Offenbar umgeht man die in Erfahrung gebrachten Nachtheile, wenn man den Stoff, woraus das Urgewicht gemacht wird, so wählt, dass er durch seine Härte dem Abnützen widersteht, hohe Politur annimmt, also keine Poren auf den Flächen hat, und chemisch unangreifbar ist für Wasser und für alle Säuren. Ein solcher Stoff ist die krystallisirte Kieselsäure, der sogenannte Bergkrystall, der bekanntlich nur von Fluorwasserstoffsäure (die in der Natur nicht als solche vorkommt) angegriffen wird. Ein Gewicht aus Bergkrystall ist daher als in allen Zeiten unveränderlich zu betrachten für die Umstände, in welche es kömmt. Der Körper ist so hart, dass man ihn ohne alle Besorgniss der Abnützung beliebig oft abreiben kann; er kann in Wasser, Weingeist, Oelen und Quecksilber, sogar in alle Säuren mit der einzigen Ausnahme gebracht werden, ohne sich im Geringsten zu ändern. Nur vor dem Zerspringen durch mechanische Stösse oder durch Hitze ist er zu wahren. In der Wahl der Form muss daher jede spitzwinkliche Kante vermieden werden, weil diese sonst Schaden leiden könnte.

Obigen Betrachtungen zufolge habe ich mich entschlossen, das Kilogramm in Bergkrystall zu copiren und desshalb ein solches Kilogramm in der rühmlichst bekannten mechanischen Werkstätte von Repsold in Hamburg ausführen lassen, und zwar in der Form eines Cylinders, dessen Kanten gebrochen sind durch eine Kugelfläche,

so dass die Kanten nur sehr stumpfe Winkel bilden, die nochmals abgerundet sind. Alle Flächen sind hoch polirt, und von Gestalt so genau, dass aus diesem Körper das Kilogramm der Definition abgeleitet werden könnte. In dieser Art scheint für die Unveränderlichkeit, also für die Unzweideutigkeit der Gewichtscopie gesorgt, um so mehr, als wir durch die Uebereinstimmung der Beobachtungsreihen unter einander factisch verneinend antworten können auf die geäusserten Bedenken, als besitze der Bergkrystall hygroskopische Eigenschaft, welche sein Gewicht von dem Feuchtigkeitszustande der Luft abhängig mache. Ein solcher hygroskopischer Körper müsste verschiedene Gewichte geben für verschiedene Zustände der Atmosphäre. Unsere Beobachtungen umfassen aber hohen und niedern Barometerstand, folglich auch feuchte und trockene Luftzustände. Dennoch stimmen die reduzirten Beobachtungen eines Tages immer auf einige Zehntel eines Milligrammes und zwar nahe so, wie es der aus den einzelnen Beobachtungen abgeleitete Fehler erwarten lässt. Der Bergkrystall kann folglich nicht hygroskopisch seyn.

Indessen tritt dafür eine Schwierigkeit anderer Art auf, welche die Vergleichen *mühevoller* macht. Das spezifische Gewicht des Bergkrystalls ist nämlich 2.65; das des Platina 21.2. Das Volumen eines Kilogramms von Bergkrystall ist daher 8mal grösser, als das eines Platinakilogrammes, oder seine Längendimensionen werden in Bergkrystall die doppelten von Platina. Das Gewicht der verdrängten Luft ist daher bei Bergkrystall auch 8mal grösser als bei Platina, also sehr beträchtlich, so dass die Vergleichung der beiden Kilogramme sich nicht wie die Abwägung zweier Körper von gleicher Dichtigkeit auf die Bestimmung eines constanten Unterschiedes reduzirt, sondern eine variable Grösse von circa 400 Milligrammen ausmacht, die mit dem Barometerstand und der Temperatur der Luft im Kasten der Waage um 10 Milligrammen und mehr variirt. Wir werden später sehen, dass mit dem Steigen des Barometers um

eine Pariser Linie, eine Vermehrung des Luftgewichtsunterschiedes gegen das Platinakilogramm von 1,2 Milligrammen eintritt, und dass für eine Vermehrung der Lufttemperatur von 1° Centigr. der Luftgewichtsunterschied um 1,4 Milligrammen wächst, dass man also die Temperatur auf weniger als $0^{\circ}.1$ erkennen muss, um auf 0.1 Milligramm im Wägen sicher zu seyn. Die Operation der Vergleichen ist folglich viel complizirter als bei Körpern von gleicher Dichtigkeit. Nichts destoweniger werden wir aber auch zeigen, dass dessen ungeachtet die wahren Gewichte durch Rechnung mit derselben Sicherheit erkannt werden können, als wie für gleiche Dichtigkeiten. Wir werden Ausdrücke geben, welche auf Einen Blick erkennen lassen, wie gross der von der Waage gemessene Luftgewichtsunterschied seyn muss, welches auch der Barometerstand und die Lufttemperatur sei, je nachdem man mit dem Bergkrystallkilogramm ein Kilogramm von Eisen, Messing, Silber, Gold, Platina etc. vergleichen will, und haben folglich dadurch diese Schwierigkeit ganz eliminirt.

Zugleich aber ist im Allgemeinen für die Benützung der Gewichtseinheit ein wesentlicher Vorthail erlangt. Gewichte bedarf man doch eigentlich blos, um die Masse anderer Körper damit zu bestimmen. Diese Bestimmung bleibt aber wegen der Luft immer abhängig von der Dichtigkeit dieser Körper und es ist folglich ein Gewicht wünschenswerth, bei welchem durchschnittlich die Luftgewichtsunterschiede möglichst klein sind. Nun ist der Luftgewichtsunterschied zwischen Gewicht und Körper um so grösser, je mehr beide im spezifischen Gewichte differiren. Es ist daher klar, dass Platinagewichte für andere leichtere Körper grössere Unterschiede geben müssen, als Gewichte, die selbst die mittlere Dichtigkeit der Körper besitzen. Dieser mittleren Dichtigkeit kommt aber der Bergkrystall sehr nahe. Man wird daher mehr Körper finden, bei welchen, gegen Bergkrystall, der Luftgewichtsunterschied kleiner

ist, als gegen Platina und folglich ist auch in dieser Beziehung gegen Bergkrystall zur Herstellung der Gewichtseinheit nichts einzuwenden, sondern eher noch dadurch ein Vorthail erreicht.

Indem wir hiemit festgestellt haben, was unsere Gewichtseinheit sei, wie diese dem Gesetze entsprechend herzustellen ist, was die Grenzen der Sicherheit der französischen Urgewichte sind und wie man durch die Wahl anderer Stoffe eine grössere Unveränderlichkeit erlangen kann, schliessen wir diese einleitenden Betrachtungen und gehen zu der Arbeit selbst über, welche die Copie in Bergkrystall des Platina-Archivkilogrammes zu Paris hervorgerufen hat.

Entwicklung
der Vorschrift zur Reduction der Abwägungen
auf den luftleeren Raum.

Es ist bekannt, dass bei der Bestimmung der Masse eines Körpers durch die Waage Berücksichtigung des Mediums eintreten müsse, im welchem sich die der Masse nach zu vergleichenden Körper befinden. Für alle unsere Abwägungen bildet die atmosphärische Luft dieses Medium und in diesem verliert jeder Körper soviel an Schwere als die Luft schwer ist, welche er, vermöge seiner Raumerfüllung verdrängt. Wäre nun das Medium unter allen Umständen von gleicher Dichtigkeit, so könnte man ohne alles Bedenken die scheinbaren Gewichte statt der wirklichen in den meisten Fällen gelten lassen. Aber die Dichtigkeit unseres Mediums, der Luft, ist nicht constant, sondern variirt mit der Temperatur, welche bei gleicher Spannung das Volumen vergrößert und mit der Menge der drückenden Luftschichten, welche das Volumen vermindern, indem sie den Ex-

pansionskräften entgegen wirken. Daher sind zwei Körper von gleicher Masse aber von ungleichem Volumen auf der Waage mit einander verglichen, nicht blos ungleich schwer, sondern dieser Unterschied der Schwere ist noch veränderlich je nach der Temperatur und Schwere der Luft. Um daher ein invariables Zahlenverhältniss über die Gravitation beider Körper herzustellen, müssen die Einflüsse der Luftgewichte auf die Gewichte der Körper entfernt werden.

Wenn es daher hier unsere Aufgabe ist, ein Gewicht von Bergkrystall mit einem Gewichte von Platina zu vergleichen, so müssen wir vorerst sehen, welches die verschiedenen Elemente sind, die auf diese Bestimmung Einfluss üben und dann aber, wie gross der Einfluss jedes dieser Elemente auf die Vergleichen ist, um darnach die Genauigkeit in der Bestimmung des Elementes zu regeln. Es ist also vor Allem erforderlich, die Theorie zu entwickeln, welche uns die Elemente und die Grösse ihres Einflusses kennen lehrt wird.

Wir beziehen uns hier auf den Aufsatz des Geheimerathes *Bessel* in den astronomischen Nachrichten Nro. 163.

Es bezeichne:

M die Masse des Bergkrystallkilogramms B^k ; diese und die folgenden in Milligrammen

MJ die Masse Luft, welche es verdrängt,

m die Masse des Platina-Archivkilogrammes $A^k = 1000000 \text{ Mg.}$

mi die Masse Luft, welche es verdrängt,

m' die Masse des Gewichtes, welches dem B^k auf der Waage zugelegt werden muss, um gleich schwer mit A^k zu erscheinen.

m'i die Masse der Luft, welche dieses Gewicht verdrängt,

so ist offenbar für das Gleichgewicht auf der Waage nach dem Gesagten:

$$(I) \quad (M - MJ) + (m' - m'i') = m - mi$$

Daraus soll M die Masse des B^k bestimmt werden. m ist bekannt = 1000000 Milligr., m' wird bekannt durch die Abwägung. Wir haben also blos J , i' und i , das ist die Verhältnisse der Dichtigkeit unserer 3 Körper zur Dichtigkeit der Luft, welche sie verdrängen, auszudrücken.

Sei nun ferner

$$\begin{aligned} \Delta &= \text{dem spezifischen Gewichte des Bergkrystallkilogramms} \\ \delta &= \text{„ „ „ „ Platina-Archiv kilogr.} \\ q &= \text{„ „ „ der Luft,} \end{aligned}$$

so wird

$$J = \frac{q}{\Delta}$$

und da das kleine Gewicht m' von Platina vorausgesetzt wird, ist:

$$i' = i$$

und

$$i = \frac{q}{\delta}$$

Aber q , das spezifische Gewicht der Luft, ist abhängig von der Ausdehnung derselben durch die Wärme und ändert sich offenbar im umgekehrten Verhältniss der Raumerfüllung für gleich schwere Luft.

Nennen wir also v die Volumvergrößerung der Luft für 1° Centigr., so wird

$$i = \frac{q}{\delta (1 + vt)}$$

Dagegen aber wächst q noch im directen Verhältniss mit dem Raume, welchen der Körper einnimmt; wenn wir der Luft Dichtig-

keit als constant betrachten. Ist nun die Längendimension des Körpers von Platina für $0^{\circ} = 1$, und der Zuwachs an Länge wieder für $1^{\circ} \text{ C} = k$, so ist sein Volum bei der Temperatur von t Graden $= (1 + kt)^3$. Wir haben daher

$$i = \frac{q (1 + kt)^3}{\delta (1 + \alpha t)}$$

d. i. das Verhältniss des spezifischen Gewichtes der Luft zu Platina für jede Temperatur. Wir wollen es jetzt auch ausdrücken für jede Schwere der Luft oder für die ihr proportionale Angabe des Barometers.

q gilt analog mit den festen Körpern für den normalen Barometerstand von 0.76 Mètre reduzirt auf die Temperatur 0 des Quecksilbers und der Luft. Wir haben daher auch für den reduzirten Barometerstand b

$$q = \frac{b}{0.76} \cdot \mu'$$

wo μ' die spezifische Schwere der Luft ist. Setzen wir die spezifische Schwere des Quecksilbers $= \gamma$, das Verhältniss der Dichtigkeit der Luft zu Quecksilber $= \frac{\gamma}{\mu'} = \varepsilon$, so wird

$$q = \frac{b}{0.76} \frac{\gamma}{\varepsilon}$$

und wenn wir den Barometer in Pariser Linien ausdrücken und uns erinnern, dass 1 Mètre $= 443.296$ Pariser Linien ist, aber $443.296 \times 0.76 = \mu$ nennen

$$q = \frac{b \gamma}{\mu \varepsilon}$$

Dieser Werth in den von i gesetzt, gibt

$$i = \frac{b (1 + t k)^3 \gamma}{\mu \delta \varepsilon (1 + v t)}$$

und ebenso für Bergkrystall, wenn wir seine Längenausdehnung für $1^\circ \text{ C.} = x$ nennen:

$$J = \frac{b (1 + t x)^3 \gamma}{\mu \Delta \varepsilon (1 + v t)}$$

Da aber k und x nur sehr kleine Grössen sind im Verhältniss zur ganzen Länge 1, so können wir setzen

$$(II) \left\{ \begin{aligned} i &= \frac{b \gamma (1 + 3 k t)}{\mu \delta \varepsilon (1 + v t)} \\ J &= \frac{b \gamma (1 + 3 x t)}{\mu \Delta \varepsilon (1 + v t)} \end{aligned} \right.$$

Substituiren wir nun die Werthe (II) in die Gleichung (I) und beachten, dass $i' = i$, so wird

$$(III) \left\{ \begin{aligned} M &= (m - m') + \frac{M \gamma b (1 + 3 x t)}{\mu \Delta \varepsilon (1 + v t)} - (m - m') \frac{\gamma b (1 + 3 k t)}{\mu \delta \varepsilon (1 + v t)} \end{aligned} \right.$$

woraus sich M durch Annäherung ergibt, indem man blos für das zweite Glied rechts die Rechnung wiederholt.

Dieser Ausdruck (III) lehrt uns nun alle Elemente kennen, welche auf die Bestimmung der Masse des B^k influenziren. Diese sind

b der Barometerstand

t die Temperatur der Luft

Δ die spezifische Schwere des B^k

δ „ „ „ „ A^k

μ' „ „ „ der Luft, $\mu' = \frac{\gamma}{\varepsilon}$

γ „ „ „ des Quecksilbers

v die Volumänderung der Luft für 1° C
 x „ Längenausdehnung des Bergkrystalls für 1° C
 k „ „ „ Platina für 1° C
 m' der durch die Waage gegebene Gewichtsunterschied
 von B^k und A^k

Um nun zu erkennen, *wie gross* der Einfluss ist, den jedes dieser 10 Elemente auf m' übt, wollen wir alle als veränderlich betrachten, und den Ausdruck (III) differenzieren. Diess gibt:

$$\begin{aligned}
 0 &= dm' \cdot [\mu \varepsilon \delta A (1 + vt) - A \gamma b (1 + 3tk)] \\
 &\quad - db \cdot [M \delta \gamma (1 + 3tx) - A \gamma (m - m') (1 + 3tk)] \\
 &\quad + dt \cdot [v \delta A \varepsilon \mu (M - m + m') - 3 \gamma b (M \delta x - k A (m - m'))] \\
 &\quad + dA \cdot [\delta \varepsilon \mu (M - m + m') (1 + vt) + \gamma b (m - m') (1 + 3tk)] \\
 &\quad - d\delta \cdot [M \gamma b (1 + 3tx) - A \varepsilon \mu (1 + vt) (M - m + m')] \\
 &\quad - d\gamma \cdot [M \delta b (1 + 3tx) - A b (m - m') (1 + 3tk)] \\
 &\quad + d\varepsilon \cdot A \delta \mu (1 + vt) (M - m + m') \\
 &\quad + dv \cdot t \delta A \varepsilon \mu (M - m + m') \\
 &\quad + dk \cdot 3t A \gamma b (m - m') \\
 &\quad - dx \cdot 3M t \delta \gamma b
 \end{aligned}
 \tag{IV}$$

Substituiren wir nun in die Ausdrücke (III) und (IV) die Zahlenwerthe, wie sie zur Ermittlung der Masse des B^k aus den nachfolgenden Untersuchungen hervorgegangen sind oder dabei angenommen wurden, so findet sich

γ . das spezifische Gewicht des Quecksilbers für die Temperatur $= 0$ verglichen mit Wasser der grössten Dichtigkeit nach *Brissons* Versuchen, berechnet von *Hällström*.
 (Astr. Nachr. Nro. 163)

$$\gamma = 13.59606$$

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{\mu} = (13.59606) (770.488) \text{ das Verhältniss der Dich-}$$

tigkeit der Luft und des Quecksilbers bei der Temp. 0 und bei dem Druck von 0.76 Meters red. Quecksilbersäule nach den Versuchen von *Biot* und *Arago* (Astr. Nachr. Nr. 163)

$$\varepsilon = 10475.6$$

v die Volumvergrößerung der Luft für 1° der hundertth. Scala nach *Gay-Lussac* und nach *Dulong* und *Petit*. (Annales de Chim. et de Phys. VII. 120)

$$v = 0.00375$$

Δ das spezifische Gewicht des B^k nach meiner Bestimmung, siehe Beilage

$$\Delta = 2.6509622 \pm 0.0000034$$

x die Längenausdehnung des Bergkrystall für 1° C nach meinen Messungen, ebenda

$$x = 0.00001085 \pm 0.00000027$$

δ das spezifische Gewicht des A^k nach den Messungen von *Olufsen*, *Gambey* und mir, durch das spezifische Gewicht des K. Dänischen Platinakilogramms nach den Bestimmungen von *Schumacher*. Siehe Beilage

$$\delta = 20.548 \pm 0.002$$

k die Längenausdehnung des Platina nach *Borda's* Versuchen. (Base du Système mètr.)

$$k = 0.0000085655$$

und wenn wir nun die Temperatur $t^c = 13.534$, den auf 0° reduzierten Barometer $b^n = 334.57$ setzen, wie sie sich nahezu im Mittel aus allen Vergleichungsreihen ergeben, diese sämtlichen Zahlenwerthe aber in die Ausdrücke (III) und (IV) substituieren, so wird:

$$\begin{aligned}
 M &= 1000000 - m' + 403.228 + dU \text{ oder} \\
 B^k = M &= 1000403.228 - m' \\
 &\quad + 1.2056 (b^n - 334.57) \\
 &\quad - 1.4261 (t_c^n - 13.534) \\
 &\quad - 174.63 (\angle - 2.650962) \\
 &\quad + 2.8910 (\delta - 20.548) \\
 &\quad + 18786 (x - 0.00001085) \\
 &\quad - 2416.8 (k - 0.000008565) \\
 &\quad - 5195.6 (v - 0.00375) \\
 &\quad + 29.670 (\gamma - 13.59606) \\
 &\quad - 0.03851 (\epsilon - 10475.6)
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \end{aligned}} \right\} (V)$$

Ist daher m' durch Abwägungen bestimmt, so ergibt sich M oder das Gewicht des B^k im luftleeren Raume, sobald b^n und t_c^n beobachtet sind, einfach durch die Berechnung der ersten zwei Differenzialquotienten.

Um diess noch mehr zu erleichtern, fügen wir hier eine kleine Tafel bei, welche für die beobachteten Abweichungen des Barometers und Thermometers von den oben angenommenen (Arg.) die Verbesserungen des Werthes von B^k in Milligr. gibt:

Arg.	+ db	+ dt
+ 0.1	+ 0.1206	- 0.1426
0.2	0.2411	0.2852
0.3	0.3617	0.4278
0.4	0.4822	0.5704
0.5	0.6028	0.7130
0.6	0.7234	0.8557
0.7	0.8439	0.9983
0.8	0.9645	1.1409
+ 0.9	+ 1.0850	- 1.2835

Um nun ferner zu sehen, wie genau die Grössen $\Delta, \delta, x, k, v, \gamma, \varepsilon$, bestimmt, die Grössen b, t, m' beobachtet werden müssen, um keinen erheblichen Fehler in der Bestimmung von B^k zu erzeugen, wollen wir ihre Aenderungen aufsuchen, die B^k um $\frac{1}{100}$ Milligr. ändern würden, und diese Abweichungen dann vergleichen mit den mittleren Fehlern in den Bestimmungen der Elemente.

- 1) Für das spezifische Gewicht Δ des B^k ergibt sich die Aenderung, welche m' um $\frac{1}{100}$ Milligr. ändert

$$= \pm 0.0000057$$

der mittlere Fehler der Bestimmung ist:

$$= \pm 0.000003$$

folglich entsteht aus diesem Elemente keine Unsicherheit von 0.01 Milligr. d. B^k

- 2) Für das spezifische Gewicht δ des A^k ergibt sich unter der obigen Bedingung

$$= \pm 0.0034$$

Der mittlere Fehler ist:

$$= \pm 0.002$$

also ist die Bestimmung gleichfalls mehr als hinreichend scharf.

- 3) Für die Längenausdehnung x des B^k ist die Aenderung

$$= \pm 0.00000053$$

Der mittlere Fehler:

$$= \pm 0.00000027$$

- 4) Für die Längenausdehnung k des A^k ist die Aenderung

$$= \pm 0.0000041$$

Der mittlere Fehler nach *Borda* kaum

$$= \pm 0.0000001$$

- 5) Für die Volumänderung der Luft v ist die Aenderung

$$= \pm 0.0000019.$$

Nach *Gay-Lussac* ist aber der mittlere Fehler in seiner Bestimmung

$$= \pm 0.0000003.$$

Also ist die Bestimmung ebenfalls mehr als ausreichend genau.

- 6) Für das spezifische Gewicht γ des Quecksilbers ist die Aenderung

$$= \pm 0.00034$$

Brisson findet $\gamma = 13.59606$

ohne dass die Sicherheit dieser Bestimmung bekannt wäre. Doch lässt sich übersehen, dass die resultirende Unsicherheit nicht über einige Hundertel eines Milligr. gehe.

- 7) Für das Verhältniss des Luft- und Quecksilbergewichtes σ ist die Aenderung:

$$= \pm 0.26$$

Der Werth nach *Biot* und *Arago* ist 10475.6

wie weit er verbürgt werden könne ist nicht ermittelt.

- 8) Für den Barometer b ist die Aenderung

$$= \pm 0.008$$

Der mittlere Fehler der Vergleichung

$$= \pm 0.008$$

Hier muss bemerkt werden, dass der zufällige Fehler in der einmaligen Ablesung des Barometers wohl grösser ist, nicht aber das Mittel aus vielen, wie wir es in der Endbestimmung zu Grunde gelegt haben.

- 9) Für das Thermometer t_n^e ist die Aenderung

$$= \pm 0.007$$

Die mittlere Sicherheit der Angabe

$$\pm 0.02$$

also kann aus dem Thermometer wohl eine Unsicherheit von 3 Hundertel Milligr. entstehen.

- 10) Für m' ist die Unsicherheit natürlich der der Bestimmung selbst gleich, und wir fanden sie

$$= \pm 0.05$$

Die Unsicherheit, welche die Wägungen lassen, ist also nicht wohl grösser als die, welche einige andere Elemente erzeugen.

Hier bietet sich Gelegenheit zu erkennen, wie wesentlich es sei, bei jeder genauen physikalischen Bestimmung den mittlern Fehler des Endresultats abzuleiten. Wäre dieses bei den Bestimmungen von *Biot* und *Brisson* geschehen, so könnten wir mit Sicherheit die Einflüsse der Elemente γ , ε angeben. So sind wir blos im Stande sie zu schätzen und zu zeigen, dass sie nicht wohl mehr als einige Hundertel eines Milligr. betragen werden. Sollen daher überhaupt unsere Wägungen noch reduzirbar seyn, ohne die Fundamentalbestimmungen für γ und ε aufs Neue zu wiederholen, so müssen wir uns einige Hundertel eines Milligrammes als die noch möglicherweise zu erlangende letzte Grenze der Genauigkeit stellen, und es würde kein Interesse haben in den Wägungen weiter zu gehen, weil die Reductions-Elemente nicht genauer erkannt sind. Unsere Wägungen können daher abbrechen, wenn diese Genauigkeit erlangt ist.

***Beschreibung des Platinakilogrammes der Archive
zu Paris.***

Das Kilogramm der Archive wird daselbst aufbewahrt in einem eisernen Schranke, der mit 3 Schlössern verschlossen ist. In diesem Schranke ist ein zweiter, ebenfalls dreifach verschlossener eiserner Kasten, in welchem sich das mit Maroquin überzogene und mit rothem Seide-Sammt ausgelegte Futteral befindet, was endlich das Platinakilogramm umgibt. Das Futteral dieses Urgewichts ist überschrieben:

Kilogramme conforme à la loi du 18. Germinal an 3. présenté
le 4. Messidor an 7. Fortin F.

Es ist ein Cylinder von Platina, dessen Durchmesser circa 39.4 Millimètre und dessen Höhe 39.7 Millimètre misst. Die Kanten des Cylinders sind abgerundet und zwar mit einem Krümmungshalbmesser von nahe 3 Millimètres. Die Breite der Abrundungs-Facette beträgt im Mittel 0.75 Millimètre. Die Oberflächen dieses Körpers sind im Ganzen ziemlich gut gearbeitet; doch keineswegs frei von einer Menge feiner Risse und Punkte. Auch zeigen sich an verschiedenen Stellen Flecken, welche auf Unreinheiten des Platina oder auf eingedrückte feine Schmirgelkörner hindeuten.

Das spezifische Gewicht dieses Platina-Kilogrammes ist, wie wir zeigen werden, nahe 20.4, also leichter, als für Platina im reinen Zustande angenommen wird, da solches bekanntlich zwischen

21.16 und 21.21 variirt. Enthält das Platina Iridium, so wird es spezifisch schwerer, da Iridium das spezifische Gewicht 23.6 besitzt. Enthält es Palladium 11.3 oder Osmium 10.0 oder Rhodium 11.0, so muss es spezifisch leichter werden. Es steht also zu vermuthen, dass das Platina, woraus das Archivkilogramm gebildet ist, von diesen leichteren Metallen enthalte. Die damalige Gewinnungsart des Platina macht diese Vermuthung zur Gewissheit. Es ist demnach das Platina des Archivkilogrammes jedenfalls nicht rein, und aus diesem Grunde haben die französischen Gelehrten beschlossen, dass es niemals in Wasser gebracht werden dürfe, weil eine Oxydation eintreten könnte, welche sein absolutes Gewicht ändern würde. Dass diese Vorsicht sehr begründet sey, haben wir in der Einleitung aus andern Gründen nachgewiesen.

Allein dadurch entsteht ein bedeutender Uebelstand. Man kann nämlich, streng genommen, kein anderes Gewicht mit dem Archivkilogramm vergleichen, ohne dessen spezifisches Gewicht zu kennen. Das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes ist aber nicht gleich anfangs durch Wägungen in Wasser bestimmt worden. Jetzt darf es auf diese Weise nicht mehr ermittelt werden. Man ist daher genöthigt, zu Messungen seiner Dimensionen überzugehen und aus diesen das spezifische Gewicht abzuleiten. Allein, weil die Flächen nicht sehr regelmässig bearbeitet sind, und weil es schwer ist, die wahre Temperatur des Körpers bei den Messungen zu ermitteln, da er mit den Händen berührt werden muss, so bleibt diese Bestimmungsart immer viel unsicherer, als nach der Methode des Abwägens in Wasser. Diess wird man Gelegenheit haben zu erkennen, in dem nächsten Abschnitt:

*Bestimmung des spezifischen Gewichtes des Archiv-
Kilogrammes.*

Wollte man unmittelbar aus den Dimensionen und dem absoluten Gewichte eines Körpers sein spezifisches Gewicht ableiten, so müssten die Einheiten des Maasses, in welchem die Dimensionen gemessen sind, in aller Schärfe bekannt seyn. Ueberdiess wäre eine solche Bestimmung nicht direct vergleichbar mit der durch Abwägen im Wasser erhaltenen, weil Differenzen in der Annahme über die Ausdehnung des Wassers, über die Quantität der vom Wasser absorbirten Luft etc. etc. Unterschiede veranlassten, die gerade hier fühlbar würden, wo es nur darauf ankömmt, den Unterschied der spezifischen Gewichte zweier Körper genau zu ermitteln. Es scheint daher folgende Methode zweckmässiger:

Das spezifische Gewicht eines andern Kilogrammes von Platina sey gegeben durch Abwägungen in Luft und Wasser. Ferner sey sein Volumen durch Messungen mit demselben Apparate ermittelt, mit welchem das Volumen des Archivkilogrammes bestimmt wird, so ist offenbar, da sich die spezifischen Gewichte umgekehrt wie die Volumina bei gleicher Masse verhalten, das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes:

$$\delta = \delta' \frac{v'}{v}$$

wo v das Volumen, δ das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes bedeuten und diese Grössen mit einem ' dem andern Kilogramm angehören.

Ich wählte diese Methode um so eher, als das kgl. dänische Kilogramm von Platina durch Conferenzzrath *Schumacher* in Bezug auf spezifisches Gewicht und auf seine Dimensionen genau bestimmt ist, und derselbe Apparat, mit welchem das dänische Kilogramm

gemessen wurde, zu meiner Disposition gestellt ward zur Ermittlung der Dimensionen des Archivkilogrammes.

Dieser Messapparat ist von *Gambey*, dem berühmten Mechaniker Frankreichs, ausgeführt. Er besteht im Allgemeinen in einem Taster, dessen Verstellungen an einer auf Silber nach Millimètres getheilten Scala durch einen Nonius gemessen werden, der unmittelbar $\frac{1}{100}$ Millimètre angibt. Bei der Messung wird das Kilogramm in den Apparat gebracht, der Taster verstellt, bis er das Kilogramm berührt und nun der Nonius abgelesen. Wird von dieser Ablesung noch abgezogen, was der Nonius zeigt, wenn nach herausgehobenem Kilogramm der Taster in Berührung mit demjenigen Punkte ist, der zweiter Stützpunkt des Kilogrammes war, also der Fehler des Index, so ergibt sich der Durchmesser des Kilogrammes an der berührten Stelle in Millimètres. Auf diese Weise habe ich folgende Messungen erhalten.

Die Messungen liegen in zwei zu einander rechtwinklichten Durchschnitten durch die Axe des Kilogramms.

A^k

	<i>Durchmesser:</i>		<i>Höhen:</i>		t_c^o
1837 Mai 26.	42.055	42.015	42.450	42.380	+ 14.0
	42.103	42.063	42.400	42.375	
	42.130	42.105	42.385	42.390	
	42.130	42.123	42.377	42.390	
	42.105	42.090	41.356	42.395	
	42.050	42.050	42.345		+ 14.0
<i>Mittel . . .</i>	42.0955	42.0743	42.3855	42.3860	
<i>Fehler des Index</i>	—2.6215	—2.6215	—2.6215	—2.6215	
	39.4740	39.4528	39.7640	39.7645	
<i>Mittlere Durchmesser</i> = 39.4634			<i>Höhe</i> = 39.76425		+14 ¹ .0

Ebenso, jedoch nur in Einem Axendurchschnitte, bestimmte ich mit demselben Apparat die Dimensionen des k. dänischen Platina-Kilogrammes von Conferenzzrath *Schumacher*

S^k

	Durchmesser:	Höhen:	t_n^c
1837 Mai 26	42.390	40.325	+ 14.0
	42.463	40.355	
	42.520	40.343	
	42.610	40.320	
	42.655	40.250	
	42.760		
Mittel .	42.5663	40.3186	
Indexfehler	—2.6250	—2.6250	
Mittlere Durchm. = 39.9413		Höhe = 37.6936	+ 14°.0

Da diese Messungen nachweisen, dass die Gestalt der beiden Kilogramme sehr nahe cylindrisch ist, so kann ihr Inhalt mit hinlänglicher Schärfe aus den mittleren Dimensionen nach dem Ausdruck für den Inhalt des Cylinders abgeleitet werden. Eine Reduktion dieser Messungen auf die Normaltemperatur = 0 des Maassstabes und der Platinagewichte ist hier unnöthig, da die Temperatur für beide gleich war und nur das Verhältniss der Inhalte bestimmt werden soll. Wir drücken daher die Inhalte in willkürlich gelassenen Maassstabeinheiten aus, und bemerken ferner, dass wir auch die Facetten der Cylinderkanten nicht zu berücksichtigen brauchen, weil sie an beiden Kilogrammen sehr nahe gleich sind. So ergibt sich:

Für S^k $v' = 47.228$

Schumachers Jahrbuch 1836 p. 243 $\delta' = 21.212$

Für A^k $v = 48.639$ und hiemit nach dem gegebenen Ausdruck für δ des A^k $\delta = 20.598$

Dieser Werth des spezifischen Gewichtes des A^k ist den nachfolgenden Berechnungen zu Grunde gelegt. Er ist der Zahl nach erheblich kleiner, als ihn Conferenzzrath *Schumacher* in seinem Jahrbuch für 1836 p. 245 aus Beobachtungen von Professor *Olufsen* aus Kopenhagen angibt, wonach das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes $A^k = 20.644$ wäre. Ich glaube jedoch, nicht von dem abgehen zu dürfen, was aus meinen Beobachtungen folgt, bis vollständigere und zahlreichere Messungen dazu Veranlassung geben.

Erst in neuester Zeit (Dezember 1843) habe ich der Gefälligkeit des Herrn Conferenzzrath *Schumacher* die vollständige Mittheilung seiner sehr gründlichen und umfassenden Arbeit über das kgl. dänische Platina-Kilogramm in Manuscript zu verdanken. Die von ihm selbst angestellten Messungen des kgl. dänischen Kilogrammes S^k sind so sorgfältig und zahlreich (mehrere hundert Messungen), dass sie die Genauigkeit meiner Bestimmung bei Weitem überbieten. Ferner hat sich ein Zweifel darüber, ob der Messapparat nicht etwa für verschiedene Beobachter verschiedene mittlere Werthe gibt, je nach der Kraft, mit welcher die Berührung des Tasters bewirkt wird, durch die Vergleichung der Originalbeobachtungen gehoben, indem ein constanter Unterschied einer Beobachtungsreihe des A^k von mir und *Gambey* sich als ein Ablesungsfehler von 5 Noniustheilen erkennen liess. Endlich aber hat Conferenzzrath *Schumacher* das spezifische Gewicht des S^k aus 14 Wägungen in Wasser nun zu

$$\delta' = 21.2047$$

festgestellt. Da nun aus den *Schumacher'schen* Messungen der Inhalt des S^k sehr sicher erkannt ist, aus den Messungen von *Olufsen*, *Gambey* und mir aber auch der Inhalt des A^k mit grösserer Genauigkeit folgt, so können wir jetzt das spezifische Gewicht des A^k genauer bestimmen.

Die Messungen des A^k von *Gambey* geben in zwei normalen Durchschnitten:

A^k

<i>Datum,</i>	<i>Durchmesser :</i>		<i>Höhen :</i>		t_c°
1837 Mai 26.	42.046	42.014	42.310	42.325	+ 14°
	42.085	42.080	42.310	42.330	
	42.124	42.110	42.323	42.321	
	42.100	42.103	42.333	42.325	
	42.005	42.050	42.350	42.330	+ 14°
42.072	42.0714	42.3252	42.3262		
<i>Indexfehler</i>	—2.612	—2.6120	—2.6120	—2.6120	
	39 460	39.4594	39.7132	39.7142	
<i>Mittlere Durchm.</i> = 39.4597			<i>Höhe</i> = 39.7137 + 14°.0		

also die mittlere Höhe um circa 0.05 ^{mm} kleiner als meine Messungen, während die Durchmesser ganz gut stimmen. Diess ist wohl offenbar ein Ablesungsfehler, da die 5 und 10er Striche der Nonien sehr leicht mit einander zu verwechseln sind, und weil gerade dieser Fehler auch in *Schumachers* Beobachtungen vorkam, und als ein solcher erkannt wurde. Wer den Ablesungsfehler gemacht hat, das können nur die Originalbeobachtungen des Professor *Olufsen* entscheiden. Diese sind, vom Indexfehler schon befreit, folgende:

Olufsen, 1835. A^k

<i>Durchmesser :</i>				<i>Höhen :</i>			
t_n^c	April 15.	t_n^c	April 17.	t_n^c	April 15.	t_n^c	April 17.
$+ 17.2^0$	39.425 } 39.420 } 39.500 } 39.525 } 39.405 } 39.410 }	$+ 13^0$	39.415 } 39.415 } 39.495 } 39.505 } 39.415 } 39.405 }	$+ 17.2^0$	39.775 39.780 39.770 39.780	$t = 13^0$	39.760 39.765 39.765 39.730
<i>Mittl. Durchmesser</i> 39.4445				<i>Höhe</i> 39.7656 . . . $+ 15.1^0$			

Die Höhe stimmt sehr gut mit der von mir beobachteten. Die von *Gambey* muss daher um 0.05^{mm} corrigirt werden, wodurch alle drei Beobachtungsreihen sehr gut harmoniren. — Der kleinere mittlere Durchmesser von *Olufsen* findet darin seine Erklärung, dass *Olufsen* nur an drei Stellen, oben, in der Mitte und unten die Durchmesser gemessen hat, also einen kleineren Mittelwerth erhalten muss, da der Körper des Kilogrammes fassförmig ist. Denn nimmt man bei den Messungen von *Gambey* und mir ebenfalls die Mittel aus der obersten, mittleren und untersten Messung, so wird der Durchmesser

nach <i>Gambeys</i> Beobachtung	39.4451	$+ 14^0$
nach meiner Beobachtung	39.4476	$+ 14^0$
nach <i>Olufsens</i> Beobachtung	39.4445	$+ 15,^01$

oder der mittlere Durchmesser wird durch Beobachtung der Zwischenpunkte

bei <i>Gambey</i> grösser um	0.0146
bei mir grösser	0.0158
Im Mittel grösser um	<u>0.0152</u>

um was *Olufsen's* Durchmesser vergrößert werden muss, damit er direct vergleichbar wird mit den Bestimmungen von *Gambey* und mir. Thut man diess, so geben die Messungen Folgendes:

A^k

	Durchmess.	Höhe.	t_n^c
<i>Olufsen</i> . .	39.4597	39.7656	+ 15.1
<i>Gambey</i> . .	39.4597	39.7637	+ 14.0
<i>Steinheil</i> . .	39.4634	39.7643	+ 14.0

Reduziren wir diese Messungen auf die Temperatur 0°, bei welcher der Mètre gilt, mit dem Ausdehnungs-Coëffizienten für Messing von 0.00001878 für 1°C, weil der Messapparat von Messing ist, und nennen diese Correction = *M*; ebenso auf die Länge, welche das Platinakilogramm bei 0° Wärme gehabt haben würde, mit dem Ausdehnungs-Coëffizienten für Platina = 0.000008565 für 1°C. und nennen diese Correction *P*, so werden obige Messungen:

	Beobach. Durchmess.	t_n^c	<i>M</i>	<i>P</i>	Auf 0° red. Durchm. in Millim.	Abw. v. Mittel.
<i>Olufsen</i>	39.4597	15.1	+0.0112	—0.0051	=39.4658	+0.0010
<i>Gambey</i>	39.4597	14.0	+0.0104	—0.0047	=39.4654	+0.0014
<i>Steinheil</i>	39.4634	14.0	+0.0104	—0.0047	=39.4691	—0.0023
<i>Der reducirte mittlere Durchmesser</i>					= 39.4668	± 0.0010
<i>Olufsen</i>	39.7656	15.1	+0.0113	—0.0051	=39.7718	—0.0014
<i>Gambey</i>	39.7637	14.0	+0.0105	—0.0048	=39.7694	+0.0010
<i>Steinheil</i>	39.7642	14.0	+0.0105	—0.0048	=39.7699	+0.0005
<i>Die reducirte mittlere Höhe</i>					= 39.7704	± 0.0007

Der Kubikinhalt dieses Cylinders ist daher . = 48653 Kub. Mill.

Die Facette des A^k beträgt aber = —3 „ „

Kubikinhalt des A^k bei 0° Temp. . . . = 48650 = v

Kubikinhalt des S^k bei 0° nach *Schumachers* Best. = 47147 = v'

Spez. Gewicht des S^k nach *Schumachers* Best. 21.2047 = δ'

womit sich das spezifische Gewicht des Archivkilogrammes ergibt:

$$\delta = 20.548; \log \delta = 1.31277$$

$$\pm 0.002$$

Diese Genauigkeit ist, wie wir gezeigt haben, ausreichend, um keine Unsicherheit von $\frac{1}{100}$ Milligramm in der Vergleichung des Bergkrystallkilogrammes zu erzeugen.

Beschreibung des Bergkrystall-Kilogrammes = B^k .

Das Bergkrystallkilogramm, welches ich nun der K. Regierung von Neapel käuflich überlassen habe, ist im Januar 1837 in der berühmten mechanischen Werkstätte von *Repsold* in Hamburg ausgeführt worden. Der Krystall, aus dem es herausgeschnitten ist, stammt aus Brasilien, und wog wohl 5 Kilogrammen. Die reinste Stelle ward zur Herstellung des Körpers gewählt. Im Mai des Jahres 1837 ist dieses Kilogramm durch mich zu Paris auf den Archiven abgewogen worden gegen das gesetzlich giltige Kilogramm von Platina, was auf den Archiven aufbewahrt wird, und aus diesen Abwägungen konnte, wie die gegenwärtige Arbeit nachweist, sein

Gewicht im luftleeren Raume so genau ermittelt werden, dass die Unsicherheit darin kleiner ist, als die unvermeidliche Veränderlichkeit, welcher das Platinakilogramm der Archive mit der Zeit ausgesetzt ist. Wir haben in der Einleitung die Ursachen dieser Veränderlichkeit angegeben.

Um nun dieses Bergkrystallkilogramm für alle Zeiten vor unerkannter Veränderung zu wahren, werde ich es genau beschreiben, damit der Zustand bezeichnet ist, in welchem es das von mir ermittelte Gewicht besitzt und in welchem es meine Hände verliessen.

Es ist ein Cylinder von 92.6 Millimètres Höhe und 73.7 Millm. Durchmesser. Die Kanten des Cylinders sind gebrochen durch eine Kugelfläche, deren Centrum mit dem Centrum des Cylinders zusammenfällt. Die sphärischen Facetten sind jede 15.0 Millm. breit. Die Kanten, wo Sphäre und Cylinder sich schneiden, sind abermals abgerundet mit einem Krümmungshalbmesser von etwa 0.1 Millm. nicht ganz 0.1 Millimètre breit. Alle Flächen des Körpers sind hoch polirt, so dass man wie durch Glas hindurch sieht und die im Innern befindlichen kleinen Wölkchen und Schillerflächen genau erkennen kann. Die grösste Schillerfläche im Innern befindet sich nahe unter der einen Planfläche, und geht von der Mitte gegen den Rand zu, ist 10 Millim. lang, und geht fast in der Ebene der Axe etwa 3 Millim. tief. Sie bildet ohngefähr ein Dreyeck, was mit dem stumpfen Winkel nach der Oberfläche zu steht. Auf der Oberfläche selbst ist durchaus nichts von dieser Schillerfläche wahrzunehmen. Wird das Kilogramm so gestellt, dass diese Schillerfläche oben liegt, und dem Beobachter zugekehrt ist, so wird man etwas links am obern Rand des Cylinders eine feine Wolke, etwa 12^{mm} lang, 1^{mm} breit, gewahr. Sie zieht links abwärts. In ihrer Verlängerung 27^{mm} davon, ist eine dritte sehr schmale Schillerfläche. Zwischen beiden etwas tiefer auf $\frac{2}{3}$ der Cylinderhöhe ist ein

haarfeines 4^{mm} langes Sprüngchen, was sich auch auf der Cylinderfläche an zwei Politurpunkten erkennen lässt. Unter diesen in $\frac{1}{3}$ der Cylinderhöhe ist eine doppelte Wolke 15^{mm} lang. Von ihrer Mitte rechts nach unten führt ein Politurkritz nach einem Fehler in der Oberfläche des Cylinders. Dieser Fehler ist etwa 0.4^{mm} tief und hat die Gestalt:



a , b und c sind auf der Cylinderfläche äusserlich fühlbar. Die Wolke d zieht im Innern fort, und kommt nur auf der Grundfläche in 3 Punkten zum Vorschein, die jedoch nicht 0.05^{mm} Durchmesser haben. An den 4 Facetten ist nirgends ein ausgesprungener Punkt. Nur in der Wolke d ist auf der Cylinderfacette durch Tasten mit dem Nagel des Fingers eine kleine Vertiefung von etwa 0.01^{mm} zu entdecken. Alle diese von der Natur eines so grossen Bergkrystalls unzertrennlichen kleinen Mängel haben schon *vor den Vergleichen* bestanden und sind folglich *ohne Einfluss auf das Gewicht*.

***Bestimmung des spezifischen Gewichtes Δ und der
Längenausdehnung x des B^k .***

Bessel zeigt in Nro. 163 der astronomischen Nachrichten, dass man das spezifische Gewicht eines Körpers erhalte, wenn derselbe, in Luft und in destillirtem Wasser abgewogen ist, indem man die Masse des Körpers aus den beiden durch die Beobachtungen gegebenen Gleichungen eliminirt. Diese Bestimmung setzt jedoch voraus dass man die Längenausdehnung des Körpers bereits kenne, weil es nicht ausführbar ist, ihn genau bei 0° Temperatur und in Wasser der grössten Dichtigkeit zugleich auszuwägen. Die Längenausdehnung des Bergkrystalls ist jedoch meines Wissens noch nie bestimmt worden, noch weniger in solcher Art, dass daraus auf die Volumveränderung mit Sicherheit geschlossen, werden könnte, indem bei allen Krystallen die Contraction verschieden ist nach den verschiedenen Axen der Blätterdurchgänge. Hier aber bedürfen wir nur die Volumveränderung, als Funktion der Temperatur, ohne die Richtungen kennen zu wollen, in welchen die Ausdehnungen statt finden. Wir verlangen wie bei einem Körper, der sich in allen Richtungen gleich ausdehnt, etwa für 1° um x , dieses x selbst aus $(1 + tx)^3$. Es ist also klar, dass dieses mittlere x nicht wohl durch Längenmessungen erhalten werden kann, sondern auf andere Weise bestimmt werden muss. Dazu scheinen sich nun vorzüglich *Abwägungen* zu eignen; denn das spezifische Gewicht ist für jeden Körper eine constante Grösse. Man muss also denselben Werth dafür erhalten, welches auch die Temperatur des Wassers sei, bei welcher der Körper abgewogen wurde.

Diese Bedingung zeigt uns also, dass man die Längenausdehnung eines Körpers erhalten könne durch die Combination von drei Abwägungen, eine in Luft, die anderen in Wasser von verschiedener Temperatur. Diess ist auch, mathematisch betrachtet, ganz klar: Denn zwei Abwägungen, eine in Luft, eine in Wasser reichen hin, die Masse zu eliminiren und die Dichtigkeit zu bestimmen. Drei wesentlich verschiedene werden daher auch ausreichen, Masse und Dichtigkeit zu eliminiren und ein drittes Element die Längenausdehnung zu bestimmen. Wir müssen also darauf ausgehen, den Bergkrystall abzuwägen in Luft und zweimal in Wasser von möglichst verschiedener Temperatur. Aus den drei Abwägungen erhalten wir dann seine Längenausdehnung, seine Dichtigkeit und seine Masse in Einheiten der Gewichte, mit welchen abgewogen wird.

Indessen sind alle Beobachtungen mit unvermeidlichen Fehlern behaftet, und so würden auch diese Werthe, welche aus drei Abwägungen folgten, nur als erste Näherungswerthe zu betrachten seyn. Nur eine Vervielfältigung der Beobachtungen kann die Grenzen der Unsicherheit weiter hinausrücken und ihrer Grösse nach kennen lehren. Wir müssen daher, um die beiden Elemente: Dichtigkeit und Längenausdehnung für Bergkrystall scharf zu bestimmen, viele Beobachtungen in Luft und Wasser, letzteres von möglichst verschiedener Temperatur anstellen. Diese Beobachtungen können wir dann erst in drei Gruppen abtheilen und daraus genäherte Werthe für Δ und α berechnen, mit diesen aber diejenigen Verbesserungen suchen, welche allen Beobachtungen möglichst nahe entsprechen und uns zugleich die Grenze kennen lehren, bis zu welcher der zufällige Beobachtungsfehler vermindert ist.

Zu den Abwägungen bediente ich mich einer Wage, die statt auf Schneiden zu gehen, an Stahldrähten aufgehängt ist. An dem Wagebalken ist ein Planspiegel befestigt, in welchen man mit dem Fern-

rohr sieht. Der Spiegel zeigt das Bild einer vertikalen Scala, die neben dem Fernrohre feste Aufstellung hat. Ändert sich nun die Neigung des Wagebalkens und damit des Spiegels, so zeigt das Fernrohr auf andere Theile der Scala, wodurch man im Stand ist sehr kleine Änderungen der Neigung des Balkens noch zu messen. Der Wagebalken ist nach seiner ganzen Länge in 200 gleiche Theile getheilt. Längs dieser Theilung aber kann bei verschlossenem Kasten durch einen Schubriegel ein Laufgewicht von 1 Gramme verstellt werden. Dieses dient sonach statt der kleinen Gewichte, um ohne Öffnen des Kastens auszuwägen zu können. Die Wageschaalen sind ebenfalls an Stahldrähten aufgehängt und tragen nach unten eine Platte, an welcher sie durch einen Hebel arretirt oder festgehalten werden, wenn man die Gegenstände auf den Schalen umtauschen will. Zu den Abwägungen in Wasser kann eine Brücke über die Schale rechts gestellt werden, die dem Gefäss mit Wasser als Boden dient, ohne die Schwingungen der Wage zu hemmen. Diese Brücke wird durch eine Schraube auf- und niederbewegt, um das Einsenken des abzuwägenden Körpers zu erleichtern.

Es hat diese Wage in neuester Zeit dadurch eine sehr wesentliche Verbesserung erhalten, dass statt Stahldrähten, welche leicht constante Verbiegungen annehmen, und dann andere Werthe geben, feine dünne Seidenbänder eingezogen wurden. Sie ist bei diesen Banden so empfindlich, dass man bei 2 Kilogramm Belastung noch leicht 0.2 eines Milligramms, also den 10 Millionten Theil erkennen kann.

Als Gewicht benütze ich ein Messingkilogramm mit Unterabtheilungen bis zur Gramme. Von da an gibt das Laufgewicht die kleineren Theile, die Unterabtheilungen des Kilogrammes sind gegen einander abgewogen und es ist:

5 Decagramm	A	=	500035.90
2 Decagr.	= a	=	200012.95
1 Decagr.	= b	=	100019.00
1 Dgr. gez. †	= c	=	100005.75
5 Hectagr.	= d	=	50002.50
2 H.	= e	=	20004.00
1 H.	= f	=	9999.75
1 H. gez. I	= g	=	9999.75
5 Grammen	= h	=	4998.75
2 Grammen	= i	=	1999.75
1 G.	= k	=	1000.00
1 G. gez. I	= l	=	1000.00
1 G. gez. II	= m	=	1000.00

$$M^k = A..m = 1000078.10$$

Abwägungen in Luft zwischen diesem Kilogrammeinsatze von
Messing = M^k und dem Bergkrystallkilogramm ergeben jedoch:

<i>auf 0° red. Barom.</i>	<i>Norm. t°</i>	<i>m'</i>	<i>Anz. d. Abw.</i>
319 0	+ 18.4	^{mg} = 288.8	(4)
315.4	18.57	289.3	(7)
314.8	18.8	286.3	(10)
313.7	18.5	285.9	(10)
<i>Mittel:</i> 315.7	18.57	287.6	(31)

Das spezifische Gewicht dieses M^k fand sich aber $= 8.1500$;
womit sich ergibt: für den luftleeren Raum

$M^k = 1000012.1$ Milligr.; damit wird:

$A =$	^{mgr.} 500002.85	$=$	^{mgr.} 500000	^{mgr.} $+ 2.85$
$a =$	199999.73		200000	$- 0.27$
$b =$	100012.49		100000	$+ 12.49$
$c =$	99999.14		100000	$- 0.86$
$d =$	49999.20		50000	$- 0.80$
$e =$	20002.68		20000	$+ 2.68$
$f =$	9999.09		10000	$- 0.91$
$g =$	9999.09		10000	$- 0.91$
$h =$	4998.42		5000	$- 1.58$
$i =$	1999.62		2000	$- 0.38$
$k =$	999.93		1000	$- 0.07$
$l =$	999.93		1000	$- 0.07$
$m =$	999.93		1000	$- 0.07$

$A . . . m = 1000012.10$ Milligrammen.

Die Abwägungen in Wasser wurden in folgender Weise angeordnet:

Auf die Wagschaale links kömmt eine constante Tara von Messing, welche Gleichgewicht hält gegen das B^k , was an der Schaale rechts an einem Kupferdraht in der Luft aufgehängt ist. Dabei erhält das Laufgewicht immer diejenige Stellung, wodurch das Fernrohr im Spiegel auf den Theilstrich 830 der Scala einsteht, der Wagebalken folglich genau wieder dieselbe Neigung hat.

Hierauf wird die Brücke über die Schaale rechts gelegt, auf welche ein gläsernes Gefäss mit destillirtem Wasser zu stehen kömmt; das destillirte Wasser ist in Bezug auf chemische Reinheit

dadurch stets geprüft worden, dass ein grosser Tropfen auf einer hochpolirten Silberplatte abgedampft wurde. Hinterliess das Wasser keine Spur auf dem Silberspiegel, so wurde es als ausreichend rein erkannt. Bemerkt muss werden, dass das Wasser nie gleich nach der Destillation benutzt wurde, sondern erst, nachdem es durch Berührung mit der Luft soviel von dieser aufgenommen hatte, als es aufnimmt. Ohne diese Rücksicht ist die Dichtigkeit des Wassers (doch nur in sehr geringem Grade) variabel.

Ist nun die Brücke aufgeschraubt, bis das B^k frei im Wasser schwebt, so werden alle Luftblasen, die sich am Draht und am Körper zeigen, mit einer reinen Rabenfeder entfernt. Da es aber durch das Einsenken in Wasser bedeutend an Gewicht verloren hat, circa 0.377 Kilogramm, so werden die Theile des M^k : $a, c, d, h, k = 377000 - 0.9$ Milligramm unter der Brücke auf die Schaafe rechts gelegt, und das am Gleichgewicht noch fehlende durch Verstellen des Laufgewichtes bewirkt.

In dem Wasser ist ein nach zehntel Graden Centigr. getheiltes Thermometer, dessen Angaben mit dem Normalthermometer übereinstimmen, eingesenkt. Im Wagekasten steht in gleicher Höhe mit dem B^k das Normalthermometer. Das Barometer hängt neben der Wage an derselben Säule, an welcher (mitten durch den Beobachtungs-Saal gehend) auch die Wage befestigt ist. Das Fernrohr ist das eines 10 zölligen Theodoliten von Ertel, welcher 10 Fuss von dem Spiegel der Wage auf einem Stativtische steht, an welchem auch die Scala senkrecht befestigt ist. Der Beobachtungs-Saal hat 40 Fuss Länge und Breite, 16 Fuss Höhe, bei welchen grossen Dimensionen weniger rasche Temperaturwechsel vorkommen. Der Saal ist übrigens durch einen Ofen geheizt.

Der Kupferdraht, an welchem das Kilogramm aufgehängt ist, umgibt den Cylinder desselben in der Mitte, ist dann geschlungen

und darauf 6 Millimètres lang zusammengedreht. Er wurde vorher ausgeglüht und dann dessen Oberfläche wieder gereinigt. 479.1^{mm} Länge wiegen 501 Milligrammen. Wenn der Wasserspiegel 2^{mm} über dem Ende der Zusammenwindung des Drahtes steht, so sind 249.3^{mm} davon im Gewichte von 260.7 Milligrammen unter Wasser, welchen bei dem spezifischen Gewichte des Drahtes von 8.4 ein Gewichtsverlust von 30.9 Milligrammen entspricht.

Taucht der Draht 1^{mm} tiefer unter den Wasserspiegel, so wächst dieser Gewichtsverlust um 0.124 Milligr. Der Gewichtsverlust des Drahtes muss abgezogen werden von dem Gewichtsverlust des aufgehängten Kilogrammes, wie ihn die Waage gibt, um den Gewichtsverlust des B^k im Wasser der bezeichneten Temperatur zu erhalten.

Die Theilungen des Wage-Balkens sind von der Mitte aus gezählt. Die des Armes rechts nenne ich +. Da das Laufgewicht 1000 Milligr. wiegt, so geht die Theilung (100 Theile = Länge des Armes) unmittelbar von 10 zu 10 Milligr. Das Laufgewicht hat auf seiner Basis 3 Spitzen, die ihm als Füße dienen, um stets sicher aufzustehen. Die einzelnen Zehntel oder Milligr. werden geschätzt. Der Wagekasten ist während der Abwägungen ganz verschlossen. Gegen das Fernrohr des Theodoliten hin bildet ein vollkommenes Planglas den Verschluss.

In dieser Art sind die nachfolgenden Abwägungen des B^k in Wasser angestellt worden.

N. B. Das destillirte Wasser wurde durch Zugießen von erwärmtem auf die Zimmertemperatur gebracht.

Abwägungen des Bergkrystallkilogrammes in destillirtem Wasser, angestellt am 6., 7. und 8. Nov. 1843.

Datum.	Temperat.		Barom.	Lauf- gewicht	Scala	Gew.-Verl. d. Draht. mgr	Gew.-Verl. v. Draht + B ^k = 377000	m—m' Gew.-Verlust des B ^k	t _c ⁿ	b _o ⁿ
	Luft	Wass.								
1843 Nov. 6	18°.6	—	320.6	+635.0	830	—				
	18°.6	16.5		358	830	31.0	—277			
		16.8		349	830	31.0	—286			
		16.95		329	830	31.0	—306	376668.2	16.98	320.0
	18.5	17.2		325	830	31.0	—310	(1)		
		17.2		323	830	31.0	—312			
		17.3		+321	830	31.0	—314			
	*Vielleicht waren Luftblasen am B ^k									
Nov. 7.	23.1	23.0	320.0	— 70.5	830	32.3	—656			
	24.0	23.1		— 76.0	830	32.3	—661.5	376309.0	23.05	319.4
	24.2	—		+585.5	830	—		(2)		
	24.4	24.4		—173.5	830	31.3	—759.0			
		24.3		—172.0	830	31.3	—757.5			
	24.2	24.2		—167.0	830	31.3	—752.5	376212.7	24.30	319.2
	23.9	—	319.7	+586.0	830	—		(3)		
	23.8	24.1		—142.0	830	31.5	—728.0			
		24.0		—137	830	31.5	—723			
		23.8		—133	830	31.5	—719			
		23.75		—125	830	31.5	—711	376259.8	23.75	319.0
		23.7		—120	830	31.5	—706	(4)		
12 ^h .2	23.2	23.2		— 79	830	31.5	—665			
2 ^h .6	24.6	—	319.2	+505	830					
	Es brach der Draht beim Entfernen der Luftblasen.									
	24.4	—		+384	830					
		24.60		—471	830	31.3	—755			
	24.2	—		+294	830	31.3	—765			
	24.2	—		+297	830	31.3	—768			
	24.2	—		+299	830	31.3	—770	376216.4	24.33	318.6
	24.1	24.20		—439	830	31.3	—738	(5)		

Datum.	Temperat.		Barom.	Lauf- gewicht	Scala	Gew.-Verl. d. Draht. mg	Gew.-Verl. v. Draht + B ^k = 377000	m — m' Gew.-Verlust des B ^k	t _c ⁿ	b _o ⁿ
	Luft	Wass.								
1843										
	24.0	24.20		—436	830	31.3	—735			
	24.0	—		+301	830	31.3	—738			
Nov. 8	16.1	—		+307	830	—				
	16.3	15.8	315.3	+ 62	830	31.0	—245			
	16.4	15.9		+ 55	830	31.0	—252	376716.0	15.91	315.5
	16.7	16.04		+ 48.5	830	31.0	—259	(6)		
	16.9	—		+305	830	31.0	—256			
Anderes Wasser	17.2	16.85		+ 5	830	31.7	—300			
	17.3	16.88		+ 8	830	31.7	—297			
		16.88		+ 7	830	31.7	—298	376669.8	16.87	315.8
	17.3	—		+306	830	31.7	—299	(7)		
	17.5	17.20		— 7	830	31.9	—313			
	17.5	17.16	314.9	— 6	830	31.9	—312			
	17.5	17.16		— 4	830	31.9	—310	376657.1	17.15	315.0
	17.4	17.09		— 3	830	31.9	—309	(8)		
	17.4	17.07		— 1.5	830	31.9	—307.5			
	17.45	17.05		— 2.0	830	31.9	—308			
	17.2	16.81	314.6	+ 11	830	31.9	—295	376657.1	16.98	314.3
	17.2	—		+305	830	31.9	—294	(9)		

Die Abwägungen geben:

in der Luft $m = 999715.5$; $b_o^n = 320.0$; $t_c^n = 18.40$;

in wärmerem Wasser $m' = 623479.8$; $= 319.5$; $= 23.99$;

in kälterem Wasser $m'' = 623038.3$; $= 316.5$; $= 16.82$;

Aus diesen drei Abwägungen wollen wir nun erst genäherte Werthe von Δ und x ableiten.

Nach der von Geheimerath *Bessel* in Nro. 163 der astronomischen Nachrichten, gegebenen Vorschrift zur Ableitung des spezifischen Gewichtes eines Körpers wird:

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} \Delta = \frac{Q p (1 + 3 t x) - q \cdot p' (1 + 3 t x)}{p - p'} \text{ für die Combination} \\ \text{der ersten und zweiten Wägung, oder:} \\ \Delta = \frac{Q' p (1 + 3 t' x) - q \cdot p'' (1 + 3 t x)}{p - p''} \text{ für die erste und} \\ \text{dritte Wägung,} \end{array} \right.$$

in welchen Ausdrücken gesetzt ist:

$$p = m (1 - \alpha b)$$

$$p' = m' (1 - \alpha' b')$$

$$p'' = m'' (1 - \alpha'' b'')$$

und $(1 + 3 t x)$ statt $(1 + t x)^3$, da x klein.

Eliminirt man aus den Gleichungen (I) die Dichtigkeit Δ , so findet sich die Längenausdehnung

$$(II) \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{3} \frac{Q(p - p'') - Q'(p - p') - q(p' - p'')}{Q(p - p'')t - Q'(p - p')t' - q(p' - p'')t} \end{array} \right.$$

Setzen wir daher wie auf der letzten Seite steht

$$m = 999715.5; t = 18.40; b = 320.0$$

$$m' = 623479.8; t' = 23.99; b' = 319.5$$

$$m'' = 623038.3; t'' = 16.82; b'' = 316.5$$

so ergibt sich mit *Bessels* Tafel für Q , β und α , wenn bei letzterem die Correction wegen $\delta = 8.1500$ angebracht wird

$$\text{aus (II)} \quad . \quad . \quad . \quad x = 0.00001055 \text{ für } 1^\circ\text{C}$$

$$\text{und aus (I)} \quad . \quad . \quad . \quad \Delta = 2.650895$$

Suchen wir nun diejenigen Verbesserungen von x und Δ , welche diesen Werthen beigefügt, die Summe der Quadrate der Fehler in den Wasserabwägungen zu einem Minimum machen.

Hiebei ist das erste Geschäft, dass wir aus den genäherten Werthen von Δ und x unsere Beobachtungen berechnen.

Dazu hat man

$$m - m' = \frac{M Q (1 + 3 t x)}{\Delta} - \frac{q (1 + 3 t x)}{\Delta} + m q - m' q'$$

oder wenn man für q seinen Werth αb , für q' , $\alpha' b'$ etc. setzt, und beachtet, dass sowohl der Barometerstand b als die Temperatur t gleich war, für jede einzelne Bestimmung von $m - m'$

$$\left. \begin{aligned} m - m' &= \frac{M(1+3tx)}{\Delta} (Q - b\beta) + \alpha b (m - m') \text{ und ebenso} \\ m - m'' &= \frac{M(1+3tx)}{\Delta} (Q' - b'\beta') + \alpha' b' (m - m'') \end{aligned} \right\} \text{(III)}$$

u. s. f.

und wenn wir die Differenzialquotienten in Bezug auf x und auf Δ ableiten:

$$\left. \begin{aligned} d(m - m') &= dx \frac{3tM(Q - b\beta)}{\Delta(1 - \alpha b)} - d\Delta \left(\frac{m - m'}{\Delta} \right) \\ d(m - m'') &= dx \frac{3tM(Q' - b'\beta')}{\Delta(1 - \alpha' b')} - d\Delta \left(\frac{m - m''}{\Delta} \right) \end{aligned} \right\} \text{(IV)}$$

u. s. f.

Rechnen wir nun zur Bildung der Bedingungsgleichungen nach (III) mit den genäherten Werthen von x und Δ die Werthe $0_1, 0_2, 0_3, \dots$ von $(m - m')$ oder unsere Beobachtungen $o_1, o_2, o_3, \dots$; nach (IV) aber die Coëffizienten von dx , welche wir $a_1, a_2, a_3, \dots$, und von $d\Delta$, welche wir $b_1, b_2, b_3, \dots$ nennen wollen, so ergibt sich folgende Zusammenstellung:

Beobachtung.	Rechnung nach (III)	$O_n - o_n$	log. a.	log. b
$o_1 = 376668.2$	$O_1 = 376666.5$	$n_1 = - 1.7$	7.28322	5.15257n
$o_2 = 376309.0$	$O_2 = 376309.8$	$n_2 = + 0.8$	7.41545	5.15215n
$o_3 = 376212.7$	$O_3 = 376216.8$	$n_3 = + 4.1$	7.43827	5.15204n
$o_4 = 376259.8$	$O_4 = 376258.7$	$n_4 = - 1.1$	7.42837	5.15210n
$o_5 = 376216.4$	$O_5 = 376218.0$	$n_5 = + 1.6$	7.43879	5.15205n
$o_6 = 376716.0$	$O_6 = 376718.3$	$n_6 = + 2.3$	7.25499	5.15263n
$o_7 = 376669.8$	$O_7 = 376675.8$	$n_7 = + 6.0$	7.28092	5.15257n
$o_8 = 376657.1$	$O_8 = 376664.4$	$n_8 = + 7.3$	7.28753	5.15256n
$o_9 = 376657.1$	$O_9 = 376663.4$	$n_9 = + 6.3$	7.28323	5.15256n

werden hiemit die Bedingungsgleichungen gebildet nach dem Schema

$$0 = n_1 + a_1 dx + b_1 d\Delta$$

$$0 = n_2 + a_2 dx + b_2 d\Delta$$

$$0 = n_3 + a_3 dx + b_3 d\Delta$$

u. s. f.

und daraus die Normalgleichungen nach dem Schema:

$$0 = (an) + (aa) dx + (ab) d\Delta$$

$$0 = (bn) + (ab) dx + (bb) d\Delta$$

so werden die Logarithmen der Summenglieder

	dx	$d\Delta$
8.72715	15.67250	13.45897n
6.56070n	13.45897n	11.25895

woraus sich durch Elimination ergibt:

$$dx = + 0.000000297 \quad d\Delta = + 0.0000672$$

die genäherten Werthe waren

$$x = + 0.000010550 \quad \Delta = + 2.6508950$$

womit die verbesserten Werthe

$$x' = + 0.00001085 \quad \Delta' = + 2.6509622 \text{ werden.}$$

Werden die Werthe von dx und dA in die Bedingungsgleichungen substituirt, so ergeben sich, statt der Unterschiede $n_1, n_2, n_3 \dots$ jetzt die Fehler:

$$\begin{array}{rcl} & \text{mgr.} & \\ v_1 & = & - 5.6 \\ v_2 & = & - 1.1 \\ v_3 & = & + 2.6 \\ v_4 & = & - 3.2 \\ v_5 & = & + 0.1 \\ v_6 & = & - 2.0 \\ v_7 & = & + 2.0 \\ v_8 & = & + 3.4 \\ v_9 & = & + 2.4 \end{array}$$

und die Summe der Quadrate dieser Fehler ist 74.9, während die Summe der Quadrate der Fehler, von welchen wir ausgingen, war 157.5.

Diese Rechnung zeigt uns, dass die Beobachtung (1) die unsicherste sei, was auch die Bemerkung über Luftblasen als begründet bezeichnet. Man könnte daher, indem sie ausgeschlossen würde, ein genaueres Resultat ableiten, doch wird sich ergeben, dass wir es für unsern Zweck nicht nöthig haben.

Aus $\sum v^2$ ergibt sich der mittlere Fehler $m = 3.27$; um aber zu finden, welchen Einfluss er auf die Bestimmung von x und A übt, haben wir aus den Bedingungsgleichungen die Gewichtsgleichungen abzuleiten, aus welchen sich ergibt:

$$\log. Q_1 = 5.84119 - 20 \quad \log. Q_2 = 8.04127 - 20$$

womit man findet für x , $\varepsilon_1 = m \sqrt{Q_1} = \pm 0.00000027$

$$\text{und für } A \quad \varepsilon_2 = m \sqrt{Q_2} = \pm 0.00000343$$

Wir haben daher das **Endresultat**:

$$\begin{array}{rcl} x & = & 0.0000108 \\ & \pm & 0.00000027 \\ \Delta & = & 2.650962 \\ & \pm & 0.00000034 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} x & = & 0.0000108 \\ & \pm & 0.00000027 \\ \Delta & = & 2.650962 \\ & \pm & 0.00000034 \end{array}} \right\} \text{(V)}$$

Reduktion der Barometer-Beobachtungen.

Ich nenne b^N die unmittelbare Angabe des Normalbarometers der Sternwarte zu Paris, $b^{N'}$ diese Angabe reduzirt, **Erstens**: Auf die Länge der Quecksilbersäule bei 0° Temperatur; **zweitens** auf wirkliche Millimètres, d. i. auf Angaben, wie sie der Länge der Messing-scala bei 0° Temperatur entsprechen. Soll die reducirte Barometerhöhe in Pariser Linien ausgedrückt werden, so sind die Scalaangaben für $+ 13^\circ R$ gültig.

Alle Barometerbeobachtungen bei den Abwägungen der Kilogramme werde ich zurückführen auf reduzirte Höhen des Normalbarometers der Pariser Sternwarte, da auch die Constanten, welche die Reduction der Wägungen fordert, auf diesem Barometer beruhen.

Zu den Barometerbeobachtungen war ein sehr vollkommenes Barometer von *Schieck* in Berlin bestimmt, welches Conferenzzrath *Schumacher* gehört; dieses hatte jedoch auf der Reise gelitten und musste erst reparirt werden, was *Pixii* zu Paris übernahm. Bis die Herstellung des *Schieck'schen* Barometers, dessen unmittelbare Angaben ich b^s nennen werde, bewirkt war, hatte ich von *Pixii* ein Baro-

meter entlehnt. Dessen unmittelbare Angaben nenne ich b^r . b^s ist ein Gefässbarometer mit Messingscala, welche in Pariser Linien getheilt ist; b^r ein Heberbarometer mit Messingscala in Millimètres getheilt. b^s steht vermittle eines Dreifusses unmittelbar auf dem Fussboden, wobei sich die Quecksilbersäule durch die Schwere genau vertikal stellt. Zur Ablesung dienen zwei Mikroskope, wodurch die Parallaxe vermieden wird. Vom Quecksilberspiegel bei b^s bis zur Mitte des auf der Wage befindlichen Kilogrammes sind 26 Pariser-Zoll. In eben dieser Höhe war auch b^r aufgestellt.

Der Luftdruck, welchen die Barometer geben, ist also zu vermindern um 0'''.028 Pariser Linien, da bei 336''' Barometerstand 0'''.1 Aenderung der Barometerhöhe einem Höhenunterschied von 1.22 Toisen entspricht.

b^s ist auf der Sternwarte zu Paris verglichen worden mit b^N . Diese Vergleichen sind folgende:

	b^N	t_c^N	b^s	t_c^s	Beobachter.
	m m				
1837 Mai 15.	758.22	+ 11.1	335.97	+ 11.3	Adjunkt der Sternwarte.
	761.34	10.1	337.30	10.0	
16.	761.80	12.0	337.60	11.7	
17.	766.40	+ 12.8	339.62	+ 12.0	Steinheil.
	766.10	+ 13.75	339.435	+ 12.9	
	766.06	+ 13.80	339.433	13.07	
	766.05	+ 13.90	339.445	+ 13.20	
Mittel der I. Reihe	761.94	11.50	337.623	11.25	
„ „ II. „	766.07	13.82	339.438	13.05	

Da beide Barometer Messing-Scalen haben, können wir diese Beobachtungen durch Schumacher's Reductionstafeln für den metri-

schen Barometer, Jahrbuch 1338 p. 140, für den nach altfranzösi-
schen Maassen, Jahrb. 1836 p. 213 auf 0° reduzieren, was gibt:

760.529	336.756	} oder die Mètretheile in Linien verwandelt.
764.368	338.444	
337.140	336.756	
338.841	338.444	

was gibt: $b^{1N} - b^{1s} = + 0.384$
 0.397 } Mittel $b^{1N} - b^{1s} = + 0.390$

$$b^{1N} = b^{1s} + 0.390;$$

wozu noch kommt

$$+ 0.013$$

weil b^s um 140''' tiefer stand beim Vergleichen, also

$$(I) \quad b^{1N} = b^{1s} + 0'''.403$$

Ebenso ist b^p verglichen mit b^s und zwar:

	b^s	t_R^s	b^p	t_R^p
1837 Mai 11.	337.050	+ 11.3	763.40	+ 11.0
8.11 +	337.015	+ 11.3	763.40	10.9
0.01	537.103	+ 11.1	763.44	10.9
7.11	08.788	0.51	08.187	18
0.51 +	337.050	11.24	763.40	11.2
	337.015	+ 11.24	763.40	11.1
11.25	337.103	+ 11.04	763.44	11.1
im Mittel	337.056	+ 11.17	763.413	11.13

oder beide auf 0° reduziert:

$$= 13.89 \text{ c.}$$

$$\frac{-0.860}{336.196}$$

$$\frac{-1.707}{761.706}$$

$$336.196$$

$$761.706 = 337.661$$

$$b^{1s} - b^{1p} = -1.465 \quad (\text{II})$$

$$b^{1N} = b^{1p} - 1.062 \quad (\text{III})$$

Die Reduction für die einzelnen Beobachtungstage steht nun so:

$$\begin{array}{rcl} 1837 \text{ Mai } 8. & 1.2 & b^N = 753.75 + 13^{\circ}.5C \text{ auf der Sternwarte} \\ & & - 1.637 \quad \text{Reduction auf 0} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} & & \hline 752.113 = 333.408 \text{ Sternwarte} \\ & & + 0.830 \text{ Archives} \\ & & \hline \end{array}$$

$$b^N \text{ Archives} = 334.238$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Mai } 9. & & b^p = 753.1 + 14.4C \\ & & - 1.74 \quad \text{Reduction auf 0} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} b^{1p} & 751.36 & = 333.075 \\ & & - 1.062 \text{ Red.auf d.Normlb. (III)} \\ & & \hline \end{array}$$

$$b^N \quad . \quad . \quad . = 332.013$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Mai } 11. & & b^s = 337.06 + 9^{\circ}.475 R \\ & & - 0.745 \quad \text{Reduction auf 0} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} b^{1s} & = & 336.515 \\ & + & 0.403 \quad \text{Red.auf d.Normalbar. (I)} \\ & & \hline \end{array}$$

$$b^{1N} = 336.718$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Mai } 12. & & b^s = 336.960 + 8.864 R \\ & & - 0.706 \quad \text{Reduction auf 0} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} b^{1s} & = & 336.254 \\ & + & 0.403 \quad \text{Red.auf d.Normalbar. (I)} \\ & & \hline \end{array}$$

$$b^{1N} = 336.657$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Mai 13.} & b^s = 335.635 + 10.04 \text{ R} & \\
 & - 0.780 & \text{Red. auf 0} \\
 \hline
 & b^{1s} = 335.055 & \\
 & + 0.403 & \text{Red. auf d. Normalbar. (I)} \\
 \hline
 & b^{1N} = 335.458 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Mai 14.} & b^s = 334.530 + 9.98 \text{ R} & \\
 & - 0.775 & \text{Red. auf 0} \\
 \hline
 & b^{1s} = 333.755 & \\
 & + 0.403 & \text{Red. auf d. Normalbar. (I)} \\
 \hline
 & b^{1N} = 334.158 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Mai 18.} & b^s = 337.902 + 11.48 & \\
 & - 0.884 & \text{Red. auf 0} \\
 & + 0.403 & \text{Red. auf d. Normalbar. (I)} \\
 \hline
 & b^{1N} = 337.421 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Mai 20.} & b^s = 335.268 & \\
 & - 0.757 & \text{Red. auf 0} \\
 & + 0.403 & \text{Red. auf d. Normalbar. (I)} \\
 \hline
 & b^{1N} = 334.918 &
 \end{array}$$

Von sämtlichen b^{1N} ist noch abzuziehen $0''.028$ wegen Höhe der Wage über den Quecksilberspiegel.

**Werthe der bei den Abwägungen benützten Platina-
gewichte in Milligrammen.**

Die Grains-Gewichte, von denen 5760 Grains auf das Platina Troy $\mathcal{B}$ gehen, und welche Conferenzzrath *Schumacher* mit aller erdenklichen Sorgfalt abgewogen und mit seinem Platinakilogramm verglichen hat, und welche ich zur Auswägung der Luftgewichtsunterschiede zwischen dem A^k und B^k durch die Gefälligkeit des Conferenzzrathes *Schumacher* benutzen konnte, haben folgende Werthe:

Bezeichnung	Grains.	Abwägung im Jahre 1836		Abwägung im Jahre 1838	
		Werthe in Grains	in Milligramm.	Grains	in Milligr.
4 ¹	40	40.00051	2591.750	40.00001	2591.718
3 ¹	30	29.99981	1943.776	29.99971	1943.769
2 ¹	20	20.00085	1295.914	20.00073	1295.906
1 ¹	10	10.00001	647.930	9.99985	647.920
4 ²	4	4.00077	259.223	4.00139	259.262
3 ²	3	2.99992	194.374	2.99990	194.372
2 ²	2	2.00000	129.586	1.99998	129.585
1 ²	1	0.99985	64.786	0.99953	64.763
4 ³	0.4	0.39998	25.916	0.40011	25.924
3 ³	0.3	0.30023	19.453	0.30031	19.458
2 ³	0.2	0.19998	12.957	0.19984	12.948
1 ³	0.1	0.10027	6.497	0.10044	6.512
4 ⁴	0.04	0.04041	2.618	Die ⁴ konnten nicht mehr verglichen werden, da 1 ⁴ fehlte.	
3 ⁴	0.03	0.03001	1.944		
2 ⁴	0.02	0.01983	1.285		
1 ⁴	0.01	0.01068	0.692		

Die Angaben in Milligrammen beruhen auf folgenden Bestimmungen des Conferenzzrathes *Schumacher*:

Schumacher's Platinakilogramm = 15433.77179 Grains, von denen
P. 5760 hat.
= 999999.282 Milligr. des Kilogramm. der Archiv.
Kilogramm der Archive . . = 15433.78287 Grains, von denen
P. 5760 hat.
P. Platina Troy $\mathfrak{G}$. . . = 373207.2719 Milligr. des Kilogr.
der Archive.

Bei Reduction der Beobachtungen wurden die Werthe von 1836 benützt mit Ausnahme des Gewichtes 4^a, wofür die neuere Bestimmung 259.26 angewendet ist.

Wenn man annimmt, dass sich an den Gewichtskörpern zwischen den Jahren 1836 — 1838 wirklich nichts geändert habe, und dass also die Unterschiede in beiden Beobachtungsreihen zufälligen Beobachtungsfehlern zuzuschreiben seien, so wird die Unsicherheit, welche aus der Benützung der kleinen Gewichte für die Vergleichung des A^k mit dem B^k hervorgeht, circa

± 0.02 Milligrammen,

also eine Grösse von der Ordnung, wie wir sie auch bei andern auf die Bestimmung influenzirenden Elementen gefunden haben.

Vergleichung der Thermometer, welche bei den Beobachtungen dienten.

Wir haben schon bemerkt, dass das *Schumacher'sche* Thermometer, in *Réaumur'schen* Graden, calibrit ist nach *Bessel's* Methode, dass es 0° zeigt für die Temperatur des schmelzenden Schnees und 80° bei Sieden von destillirtem Wasser bei dem auf 0 reduzierten Barometerstand von 0.76 Mètres. Seine Angaben sind daher unmittelbar Normaltemperaturen und daher werden wir alle andere Thermometer stets auf dieses zurückführen.

Die Lufttemperaturen sind vom 8. Mai bis zum 14. incl. direct an diesem Normalthermometer im Kasten der Wage beobachtet. Später an einem Thermometer des Mechanikus *Ernst* zu Paris, da das Normalthermometer bei den Längencomparationen des Mètre nöthig war. Dieses *Ernst'sche* Thermometer, sowie das Thermometer des *Schieck'schen* Barometers, endlich das Thermometer an den Barometer von *Pixii* sind sämmtlich mit dem Normalthermometer verglichen.

Ich nenne

t_R^N die Angaben des *Schumacher'schen* Normaltherm. nach *Réaumur*
 $t_R^{E_2}$ „ „ „ *Ernst'schen* Thermometers nach *Réaumur's* Scala
 t_c^s „ „ „ Thermometer am *Schieck'schen* Barom. in Centigr.
 t_R^p „ „ „ „ *Pixii's* Barom. in *Réaum.* Gr.
 und habe folgende Vergleichen erhalten:

1837	t_R^N	t_R^p
Mai 9.	+ 11.6	+ 11.7
	+ 11.8	+ 11.6
	+ 12.0	+ 11.5
	+ 11.8	+ 11.5
$t_R^N - t_R^p = + 0.20$		

1837	t_R^N	t_c^s
Mai 12.	+ 8.70	+ 11.0
	8.90	11.1
	8.97	11.2
13.	9.65	12.6
	9.70	12.35
	9.90	12.5
	10.20	12.6
	10.30	12.7
14.	9.60	12.4
	9.66	12.4
	10.10	12.5
	10.10	12.6
	9.65	12.15
$t_R^N - t_R^s = - 0.07$		

	$t_R^{E_2}$	t_R^N	$t_R^{E_2}$	t_c^s		$t_R^{E_2}$	t_R^N
Mai 20.	10.6	9.6	12.9	14.3	Mai 18.	12.5	11.3
	10.8	9.7	12.2	13.85		12.5	
	10.9	9.9	12.6	14.0		12.5	11.35
	11.0	10.1	12.5	14.7		12.5	
	11.1	10.1	12.6	14.0		12.6	11.4
	10.88	9.88	10.55	11.6		12.52	11.35
			10.65	11.8			
			10.7	12.0			
			10.9	12.2			
			10.1	12.4			
			11.66	13.08			
$t_R^N - t_R^{E_2} = - 1.00$					$t_R^N - t_R^{E_2} = - 1.17$		
					$= 10.46$		
					$t_R^N - t_R^{E_2} = - 1.27$		
					$- 1.17$		
					$- 1.00$		
Mittel					$- 1.14$		

Wir haben also:

$$t_R^N - t_R^P = + 0.20$$

$$t_R^N - t_R^S = - 0.07$$

$$t_R^N - t_R^{K_2} = - 1.14$$

Vergleichungen des Bergkrystallkilogrammes mit dem Archivkilogramme.

Während durch die königl. bayer. Gesandtschaft zu Paris die nöthigen Schritte geschahen zur Erlangung der Bewilligung, das Kilogramm der Archive kopiren zu dürfen, was nur in ausserordentlichen Fällen zugestanden wird, konnte ich, durch die Gefälligkeit des Herrn *Arago* persönlich eingeführt, schon früher die Arbeit der Vergleichungen auf den Archiven selbst beginnen. Die Wahl des Saales, die ich für den geeignetsten hielt, war mir freigestellt. Ich begann die Beobachtungen im grossen Treppenhause neben der Stelle, wo *Fortins* Vergleichungswage steht, wegen der Festigkeit des Fussbodens, der sichere Aufstellung versprach. Dieses Local verliess ich jedoch nach dem 9. Mai, weil die Beobachtungen einen ziemlich raschen Temperaturwechsel nachwiesen, und stellte die Wage im nächstgelegenen grossen Saale *) in der Mitte desselben auf einem sehr massiven Tische auf, wo alle Umstände möglichst günstig schienen.

Die Wage, deren ich mich bediente, und welche, wie die Messungen zeigen, viel genauer geht, als die berühmte Wage der Ar-

*) du trésor des chartes.

chive von Fortin, gehörte Conferenzzrath *Schumacher* und ward mir von demselben gefälliger Weise zu diesem Zwecke anvertrant. Sie ist von *Repsold* in Hamburg nach dem *Robinson'schen* Prinzip der Hemmung ausgeführt. Die Schneiden, im hohen Grade eben und richtig gelegt, gehen auf Planflächen von Achat, die mittelst Wasserwage nivellirt werden. An beiden Enden des Wagebalkens sind Spitzen angebracht, deren oscillirender Gang über Scalen auf Elfenbein beobachtet werden kann. Am 8. Mai wurden die Schwingungen der Wage noch mit freiem Auge beobachtet, von da an aber diente ein terrestrisches Fernrohr zu den Ablesungen. Es ist 15 Fuss von der Wage fest aufgestellt und zeigt vom Beobachter aus nach dem Index *links* an der Wage. Durch das Fernrohr wird die Parallaxe bei der Ablesung vermieden. Man vermeidet zugleich die Annäherung an die Wage und die damit verbundene ungleiche Erwärmung durch Strahlung. Endlich werden die Scalatheile bedeutend vergrössert. Bei den Ablesungen werden die Wendepunkte der Oscillationen vom 0 Strich der Scala aus notirt. Mit + wird bezeichnet, wenn der Wendepunkt der Schwingung über dem 0 Strich der Scala am linken Index der Wage (nachdem das Fernrohr gerichtet bleibt) erfolgt. Das Mittel des obern und untern Wendepunktes, mit *entgegengesetztem Zeichen* genommen, bezeichnet daher die Stellung des Zeigers am *rechten* Arme des Wagebalkens.

Auf die Wagschaale *rechts* kommt bis zum 17. Mai incl. nach *Borda's* Methode des Abwägens abwechselnd das Archivkilogramm oder seine Copie zu stehen. Auf der Schaale *links* bildet ein Messingkilogramm die constante Tara.

Da das Bergkrystallkilogramm B^k in der Luft bedeutend *leichter* ist, als das Platina-Archivkilogramm A^k (circa 400 Milligrammen), so werden zur Abwägung kleine Gewichte erforderlich, deren Werth genau bekannt ist. Ich benützte die kleinen Platina-Gewichte

des Conferenzzrathes *Schumacher*, über welche die Beilage alle Angaben enthält.

Zur Beobachtung der Lufttemperatur im Innern des Kastens der Wage diente bis zum 14. Mai incl. ein *Schumacher'sches* Thermometer nach *Réaumur'scher* Scala, was unmittelbar Normaltemperaturen zeigt. Es ist bezeichnet mit t_R^N . Die Vergleichung seiner Angaben mit denen der übrigen Thermometer enthält der vorige Abschnitt.

Die Luftgewichte gibt ein Barometer von *Schieck* und *Pistor* aus Berlin, welches mit dem Normalbarometer der Sternwarte zu Paris genau verglichen wurde. Siehe hierüber den betreffenden Abschnitt.

Reduktion der Abwägungen.

Ich nenne a die obere, a' die untere Wendung des Zeigers, ausgedrückt in den Scalentheilen der Scala links, auf die das Fernrohr zeigt, und setze:

$$\frac{a + a'}{2} = -\alpha$$

wo $-\alpha$ die mittlere Stellung des Zeigers rechts bedeutet, wenn das A^k auf der Schaale rechts steht. Ich nenne

$$\frac{a + a'}{2} = -\alpha'$$

wenn die Copie statt des A^k auf der Schaale rechts steht.

Das kleine Gewicht, was dem A^k auf die Schaale rechts zugelegt wird, nenne ich $= p$
 „ „ „ „ dabei gleichzeitig auf der Schaale links liegt, nenne ich $= q$
 „ „ „ „ der Copie auf die Schaale rechts zugelegt wird, nenne ich $= p'$
 „ „ „ „ der Copie gleichzeitig auf der Schaale links liegt, nenne ich $= q'$

Dann ist die Wage im Gleichgewicht für das A^k für

$$Tara = A^k + p - q + \alpha n$$

und ebenso für die Copie für

$$Tara = B^k + p' - q' + \alpha' n$$

wo n der Werth eines Scalentheils in Theilen der $pp'qq'$ bedeutet. Da nun unterdessen an der Tara der Schaale links nichts geändert wurde, so hat man offenbar Gleichheit zwischen diesen Ausdrücken, also:

$$A^k + p - q + \alpha n = B^k + p' - q' + \alpha' n \text{ oder}$$

$$B^k = A^k + (p - p') - (q - q') + n(\alpha - \alpha') \quad (I)$$

Nach dem Ausdruck (1) werden die Beobachtungen bis zum 17. incl. reduzirt, wobei sich zugleich der Werth von n bestimmt. Die Wägungen am 18. und 20. Mai sind nach der Abwägungs-Methode von *Gauss* angestellt, wo Gewicht und Copie gleichzeitig auf die beiden Wageschaalen aufgestellt werden, dann aber die Schaalen wechseln. Wir wollen annehmen, der linke Arm der Wage verhalte sich in der Länge zu dem rechten Arm, wie 1 zu m , so müssen die Lasten, um im Gleichgewichte zu seyn, im umgekehrten Verhältniss stehen. Nehmen wir an, die Schaale links habe das Gewicht Q , die Schaale rechts das Gewicht P , wobei ein etwaiges Ueberge-

wicht des Wagebalkens nach einer Seite hin als mit P oder mit Q vereinigt, betrachtet werden kann. Setzen wir den Ausschlag des Armes rechts der Wage, wie früher $= + n\alpha$, wenn er niedriger ist als der Nullstrich, also unter diesen trifft, so ist die Bedingung des Gleichgewichts:

$$mQ = P + n\alpha$$

Nun stellen wir auf die Schaafe links das B^k und ein kleines Gewicht q , auf die Schaafe rechts das A^k und ein kleines Gewicht p , so ist wieder:

$$m(B^k + Q + q) = A^k + P + p + n\alpha \quad (1)$$

Lassen wir nun B^k und A^k die Schaafe wechseln und vertauschen wir q mit einem Gewichtchen q' , p mit einem Gewichtchen p' , so dass bis auf den Anschlag α' wieder Gleichgewicht statt findet, so gibt diess:

$$m(A^k + Q + q') = B^k + P + p' + n\alpha' \quad (2)$$

Nun folgt aus der Gleichung (1)

$$mB^k + mQ + mq = A^k + P + p + n\alpha'$$

aus der Gleichung (2)

$$B^k - mQ + mq' = mA^k - P - p' - n\alpha'$$

oder wenn man addirt:

$$B^k(m+1) + m(q-q') = A^k(m+1) + (p-p') + n(\alpha-\alpha')$$

$$\text{oder:} \quad B^k = A^k + \frac{p-p'}{m+1} - m\frac{q-q'}{m+1} + n\frac{\alpha-\alpha'}{m+1}$$

Allein bei jeder nur ganz roh regulirten Wage sind die beiden Arme doch wenigstens auf 5 Zifferstellen ihrer Länge nach

gleich; wir können daher $m = 1$ setzen, um so mehr, als die Gewichtsunterschiede $p - p'$, $q - q'$, $n(\alpha - \alpha')$ immer nur sehr kleine Grössen sind. Dadurch wird aber

$$B^k = A^k + \frac{(p - p')}{2} - \frac{(q - q')}{2} + \frac{n(\alpha - \alpha')}{2} \quad \left. \vphantom{\frac{(p - p')}{2}} \right\} 3)$$

und nach diesem Ausdrücke sind meine Wägungen vom 18. und 20. Mai zu reduzieren. Man sieht übrigens, dass die beobachteten Grössen gegen früher nur mit dem halben Werthe in die Bestimmung eingehen, dass also das Stimmrecht solcher Wägungen doppelt ist im Verhältniss zu den Wägungen nach *Borda's Methode*.

(1) Ebenso wird man bemerkt haben, dass die Gewichte P und Q sich eliminirten, was bezeugt, dass das willkürlich gelassene Gewicht der Schaaalen, sowie ein etwaiges Uebergewicht des Waagebalkens nach der einen Seite *ohne Einfluss* ist auf die Gewichtsvergleichung von A^k und B^k .

Bei der Reduktion einer ganzen Reihe solcher Vergleichen kann man übrigens B^k und n gleichzeitig so bestimmen, dass allen Beobachtungen möglichst nahe Genüge geleistet wird. Die Methode der kleinsten Quadrate gibt hierzu die Vorschrift.

Nachdem nun alles erörtert ist, was zur Kenntniss und Reduktion der Abwägungen erforderlich ist, lassen wir diese selbst folgen und bemerken nur noch, dass gleichzeitig mit dem B^k noch eine Platina-Copie des Kilogrammes, nämlich das k. dänische Platinakilogramm = S^k verglichen wurde und dass wir auch diese Vergleichen hier mit aufnehmen, weil sie in einigen Fällen beitragen zur Bestimmung des B^k . In den Beobachtungen wechselt oft die Anordnung, weil durch sie gleichzeitig die Wage in Bezug auf mögliche Fehlerquellen studirt wurde.

Nr.	Dat.	Barometer.	Luft Temp. t_R^N	W a a g - S c h a a l e				S c a l a - A n g a b e.			
				links		rechts		links		rechts	
				q	q'	p	p'	a	a'	α	α'
1	Mai 8 1837	0 ^h 40'	+10.5	T		A ^k				—0.35	
2				T		B ^k	4 ² 2 ²				—0.30
3				T		A ^k	1 ³			—1.22	
4		0 55		T		B ^k	4 ² 2 ² 1 ³				—1.25
5				T		A ^k				—0.35	
6				T		B ^k	4 ² 2 ²				—0.27
7		1 8	11.0	T		B ^k	4 ² 2 ²				—0.30
8				T		A ^k				—0.35	
9				T		A ^k				—0.35	
10		1 25	11.2	T		S ^k					—0.45
11				T		S ^k					—0.50
12				T		S ^k					—0.47
13				T		A ^k				—0.40	
14				T		A ^k				—0.37	
15				T		A ^k				—0.45	
16		1 35	+11.7	T		A ^k				—0.40	
17				T		B ^k	4 ² 2 ²				—0.40
18				T		B ^k	4 ² 2 ²				—0.37

mgr.

Reduktion $b^N = 334.232$; $t_R^N = 10.94$; $t_c^N = 13.67$; $n = 7.0$; $m' = 389.04$ (15)

		δ^p	t_R^p	t_R^N							
19	Mai 9	0.7532	+12.4	+11.6	T	A ^k				—0.20	
20					T	B ^k	4 ² 2 ²				—0.35
21		0.7532	11.6	11.8	T	B ^k	4 ² 2 ²			Irrung	—0.35
22					T	B ^k	4 ² 2 ²				—0.35
23					T	B ^k	4 ² 2 ²				—0.35
24					T	A ^k					
25				12.4	T	A ^k				—0.185	
26					T	A ^k				—0.075	
27					T	A ^k				—0.100	
28					T	A ^k				—0.100	
29				12.7	T	B ^k	4 ² 2 ²				—0.75
30					T	B ^k	4 ² 2 ²				—0.75
31					T	A ^k				—0.10	
32					T	A ^k				—0.125	
					T	S ^k					—0.15
					T	S ^k					—0.175

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft Temp.	W a a g - S c h a a l e				S c a l a - A n g a b e			
					links		rechts		links		rechts	
		b_p	t_p	t_R^N	q	q'	p	p'	a	a'	α	α'
33	Mai 9	0.7530	11.5	12.3	T			S^k				-0.175
34				12.2	T			A^k			-0.11	
35				12.2	T			S^k				-0.185
36				12.1	T			S^k				-0.200
37				12.0	T			A^k			-0.125	
38				11.8	T			S^k				-0.135
39					T			S^k				-0.165
40				11.9	T			S^k				-0.185
41				12.1	T			B^k	$4^2 2^2$			-0.925
42				12.2	T			B^k	$4^2 2^2$			-0.925
43				12.3	T			A^k			-0.25	
44				12.3	T			A^k			-0.25	

mgr.

Reduktion $b^N = 332.013$; $t_c^N = + 15.24$; $m' = 383.72$ (11)

Die Waage ist in anderem Locale aufgestellt.

45	Mai 11	b^s 337.01	t^s 9.5	9.5	T			A^k			-1.25	
46				9.5	T			B^k	$4^2 2^2$			-0.75
47					T			B^k	$4^2 2^2$			-0.73
48					T			B^k	$4^2 2^2$			-0.73
49				9.45	T			S^k				-1.50
50		337.11	9.45	9.45	T			S^k				-1.50

Reduktion $b^N = 336.718$; $t_c^N = 11.84$; $m' = 393.53$ (7) $B^k = A^k - 392.66$
 $= S^k - 394.53$

51	Mai 12	b^s 337.185	t_c^s	t_R^N	T			A^k			-1.45	
52				9.3	T			A^k			-1.36	
53					T			A^k			-1.40	
54				9.4	T			A^k			-1.42	
55					T	2^3		A^k			+0.25	
56					T	2^3		A^k			+0.23	
57				9.4	T	2^3		A^k			+0.25	

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft	Waag - Schaa le.				Scala - Ang a b e.			
		b^p	t_c^s	Temp. t_R^N	links		rechts		links		rechts	
					q	q'	p	p'	a	a'	α	α'
58	Mai 12			9.35	T	2 ³	A ^k 1 ³				-0.625	
59					T	2 ³	A ^k 1 ³				-0.680	
60		337.130			T	2 ³	A ^k 1 ³				-0.615	
61					T	2 ³	B ^k	4 ² 2 ²				+1.015
62					T	2 ³	B ^k	4 ² 2 ²				+1.025
63				9.4	T	2 ³	B ^k	4 ² 2 ²				+1.010
64					T		B ^k	4 ² 2 ²				-0.610
65					T		B ^k	4 ² 2 ²				-0.605
66					T		B ^k	4 ² 2 ²				-0.600
67				9.4	T		B ^k	4 ² 2 ²				-0.575
68					T		B ^k	4 ² 2 ² 3	+3.45	+1.00		-2.225
69					T		B ^k	4 ² 2 ² 3	+3.47	+1.03		-2.250
70		336.950	11.0	9.4	T		B ^k	4 ² 2 ² 3	+2.70	+1.75		-2.250
71					T		S ^k		+3.10	0.00		-1.550
72					T		S ^k		+3.03	+0.20		-1.615
73					T		S ^k		+2.67	+0.50		-1.585
74		336.910	11.1	9.45	T		S ^k		+2.33	+0.87		-1.600
75					T		A ^k		+3.10	+0.03	-1.56	
76					T		A ^k		+3.00	+0.13	-1.565	
77		336.90	11.0	9.5	T		A ^k		+2.70	+0.45	-1.575	
78					T		B ^k	4 ² 2 ²	+2.07	0.00		-1.035
79					T		B ^k	4 ² 2 ²	+1.97	+0.20		-1.085
80					T		B ^k	4 ² 2 ²	+1.90	+0.25		-1.075
81					T		B ^k	4 ² 2 ² 4 ² 4	+1.70	+1.40		-1.550
82					T		B ^k	4 ² 2 ² 4 ² 4	+1.73	+1.40		-1.565
83					T		B ^k	4 ² 2 ² 4 ² 4	+2.90	-0.00		-1.500
84					T		B ^k	4 ² 2 ² 4 ² 4	+2.90	+0.15		-1.525
85					T		B ^k	4 ² 2 ² 4 ² 4	+2.55	+0.30		-1.425
86					T		B ^k	4 ² 2 ² 4 ² 4	+2.85	+0.07		-1.465
87				9.6	T		B ^k	4 ² 2 ² 4 ² 4	+2.80	+0.15		-1.475
88					T		A ^k		+3.00	0.00	-1.500	
89					T		A ^k		+2.90	+0.05	-1.475	
90					T		A ^k		+2.70	+0.25	-1.475	
91		336.805	11.1	9.6	T		A ^k		+2.95	+0.00	-1.475	
92					T		S ^k		+3.00	0.00		-1.500
93					T		S ^k		+2.80	+0.20		-1.500
94					T		S ^k		+2.55	+0.45		-1.500
95		336.840	11.2	9.67	T		S ^k		+2.45	+0.45		-1.450

mgr.

Reduktion $b^N = 336.657$; $t_c^N = 11.81$; $m' = 393.89$; (37) $n = 7.503$

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft	Waag-Schale				Scala-Angabe			
		b^s	t_c^s	Temp.	links		rechts		links		rechts	
				t_R^N	q	q'	p	p'	a	a'	α	α'
96	Mai 13	335.99	12.6	9.65	T		B^k	$4^2 2^2$	+2.30	-0.10		-1.100
97					T		B^k	$4^2 2^2$	+2.10	+0.03		-1.065
98					T		B^k	$4^2 2^2$	+2.00	+0.05		-1.025
99					T		B^k	$4^2 2^2$	+2.00	+0.10		-1.050
100					T		B^k	$4^2 2^2$	+1.80	+0.30		-1.050
101					T		A^k		+2.50	+0.50	-1.500	
102					T		A^k		+2.45	+0.53	-1.490	
103					T		A^k		+2.33	+0.70	-1.515	
104					T		A^k		+2.20	+0.75	-1.475	
105					T		A^k		+2.80	+0.15	-1.475	
106					T		A^k		+2.00	+0.80	-1.400	
107		335.965	12.35	9.7	T		A^k		+2.00	+0.83	-1.415	
108					T		S^k		+2.90	+0.10		-1.500
109					T		S^k		+2.15	+0.80		-1.475
110					T		S^k		+1.80	+1.10		-1.450
111					T		S^k		+2.80	0.00		-1.400
112					T		S^k		+2.40	+0.37		-1.385
113		335.76	12.5	9.9	T		S^k		+2.25	+0.50		-1.375

Die Empfindlichkeit der Waage wird vermehrt, also n geändert. Wir setzen es $= n'$

114					T		S^k		-2.9	-1.0		+1.95
115		335.56	12.6	10.2	T		S^k		-2.4	-0.3		+1.35
116					T		S^k		-2.3	-0.5		+0.90
117					T		S^k		-1.65	-0.6		+1.125
118					T		S^k		-1.5	-0.7		+1.100
119					T		S^k		-2.1	-0.7		+1.40
120					T		S^k		-1.9*	-1.0		+1.45
121					T		S^k		-2.25	-0.9		+1.57
122					T		S^k		-2.05	-1.0		+1.525
123					T		S^k		-2.0	-1.0		+1.50
124				10.3	T		S^k		-1.1	-1.97		+1.535
125					T		A^k		-2.55	-0.8	+1.675	
126					T		A^k		-2.15	-0.33	+1.740	
127				10.3	T		A^k		-1.95	-1.65	+1.800	
128					T		A^k	2^4	+0.70	-1.1	+0.200	
129					T		A^k	2^4	+0.4	-1.0	+0.30	
130		335.30	12.7	10.3	T		A^k	2^4	0.0	-0.55	+0.275	

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft	Waag-Schale				Scala-Angabe			
		b^s	t_c^s	Temp. $t_R^{E_2}$	links		rechts		links		rechts	
					q	q'	p	p'	a	a'	α	α'
154	Mai 18			12.5	S ^k		A ^k		+0.05	-0.50	+0.225	
155					S ^k		A ^k		+0.03	-0.45	+0.210	
156					A ^k		S ^k		-0.75	-0.10		+0.425
157					A ^k		S ^k		-0.63	-0.20		+0.415
158					A ^k		S ^k	2 ⁴	-0.33	0.00		+0.165
159				12.5	A ^k		S ^k	2 ⁴	-0.33	-0.03		+0.180
160					S ^k 2 ⁴		A ^k		-1.60	-0.05	+0.825	
161					S ^k 2 ⁴		A ^k		-1.53	-0.17	+0.850	
162					S ^k		A ^k	2 ⁴	-1.00	+0.20	+0.400	
163					S ^k		A ^k	2 ⁴	-0.95	+0.07	+0.440	
164		337.905	14.7		S ^k		A ^k	2 ⁴	-0.90	0.00	+0.450	
165					A ^k		S ^k	2 ⁴	-0.27	-0.13		+0.200
166					A ^k		S ^k	2 ⁴	-0.45	+0.05		+0.200
167					S ^k		A ^k	2 ⁴	-0.65	-0.07	+0.360	
168					S ^k		A ^k	2 ⁴	-0.63	-0.20	+0.415	
169					S ^k		A ^k	2 ⁴	-0.60	-0.25	+0.425	
170					A ^k		S ^k	2 ⁴	-0.55	+0.05		+0.250
171					A ^k		S ^k	2 ⁴	-0.50	0.00		+0.250
172					A ^k		S ^k	2 ⁴	-0.50	0.00		+0.250
173					A ^k		S ^k		-0.75	-0.20		+0.475
174			12.5		A ^k		S ^k		-0.70	-0.25		+0.475
175					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.60	-0.1		+0.350
176					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.6	-0.05		+0.325
177					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.60	-0.20		+0.400
178					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.50	-0.20		+0.350
179					B ^k 4 ² 2 ² 4 ⁴		A ^k		-0.75	0.0	+0.375	
180					B ^k 4 ² 2 ² 4 ⁴		A ^k		-0.70	+0.03	+0.335	
181					B ^k 4 ² 2 ² 4 ⁴		A ^k		-0.63	0.00	+0.315	
182					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.50	+0.50		0.000
183					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.25	+0.07		-0.090
184					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.05	+0.40		+0.050
185					B ^k 4 ² 2 ² 4 ⁴		A ^k		-0.45	-0.20	+0.325	
186					B ^k 4 ² 2 ² 4 ⁴		A ^k		-0.40	-0.25	+0.325	
187		337.50	14.0	12.6	A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.42	-0.20		+0.315
188					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.43	-0.20		+0.315
189					B ^k 4 ⁵ 2 ² 4 ⁴		A ^k		-0.63	-0.0	+0.315	
190					B ^k 4 ² 2 ² 4 ⁴		A ^k		-0.60	0.0	+0.300	
191					B ^k 4 ² 2 ² 4 ⁴		A ^k	1 ⁴	-0.65	+0.25	+0.200	
192					B ^k 4 ² 2 ² 4 ⁴		A ^k	1 ⁴	-0.60	+0.23	+0.185	

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft	W a a g - S c h a a l e				S c a l a - A n g a b e			
		b^s	t_c^s	Temp. $t_R^{E_2}$	links		recsts		links		rechts	
					q	q'	p	p'	a	a'	α	α'
193	Mai18				A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.33	-0.03		+0.180
194					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.33	-0.03		+0.180
mgr. Reduktion $b_N = 337.421$; $t_c^N = 14.23$; $m' = 391.28$ (40) $n''' = 5.81$												
195	Mai20				A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.77	+0.25		+0.260
196				10.45	A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.70	+0.20		+0.250
197		335.455	11.6		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	A ^k		-1.70	-0.45	+1.075	
198				10.6	B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	A ^k		-1.60	-0.55	+1.075	
199					B ^k	4 ² 2 ²	A ^k	4 ⁴	-0.87	+0.50	+0.185	
200					B ^k	4 ² 2 ²	A ^k	4 ⁴	-0.70	+0.40	+0.150	
201					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.75	+0.20		+0.275
202		335.565	11.8	10.65	A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-0.60	+0.07		+0.265
203					B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	A ^k		-1.15	+0.05	+0.55	
204					B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	A ^k		-1.10	0.0	+0.55	
205					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-1.20	+0.33		+0.435
206				10.7	A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-1.10	+0.25		+0.425
207					B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	A ^k		-1.00	-0.30	+0.65	
208					B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	A ^k		-0.95	-0.30	+0.625	
209					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-1.37	-0.10		+0.735
210					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 4 ⁴	-1.20	-0.30		+0.750
211					B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-1.50	-0.20	+0.850	
212		335.350	12.0	10.7	B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-1.30	-0.40	+0.850	
213					B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-1.15	-0.53	+0.840	
214					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	-1.30	+0.35		+0.485
215					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	-1.10	+0.10		+0.500
216					B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-1.25	-0.20	+0.725	
217					B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-1.05	-0.27	+0.660	
218				10.8	B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-1.00	-0.40	+0.700	
219					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	-0.97	-0.20		+0.585
220					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	-0.90	-0.33		+0.615
221					B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-0.43	-0.25	+0.340	
222				10.9	B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-0.75	-0.00	+0.375	
223					A ^k		B ^k	4 ⁴ 2 ² 2 ⁴	-1.50	-0.33		+0.915
224					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	-1.20	-0.33		+0.765
225					A ^k		B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	-1.10	-0.33		+0.715
226		336.09	12.2		B ^k	4 ² 2 ² 2 ⁴	A ^k		-0.85	-0.20	+0.525	

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft	Waag-Schale				Scala-Angabe			
		b_s	t_c^s	Temp. $t_R^{E_2}$	links		rechts		links		rechts	
					q	q'	p	p'	a	a'	α	α'
227	Mai 19			11.0	B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-0.70	-0.50	+0.600	
228					B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-0.95	-0.20	+0.575	
229					B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-0.90	-0.25	+0.575	
230					B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-1.50	+0.40	+0.350	
231					B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-1.50	0.00	+0.750	
232				11.0	B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-1.40	0.00	+0.700	
233					B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-1.70	+0.10	+0.806	
234					B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-1.50	-0.03	+0.765	
235					B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-1.15	-0.15	+0.650	
236				11.0	B ^k	4 ²²²²⁴	A ^k		-1.17	-0.20	+0.685	
237				11.0	A ^k		B ^k	4 ²²²²⁴	-1.25	+0.05		+0.600
238					A ^k		B ^k	4 ²²²²⁴	-1.05	-0.20		+0.625
239					A ^k		B ^k	4 ²²²²⁴	-1.05	-0.25		+0.650
240		334.94	12.4	11.1	A ^k		B ^k	4 ²²²²⁴	-1.37	+0.07		+0.650

Reduktion $b_N = 334.918$; $t_c^N = 12.17$; $m' = 391.33$. ^{mgr.} (92)

Zusammenstellung der Beobachtungen:

1837	b_N	t_s^N	m'	Gewicht p
Mai 8	334.238	+ 13.67	389.04	(15)
9	332.013	15.24	383.72	(12)
11	336.718	11.84	393.53	(7)
12	336.657	11.81	393.89	(37)
13	335.458	12.56	391.46	(23)
14	334.158	12.34	389.94	(20)
18	337.421	14.23	391.28	(40)
20	334.918	12.17	391.33	(92)

An sämtlichen b^N ist noch wegen Erhöhung der Wage über der Ebene des Quecksilbergeäßes anzubringen — 0.028 und wegen irriger Reduction des b^s mit Centigr. statt Réaum. (p. 212) — 0.170 zusammen — 0.198, welche Verbesserung wir an dem Endresultate nachträglich machen wollen.

Es können die Beobachtungen also reduzirt werden nach der Differenzialformel:

$$B^k = A^k - m' + 403.228 + 1.2056(b_o^N - 334.57) - 1.4261(t_c^N - 13.534)$$

was gibt, da $A^k = 1000000$ Milligr. wiegt

			P
Mai	8.	B = 1000013.65	(15)
	9.	1000014.05	(12)
	11.	1000014.76	(7)
	12.	1000014.30	(37)
	13.	1000014.22	(23)
	14.	1000014.55	(20)
	18.	1000014.45	(40)
	20.	1000014.32	(92)

Die erste Reihe vom 8. muss ausgeschlossen werden, weil sie mehr als alle übrigen vom Mittel abweicht, was darin erklärt ist, dass erstens am 8. der Index nur mit freiem Auge ohne Fernrohr abgelesen wurde, zweitens der Barometerstand nur durch Interpolation aus den Beobachtungen der Sternwarte zu Paris abgeleitet wurde und unsicher bleibt wegen der Höhendifferenz zwischen Sternwarte und Archiv.

Nimmt man also das Mittel aus den übrigen 7 Beobachtungsreihen, wobei jede mit ihrem Stimmrechte zählt, so wird

$$B^k = 1000014.348$$

der mittlere Fehler der einmaligen Beobachtung

$$m = \sqrt{\frac{p \overline{v v}}{z_0 - 1}} = \pm \overset{\text{mgr.}}{0.818}$$

der mittlere Fehler der ganzen Bestimmung

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{[p]}} = \pm \overset{\text{mgr.}}{0.0538}$$

und wenn man die einzelnen Reihen mit diesem Mittelwerthe vergleicht, die Fehler

1000014.348			
		^{mgr.}	^p
am	9.	+ 0.298	(12)
	11.	— 0.412	(7)
	12.	+ 0.048	(37)
	13.	+ 0.128	(23)
	14.	— 0.202	(20)
	18.	— 0.102	(40)
	20.	+ 0.028	(92)

Also nachdem die kleine Verbesserung der Barometerstände angebracht ist, was -- 0.239 macht, als Endresultat das Gewicht des B^k im leeren Raum in Milligrammen des Archivkilogramms:

$$B_k = 1000014.11 \text{ Milligr. mittl. Fehler } \pm \overset{\text{mgr.}}{0.05}$$

**Vergleichung des Platinakilogrammes der Sternwarte
zu Paris mit dem Archivkilogramm.**

Da die *Repsold'sche* Wage sich bei meinen Vergleichen des A^k mit dem B^k empfindlicher zeigte, als die Wage der Archive von Fortin, so benützte Herr *Arago* die Gelegenheit, um das Kilogramm der Sternwarte mit dem Kilogramm der Archive genau zu vergleichen. Er übertrug die Messungen mir und Herrn *Gambey* und machte selbst nur die letzten 2 Vergleichen. Das Ergebniss war folgendes:

O^k = Kilogramm der Sternwarte. A = *Arago*; G = *Gambey*;
 S = *Steinheil*.

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft	Wag-Schale				Scala - Angabe				Beobacht.
		bs	t_c^s	Temp. $t_R^{E_2}$	links		rechts		links		rechts		
					q	q'	p	p'	a	a'	α	α'	
	1837 Mai												
1	24. 0 ^h 40'	336.79	11.57	+10.01	O ^k	—	A ^k	—	—	—1.15	—1.47	+1.31	S
2					O ^k	—	A ^k	1 ^s	—	—1.03	+0.66	+0.185	S
3					O ^k	—	A ^k	1 ^s	—	—1.0	+0.6	+0.20	G
4					A ^k	—	1 ^s	O ^k	—	—0.45	—1.20	+0.825	S
5					A ^k	—	1 ^s	O ^k	—	—0.5	—1.2	+0.850	G
6					A ^k	—	O ^k	—	—	+1.05	—0.20	—0.425	S
7				10.25	A ^k	—	O ^k	—	—	+0.8	0.0	—0.40	G
8					O ^k	—	A ^k	—	—	—1.80	—1.10	+1.45	G
9					O ^k	—	A ^k	—	—	—1.83	—1.20	+1.515	S
10		336.660	11.7	10.3	O ^k	—	A ^k	1 ^s	—	0.0	—0.70	+0.35	G
11					O ^k	—	A ^k	1 ^s	—	+0.05	—0.70	+0.325	S
12					A ^k	—	1 ^s	O ^k	—	—0.50	—1.35	+0.925	G
13					A ^k	—	1 ^s	O ^k	—	—0.63	—1.15	+0.890	S
14					A ^k	—	O ^k	—	—	+0.6	—0.1	—0.25	G
15	3 ^h 0'	336.505	11.8	10.4	A ^k	—	O ^k	—	—	+0.57	0.0	—0.285	S
Reduktion. $b^N = 336.295$; $t_c^N = 11.36$; $O^k - A^k = 4.836$; $p = (15)$; $n = 5.559$													

Nr.	Dat.	Barometer.		Luft	Wag - Schale				Scala - Angabe				Beobacht.	
		b^s	t_c^s	Temp. $t_{R^2}^E$	links		rechts		links		rechts			
					q	q'	p	p'	a	a'	α	α'		
16	Mai 25	336.145	12.5	11.1	O ^k	—	A ^k	—	—	—1.4	—1.7	+1.55		G
17					O ^k	—	A ^k	—	—	—1.4	—1.75	+1.575		S
18					O ^k	—	A ^k	1 ³	—	—0.95	+0.20	+0.375		S
19		336.07	12.6	11.1	O ^k	—	A ^k	1 ³	—	—0.80	+0.15	+0.325		G
20					A ^k	—	O ^k	—	—	—0.15	+0.20		—0.025	S
21				11.3	A ^k	—	O ^k	—	—	—0.15	+0.15		0.00	G
22					A ^k	—	1 ³	O ^k	—	—1.40	—0.93		+1.165	S
23				11.3	A ^k	—	1 ³	O ^k	—	—1.05	—1.35		+1.20	G
24		336.055	12.75	11.4	O ^k	—	A ^k	—	—	—0.80	—2.50	+1.65		S
25					O ^k	—	A ^k	—	—	—1.0	—2.4	+1.70		G
26					O ^k	—	A ^k	—	—	—0.17	—0.9	+0.535		S
27					O ^k	—	A ^k	—	—	—0.20	—0.80	+0.50		G

Reduktion. $b^N = 335.68$; $t_c^N = 12.63$; $O^k - A^k = 4.466$; $p = (12)$; $n = 5.480$

28	Mai 26	336.097	13.4	11.9	A ^k	—	O ^k	—	—	+0.3	0.0	—0.15	S
29					A ^k	—	O ^k	—	—	+0.35	+0.03	—0.19	G
30					O ^k	—	A ^k	—	—	—0.9	—2.4	+1.65	S

Reduktion. $b^N = 335.61$; $t_c^N = 13.95$; $O^k - A^k = 4.976$; $p = (3)$; $n = 5.523$

31	Mai 27	337.075	15.6	13.8	O ^k	—	A ^k	—	—	—1.25	—2.00	+1.625	A
32					A ^k	—	O ^k	—	—	+0.60	—0.20	—0.20	A

Reduktion. $b^N = 336.50$; $t_c^N = 15.88$; $O^k - A^k = 5.037$; $p = (2)$; $n = 5.523$

Stellen wir die Ergebnisse dieser Abwägungen zusammen, so ist:

1837	b^N	t_c^N	$O^k - A^k$	p	Abw. v. Mittel.
Mai 24	336.295	11.36	4.836	(15)	—0.11
25	335.68	12.63	4.466	(12)	+0.26
26	335.61	13.95	4.976	(3)	—0.25
27	336.50	15.88	5.037	(2)	—0.31

Daraus wird das Mittel mit Rücksicht auf das Stimmrecht jeder Reihe:

b_a^N	t_c^N	$O^k - A^k$	p
336.0	13.7	4.723	(32)

Der mittlere Fehler der ganzen Bestimmung ± 0.08

Das spez. Gewicht des A^k ist aber . . . $\delta = 20.548$

das spez. Gewicht des O^k s. p. 238 . . . $\delta' = 20.631$

Der Ausdehnungscoëffizient ist für beide Körper gleich, also wird die Reductionsformel auf den leeren Raum in diesem Falle:

$$M = (m - m') + b^N \frac{\gamma(1 + 3tk)}{\mu \epsilon (1 + vt)} \left(\frac{M}{\delta'} - \frac{m - m'}{\delta} \right)$$

und da m' in unserem Falle negativ ist, da das A^k leichter ist, als das O^k , so wird der Zahlenwerth, wenn wir das zweite Glied rechts mit U bezeichnen:

$$O^k = M = 1000000 + 4.723$$

$$U \quad . \quad . \quad . = - 0.239$$

also

$$O^k = 1000004.48 \overset{\text{mgr.}}{\pm} 0.08$$

Bestimmung des spezifischen Gewichtes des Kilogrammes der Sternwarte zu Paris = O^k .

Die Messungen mit demselben Apparate, welcher beim A^k diente, liegen in zwei zu einander rechtwinklichten Durchschnitten durch die Axe des Cylinders:

1837	O^k <i>Durchmesser</i>		<i>Höhen</i>		<i>t°</i>
Mai 26.	42.076	42.097	42.255	42.285	+14.0
	42.065	42.085	42.260	42.295	
	42.063	42.075	42.263	42.290	
	42.060	42.065	42.270	42.275	
	42.065	42.068	42.270	42.270	
	42.077	42.080	42.272	42.263	
			42.273	42.257	
			42.273	42.250	+14.0
Mittel	42.0677	42.0783	42.267	42.273	
Durchm.	42.0730		Höhe	42.2700	
Indexfehler	-2.6190			-2.6190	
D	39.4540		h	39.6510	
Reduct. auf 0°	+0.0057			+0.0057	
Reduct. D'	=39.4483		h'	=39.6453	

und da das O^k keine Facette hat:

Kubikinhalt des O^k . . . = 48455

Kubikinhalt des A^k . . . = 48650

Spezifisches Gew. des A^k = 20.548

also spezifisches Gewicht des O^k $\delta' = 20.631$; $\log \delta' = 1.31451$

Tafel zur Berechnung der Luftgewichtsunterschiede zwischen dem B^k und Kilogrammen aus Metallen, deren spezifisches Gewicht δ ist, bei verschiedenem Barometer- und Thermometerstande.

Aus der strengen Reductionsformel pag. 178 (III) folgt, wenn man m , oder die Masse irgend eines Körpers bestimmt durch die bekannte Masse M des B^k

$$m = M + m' - M \cdot \frac{b \gamma}{\Delta \epsilon \mu} \frac{(1 + 3tx)}{(1 + vt)} + (m - m') \frac{b \gamma}{\delta \epsilon \mu} \frac{(1 + 3tk)}{(1 + vt)}$$

welcher Ausdruck voraussetzt, dass der Luftgewichtsunterschied m' ausgewogen sey durch Gewichte von demselben Stoffe, also spezifischen Gewichte, welche m zukommen.

Setzen wir nun $M = 1000014.11$ und $m = 1000000$, so wird

$$m' = -14.11 + M \cdot \frac{b \gamma}{\Delta \varepsilon \mu} \frac{(1 + 3 t x)}{(1 + v t)} - (m - m') \frac{b \gamma}{\delta \varepsilon \mu} \frac{(1 + 3 t k)}{(1 + v t)}$$

Nun ist für		Spec. Gewicht.	Längenausdehn.	
		δ	k	Abw. v. Mittel.
Gusseisen	. .	7.207	0.0000111	+40
Messing	. . .	8.440	0.0000194	-42
Kupfer	. . .	9.000	0.0000172	-19
Silber	. . .	10.474	0.0000191	-40
Gold		19.263	0.0000155	- 4
Platina	. . .	20.548	0.0000086	+65

im Mittel 0.0000151 = k

also die Abweichung des Mittels von der wirklichen Ausdehnung des Metalls so gering, dass sie keinen Fehler von mehr als 0.01 mgr. bei den vorkommenden Temperaturen erzeugt. Wir wollen daher den Werth von m' durch eine Tafel geben, in welcher wir den auf 0° reduzirten Barometerstand

$$b_0^N = 336.''0$$

und die Temperatur der Luft $t_N = +16.0$ setzen.

Die tabellarischen Werthe von m' lassen wir nach dem spezifischen Gewichte des Stoffes, aus welchem m bestehen soll, fortschreiten, fügen aber zugleich auch die Coëffizienten von db und dt bei, da diese hauptsächlich mit δ ändern. Diese Werthe gelten streng für $t = +16^\circ$; $b^N = 336'''$. Ändert aber t , so ändern auch sie.

Doch ist die Aenderung fast für die ganze Tafel constant. Wir haben daher diese Correction den Columnen db und dt beigefügt für $t = 26^\circ$, also 10° höher. Eine Aenderung von b^N ist in dem Coëffizienten von db ganz unmerklich.

δ		$(b_o^N - 336)$		$(t_N^c - 16.0)$	
m'		$+ db$	$t = 26^\circ$	$+ dt$	$t = 26^\circ$
7.0	272.25	+0.852	0.008	-1.006	0.009
7.1	274.71	0.860	0.007	1.015	0.008
7.2	277.10	0.867	0.006	1.023	0.008
7.3	279.42	0.873	0.007	1.031	0.008
7.4	281.68	0.880	0.007	1.039	0.007
7.5	283.88	0.887	0.006	1.046	0.007
7.6	286.03	0.893	0.007	1.053	0.007
7.7	288.12	0.900	0.006	1.060	0.007
7.8	290.15	0.906	0.006	1.067	0.007
7.9	292.14	0.912	0.005	1.075	0.007
8.0	294.07	0.917	0.006	1.082	0.007
8.1	295.95	0.923	0.005	1.089	0.006
8.2	297.79	0.928	0.006	1.095	0.007
8.3	299.59	0.934	0.005	1.102	0.006
8.4	301.34	0.939	0.005	1.108	0.006
8.5	303.05	0.944	0.005	1.114	0.005
8.6	304.72	0.949	0.005	1.119	0.006
8.7	306.35	0.954	0.004	1.125	0.005
8.8	307.95	0.958	0.005	1.130	0.006
8.9	309.51	0.963	0.005	1.136	0.005
9.0	311.03	0.968	0.004	1.141	
9.1	312.51	0.972		1.146	
10.0	324.61	1.008	0.004	1.189	0.004
10.1	325.82	1.012	0.003	1.193	0.004
10.2	327.00	1.015	0.004	1.197	0.004
10.3	328.17	1.019	0.003	1.201	0.004
10.4	329.31	1.022	0.003	1.205	0.004
10.5	330.43	1.025	0.003	1.209	0.004
10.6	331.52	1.028	0.004	1.213	0.004
10.7	332.60	1.032	0.003	1.217	0.004
10.8	333.66	1.035	0.003	1.221	0.004
10.9	334.70	1.038	0.003	1.225	0.004
11.0	335.72	+1.041		-1.228	

δ	m'	$(t_o^N - 336)$		$(t_N^e - 16.0)$	
		$+db$	$t = +26^\circ$	$+dt$	$t = +26^\circ$
19.0	382.48		+1.180	-1.391	+49
19.1	382.82	0.34	1.181	1.392	
19.2	383.15	0.33	1.182	1.393	
19.3	383.48	0.33	1.183	1.394	
19.4	383.80	0.32	1.184	1.395	
19.5	384.13	0.33	1.185	1.396	
19.6	384.45	0.32	1.186	1.397	
19.7	384.76	0.31	1.187	1.398	
19.8	385.08	0.32	1.188	1.399	
19.9	385.39	0.31	1.189	1.401	+49
20.0	385.70	0.31	1.190	1.402	+49
20.1	386.00	0.30	1.191	1.403	
20.2	386.30	0.30	1.192	1.404	
20.3	386.60	0.30	1.193	1.405	
20.4	386.89	0.29	1.194	1.406	
20.5	387.18	0.29	1.194	1.407	
20.6	387.47	0.29	1.195	1.409	
20.7	387.76	0.29	1.196	1.410	
20.8	388.04	0.28	1.197	1.411	
20.9	388.32	0.28	1.198	1.413	+49
21.0	388.60	0.28	1.199	1.414	+49
21.1	388.88	0.27	1.199	1.415	
21.2	389.15	0.27	1.200	1.416	
21.3	389.42	0.27	+1.201	-1.417	+49

Zum Schlusse wollen wir noch einige Beispiele der Anwendung dieser Tabelle geben.

Erstes Beispiel.

Sei das mit dem B^k zu vergleichende Kilogramm von Messing. Man habe das spezifische Gewicht dieses Stückes durch Abwägen in Wasser bestimmt und gefunden:

$$\begin{aligned} \delta &= 8.150 & ; \text{ zur Zeit, wo man die Abwägung} \\ \text{machen will, sey } b_o^N &= 317.0 & db = -19.0 \\ \text{und } t_c^N &= 16.0 & dt = 0.0 \end{aligned}$$

So gibt die Tabelle für $\delta = 8.15$ $m' = 296.87$
 bei $\delta = 8.15, C. db = -19.0 (0.9255)$ $- 17.59$

$$m' = 279.28$$

Die Rechnung nach der strengen Formel gibt 279.27

Zweites Beispiel.

Um über das Zeichen der Correction der Coëffizienten von db und dt zu entscheiden, beachte man, dass der Zahlenwerth der Coëffizienten von db und von dt *abnimmt* für höhere Temperaturen als $+ 16^\circ C$ oder *zunimmt* für niedrigere Temperaturen als $+ 16^\circ C$. Erst dann, wenn nach dieser Regel der Zahlenwerth der Coëffizienten corrigirt ist, gebe man den Gliedern das Zeichen, welches db und dt fodert mit Rücksicht auf das algebraische Zeichen in der Tafel.

Sei für ein Kilogramm von Platina

$$\delta = 20.598; b_0^N = 334.57; t_N = + 13.534 \text{ so wird für}$$

$$\delta = 20.6; db = -1.43; dt = - 2.466$$

$$m' \dots \dots \dots = 387.47$$

$$\text{Coëff. } db = 1.195; \text{ Coëff. } dt = 1.409$$

$$\text{Verbess.} = 10; \text{ Verbess.} = 12$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Mit Zeichen v. } db \text{ u. } dt & = & (1.205)(1.43) \quad (+ 1.421)(2.466) \\ & = & - 1.723 \quad + 3.504 \dots\dots + 1.78 \end{array}$$

$$m' \dots\dots 389.25$$

$$\text{strenge Formel} \dots 389.26$$

Drittes Beispiel.

Wir wollen nun so grosse Differenzen in t und b annehmen, als sie nur je in Praxi vorkommen werden und sehen, wieviel alsdann der Fehler ist, welchen die Tafel begeht.

Für ein Kilogramm von Silber sei

$$\delta = 10.474 \quad b = 310 \quad t = 0^\circ$$

$$db = -26 \quad dt = -16 \quad m' = 330.14$$

$$\text{Die Tafel gibt für } \delta = 10.474 \quad 1.024 \quad 1.208$$

$$\text{Correct. für } dt = -16 \quad + 56 \quad 66$$

$$- 1.080(26) + 1.274(16)$$

$$= -28.08 \quad + 20.38 \dots\dots = -7.70$$

$$\text{Daher} \dots\dots\dots m' = 322.44$$

$$\text{Rechnung nach der strengen Formel gibt} \dots 322.41$$

Wir sehen daher, das auch in solchen Fällen der Fehler aus den vernachlässigten höheren Differenzialien nur einige Hundertel eines Milligrammes beträgt, was bei der Unsicherheit, welche die Abwägung eines Kilogrammes lässt, ganz ohne Belang ist.

C o p i e

des

Mètre der Archive.

Von

Dr. C. A. Steinheil.

I n h a l t.

Einleitung	247
Beschreibung des Platina-Mètre der Archive zu Paris	251
Beschreibung der Copie des Mètre	252
Beschreibung des Repsold'schen Comparators	254
Vorschrift zur Reduction der Vergleichen	257
Bestimmung des Werthes der Mikroskop-Mikrometer	262
Bestimmung des Werthes der Niveauthelle der Fühlniveaux	264
Längenausdehnung des Archivmètre und der Glas-Copie	268
Thermometer	270
Vergleichen des Archivmètre mit dem Glasmètre Nr. 1	272
Endergebniss der Vergleichen	279
Tafel für die Längen des Glasmètre in Millimètre bei versch. Temp.	280

C o p i e

des

Mètre der Archive.

Einleitung.

Nach dem Gesetze vom 8. Germinal des Jahres 3 der Republik ist als Einheit des französischen Längenmaases der „Etalon prototype“ zu betrachten, welcher in Platina von Fortin ausgeführt und nach sorgfältigen Vergleichen durch die Gelehrten *Borda*, *Lefèvre-Gineau* und *Lenoir* den 4. Messidor des Jahres 7 (22. Juni 1799) auf den Archiven des Reiches zu Paris deponirt wurde.

Dieser Platinastab, in seiner Axe gemessen, hat bei der Temperatur $= 0^{\circ}$ die Länge des definitiven Mètre, also des 10 Millionten Theils der Länge des Erdquadranten oder 443.296 Linien der Toise du Péron, letztere bei $+ 13^{\circ}$ Réaumur oder 16.25 Centigrad Temperatur. Das Verhältniss des Mètre zur Toise ist direct aus den geodätischen Arbeiten abgeleitet worden. Nach diesem Verhältniss

von 443.296 Linien der Toise ist dann der Mètre mit möglichster Sorgfalt gemacht worden. *) Die Gränze, welche man bei den Vergleichen für die Genauigkeit stellte, ist $\frac{1}{1000}$ Par. Linie. Der Mètre der Archive ist also kein Urmaas, auf welchem die Vermessungen selbst beruhen, sondern ein abgeleitetes Maas aus der Toise, und die Toise muss als Urmaas betrachtet werden. In dem „Rapport sur les bases du nouveau système métrique,“ welchen die mathematisch-physikalische Klasse dem Institut national des sciences den 19. prairial an 7. vorlegte, sagt sie p. 641 (Base etc.) „Nous avons dit que le mètre, la dix-millionième partie du quart du méridien, est de 443¹.296 de la toise du Péron. Une ligne mathématique qui auroit cette longueur, seroit donc le mètre, un mètre mathématique, idéal et à l'abri de toute variation. Mais il s'agit d'un étalon c'est-à-dire d'un mètre, si je puis m'exprimer ainsi, *matériel physique*, qui représente le mètre idéal etc.“ Der auf den Archiven nun deponirte Platinstab ist dieser physische Mètre, welcher von da an gesetzliche Giltigkeit erlangt hat. Es besteht also eigentlich die Definition des Mètre nur noch in so weit, als der Mètre der Archive wirklich die Länge 443.296 hat. Wäre er aber, aus was immer für Ursachen um Kleinigkeiten verschieden hievon, so müsste man, um nicht zweierlei Mètre zu besitzen, offenbar die Definition aufgeben und sich an den wirklichen Etalon der Archive halten. Diess ist aber wirklich der Fall. Denn der Mètre der Archive ist wenigstens um kleinere Grössen als $\frac{1}{1000}$ Linie nicht mehr mit der Definition gleich. Die Definition kann also nicht mehr streng gelten, sondern nur nahe zu, und der Mètre ist jetzt die Länge des auf den Archiven zu Paris deponirten Platinastabes bei der Temperatur 0° gemessen in seiner Axe.

*) Base du système metr. T. III. p. 641.

Man kann sich daher auch nicht mit aller Schärfe den Mètre wieder ableiten aus der Toise, sondern ist genöthigt, um ihn möglichst genau zu erhalten, den Mètre prototyp der Archive zu copiren.

Bei solcher Bewandniss würde der Mètre, wo es auf letzte Genauigkeit ankömmt, für das Ausland weniger Interesse bieten als die Toise, wenn nicht wieder auf ihm das Kilogramm und die Feststellung vieler ausländischer Maasse beruhten. Wo durch Verordnungen die ausländischen Maasse in Theilen seiner Länge ausgedrückt sind, da muss man zur Erfüllung der Verordnung zum Platinamètre der Archive zurückkehren, sobald die Genauigkeit grösser seyn soll als die Genauigkeit war, mit welcher Frankreich diesen Etalon nach der Definition herstellte. Aber nicht in Abrede kann gestellt werden, dass dadurch jetzt, wo man in der Genauigkeit der Feststellung der Maasse viel weiter gehen kann, als zur Zeit, in welcher der Mètre entstand, zweierlei Maasseinheiten verbreitet werden, je nachdem man vom Mètre oder von der Toise du Pérou ausgeht. Diese Maasse mögen identisch seyn, so lange es sich nur um $\frac{1}{1000}$ Linie handelt. Sie sind es nicht mehr, sobald man kleinere Grössen mit Sicherheit erkennen kann. Da nun bereits viele Staaten ihre Maasseinheit durch die Toise, viele andere durch den Mètre festgestellt haben, so können diese untereinander abweichen um Grössen von der benannten Ordnung. Um sie direct vergleichbar zu machen, wäre also nöthig, das Verhältniss der Länge des wirklich hergestellten Mètre der Archive zur Toise mit der Genauigkeit zu kennen, die dem jetzigen Zustande der Wissenschaft entspricht. Das erste Erforderniss hiezu ist also, den Platinamètre der Archive so genau als möglich zu copiren und diese Copie dann mit der Toise von Gambey zu vergleichen, auf welche Bessel für Preussen die Gradvermessung, die Länge des einfachen Secundenpendels und den preussischen Fuss gegründet hat, auf welcher auch die

Dänische, und, wenn ich nicht irre, auch die Hannöverische Vermessung beruht. Denn nur dadurch würden die einzelnen Maase, welche aus der Toise hervorgegangen sind, scharf vergleichbar mit denen, welche aus dem Mètre entstanden.

Als ich im Jahre 1837 zu Paris das Kilogramm der Archive copirte, machte ich mir es zur Aufgabe, auch gleichzeitig eine möglichst genaue Copie des Platinamètre der Archive herzustellen, um seinerzeit den Unterschied mit den Grenzen der Sicherheit festzustellen, welcher zwischen den Definitionen und den von Frankreich wirklich ausgeführten Etalons in Maas und Gewicht besteht.

Hier werde ich nun über die Arbeiten berichten, welche die Herstellung der Copie des Platinamètre der Archive veranlasst hat.

Beschreibung des Platina-Mètre der Archive.

Der Platina-Mètre der Archive ist ein parallelepipedischer Körper, dessen Länge in der grössten Axe bei 0° als der Mètre erklärt wurde. Dieser Platinastab hat circa 25^{mm} Breite und gegen 4^{mm} Dicke. Bei der grossen specifischen Schwere des Platina, verbunden mit der Weiche des Metalles biegt sich derselbe sehr leicht und muss daher in vielen Puncten unterstützt werden, um in einer Ebene zu liegen. Die Endflächen des Mètre sind nicht schön gearbeitet, man erkennt noch Feilstriche darauf. Auch von früheren Vergleichen her sind viele kleine Vertiefungen eingedrückt an den Stellen, wo die Comparatoren angelegen haben. Es gehört nach meiner Meinung zu der unglücklichsten Idee der französischen Maas- und Gewichts-Commission, dass sie den Mètre prototyp à bout — mit Endflächen — aus einem so sehr weichen Metalle, wie das Platina ist, ausgeführt habe. Zwar verlangt die Verordnung vom 18. germinal an 3. Art. II. „une règle de platine sur la quelle sera tracé le mètre.“ — Allein die Commission hat bloss das Metall nach dem Ausspruche des Gesetzes berücksichtigt, nicht, dass es ein Maas à trait hätte werden sollen. Dass ein Maas à bout genauer seyn könne, ist wohl keine Frage. Darin ist also wohl der Grund zu suchen, aus welchem die Commission hierin von dem Gesetze abging; aber Platina ist zu weich, um ein unveränderliches Maas à bout abzugeben.

Hatte man sich erlaubt, in Einem Puncte von der Verordnung abzuweichen, warum nicht auch in einem zweiten, der eigentlich nothwendige Folge des ersten Abweichens hätte werden sollen? Platina hätte für ein Maas à trait gepasst. Es ist ganz untauglich für ein Maas à bout. Denn nicht nur die Endflächen sind durch die Operation des Vergleichens leicht zu ändern, auch die ganze Länge kann durch Stösse oder durch Biegungen Veränderungen erleiden, da die Elasticitätsgrenzen des Platina so leicht zu überschreiten sind.

Diese Betrachtungen kommen übrigens jetzt zu spät, da der Mètre nun einmal ein Platinastab à bout ist. Sie mögen also wenigstens dazu dienen, uns bei der Wahl des Stoffes für die Copie zu leiten.

Beschreibung der Copie des Mètre der Archive.

Ich habe den Mètre in Krystallglas copirt. Man hat mir eingewendet, Glas sey zu zerbrechlich und dehne sich nicht allmählich, sondern stossweise aus. Gegen den Vorwurf der Gebrechlichkeit entgegne ich: Glas zerbricht, wenn ein Stoss über seine Elasticitätsgrenze geht. Innerhalb dieser kehrt es wieder ganz zur ursprünglichen Gestalt zurück. Metall kann allerdings einen Stoss erhalten, der die Dimensionen ändert, ohne dass es zerbricht. Aber gerade desswegen scheint es zu Maasen weniger geeignet, als ein vollkommen elastischer Körper, weil er ändern *kann*, ohne dass man es sieht. Bei Glas ist diess nicht möglich. Wenn der Stoss über die Elasticitätsgrenze ging, also das zerstört ist, wozu der Maasstab dienen soll, — die bestimmte Länge, — dann ist auch der Stab in Trümmer gegangen und beurkundet die erlittene Veränderung. — Uebrigens hat sich mit ähnlichen Glasstäben ergeben, dass sie wohl 3 Fuss hoch auf Bretterböden fallen können, ohne zu zerbrechen. Will man von einem genauen Maastabe von Metall mehr verlangen?

Was die stossweise Ausdehnung betrifft, welche *Biot* beobachtet hat, so liegt die Erscheinung an der Unterlage, wenn nämlich diese sich nicht gleichzeitig mit dem Stabe ausdehnt, folglich der Stab durch Spannung an der Unterlage haftet, bis die Spannung endlich den Widerstand überwindet, was natürlich stossweise geschehen muss. Ich habe den Glasmètre auf Bleischrote (gleich grosse kleine Kugeln) gelegt, wobei er sich ohne Kraft nach jeder Richtung drehen kann und habe nichts von Stössen an den Fühlhebeln bemerken können, wohl aber eine gleichförmig fortschreitende Bewegung, wenn durch Annäherung der Hand der Glasstab erwärmt wurde. — Die Thatsache ist daher anders zu verstehen, als man sie verstanden hat, und bildet keinen Einwurf gegen Glas als Maas.

Glas hat aber noch wesentliche Vorthelle. Es kann sehr genau bearbeitet und mit hochpolirten Flächen versehen werden. Es widersteht chemisch wenigstens ebensovielen Einwirkungen als Platina, und hat endlich eine sehr kleine, dem Platina fast ganz gleiche Längenausdehnung durch die Wärme.

Ich habe daher den Mètre in Glas copirt, von dessen chemischer Dauerhaftigkeit ich mich vorher überzeugte.

Dieser Glasmètre, ist von Repsold in Hamburg ausgeführt. Es ist ein Stab von weissem Spiegelglas 44^{mm} breit, 9^{mm} dick mit facettirten Kanten. Beide Ende sind erhaben kugelförmig abgeschliffen mit 30^{mm} Radius. Dann ist der Stab aus seinem geometrischen Mittelpunkte an beiden Enden sphärisch abgeschliffen und hoch polirt. Diese sphärischen Endflächen haben bloss 7.5^{mm} Durchmesser und sind kreisrund, da sie aus dem Durchschnitt der Abrundungssphäre mit 80^{mm} Radius und der Endsphären mit 500^{mm} Radius hervorgegangen sind. Das Maas des Mètre ist der kleinste Abstand der Mittelpunkte der beiden kreisrunden Endflächen, wenn der Stab auf einer

Horizontal-Ebene aufliegt. Die Endflächen sind ohne Politurfehler vollkommen rein. — Die Ausdehnung des Stabes habe ich für 1° Centigr. aus Vergleichen mit der Toise von *Gambey*, welche Conferenzzrath *Schumacher* gehört, gefunden

^{mm}
0.00852 für 1° Centigr.

Beschreibung der Repsold'schen Comparatoren, welche zu den Vergleichen des Glasmètre = G mit dem Archivplatinamètre = P gedient haben.

Der Comparator ist von *Repsold* in Hamburg mit hoher Vollendung ausgeführt und gehört Conferenzzrath *Schumacher*, dessen Gefälligkeit ich die Erlaubniss der Benützung zu verdanken habe.

Er besteht in 2 einzelnen Apparaten, zwischen welche die zu vergleichenden Maasse abwechselnd gebracht werden, nachdem die Comparatoren im gehörigen Abstände festgeschraubt sind an eine möglichst starke und unveränderliche Unterlage. Jeder Comparator besteht in einem sehr massiven Metallstücke in der Form einer horizontalen Platte. Auf dieser Platte geht, durch Mikrometergewinde bewegt, ein starker Schub, auf dem der eigentliche Berührungsapparat oder Comparator aufgeschraubt ist. An jeder der Grundplatten ist ein Mikroskop mit Ocular-Mikrometer fest angeschraubt, welches die Verstellungen des Schubers misst an einer Scala auf dem Schub, welche Theilung von 0.1 zu 0.1 Pariser Linie auf Silber aufgetragen ist. Um den Faden im Ocular des Mikroskopes auf der Scala des Schubers zu bewegen von Theilstrich zu Theil-

strich d. i. um 0.1 Pariser Linie, machen die Ocular-Mikrometer-Schrauben circa 5.02 Umgänge. Da nun der Trommelkopf dieser Schrauben in 100 Theile getheilt ist, so wird ein Trommeltheil nahe $\frac{1}{5000}$ Pariser-Linie und da man das Zehntel des Trommeltheils noch schätzen kann, so misst die Mikroskop-Schraube noch $\frac{1}{50000}$ einer Pariser Linie.

Mit diesem Schubert könnte man aber nicht direct die Berührung des einen Endes des Maasstabes bewirken, ohne darüber unsicher zu bleiben, mit *welcher Kraft* diese Berührung erfolgt. Denn die Schraube, die den Schubert bewegt, könnte noch sehr leicht gehen und doch schon eine starke Spannung des Schubers gegen das Ende des Maases bewirken. Eine solche Spannung würde aber jeden Maasstab zusammendrücken, vermöge der Elastizität aller Substanzen und folglich kürzer erscheinen lassen, als wenn die Spannung geringer wäre. Es bedarf daher jeder Comparator noch einer besondern Vorrichtung, durch welche bewirkt wird, dass der Druck gegen den Berührungspunct des Maasstabes mit *gleicher Kraft* erfolge. —

Diess hat *Repsold* durch Anbringung seiner Fühl-Niveaux bewirkt. Auf jedem der horizontalen Schubert sind nämlich zwei Cylinder befestigt, die genau parallel stehen und einem Metallstück zur Führung dienen, was in der Richtung der Axen der Cylinder, also auf- und niederbewegt werden kann. Dieses Metallstück wollen wir Vertikalschubert nennen. Der Vertikalschubert ist nun horizontal, oder eigentlich genau parallel mit der Bewegung des Horizontal-Schubers cylinderisch durchbohrt. In diese Bohrung ist ein Stahlcylinder höchst genau eingepasst, so dass er vollkommen leicht hin und her bewegt werden kann, ohne in der Bohrung zu wanken (ohne Seitenbewegungen zu machen). Dieser Stahlcylinder ist nun bestimmt zur Berührung des Maasstabes. Wird nämlich der Horizontal-Schubert noch

weiter gegen das Maas vorgeschraubt, als zur Berührung nöthig war, so gibt der Cylinder dem Widerstand nach und schiebt sich in seiner cylindrischen Büchse zurück. Nun ist aber noch eine Vorrichtung nöthig, welche angibt, wieviel er sich zurückgeschoben hat, und welche ihn mit einer gewissen Kraft gegen das Maas hinschiebt, wenn man etwa mit dem Horizontalschuber zurückgehen wollte.

Diese Vorrichtung ist das Fühlniveau. Denken wir uns eine Wasserwage parallel mit dem Schubcylinder drehbar um eine horizontale, normal zu der Längsaxe der Wasserwage. Nehmen wir also an, die Wasserwage stehe auf einem Metallstück, was sich zwischen Spitzen nach Art eines Wagebalkens bewegen kann und nach unten einen vertikalen Ansatz hat. Der Schubcylinder treffe nun gegen diesen Ansatz am Träger des Niveaus und der Horizontalschuber werde vorwärts geschraubt so, dass der Schubcylinder gegen den Maasstab drücke, dem Widerstand weichend zurückgehe und folglich den Ansatz am Niveauträger zurückschiebe, so wird nothwendig die Wasserwage ihre Neigung ändern und also, da sie in Scalatheile getheilt ist, nach solchen messen, wieviel der Cylinder zurückgegangen ist.

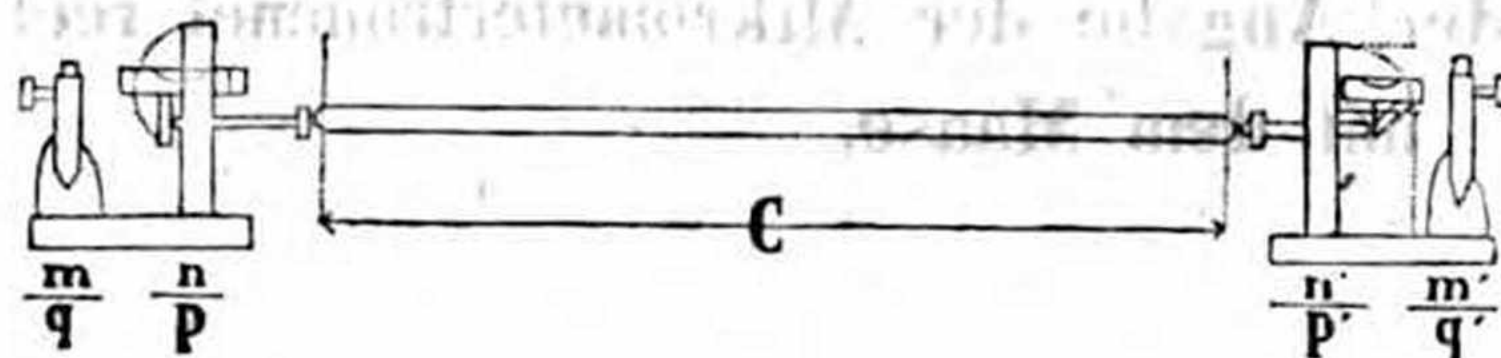
Darnach wird es jetzt leicht begreiflich, wie das Niveau, durch den Berührungscylinder bewegt, dazu diene, den Horizontalschuber immer wieder genau auf denselben Punkt vorzuschieben oder kleine Abweichungen davon zu messen, den Berührungscylinder aber stets mit gleicher Kraft gegen den Maasstab anzudrücken, indem ein gewisses Uebergewicht gelassen ist in dem wagebalkenartigen Träger des Niveaus, was den Berührungscylinder vorwärts schiebt.

Dieser Comparator kann also eigentlich in doppelter Art zum Vergleichen zweier sehr nahe gleich langer Maasse angewendet werden. Einmal, indem man die Horizontalschuber verstellt, bis die

Niveaux einspielen, oder indem man bloss die Unterschiede in der Stellung der Niveaux beobachtet und daraus den Längenunterschied der Maase ableitet. Beide Methoden sind bei Vergleichen des Glasmètre mit dem Platinamètre der Archive angewendet worden.

Wir werden daher jetzt die Vorschrift entwickeln, nach welcher die Längendifferenz zweier Stäbe gefunden wird, wenn diese Stäbe abwechselnd zwischen die Berührungscylinder der Comparatoren gebracht werden und jedesmal die Angaben der Niveaux und der Mikroskop-Mikrometer notirt sind.

Vorschrift zur Reduction der Vergleichen des Platinamètre der Archive = P mit dem Glasmètre
Nro. 1 = G.



Man vergleicht unter der Voraussetzung, dass während zwei zusammengehöriger Comparationen von Original und Copie ein gewisser Abstand C unverändert bleibe. Unter dieser Voraussetzung ist die Länge des Platinamètre der Archive

$$P = C + \frac{n}{p} + \frac{n'}{p'} + \frac{m}{q} + \frac{m'}{q'}$$

und die Länge des Glasmètre

$$G = C + \frac{N}{p} + \frac{N'}{p'} + \frac{M}{q} + \frac{M'}{q'}$$

}

(1)

In diesen Ausdrücken ist für den Platinamètre

$$n = \frac{a + a'}{2} = \text{der Angabe des Niveau links im Mittel der beiden Endpunkte der Blase}$$

$$n' = \frac{b + b'}{2} = \text{der Angabe des Niveau rechts im Mittel der beiden Endpunkte der Blase}$$

$$m = \text{der Angabe der Mikrometertrommel links, wachsend mit dem Maase}$$

$$m' = \text{der Angabe der Mikrometertrommel rechts, wachsend mit dem Maase,}$$

und für die Glascope G

$$N = \frac{A + A'}{2} = \text{der Angabe des Niveau links im Mittel aus Anfang und Ende der Blase,}$$

$$N' = \frac{B + B'}{2} = \text{der Angabe des Niveau rechts im Mittel aus Anfang und Ende der Blase,}$$

$$M = \text{der Angabe der Mikrometertrommel links, wachsend mit dem Maase,}$$

$$M' = \text{der Angabe der Mikrometertrommel rechts, wachsend mit dem Maase,}$$

überhaupt

$$p = \text{Anzahl der Niveautheile links auf 1 Millimètre.}$$

$$p' = \text{Anzahl der Niveautheile rechts auf 1 Millimètre.}$$

$$q = \text{Anzahl der Mikrometer-Trommeltheile links auf 1 Mill.}$$

$$q' = \text{Anzahl der Mikrometer-Trommeltheile rechts auf 1 Mill.}$$

Eliminirt man aus den Gleichungen (I) C, so wird:

$$P - G = \frac{n - N}{p} + \frac{n' - N'}{p'} + \frac{m - M}{q} + \frac{m' - M'}{q'}$$

Da nun die später anzuführenden Beobachtungen ergeben, dass auf 1 Einheit der 5ten Zifferstelle

$$q = q'$$

ist, in die Reduktion aber höchstens 4 Zifferstellen eingehen, so setzen wir:

$$P - G = \frac{n - N}{p} + \frac{n' - N'}{p'} + \frac{m - M + m' - M'}{q} \quad \text{(II)}$$

Bei den ersten Vergleichen wurde das Niveau links nicht vom Mittelpunkte des Apparates aus abgelesen, wie die Formel (II) voraussetzt, sondern von der Linken zur Rechten. Wir haben also zu setzen:

statt n , — n

statt N , — N , dann wird

$$P - G = \frac{n' - N'}{p'} - \frac{n - N}{p} + \frac{(m - M) + (m' - M')}{q} \quad \text{(III)}$$

welcher Ausdruck für den Fall gilt, wo beide Niveau von links nach rechts abgelesen wurden.

Wird während zwei zusammengehörigen Vergleichen der Horizontalschuber nicht verstellt, also die Mikrometertrommel nicht geändert, so ist:

$$m = M, m' = M'; \text{ daher}$$

wenn die Niveaux von Mittel aus abgelesen werden:

$$P - G = \frac{n - N}{p} + \frac{n' - N'}{p'} \quad \text{(IV)}$$

und wenn beide Niveaux von der Linken zur Rechten abgelesen werden:

$$P - G = - \frac{n - N}{p} + \frac{n' - N'}{p'} \quad \text{(V)}$$

Bevor wir nun die Vergleichen selbst anführen, haben wir die Art und Weise anzugeben, in welcher der Comparator auf den Archiven zu Paris aufgestellt und benützt wurde.

Da die Längen-Comparationen sämmtlich von Herrn *U. Pohrt* (gegenwärtig an der Sternwarte Pulkowa angestellt) beobachtet sind, welcher mich nach Paris begleitete, um Theil an den Arbeiten zu nehmen, so führe ich hier seine eigenen Worte an, mit welchen er die Art des Gebrauches des *Repsold'schen* Comparators bei den Vergleichen des Normalmètre der Archive mit dem Glasmètre Nro. 1 in seinem Tagebuche notirt hat:

„Die Vergleichung wurde im k. Archiv in dem Saale, in welchem der Trésor des chartes aufbewahrt wird, gemacht. Am W. N. W. Fenster dieses Saales stand der Apparat auf einem soliden Tisch, der zwischen die Fenstermauern gekeilt war.

„Der Comparator ist auf die hohe Kante einer 3 Zoll dicken und 6 Zoll breiten eichenen Planke geschraubt. Die vertikale Verschiebung der Fühl-niveaux wird nicht gebraucht. Die Vergleichung geschieht durch eine horizontale Verschiebung der Maase.

„Auf der eichenen Planke zwischen beiden Theilen des Comparators ist mit Nägeln ein Kästchen von Tannenholz befestigt (96 Centim. lang, 9 Zoll breit und 5 Zoll hoch.) Das Kästchen ist unten offen, damit es leicht die äussere Temperatur annehmen kann. Die Dicke der Bretter, aus denen das Kästchen zusammengesetzt ist, ist 1“.

„Auf diesem Kästchen liegt eine Spiegelglasplatte (98 C. lang, 10 Zoll breit und 3.5 Linien dick). Sie ist durch zwei Keile von Messing horizontal gestellt.

„Beide Maase liegen auf einer zweiten Glasplatte, die dieselbe Länge und Dicke als die erste hat, aber nur einige Linien breiter ist, als beide Maase nebeneinander. Zwischen beiden Glasplatten sind Schrote von einem Durchmesser von 0^{''}.4 Linien.

„Das Platinamètre liegt, damit es sich gehörig ausdehnen kann und damit es mit dem Glasmètre gleich hoch ist, wieder auf Schrote. Damit die Schrote das Platina nicht zerkratzen, ist zwischen den Mètre und die Schrote feines Papier gelegt.

„Auf den kleinen stählernen Cylinder der Fühl-niveaux (ich nannte ihn Berührungs-Cylinder) sind an den Enden, mit denen sie die Maase berühren, kleine Halbkugeln von Elfenbein gekittet; weil diese Halbkugeln excentrisch aufgekittet sind (um die Berührungspunkte genau in die Mitte der Endflächen der Maase zu bringen), so wird darauf geachtet, dass die Cylinder nicht gedreht werden.

„Auf die grosse Glastafel sind 4 kleine Stückchen Glas mit Siegellack aufgekittet; gegen 2 dieser Stückchen Glas wird die kleinere Glastafel geschoben, wenn das Glasmètre gemessen wird und gegen die 2 ähnlichen gegenüberstehenden, wenn das Platinamètre gemessen wird. Messingene Keile sind noch vor die 4 kleinen Glasstückchen geschoben. Damit die beiden Maase sich nicht auf der kleinen Glasplatte verschieben können, so sind auch auf diese 2 Stückchen Glas gekittet, an welche das Mètre von Platina anliegt und bei jeder Vergleichung wird darauf geachtet, dass das Glasmètre das Platinamètre berührt und dass das Platinamètre an den Glasstückchen anliegt.“

Durch diese Einrichtung war also erzielt, dass sich Glas- und Platinamètre in allen Richtungen vollkommen frei ausdehnen konnten, dass sie in einer *Ebene* auflagen und dass sie genau in der *Axe* der Stäbe verglichen wurden. Zur Verminderung der Einwirkung der strahlenden Wärme bei Annäherung des Beobachters, wurden beide Mètre mit Hüllen von Papier gedeckt. Die Anordnung gab, wie die Beobachtungen nachweisen werden, ganz gute Bestimmungen, jedoch mit grösserem zufälligem Fehler, als nach *Bessel's* Methode, wo die Maase unter *Weingeist* verglichen werden. Ich konnte jedoch *Bessel's* Methode nicht anwenden, da es nicht gestattet wurde, den Mètre der Archive in irgend eine tropfbare Flüssigkeit einzutauchen.

*Bestimmung des Werthes der Mikroskop-Mikrométer
q und q' des Repsold'schen Comparators.*

Der Längenunterschied zwischen dem Mètre der Archive P und dem Glasmètre G beträgt kein Hundertel Millimeter. Es ist daher klar, dass man keine genaue Bestimmung der Mikrometer-Schrauben nöthig hat. Es kann noch bemerkt werden, dass aus demselben Grunde eine Untersuchung der Trommeltheile als Function des Umganges und der ganzen Umgänge unterblieben ist. Sie würde übrigens, wenn Abweichungen wirklich vorhanden wären, was nicht wohl anzunehmen ist, da *Repsold* die Schrauben gemacht hat, nur den zufälligen Fehler der einzelnen Beobachtung vermindern, aber an dem Mittelwerthe nichts ändern. Endlich ist es aus demselben Grunde auch nicht nöthig, die Ausdehnungen der Schraube und des Maas-

stabes, welcher zu ihrer Werths-Bestimmung diene, in Rechnung zu ziehen.

Da auf dem Horizontalschuber eine sehr vollkommene Theilung von 0.1 zu 0.1 Par. Linie angebracht ist, so haben wir den Werth der Mikroskop-Mikrometer dadurch ermittelt, dass wir mit dieser Schraube einen Theil, also 0.1 Par. Linie, öfters massen.

Mikroskop links:

U	
0.33.5)	
0.34.2)	0.33.75
0.34.1)	
0.33.2)	
5.36.4)	
5.35.8)	5.36.12
5.35.7)	
5.36.6)	
0.33.8)	
0.34.2)	0.33.90
0.34.3)	
0.33.3)	
5.36.1)	
5.35.2)	5.36.07
5.36.5)	
5.36.5)	

Mikroskop rechts:

U	
0.82.4)	
0.82.7)	0.82.32
0.82.0)	
0.82.2)	
5.84.8)	
5.84.0)	5.84.40
5.84.1)	
5.84.7)	
0.82.0)	
0.81.5)	0.82.27
0.83.0)	
0.82.6)	
5.83.7)	
5.83.8)	5.84.22
5.85.1)	
5.84.3)	

Was gibt: $0.1'' = 5.02.37$
 $= 5.02.22$
 $= 5.02.17$

Im Mittel: $\text{---} 5.02.25$

$0.1'' = 5.02.08$
 $= 5.02.13$
 $= 5.01.95$

$\text{---} 5.02.05$

Mikroskop links:

Mikroskop rechts:

also Trommeltheil auf

Millim.

$$1 = 2226.4$$

$$= 2225.6$$

mm

Tr. Th.

$$1 = 2226.0 = q = q'$$

$$\log. q = 3.34753$$

Tr. Th. mm

$$1 = 0.0004492$$

Bestimmung des Werthes der Niveaultheile in Millimetern.

Wir lassen den Berührungscylinder gegen eine feste Vorlage im Comparator drücken und verstellen den Horizontalschuber vor- und rückwärts um Grössen, welche die Niveaux noch messen können. Gleichzeitig messen wir die Verstellung der Horizontalschuber durch die Mikroskop-Mikrometer. Wir erhalten so das Verhältniss der Werthe der Niveaultheile zu den Trommeltheilen und da wir letztere schon in Theilen des Millimeters kennen, auch die Niveaultheile in Millimeter. Die Beobachtungen, bei welchen die Niveaux immer von der Mitte des Apparates abgelesen, die Trommeln in derselben Richtung eingestellt werden, sind folgende:

<i>A p p a r a t l i n k s :</i>					
<i>Niveau</i>		<i>Mittel</i>	<i>Mikroskop</i>	<i>Niveau Th.</i>	<i>Trommel Th.</i>
16.3	2.3	9.3	39.45	12.25	19.77
16.4	2.4	9.4	39.40		
28.7	14.7	21.7	19.85	12.65	22.05
28.5	14.5	21.5	19.45		

<i>Apparat links:</i>					
<i>Niveau</i>		<i>Mittel</i>	<i>Mikroskop</i>	<i>Niveau-Th.</i>	<i>Trommel-Th.</i>
16.0	1.9	8.95	41.55		
16.0	1.9	8.95 ^{8.95}	41.85 ^{41.70}	12.05	19.90
28.0	14.0	21.0	21.65		
28.0	14.0	21.0 ^{21.0}	21.55 ^{21.60}	11.90	18.47
16.1	2.1	9.1	40.35		
16.1	2.1	9.1 ^{9.1}	39.80 ^{40.07}	11.85	18.50
27.9	13.9	20.9	21.50		
28.0	14.0	21.0 ^{20.95}	21.65 ^{21.57}	11.60	19.88
16.2	2.2	9.2	41.40		
16.5	2.5	9.5 ^{9.35}	41.50 ^{41.45}	11.02	19.15
27.3	13.4	20.35	21.95		
27.4	13.4	20.40 ^{20.37}	22.65 ^{22.30}	11.57	19.32
15.8	1.8	8.80	41.50		
15.8	1.8	8.80 ^{8.80}	41.75 ^{41.62}	12.22	18.97
28.0	14.0	21.00	22.30		
28.1	14.0	21.05 ^{21.02}	23.0 ^{22.65}	1.97	3.07
26.1	12.0	19.05	26.05		
26.1	12.0	19.05 ^{19.05}	25.40 ^{25.72}	2.10	4.45
24.0	9.9	16.95	29.65		
24.0	9.9	16.95 ^{16.95}	30.70 ^{30.17}	1.80	3.03
22.2	8.2	15.20	33.05		
22.1	8.1	15.10 ^{15.15}	33.35 ^{33.20}	2.35	2.87
19.8	5.9	12.85	35.90		
19.7	5.8	12.75 ^{12.80}	36.25 ^{36.07}	2.00	3.50
17.7	3.8	10.75	39.65		
17.8	3.9	10.85 ^{10.80}	39.50 ^{39.57}		
15.8	1.8	8.80	43.35	2.01	4.47
15.8	1.8	8.80	42.40		
15.7	1.8	8.75 ^{8.79}	45.40 ^{44.04}		
15.8	1.8	8.80	45.00	2.41	2.79
18.2	4.2	11.2	41.30		
18.2	4.2	11.2 ^{11.20}	41.20 ^{41.25}	2.20	4.45
20.4	6.5	13.45	37.45		
20.3	6.4	13.35 ^{13.40}	36.15 ^{36.80}	2.12	3.48
22.6	8.6	15.6	33.50		
22.4	8.5	15.45 ^{15.52}	33.15 ^{33.32}	1.48	1.50
24.0	10.0	17.0	31.55		
24.0	10.0	17.0 ^{17.00}	32.10 ^{31.82}	2.00	4.42
26.0	12.0	19.0	27.65		
26.0	12.0	19.0 ^{1.90}	27.15 ^{27.40}	1.02	1.65

<i>A p p a r a t l i n k s.</i>					
<i>Niveau</i>		<i>Mittel</i>	<i>Mikroskop</i>	<i>Niveau-Thl.</i>	<i>Trommel-Th.</i>
27.0	13.1	20.05 ^{20.20}	25.60 ^{25.75}	1.30	2.58
27.0	13.0	20.0	25.90		
28.3	14.2	21.25 ^{21.32}	23.25 ^{23.17}		
28.4	14.4	21.40	23.10		
				131.87	218.27

Woraus folgt 1 Niveautheil = 1.655 Trommeltheile oder:

$$\begin{aligned} \frac{\text{mm}}{1} &= \frac{\text{Niv.-Thl.}}{1344.9} = p. \quad \log. p. = 3.12868 \\ \frac{\text{Niv.-Thl.}}{1} &= \frac{\text{mm}}{0.0007436} \end{aligned}$$

<i>A p p a r a t r e c h t s.</i>					
<i>Niveau</i>		<i>Mittel</i>	<i>Mikroskop</i>	<i>Niveau-Thl.</i>	<i>Trommel-Th.</i>
14.2	29.1	21.65 ^{21.75}	74.70 ^{75.32}	11.48	11.53
14.4	29.3	21.85	75.95		
2.8	17.7	10.25 ^{10.27}	86.75 ^{86.85}	11.15	11.88
2.9	17.7	10.30	86.95		
13.9	29.0	21.45 ^{21.42}	74.70 ^{74.97}	12.32	13.80
13.9	28.9	21.40	75.25		
1.7	16.4	9.05 ^{9.10}	88.95 ^{88.77}	13.00	14.37
1.8	16.5	9.15	88.60		
14.4	29.3	21.85 ^{22.10}	74.35 ^{74.50}	12.63	13.05
14.9	29.8	22.35	74.65		
1.9	16.7	9.3 ^{9.47}	87.70 ^{87.55}	12.68	12.80
2.2	17.1	9.65	87.40		
14.5	29.3	21.9 ^{22.12}	74.70 ^{74.75}	12.15	12.90
14.9	29.8	22.35	74.80		
2.5	17.3	9.9 ^{9.97}	87.50 ^{87.65}		

<i>A p p a r a t r e c h t s.</i>					
<i>Niveau</i>		<i>Mittel</i>	<i>Mikroskop</i>	<i>Niveau-Thl.</i>	<i>Trommel-Th.</i>
2.5	17.4	9.95 ^{9.97}	87.80 ^{87.65}	10.70	10.88
13.1	28.1	20.6	77.50		
13.3	28.2	20.75 ^{20.67}	76.05 ^{76.77}	11.12	11.80
2.1	17.0	9.55	88.35		
2.1	17.0	9.55 ^{9.55}	88.80 ^{88.57}	2.12	2.02
3.9	18.6	11.25	86.45		
4.9	19.3	12.10 ^{11.67}	86.65 ^{86.55}	2.15	2.23
6.3	21.3	13.80	83.60		
6.4	21.3	13.85 ^{13.82}	85.05 ^{84.32}	1.63	2.10
8.0	22.9	15.45	82.30		
8.0	22.9	15.45 ^{15.45}	82.15 ^{82.22}	2.22	3.25
9.9	24.8	17.35	79.15		
10.7	25.3	18.00 ^{17.67}	78.80 ^{78.97}	1.83	1.45
12.0	27.0	19.50	77.65		
12.0	27.0	19.50 ^{19.50}	77.40 ^{77.52}	2.27	1.80
14.3	29.1	21.70	74.90		
14.4	29.3	21.85 ^{21.77}	76.55 ^{75.72}	2.25	1.70
12.1	27.0	19.55	77.00		
12.0	27.0	19.50 ^{18.52}	77.85 ^{77.42}	1.90	3.18
10.0	25.0	17.50	81.20		
10.3	25.2	17.75 ^{17.62}	80.00 ^{80.60}	2.15	2.45
7.9	22.8	15.35	83.15		
8.1	23.1	15.60 ^{15.47}	82.95 ^{83.05}	1.95	2.12
5.9	20.7	13.30	85.60		
6.3	21.2	13.75 ^{13.52}	84.75 ^{85.17}	2.55	1.78
3.7	18.3	11.0	86.75		
3.6	18.3	10.95 ^{10.97}	87.15 ^{86.95}	1.77	1.62
1.8	16.6	9.2	88.10		
1.8	16.6	9.2 ^{9.20}	89.05 ^{88.57}		
				132.02	138.71

Es wird daher:

1 Niveautheil = 1.0507 Trommeltheile oder:

$$1 \frac{\text{mm}}{\text{Niv.-Th.}} = 2118.6 = p'; \log. p' = 3.32606$$

$$1 \frac{\text{Niv.-Th.}}{\text{mm}} = 0.000472$$

Wenn wir also die Resultate zusammenstellen, so ist:

$$q = q' = 2226.0$$

$$p = 1344.9$$

$$p' = 2118.6$$

Ueber die Längenausdehnung des Archivmètre und des Glasmètre und Vergleichung der Thermometer.

Die Temperaturen haben auf die Vergleichen des Glasmètre mit dem Archivmètre nur einen sehr geringen Einfluss, da die Längenausdehnung des P sehr nahe gleich ist der Längenausdehnung unseres Glasstabes G. Es wäre sehr interessant gewesen, eine selbstständige Bestimmung der Längenausdehnung des Archivmètre zu erhalten. Eine solche ist bekanntlich bei Herstellung des Mètre prototype nicht vorgenommen worden. Man hat sich begnügt, den Ausdehnungs-Coëffizienten für Platina überhaupt so anzunehmen, wie ihn Borda festgestellt hat. Da nun die Länge des Archivmètre abgeleitet wurde aus der Länge des provisorischen Mètre von Messing, und dabei mit *Borda's* Coëffizienten gerechnet wurde, so liegt darin der Bestimmungsgrund, bei dieser vorausgesetzten Ausdehnung zu bleiben. Diese ist für 1° Centigr. = 0.00000856 (Siehe Base du syst. mètr. T. III., p. 469). Die Ausdehnung des Glasstabes konnte auf einem unabhängigen Wege erhalten werden. Von derselben Glasplatte nämlich, von welcher der Glasmètre G abgeschnitten ist, wurden auch zwei halbe Glastoisen angefertigt. Diese Glastoisen aber sind verglichen bei sehr verschiedenen Temperaturen mit einer Toise von *Gambey*, deren Längenausdehnung Geheimerath

Bessel angenommen hat zu 0.00001126 (Siehe Darstellung der Untersuchungen und Maasregeln, welche in den Jahren 1835—39 durch die Einheit des preussischen Längenmaases veranlasst worden sind, von *F. W. Bessel*. Berlin 1839. 4^o pag. 90 und 32.) Daraus folgt aber die Bestimmung der Längenausdehnung des Glasstabes *G*. Aus 6 Beobachtungsreihen zwischen *Gambey's* Toise und der Glastoise findet sich der Unterschied der Ausdehnung für 1°C zwischen der Toise von *Gambey* und den 2 halben Glastoisen — 0'''.002367, welcher allen Beobachtungen möglichst nahe entspricht. Wird dieser von der Längenänderung der Toise von *Gambey* für 1°C = 0'''.00973 abgezogen, so bleibt für die Ausdehnung der Glastoise

für 1°C 0'''.00736

Also für die Ausdehnung des Glasmètre für 1°C 0.00000852, } der ganzen Länge.
 Die Ausdehnung des Platinamètre für 1°C ist aber 0.00000856

Daher ist der Unterschied in der Ausdehnung zwischen *P* und *G* so klein, dass die Temperaturen der Vergleichung nur einen geringen Einfluss üben. Da wir nun die Längenausdehnung des Glasstabes *G* kennen, so hätte sie gedient, um damit die Ausdehnung des Archivmètre zu bestimmen. Allein wegen des kleinen Unterschiedes wären Beobachtungen bei sehr verschiedenen Temperaturen erforderlich gewesen. Man hätte also verschiedene Jahreszeiten abwarten müssen, was unausführbar war und so hat folglich eine genauere Bestimmung der Ausdehnung des Archivmeter unterbleiben müssen. Die Temperaturen, welche die Vergleichungsreihen umfassen, bieten zu kleine Unterschiede, um daraus mit Sicherheit auf dieses Element zu schliessen. Sie deuten eine etwas grössere Ausdehnung des Archivplatinmètre an, nämlich

0.00000905

Ich führe sie jedoch nur an, ohne sie zu benützen, weil die Unsicherheit in der Bestimmung grösser ist, als die Abweichung von *Borda's* Coëffizienten.

Wir setzen daher dem Angeführten zu Folge:

Ausdehnung des Platinamètre der Archive für 1°C

$$= 0.00000856$$

Ausdehnung des Glasstabes G, für 1°C

$$= 0.00000852$$

Thermometer.

Das Thermometer, welches bei den Vergleichen des Platinamètre der Archive mit dem Glasmètre am 13. und 14. Mai benützt wurde, ist das eines *Schieck'schen* Barometers und hat hunderttheilige Scala. Wir haben in der Arbeit über das Bergkrystallkilogramm dieses Thermometer t_c^s durch Beobachtungen verglichen mit dem Normaltemperatur zeigenden Réaum.-Thermometer von *Schumacher* und pag. 218 gefunden

$$t_R^N - t_R^s = - 0.07$$

oder wenn wir die Correction in Centigrade umwandeln, da die Angaben für den Mètre gelten

$$t_c^N - t_c^s = - 0.088$$

Die späteren Temperaturbeobachtungen beruhen direkt auf dem Normalthermometer. Vom 17. Mai an ist auch noch ein 2tes Ther-

momenter abgelesen, was wir mit t_R^E bezeichnen wollen. Es ist 90mal mit dem Normalthermometer verglichen; die Vergleichen sind folgende:

t_N^E	t_{E_1}	t_N^E	t_{E_1}	t_N^E	t_{E_1}	t_N^E	t_{E_1}	t_N^E	t_{E_1}
10.7	11.3	11.6	12.3	11.35	11.8	9.6	10.0	9.7	10.2
10.8	11.35	11.6	12.3	11.35	11.8	9.6	10.0	9.7	10.3
10.8	11.4	11.7	12.4	11.35	11.9	9.6	10.0	9.7	10.3
11.2	11.7	11.8	12.4	11.35	11.9	9.6	10.0	9.7	10.3
11.3	11.9	11.8	12.4	11.4	11.9	9.6	10.0	9.4	9.9
11.3	12.0	11.3	11.75	11.4	11.9	9.6	10.0	9.4	9.9
11.4	12.0	11.3	11.75	11.4	11.9	9.6	10.1	9.4	10.0
11.5	12.1	11.3	11.8	11.35	11.9	9.6	10.1	9.4	10.0
11.5	12.15	11.3	11.8	11.35	11.9	9.6	10.1	9.4	10.0
11.6	12.2	11.3	11.8	11.4	11.9	9.6	10.1	9.5	10.0
11.21	11.81	11.50	12.07	11.37	11.88	9.60	10.04	9.53	10.09
9.6	10.1	10.0	10.6	10.4	11.0	10.2	10.7		
9.6	10.1	10.1	10.6	10.0	10.4	10.3	10.75		
9.7	10.2	10.1	10.7	10.0	10.5	10.3	10.7		
9.7	10.3	10.1	10.7	10.0	10.5	10.3	10.7		
9.7	10.3	10.1	10.7	10.1	10.6	10.3	10.7		
9.9	10.4	10.2	10.8	10.1	10.6	10.3	10.7		
9.9	10.45	10.2	10.8	10.1	10.6	10.3	10.7		
10.0	10.5	10.3	10.9	10.1	10.6	10.3	10.7		
10.0	10.5	10.3	10.0	10.1	10.7	10.3	10.7		
10.0	10.6	10.4	10.0	10.1	10.7	10.3	10.7		
9.81	10.345	10.18	10.78	10.10	10.62	10.29	10.715		

und wenn wir die Mittel aus je 10 Vergleichen zusammenstellen

$$t_R^N - t_R^{E_1} = - 0.60$$

$$0.57$$

$$0.51$$

$$0.44$$

$$0.56$$

$$0.53$$

$$0.60$$

$$0.52$$

$$- 0.43$$

$$t_R^N - t_R^{E_1} = - 0.53$$

Wir können nun, nachdem alle zur Reduction der Vergleichen-
gen erforderlichen Elemente bestimmt sind, die Vergleichen-
gen selbst folgen lassen. Wir bemerken nur noch, dass unter den an den
Mikrometer-Trommeln abgelesenen Zahlen, die gravirten Zahlen ver-
standen sind, dass aber am 13. und 14. Mai beide Niveaux von
links nach rechts gezählt wurden. — Man erkennt sogleich aus den
Beobachtungen, dass die Zahlen beider Mikrometer-Trommeln mit
dem Maasse (von der Mitte aus) zunehmen, weil die Summen $m + m'$,
 $M + M'$ nahezu constant bleiben.

*Vergleichungen des Mètre prototyp der Archive (Platinamètre
= P) mit dem Krystallglasmètre Nro. 1 = G im Mai 1837.*

Datum und Zeit		Nr.	B e o b a c h t u n g e n.														
			Archiv-Platina-Mètre								Krystall-Glas-Mètre Nr. 1.						
			Tem.	Mikroskop		Niveaux				Tem.	Mikroskop		Niveaux				
				links rechts		links		rechts			links rechts		links		rechts		
				t_c	m	m'	a	a'	b		b'	t_c	M	M'	A	A'	B
1837 Mai																	
13. 2 ^h 53'	1	12.6	103.0	125.8	8.2	21.8	8.2	22.7									
			103.6	126.1	8.7	21.3	9.0	23.6									
			102.0	125.8													
3 10	2								12.7	93.5	161.8	8.3	21.9	8.6	22.1		
										94.8	161.7	8.2	21.8	8.2	22.8		
										94.2	161.3						
3 45	3	12.7	86.4	149.1	7.5	21.0	7.7	22.2									
			86.6	148.3	7.4	21.1	7.2	21.7									
			85.8	149.6													
4 0	4								12.6	99.2	157.8	8.2	21.9	7.3	21.8		
										99.4	157.9	8.2	21.9	7.2	21.8		
										100.0	157.3						

B e o b a c h t u n g e n.															
Datum und Zeit	Nr.	Archiv-Platina-Meter.							Krystall-Glas-Meter Nr. 1						
		Tem. t_c	Mikroskop		Niveaux				Tem. t_c^s	Mikroskop		Niveaux			
			links m	rechts m'	links		rechts			links M	rechts M'	links		rechts	
					a	a'	b	b'				A	A'	B	B'
1837 Mai 14.10 ^h 35'	5								12.35	114.7	159.2	7.4	21.2	7.9	22.6
										113.8	159.5				
										115.8	158.5	7.0	21.0	8.2	22.9
10 50	6	12.37	85.0	167.0	8.0	21.9	7.8	22.3							
			85.1	167.5											
			84.5	168.0	7.8	21.8	8.5	23.3							
11 0	7								12.4	95.8	178.2				
										95.8	177.9	6.9	20.8	6.7	21.2
										95.2	178.2				
11 25	8	12.3	67.8	182.4	9.1	23.1	9.0	23.7							
			68.5	182.7											
			68.6	182.8	9.2	23.1	9.2	24.0							
11 40	9								12.3	77.3	201.7	8.0	22.0	7.7	22.3
										77.2	201.3				
										76.8	201.5	8.2	22.1	8.2	22.9
14.11 ^h 53'	10	12.3	69.4	188.9	7.7	21.6	8.4	23.1							
			70.3	187.0											
			69.0	187.5	7.3	21.3	8.3	23.3							
12 10	11								12.3	85.3	200.1	8.2	22.2	7.7	22.1
										85.4	200.5				
										85.1	200.3	8.4	22.3	8.0	22.3
12 20	12	12.3	63.4	195.7	.0	20.9	7.3	21.9							
			63.0	196.2											
			63.2	196.9	7.9	20.7	7.5	22.1							
Von nun an werden beide Niveaux von der Mitte des Apparates aus abgelesen.															
1 35	13	12.4	68.3	196.2	21.7	8.0	7.4	21.1							
			68.8	195.1											
			68.1	195.3	21.8	8.0	7.8	22.4							

B e o b a c h t u n g e n																
Datum und Zeit		Nr.	Archiv-Platina-Meter								Krystall-Glas-Meter Nr. 1.					
			Temp.	Mikroskop		Niveaux				Temp.	Mikroskop		Niveaux			
				links rechts		links		rechts			links rechts		links		rechts	
				t_R^N	m	m'	a	a'	b		b'	t_c^s	M	M'	A	A'
1	45	14								12.5	88.3	203.3	22.0	8.1	7.3	22.0
											88.8	202.2				
											88.7	203.2	22.6	8.8	6.9	21.3
2	15	15								12.5	Schuber verstellt		27.9	13.9	13.8	28.4
													28.0	14.0	13.7	28.4
2	30	16	12.5			18.1	4.3	7.0	22.6							
						18.1	4.3	7.3	22.0							
3	0	17	12.5			16.1	2.6	2.8	17.							
						16.3	2.6	2.9	14.3							
3	15	18								12.5			24.4	10.7	13.6	28.3
													24.4	10.7	14.3	29.0

Von nun an werden die Unterschiede P—G nur mit den Niveaux gemessen und das Thermometer t_R^N benützt.

Datum und Zeit	Nr.	B e o b a c h t u n g e n.											
		Archiv-Platina-Meter						Krystall-Glas-Meter					
		Temp. t_R^N	Niveaux		Temp. $t_R^{E_2}$		Temp. t_R^N	Niveaux		Temp. $t_R^{E_1}$			
			links a	rechts a'	links b	rechts b'		links A	rechts A'	links B	rechts B'		
1837 Mai													
15. 3 ^h 45'	19	10.2	26.0	12.0			10.2	26.0	12.0	14.3	29.1		
50								26.0	12.0	14.6	29.3		
55								26.1	12.1	15.0	29.8		
	20	10.2	18.4	4.7	5.2	20.4							
			18.8	5.0	5.4	20.1							
			19.0	5.2	5.4	20.0							

Datum und Zeit	Nr.	B e o b a c h t u n g e n.											
		Archiv - Platina - Meter					Krystall - Glas - Meter						
		Temp. t_R^N	Niveaux				Temp. $t_R^{E_1}$	Temp. t_R^N	Niveaux				Temp. $t_R^{E_1}$
			links		rechts				links		rechts		
			a	a'	b	b'			A	A'	B	B'	
1837 Mai													
16. 9 ^h 45'	21	9.0	17.0	2.8	3.7	18.7							
50			17.0	2.7	3.7	18.8							
55			17.0	2.7	3.9	19.0							
10 10	22							9.0	24.5	10.3	11.6	26.7	
15									24.0	9.8	12.4	27.4	
20									24.0	9.9	12.5	27.5	
40	23	9.2	17.2	3.1	3.5	18.5							
45		9.2	17.5	3.3	3.6	18.6							
50		9.25	17.6	3.5	3.5	18.4							
11 0	24							9.25	26.2	12.0	9.5	24.8	
10								9.3	27.6	13.4	8.8	23.6	
15								9.3	27.9	13.7	8.7	23.4	
45	25	9.4	17.3	3.3	3.2	18.1							
50		9.4	18.3	4.3	1.9	16.7							
55		9.4	18.7	4.7	1.8	16.7							
12 10	26							9.5	28.0	14.0	9.4	24.2	
15									28.7	14.6	9.0	23.8	
20									28.8	14.7	9.0	23.9	
40	27	9.5	20.3	6.4	3.8	18.7							
1 0			18.0	4.0	6.7	21.6							
5			18.2	4.3	6.8	20.8							
	28							9.6	29.0	14.1	2.3	16.3	
									29.4	14.6	2.4	16.4	Irrung
									29.7	14.9	2.5	16.5	
17. 1 ^h 25'	29							10.7	24.8	11.0	12.8	27.2	11.3
30									25.3	11.7	13.7	28.0	
35								10.8	25.6	11.9	14.3	28.8	11.35
17 1 45	30	10.8	21.1	7.5	2.7	17.3	11.4						
			22.3	8.7	2.8	17.3							
			23.0	9.0	2.9	17.4							
2 45	31							Schuber verstellt.					
50								11.2	25.2	11.7	12.7	27.0	11.7
55								11.3	25.0	11.6	14.2	28.4	11.9
3 10	32	11.4	19.0	5.6	5.9	20.2	12.0	11.3	24.6	11.0	—	—	12.0
15		11.5	19.6	6.0	6.0	20.3	12.1						
25		11.5	20.3	7.0	7.0	21.2	12.15	Schuber verstellt.					

B e o b a c h t u n g e n.													
Datum und Zeit	Nr.	Archiv - Platina - Meter						Krystall - Glas - Meter					
		Temp. t_R^N	Niveaux				Temp. $t_R^{E_1}$	Temp. t_R^N	Niveaux				Temp. $t_R^{E_1}$
			links		rechts				links		rechts		
			a	a'	b	b'			A	A'	B	B'	
1837 Mai													
35 33								11.6	24.5	11.0	10.4	24.5	12.2
40								11.6	25.0	11.5	10.5	25.0	12.3
45								11.6	25.5	12.0	10.9	25.2	12.3
3 55 34		11.7	16.2	2.6	6.7	20.0	12.4						
4 0		11.8	15.5	2.0	7.1	21.2	12.4						
5		11.8	15.4	1.9	7.9	22.0	12.4						
18.12 ^h 10 35								11.3	28.	14.2	14.2	28.7	11.75
15								11.3	28.4	14.6	14.1	27.4	11.75
20								11.3	28	15.5	13.1	26.5	11.8
40 36		11.3	15.3	1.8	10.8	25.2	11.8						
45		11.3	15.1	1.5	11.5	25.9	11.8						
50		11.35	15.0	1.5	12.3	26.3	11.8	Schlitten verstellt.					
1 15 37								11.35	28.0	14.0	12.5	26.8	11.8
20								11.35	28.2	14.3	12.5	26.8	11.9
25								11.35	28.4	15.5	12.5	27.0	11.9
35 38		11.4	17.3	3.8	5.5	19.9	11.9						
40		11.4	17.9	4.3	5.2	19.6	11.9						
45		11.4	18.0	4.5	4.9	19.3	11.9	Schuber verstellt, Thermometer gew.					
2 0 39								11.35	28.1	14.3	12.4	26.9	11.9
5								11.35	28.8	14.6	11.0	25.3	11.9
10								11.4	29.2	15.0	11.0	25.3	11.9
20 40		11.4	19.0	5.5	5.7	19.9	11.9						
25		11.4	19.2	5.7	5.7	19.9	11.9						
30		11.4	19.5	5.9	5.6	19.9	11.9						
19. 11 0 41								9.6	25.5	11.6	12.6	27.3	10.0
5								9.6	25.4	11.4	12.5	27.3	10.0
10								9.6	25.4	11.4	12.6	27.4	10.0
20 42		9.6	16.0	1.9	7.2	22.0	10.0						
25		9.6	15.6	1.4	7.5	22.4	10.0						
30		9.6	15.7	1.3	7.4	22.2	10.0						
40 43								9.6	28.5	14.4	10.6	25.3	10.1
45								9.6	28.6	14.5	10.5	25.3	10.1
50								9.6	28.7	14.6	10.4	25.2	10.1
12 0 14		9.6	22.0	8.0	1.4	16.3	10.1						
		9.6	22.8	8.8	0.6	15.5	10.1						
		9.6	21.4	7.4	2.0	16.8	10.1						

Herr U. Pohrt bezeichnet die Vergleichen vom 16. und 19. Mai als die gelungensten.

Wir werden jetzt diese Beobachtungen in eine zur Reduction geeignete Form bringen, indem wir die Mittelwerthe für jede Nro. der Vergleichen ansetzen.

	Mai	Nro.	Temp. t_c^N	M m	M' m'	N n	N' n'	Mikrom.	Niveaux	P—G in Trommelth.	Abw. vom Mittel.
P	13	1	12.51	102.8	125.9	15.00	15.7	—27.1	+0.55	—26.55	+4.18
G		2	12.61	94.2	161.6	15.05	15.42	—20.3	+0.57	—19.73	—2.64
P		3	12.61	86.3	149.2	14.25	14.70	—21.7	+1.51	—20.19	—2.18
G		4	12.61	99.5	157.7	15.05	14.52				
G	14	5	12.26	114.8	159.1	14.15	15.40	—21.5	—1.12	—22.62	+0.25
P		6	12.28	84.9	167.5	14.87	15.47	—21.3	—0.09	—21.39	—0.98
G		7	12.31	95.6	178.1	13.85	13.95	—22.8	—1.11	—23.91	+1.54
P		8	12.21	68.3	182.6	16.12	16.47	—27.7	—0.47	—28.17	+5.80
G		9	12.21	77.1	201.5	15.07	15.27	—21.2	+1.48	—19.72	—2.65
P		10	12.21	69.6	187.8	14.47	15.77	—28.2	+2.11	—26.09	+3.72
G		11	12.21	85.3	200.3	15.27	15.02	—27.1	+1.58	—25.52	+3.15
P		12	12.21	63.2	196.3	14.12	14.70				
Zeichenwech.											
P	13	13	12.31	68.4	195.2	14.87	14.67	—27.7	—0.51	—28.21	+5.84
G		14	12.41	88.6	203.5	15.37	14.37				

Den Messungen bloss durch die Niveaux geben wir die Form:

	Mai	Nro.	Temp. t_c^N	Platin.		Glas.		α	α'	P—G in Trommelth.	Abw. von Mittel.
				n	n'	N	N'				
		15	12.41			20.95	21.07	—9.75	—6.60	—23.07	+0.70
		16	12.41	11.20	14.47						
		17	12.41	9.40	10.10			—8.15	—11.20	—25.26	+2.89
		18	12.41			17.55	21.30				
15		19	12.75			19.03	22.00	—7.51	—9.20	—22.09	—0.28
		20	12.75	11.52	12.80						

Mai	Nro.	Temp.	Platin.		Glas		α	α'	P—G in Trommelth.	Abw. von Mittel	
		t_c^N	n	n'	N	N'					
16	21	11.25	9.85	11.30			}	— 7.20	— 8.38	— 20.72	— 1.65
	22	11.25			17.05	19.68		— 6.70	— 8.67	— 21.28	— 2.09
	23	11.52	10.35	11.01				— 9.84	— 5.45	— 22.01	— 0.36
	24	11.60			20.19	16.46		— 9.26	— 6.23	— 21.87	— 0.50
	25	11.75	10.93	10.23				— 10.52	— 6.30	— 24.02	+ 1.65
	26	11.87			21.45	16.53		— 9.60	— 3.46	— 19.53	— 2.84
	27	11.87	11.85	13.07							
	28	—	—	—							
17	29	13.46			18.35	20.80	}	— 3.09	— 10.74	— 16.38	— 5.99
	30	13.54	15.26	10.06							
	31	14.10			18.00	20.57		— 5.09	— 7.14	— 15.92	— 6.45
	32	14.39	12.91	13.43							
	33	14.59			18.15	17.75		— 9.22	— 3.60	— 19.04	— 3.33
	34	14.77	8.93	14.15							
18	35	14.09			21.58	20.66	}	— 13.22	— 1.99	— 23.96	+ 1.59
	36	14.11	8.36	18.67							
	37	14.30			21.40	19.68		— 10.44	— 7.28	— 24.86	+ 2.49
	38	14.35	10.96	12.40							
	39	14.34			21.66	18.65		— 9.20	— 5.87	— 21.28	— 1.09
	40	14.35	12.46	12.78							
19	41	11.91			18.45	19.95	}	— 9.80	— 5.17	— 21.65	— 0.72
	42	11.91	8.65	14.78				— 12.90	— 3.10	— 24.60	+ 2.23
	43	11.98			21.55	17.88		— 6.48	— 9.12	— 20.30	— 2.07
	44	11.99	15.07	8.76							

Gibt man jeder dieser 29 Bestimmungen gleiches Stimmrecht, so wird der Mittelwerth in Mikrometer-Trommeltheilen

$$P-G = - 22.374$$

mit dem mittleren Fehler ± 0.460

u. d. m. Fehl. jeder einzeln. Vergl. ± 2.478

oder wenn wir diese Werthe durch q dividiren in Millimeter ausgedrückt:

$$\begin{aligned}
 P-G &= - \overset{\text{mm}}{0.01005} \text{ bei } + 12^{\circ}.73 \text{ Centigr.} \\
 \text{mit dem mittlern Fehler} &\quad \pm 0.00021 \\
 \text{n. d. m. Fehler jed. einzeln. Vergl.} &\quad \pm 0.00111
 \end{aligned}$$

Offenbar würde sich der mittlere Fehler noch um etwas verkleinern, wenn auf die Temperaturunterschiede Rücksicht genommen würde, was jedoch ganz ohne Belang scheint, wenn man bedenkt, dass, um die absolute Länge bis auf den mittleren Fehler sicher zu entnehmen, die Temperatur des Stabes auf $\frac{1}{43}$ Grad erkannt seyn muss.

Da wir nun die Längenausdehnung der beiden Meter nach p. 270 kennen, so sind wir im Stande, die Länge des Glasmeters für jede Temperatur anzugeben. Offenbar ist

$$P = 1000. \overset{\text{mm}}{+} t^{\circ} (0.00856)$$

also auch

$$P = 1000. \overset{\text{mm}}{10897} + (t^{\circ} - 12^{\circ}.73) 0.00856$$

also die Länge des Glasmeter

$$G = 1000. \overset{\text{mm}}{10807} + 0.01005 + (t - 12.73) 0.00852$$

Daher bei jeder Temperatur:

$$G = 1000. \overset{\text{mm}}{01056} + t^{\circ} (0.00852) \pm \overset{\text{mm}}{0.0002} \quad (\text{I})$$

und der Unterschied der beiden Meter ist für jede Temperatur

$$P-G = - \overset{\text{mm}}{0.01056} + t^{\circ} (0.00004)$$

Zur Bequemlichkeit des Gebrauches fügen wir zum Schlusse noch eine Tabelle bei, welche die Länge des Glasmeter in Millimeter des Meter Prototyp der Archive zu Paris für die beigesetzten Temperaturen angibt, wie sie aus dem Ausdrücke (I) folgt.

Länge des Glasmeter in Millimeter bei der Temperatur t°

t°	Millimeter
— 2	999.99352
— 1	1000.00204
0	1000.01056
+ 1	01908
2	02760
3	03612
4	04464
5	1000.05316
6	06168
7	07020
8	07872
9	08724
10	1000.09576
11	10428
12	11280
13	12132
14	12984
15	1000.13836
16	14688
17	15540
18	16392
19	17244
20	1000.18096
21	18948
22	19800
23	20652
24	21504
25	1000.22356

dt	Längenzunahme.
+0.1	+0.000852
0.2	0.001704
0.3	0.002556
0.4	0.003408
0.5	0.004260
0.6	+0.005112
0.7	0.005964
0.8	0.006816
0.9	0.007668
1.0	0.008520