



Veröffentlichungen der DGK

Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

---

Reihe C

Dissertationen

Heft Nr. 811

**Hendrik Hellmers**

**Positionierung mobiler Plattformen in  
Non-Line-of-Sight Szenarien**

**München 2018**

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

ISSN 0065-5325

ISBN 978-3-7696-5223-9

---

Diese Arbeit ist gleichzeitig veröffentlicht in:

Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie der Technischen Universität Darmstadt

ISBN 978-3-935631-42-6, Nr. 53, Darmstadt 2017





Veröffentlichungen der DGK

Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

---

Reihe C

Dissertationen

Heft Nr. 811

## Positionierung mobiler Plattformen in Non-Line-of-Sight Szenarien

Vom Fachbereich Bau- und Umweltingenieurwissenschaften  
der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung des Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Vorgelegt von

**Dipl.-Ing. Hendrik Hellmers**

Geboren am 15.09.1985 in Frankfurt am Main

**München 2018**

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

ISSN 0065-5325

ISBN 978-3-7696-5223-9

---

Diese Arbeit ist gleichzeitig veröffentlicht in:

Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie der Technischen Universität Darmstadt  
ISBN 978-3-935631-42-6, Nr. 53, Darmstadt 2017

## Adresse der DGK:



### Ausschuss Geodäsie der Bayerischen Akademie der Wissenschaften (DGK)

Alfons-Goppel-Straße 11 • D – 80 539 München  
Telefon +49 – 331 – 288 1685 • Telefax +49 – 331 – 288 1759  
E-Mail [post@dgk.badw.de](mailto:post@dgk.badw.de) • <http://www.dgk.badw.de>

#### Prüfungskommission:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Matthias Becker

Referent: Prof. Dr.-Ing. Andreas Eichhorn

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Jörg Blankenbach

Tag der mündlichen Prüfung: 22.09.2017

---

© 2018 Bayerische Akademie der Wissenschaften, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet,  
die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen

---

## Kurzfassung

---

Durch die beschleunigte Entwicklung von handlicher Sensortechnik zur Beobachtung der Umwelt steigt in Industrie und Forschung das Verlangen nach modernen, echtzeitfähigen Applikationen auf Basis standortbezogener Daten<sup>1</sup>. Diese Dienste stellen in Abhängigkeit der Anwenderposition ausgewählte Information mit Raumbezug, z.B. den kürzesten Weg zu einem gewünschten Zielort, bereit und können durch das *Global Navigation Satellite System* im Außenbereich mittlerweile global bedient werden. Eine Übertragung von Ortung und Navigation in den Innenraum ist hingegen aufgrund von Abschattungen der dabei verwendeten Signale nicht zu realisieren. Neben der Positionierung von Fußgängern können jedoch speziell Applikationen für mobile Plattformen einen erheblichen Beitrag zur Unterstützung logistischer Problemstellungen in Industrie und Wirtschaft leisten. Anwendungsgebiete ergeben sich zum Beispiel in der Erstellung von Gebäudeinformationssystemen, der Objektverfolgung in Industriehallen oder der Positionierung von autonom fahrenden Robotern in Rettungsszenarien. Zwar existieren bereits kommerzielle Systeme für die Positionsbestimmung in überbauten Arealen, die dabei angewendeten Technologien für präzise Lösungen setzen in der Regel jedoch eine direkte Sichtverbindung zwischen fest installierten Referenzstationen sowie dem zu positionierenden Objekt voraus, sodass komplexe Anwendungen nicht oder ausschließlich durch erheblichen Aufwand bezüglich Kommunikation und Datentransfer bedient werden können.

Zur Erweiterung dieser bestehenden, zumeist auf elektromagnetischen Signalen beruhenden, Systeme wird daher seit einigen Jahren an der TU Darmstadt sowie der RWTH Aachen eine auf künstlich erzeugten Magnetfeldern basierende Technologie für die Positionsbestimmung erprobt. Magnetfelder profitieren von der Eigenschaft, Objekte jeglicher Art zu durchdringen und somit umgebungsunabhängige Lösungen zu erzielen. Dadurch lassen sich auch in schlecht zugänglichen Bereichen Positionierungsaufgaben bewerkstelligen. Die generierten Signale sind jedoch in ihrer Reichweite begrenzt, sodass die dabei eingesetzten Elektromagneten in der Praxis keine vollständige Problemlösung darstellen.

Zur Realisierung einer nachhaltigen Objektpositionierung erfolgt deshalb in modernen Anwendungen die Fusion mit sogenannten Inertialmesseinheiten. Durch die Erfassung und Integration von Bewegungsänderungen - in diesem Fall Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten - werden dazu zunächst hochfrequente Lösungen präzisiert. Die aufgrund von langfristigen Sensordrifts entstehenden Unsicherheiten lassen sich darüber hinaus durch den Einsatz unabhängiger, absoluter geometrischer Beobachtungen mittels spezieller Fusionsalgorithmen minimieren.

Ziel dieser Arbeit ist daher die Entwicklung eines echtzeitfähigen Algorithmus für die Positionsbestimmung fahrbarer Plattformen in überbauten Arealen. Die Umsetzung stützt sich dabei auf die Integration einer Inertialmesseinheit mit der ausschließlich im akademischen Bereich existierenden Technologie auf Basis künstlich erzeugter Magnetfelder sowie einem bereits auf dem Markt befindlichen Positionierungssystem. Nach der durchgeführten Verarbeitung sämtlicher Signale sowie einer varianzbasierenden Gewichtung der verwendeten Sensorsysteme mündet die Arbeit in einer Tauglichkeitsuntersuchung beider Fusionsarten für bestehende Positionierungsanwendungen.

---

<sup>1</sup> Standortbezogene Dienste, englisch: Location Based Services (LBS)

---

## Abstract

---

Through the emergence of compact sensor technologies for realizing realtime positioning, in recent years the research on location based services has been focused from both industry and economy. Although GNSS ensures availability of global applications in outdoor areas, a transition to indoor environments is disabled caused by signal shading and fading effects. However, especially localization for wheeled platforms enables reliable industrial applications with focus on Building Information Modeling, object tracking in warehouses or robots in rescue scenarios. Although several technologies are already in use for realizing positioning, the applied signals in common approaches (for example electromagnetic waves, ultrasonic or WLAN) suffer from signal delay and multipath inside overbuild areas, which leads to the restriction that only line-of-sight scenarios can be handled up to now.

Therefore, to extend the amount of existing methods a DC magnetic field based localization system<sup>2</sup> for academic research has been created in the past decade. Utilising several electrical coils to generate artificial magnetic signals, the technology benefits by the fact, that magnetic fields penetrate obstacles and building materials without signal delay, which consequently enable distance- and angle-observations in non-line-of-sight-scenarios. However, although this technology facilitates localization regardless of the environment, the approach is limited by its restricted reach and therefore does not represent a complete solution for industrial applications.

For this reason, in practical applications a combination with so called inertial measurement systems is performed for providing high frequency predictions utilising acceleration- and angular rate measurements, which are supported by external observations to counter sensor noise caused long-term deviations. Therefore, methods of sensor fusion enable an integration of the different technologies.

This work aims at the development of a complete evaluation algorithm for indoor positioning in the context of wheeled platforms. Beside the digital signal processing of all acquired data a capable method for variance-based sensor fusion is been established. In practical use, the inertial measurement system provides high frequency predictions, which are supported by external geometrical observations caused by two different approaches. While the electromagnetic wave based system is in industrial use already, the applied artificially generated magnetic fields are only field-tested in the context of research. Finally the suitability of the fusions' approaches is elaborated for getting reliable statements of both techniques' efficiency.

---

<sup>2</sup> Direct Current, deutsch: Gleichstrom

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b>	<b>i</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>iii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>Notation und Symbole</b>	<b>xv</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Bisherige Ansätze</b>	<b>7</b>
2.1. Stand der Forschung . . . . .	7
2.1.1. Ultra-wideband . . . . .	8
2.1.2. Infrarot . . . . .	8
2.1.3. RFID . . . . .	8
2.1.4. WLAN . . . . .	9
2.1.5. Ultraschall . . . . .	9
2.1.6. Magnetische Gleichfelder . . . . .	9
2.2. Mathematisches Prinzip . . . . .	10
2.2.1. Angle of Arrival . . . . .	10
2.2.2. Time Difference of Arrival . . . . .	12
2.2.3. Distanzmessung . . . . .	12
2.2.4. Dead Reckoning . . . . .	13
<b>3. Physikalisches Prinzip</b>	<b>15</b>
3.1. Ultra-wideband . . . . .	15
3.1.1. Signalaufbau . . . . .	15
3.1.2. Ubisense Precise Real-time Location . . . . .	16
3.2. Quasistatische Magnetfelder . . . . .	19
3.2.1. Künstliche Magnetfelderzeugung . . . . .	19
3.2.2. Signalverarbeitung . . . . .	22
3.3. Inertialbeobachtungen . . . . .	25
3.3.1. Prinzip der inertialen Datenaufnahme . . . . .	25
3.3.2. ADIS 16480 . . . . .	28
3.3.3. Überprüfung der Sensorstabilität . . . . .	29
<b>4. Orientierung inertialer Koordinatensysteme</b>	<b>33</b>
4.1. Rotationen mit Euler-Winkeln . . . . .	34
4.2. Quaternionen . . . . .	36
4.2.1. Einführung in die Quaternionenalgebra . . . . .	36

4.2.2. Rotationen mit Quaternionen . . . . .	37
4.3. Orientierung über Basislinien . . . . .	39
4.3.1. Koordinatenschätzung mit Restriktionen . . . . .	39
4.3.2. Herleitung der absoluten Orientierung . . . . .	41
<b>5. Relative Positionierungsverfahren</b>	<b>45</b>
5.1. Grundlagen der digitalen Signalverarbeitung . . . . .	45
5.1.1. Tiefpassfilterung . . . . .	46
5.1.2. Adaptive Filterung . . . . .	47
5.2. Signalauswertung der Inertialdaten . . . . .	49
5.2.1. Drehraten . . . . .	50
5.2.2. Beschleunigungen . . . . .	51
5.3. Modellierung der Objektbewegung . . . . .	56
5.3.1. Zustandsprädiktion . . . . .	56
5.3.2. Modifikation des Bewegungsmodells . . . . .	60
5.3.3. Stochastisches Modell . . . . .	68
<b>6. Verfahren der Sensorfusion</b>	<b>73</b>
6.1. Kalman Filterung . . . . .	73
6.1.1. Iterativer Kalman Filter . . . . .	74
6.1.2. Adaptiver Kalman Filter . . . . .	76
6.2. Prüfverfahren zur Ausreißerdetektion . . . . .	78
6.2.1. Der Innovationstest . . . . .	78
6.2.2. Der Chi-Quadrat-Test . . . . .	78
<b>7. Praktische Umsetzung</b>	<b>83</b>
7.1. Aufbau der Testumgebung . . . . .	84
7.2. Erfassung und Auswertung empirischer Daten . . . . .	86
7.2.1. Infrastruktur der Datenaufnahme . . . . .	87
7.2.2. Sensorsynchronisierung und Sollpunkte . . . . .	88
7.3. Empirische Trajektorienbestimmung . . . . .	90
7.3.1. Definition der Solltrajektorien . . . . .	90
7.3.2. Eliminierung grober Beobachtungsfehler . . . . .	91
7.3.3. Statistische Annahmen . . . . .	92
7.3.4. Mittlere Quadratische Abweichung . . . . .	93
7.3.5. Vergleich der Fusionierungsansätze . . . . .	93
7.3.6. Vergleich der Filterungsabwandlungen . . . . .	102
7.4. Stützung der Orientierung . . . . .	105
7.4.1. Solltrajektorie und Datenaufnahme . . . . .	106
7.4.2. Statistische Annahmen . . . . .	107
7.4.3. 2D-Trajektorien . . . . .	107
<b>8. Fazit</b>	<b>113</b>
8.1. Zusammenfassung . . . . .	113
8.2. Ausblick . . . . .	116
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>119</b>

---

<b>A. Anhang</b>	<b>xvii</b>
A.1. Unscented Kalman Filter . . . . .	xvii
A.1.1. Prädiktionsschritt . . . . .	xvii
A.1.2. Filterungsschritt . . . . .	xix
A.2. Yaw-Konfiguration der UWB-Sensoren . . . . .	xxi
A.3. Äußere Genauigkeiten der Trajektorien-Rückwege . . . . .	xxi
A.3.1. Rückweg Trajektorie 1 (IKF) . . . . .	xxi
A.3.2. Rückweg Trajektorie 2 (IKF) . . . . .	xxiii
A.3.3. Rückweg Trajektorie 1 (AKF) . . . . .	xxiv
A.3.4. Rückweg Trajektorie 2 (AKF) . . . . .	xxv
A.3.5. Rückweg Trajektorie 3 . . . . .	xxvi



---

# Abbildungsverzeichnis

1.1. Kinematische Objektpositionierung anhand eines marktüblichen Positionierungssystems . . . . .	2
1.2. Sensorplattform innerhalb eines lokalen Koordinatensystems . . . . .	3
2.1. Einfallswinkel der Signalfront . . . . .	11
2.2. Vorwärtsschnitt . . . . .	11
2.3. Orientierung einer Referenzstation . . . . .	11
2.4. Streckendifferenz . . . . .	12
2.5. Hyperbelschnitt . . . . .	12
2.6. Bogenschnitt zur Neupunktberechnung . . . . .	13
3.1. UWB-Impuls in Zeit- und normiertem Frequenzbereich . . . . .	15
3.2. Frequenzübersicht der Signalarten . . . . .	16
3.3. UWB-Sensor und UWB-Tag im Größenvergleich . . . . .	17
3.4. Beobachtbarer Raum in $xy$ -Ebene . . . . .	17
3.5. Beobachtbarer Raum in $xz$ -Ebene . . . . .	17
3.6. Netzwerkverkabelung der einzelnen Komponenten . . . . .	18
3.7. Magnetfeld um stromdurchflossenen Leiter . . . . .	20
3.8. Magnetfeld der Spule . . . . .	21
3.9. Magnetfeld bei ruhendem Magnetometer . . . . .	22
3.10. Magnetspule und Umschaltnetzteil des Positionierungssystems MILPS . . . . .	23
3.11. Magnetfeld bei bewegtem Magnetometer . . . . .	24
3.12. Prinzip der MEMS-Beschleunigungsmessung . . . . .	25
3.13. Prinzip der MEMS-Drehratenmessung . . . . .	26
3.14. Prinzip der MEMS-Magnetfeldmessung . . . . .	27
3.15. Prinzip der MEMS-Luftdruckmessung . . . . .	27
3.16. ADIS 16480 . . . . .	28
3.17. Sensoranordnung . . . . .	28
3.18. Berechnungsweise der Allan-Varianz für $n = 3$ . . . . .	29
3.19. Allan-Abweichung eines driftbehafteten Signals . . . . .	30
3.20. Empirische Allan-Abweichung der <i>ADIS16480</i> . . . . .	31
4.1. Kongruente Koordinatensysteme . . . . .	33
4.2. Orientierung des Body Systems . . . . .	33
4.3. Rotation im Raum . . . . .	35
4.4. Rotation in der $xy$ -Ebene . . . . .	35
4.5. Koordinatenschätzung mit Restriktionen . . . . .	39
5.1. Gleitendes Mittel als Tiefpassfilter . . . . .	46
5.2. Digitales System als Blackbox . . . . .	47
5.3. Schema eines Adaptiven Filters . . . . .	48
5.4. Drehrate um die $y$ -Achse des Body Systems . . . . .	50
5.5. Peakerkennung von signifikanten Signalausschlägen . . . . .	51
5.6. Extraktion tatsächlicher Drehbewegungen . . . . .	51
5.7. Anteile der erfassten Rohbeschleunigung im Body System . . . . .	52
5.8. Drehung des lokalen Koordinatensystems um festen Schwerevektor . . . . .	53

5.9. Beschleunigung in $x$ -Richtung des Body Systems . . . . .	54
5.10. Extraktion der tatsächlichen Beschleunigungen . . . . .	55
5.11. Nutzsignal und Varianz der Beschleunigung . . . . .	55
5.12. Bewegungsrichtung des Objektes . . . . .	57
5.13. Aktualisierung der Geschwindigkeitsrichtung . . . . .	58
5.14. Empirische Varianzen der erfassten Beschleunigungen . . . . .	61
5.15. Objekt auf einer Kreisbahn . . . . .	62
5.16. Zentripetalbeschleunigung bei Kurvenfahrt . . . . .	62
5.17. Abfahrendes Fahrzeug . . . . .	63
5.18. Hochfahrendes Fahrzeug . . . . .	63
5.19. Fahrzeugkennlinie . . . . .	66
5.20. Referenz- und mobiler Umgebungsdruck . . . . .	67
5.21. Berechnete Höhe durch Barometrische Höhenformel . . . . .	67
6.1. Flussdiagramm Iterativer Kalman Filter (IKF) . . . . .	75
6.2. Flussdiagramm des Adaptiven Kalman Filters ab dem $m$ -ten Filterungsschritt . . . . .	77
6.3. Visualisierung der Innovation . . . . .	79
6.4. Ausgewählte Dichtefunktionen der Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	80
6.5. Annahme- und Ablehnungsbereich der Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	80
7.1. Fahrbare Sensorplattform . . . . .	83
7.2. Testumgebung im Institutsgebäude . . . . .	84
7.3. Befahrbare Erhebung . . . . .	84
7.4. Ausschnitt des realen Testfeldes . . . . .	84
7.5. Infrastruktur der Sensorsysteme . . . . .	86
7.6. Screenshot der Ubisense-Messung . . . . .	87
7.7. Zeitstrahlen der einzelnen Sensorsysteme . . . . .	89
7.8. Trajektorie 1 . . . . .	90
7.9. Trajektorie 2 . . . . .	90
7.10. Ausreißertest für AoA-Beobachtungen . . . . .	91
7.11. Trajektorie 1 im Grundriss . . . . .	93
7.12. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Trajektorie 1 . . . . .	94
7.13. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 1 . . . . .	95
7.14. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 1 (mit Barometer) . . . . .	95
7.15. Trajektorie 2 im Grundriss . . . . .	96
7.16. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Trajektorie 2 . . . . .	97
7.17. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 2 . . . . .	97
7.18. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 2 (mit Barometer) . . . . .	98
7.19. 3D-Ansicht Trajektorie 1 (links) und Trajektorie 2 (rechts) . . . . .	99
7.20. Trajektorie 1 im Grundriss (Rückweg) . . . . .	99
7.21. Trajektorie 2 im Grundriss (Rückweg) . . . . .	100
7.22. 3D-Ansicht Trajektorie 1 (links) und Trajektorie 2 (rechts) der Rückwege . . . . .	101
7.23. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Trajektorie 1 (IMU/MILPS) . . . . .	102
7.24. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 1 (IMU/MILPS) . . . . .	103
7.25. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Trajektorie 2 (IMU/MILPS) . . . . .	104
7.26. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 2 (IMU/MILPS) . . . . .	104
7.27. Trajektorie 3 . . . . .	107
7.28. Trajektorie 3 im Grundriss . . . . .	108
7.29. Soll-Ist-Vergleich des $yaw$ -Winkels Trajektorie 3 . . . . .	108
7.30. Soll-Ist-Vergleich in $xy$ -Ebene Trajektorie 3 . . . . .	109
7.31. Trajektorie 3 im Grundriss (Rückweg) . . . . .	110

---

8.1. MQA der untersuchten Messfahrten . . . . .	113
8.2. MQA der untersuchten Trajektorien bezüglich IMU/MILPS . . . . .	114
8.3. MQA der untersuchten Trajektorien bei der Orientierungsstützung . . . . .	115
A.1. $1\sigma$ -Umgebung für einen zweidimensionalen Zufallsvektor . . . . .	xvii
A.2. Nichtlineare Bewegungsfortschreibung . . . . .	xviii
A.3. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Trajektorie 1 (Rückweg) . . . . .	xxi
A.4. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 1 (Rückweg) . . . . .	xxii
A.5. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 1 mit Barometer (Rückweg) . . . . .	xxii
A.6. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Trajektorie 2 (Rückweg) . . . . .	xxiii
A.7. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 2 (Rückweg) . . . . .	xxiii
A.8. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Trajektorie 2 mit Barometer (Rückweg) . . . . .	xxiv
A.9. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Rückweg Trajektorie 1 (IMU/MILPS) . . . . .	xxiv
A.10. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Rückweg Trajektorie 1 (IMU/MILPS) . . . . .	xxv
A.11. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Rückweg Trajektorie 2 (IMU/MILPS) . . . . .	xxv
A.12. Soll-Ist-Vergleich in der $z$ -Koordinate Rückweg Trajektorie 2 (IMU/MILPS) . . . . .	xxvi
A.13. Soll-Ist-Vergleich des $yaw$ -Winkels Rückweg Trajektorie 3 . . . . .	xxvi
A.14. Soll-Ist-Vergleich in der $xy$ -Ebene Rückweg Trajektorie 3 . . . . .	xxvii



---

# Tabellenverzeichnis

3.1. Eigenschaften einiger Magnetfelder . . . . .	24
3.2. Sensoreigenschaften ADIS 16480 . . . . .	29
5.1. Empirisch angesetzte Peakparameter . . . . .	56
5.2. Empirische Bestimmung der Fahrzeugkennlinie . . . . .	65
7.1. Koordinatenliste des lokalen Sollpunktfeldes . . . . .	85
7.2. Koordinatenliste der UWB-Antennen . . . . .	85
7.3. Koordinatenliste der Magnetspulen . . . . .	86
7.4. Beobachtungen der Sensorkomponenten . . . . .	88
7.5. Genauigkeiten absoluter (links) und relativer Beobachtungen (rechts) . . . . .	92
7.6. Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 1 . . . . .	96
7.7. Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 2 . . . . .	98
7.8. Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 1 (Rückweg) . . . . .	100
7.9. Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 2 (Rückweg) . . . . .	101
7.10. Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 1 (IMU/MILPS) . . . . .	103
7.11. Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 2 (IMU/MILPS) . . . . .	105
7.12. Mittlere Quadratische Abweichung Rückweg Trajektorie 1 (IMU/MILPS) . . . . .	105
7.13. Mittlere Quadratische Abweichung Rückweg Trajektorie 2 (IMU/MILPS) . . . . .	105
7.14. Neue Sollpunktkoordinaten für ein 2D-Szenario . . . . .	106
7.15. Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 3 . . . . .	110
7.16. Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 3 . . . . .	110
A.1. Yaw-Winkel der UWB-Sensoren . . . . .	xxi



---

# Abkürzungsverzeichnis

AKF .....	Adaptiver Kalman Filter
AoA .....	Angle of Arrival
BIM .....	Building Information Modelling
CoO .....	Cell of Origin
DC .....	Direct Current (Gleichstrom)
DFG .....	Deutsche Forschungsgemeinschaft
DR .....	Dead Reckoning
DoF .....	Degree of Freedom
FIR .....	Finite Impulse Response
GM .....	Gleitendes Mittel
GNSS .....	Global Navigation Satellite System
IKF .....	Iterativer Kalman Filter
IMU .....	Inertial Measurement Unit
LBS .....	Location Based Service
LMS .....	Least Mean Square
LoS .....	Line-of-Sight
MEMS .....	Microelectromechanical systems
MILPS .....	Magnetic Indoor Local Positioning System
MQA .....	Mittlere Quadratische Abweichung
NLoS .....	Non-Line-of-Sight
PoE .....	Power over Ethernet
RFID .....	Radio-Frequency Identification
RSS .....	Received Signal Strength
SLAM .....	Simultaneous Localization and Mapping
TDoA .....	Time Difference of Arrival
ToA .....	Time of Arrival
ToF .....	Time of Flight
UKF .....	Unscented Kalman Filter
UWB .....	Ultra-wideband
WLAN .....	Wireless Local Area Network
ZUPT .....	Zero Velocity Update



# Notation und Symbole

## Skalare

$A$ .....	Spulengrundfläche
$a$ .....	Irrtumswahrscheinlichkeit
$c$ .....	Motorkonstante
$d$ .....	Distanz
$d_k$ .....	Wunschsignal zum Zeitpunkt $k$
$E$ .....	Erwartungswert
$e_k$ .....	Fehlersignal zum Zeitpunkt $k$
$F$ .....	Kraft
$f$ .....	Freiheitsgrad
$f_{IMU}$ .....	Abtastfrequenz
$f_u$ .....	Umschaltfrequenz
$f_i$ .....	Funktionaler Zusammenhang
$g_i$ .....	Restriktionsgleichung
$g_0$ .....	Erdbeschleunigung ( $9,81 \text{ m/s}^2$ )
$h_k$ .....	Impulsantwort / Filterkoeffizient zum Zeitpunkt $k$
$I$ .....	Stromstärke
$k$ .....	Diskreter Zeitindex
$m$ .....	Masse
$N$ .....	Windungszahl
$p$ .....	Allgemeiner Punkt
$R$ .....	Universelle Gaskonstante
$s$ .....	Geradensteigung
$t$ .....	Kontinuierliche Zeit
$\Delta t$ .....	Zeitdifferenz
$T$ .....	Temperatur
$U$ .....	Spannung
$x_k$ .....	Eingangssignal zum Zeitpunkt $k$
$y_k$ .....	Ausgangssignal zum Zeitpunkt $k$
$(x, y, z)$ .....	Position
$(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ .....	Geschwindigkeit
$(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$ .....	Dynamische Beschleunigung
$ \dot{\mathbf{p}} $ .....	Geschwindigkeitsbetrag
$\alpha$ .....	Winkel um die $x$ -Achse / Allgemeiner Winkel
$\beta$ .....	Winkel um die $y$ -Achse
$\gamma$ .....	Winkel um die $z$ -Achse / Azimutwinkel
$\delta$ .....	Trend
$\varepsilon$ .....	Schwellwert
$\lambda_Q$ .....	Skalierungsfaktor der Kofaktormatrix
$\phi$ .....	Elevationswinkel
$\varphi$ .....	Drehung des Body Systems

$\mu_0$ .....	Magnetische Feldkonstante
$\nu$ .....	Schrittweite Adaptiver Filter
$\rho$ .....	Druck
$\sigma^2$ .....	Varianz
$\sigma_{\bar{p}}$ .....	Mittlere Quadratische Abweichung
$\tau$ .....	Mittelungszeit
$\omega$ .....	Drehung um Raumachse
$\chi^2$ .....	Chi-Quadrat-Dichteverteilung
$\Omega$ .....	Innovationsquadratsumme

## Vektoren

$\mathbf{a}$ .....	Rohbeschleunigung
$\mathbf{b}$ .....	Magnetische Flussdichte
$\mathbf{d}_\omega$ .....	Raumachse
$\mathbf{e}_x$ .....	Einheitsvektor in $x$ -Richtung
$\mathbf{f}$ .....	Funktionales Modell
$\mathbf{f}_x$ .....	Bewegungsmodell
$\mathbf{g}$ .....	Erdschwerevektor
$\mathbf{h}$ .....	Magnetische Feldstärke
$\mathbf{k}_G$ .....	Erweiterter Parametervektor
$\mathbf{l}$ .....	Vektor der Rohbeobachtungen
$\mathbf{l}^0$ .....	Genäherter Beobachtungsvektor
$\Delta \mathbf{l}$ .....	Reduzierter Beobachtungsvektor
$\mathbf{q}$ .....	Quaternion / Orientierungsquaternion
$\mathbf{r}$ .....	Richtung der Fahrzeuglängsachse
$\mathbf{u}$ .....	Vektor der dynamischen Beschleunigungen
$\mathbf{v}$ .....	Verbesserungsvektor / Innovation
$\mathbf{w}$ .....	Vektor der Widersprüche
$\mathbf{x}$ .....	Zustandsvektor
$\Delta \hat{\mathbf{x}}$ .....	Vektor der Parameterzuschläge
$\dot{\varphi}$ .....	Vektor der Drehraten

## Matrizen

$\mathbf{A}$ .....	Jacobi-Matrix der Drehraten
$\mathbf{B}$ .....	Kontrollmatrix
$\mathbf{C}$ .....	Matrix zur Aktualisierung der Geschwindigkeit
$\mathbf{G}$ .....	Jacobi-Matrix der Restriktionsgleichungen
$\mathbf{H}$ .....	Jacobi-Matrix
$\mathbf{I}$ .....	Einheitsmatrix
$\mathbf{K}$ .....	Kalman-Matrix
$\mathbf{M}_{\Delta q}$ .....	Änderungsmatrix des Quaternions
$\mathbf{Q}$ .....	Kofaktormatrix
$\mathbf{R}$ .....	Rotationsmatrix
$\Phi$ .....	Transitionsmatrix
$\Sigma$ .....	Varianz-Kovarianz-Matrix

---

# 1 Einleitung

Das Bestreben nach Information über die genaue Position auf der Erdoberfläche sowie einer daraus abzuleitenden Route zu einem bestimmten Zielpunkt reicht etwa 6000 Jahre zurück. Während bereits zu dieser Zeit anhand des sichtbaren Sternenhimmels und der daran anschließenden Astronavigation Schiffe geführt wurden, entwickelte sich der Fortschritt im Bezug auf die Positionierung bis heute stetig. So wurde in Europa wohl schon ab dem 11ten Jahrhundert mit dem Kompass ein Messgerät genutzt, welches anhand des Erdmagnetfeldes eine bestimmte Himmelsrichtung vorgibt [Wolfschmidt, 2009]. Durch die Erfindung weiterer Fortbewegungsmittel zu Land und Luft stieg das Interesse an einer präzisen und schnellen Ortung immer weiter. Die Wissenschaft der Kartographie realisierte dafür die Dokumentation sämtlicher Gebiete auf der Erdoberfläche. Heutzutage ist die Anwendung sogenannter *Geodaten*, welche mittlerweile Auskunft über nahezu die gesamte Erde liefern, im Alltag unverzichtbar geworden. Mit dem Aufkommen immer kompakter werdender Computertechnologie sowie der Komprimierung von Speicherplatz ist es nunmehr möglich anhand herkömmlicher Smartphones Positions- und Navigationsaufgaben zu bearbeiten, für die satellitengestützte Positionierungssysteme präzise Koordinaten in Echtzeit bereit stellen. Das dafür verwendete *Global Navigation Satellite System* (GNSS) beruht auf der Erfassung von über Erdsatelliten ausgesendeten Signalen und einer daran anschließenden Positionsbestimmung. Dem Privileg der globalen Verfügbarkeit sowie einer einfachen Handhabung ist das System jedoch dem Nachteil ausgesetzt, direkte Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger vorauszusetzen, sodass lediglich Aufgaben unter freiem Himmel bedient werden können. Dies wird als sogenanntes LoS<sup>1</sup>-Szenario bezeichnet.

Bestärkt durch den rasanten Fortschritt in der Informationstechnologie wächst jedoch auch das Bestreben von nachhaltigen Lösungen innerhalb überbauter Areale, in denen keine GNSS-Signale empfangen werden. Alternative Beobachtungsansätze sind somit notwendig. Fokus der Forschung liegt dabei unter anderem in der Fußgängernavigation, welche in Willemsen [2016] auf der im Smartphone verbauten Sensorik beruht oder nach Händler [2012] bildgebende Verfahren zugrunde legt. Anwendungen ergeben sich dabei z.B. im *Facility Management*<sup>2</sup> oder bei der Navigation von Einsatzkräften in unübersichtlichen Arealen. Der Positionsbestimmung von Personen, die meist auf einer Erkennung von nacheinander ausgeführten Schritten beruht, steht die Positionierung von fahrbaren Plattformen als zweites Forschungsgebiet gegenüber. Bedienen lassen sich dadurch eine Reihe von innerhalb der letzten Jahre in Industrie und Wirtschaft hervorgetretenen Forderungen. Ein Beispiel stellt unter anderem das sogenannte *Building Information Modeling*<sup>3</sup> (BIM) dar, welches über mobile Datenerfassungsansätze realisiert wird. Die daraus hervorgehenden Produkte beinhalten ausgewählte Information eines gesamten Gebäudes und stellen über eine entsprechende Infrastruktur digitale Planungsgrundlagen bereit. Somit lassen sich z.B. Baufortschritte einfach dokumentieren und nachfolgende Kosten leichter abschätzen [Borrmann u. a., 2015]. Im Speziellen erleichtert es die Organisation von Umbauten im Bestand sowie die Erstellung einer einheitlichen Kommunikations- und Datenbasis für Subunternehmer. Die dazu notwendige Datenaufnahme erfolgt anhand mobiler Plattformen, welche über die Verwendung unterschiedlicher Sensorik zugrundeliegende Gebäudegeometrien beobachten. Bildgebende oder optische Systeme - wie Kameras oder Laserscanner - erfassen dabei in der Bewegung relative Punktwolken der Umgebung, die über entsprechende Transformationen in ein übergeordnetes Referenzsystem überführt werden. Voraussetzung ist dafür sowohl die momentane Position als auch die Ausrichtung der Sensorplattform. Im Gegensatz

---

<sup>1</sup> Line-of-Sight, deutsch: Direkte Sichtverbindung

<sup>2</sup> Fachbegriff für die Verwaltung von Einrichtungen, wie öffentliche Gebäude

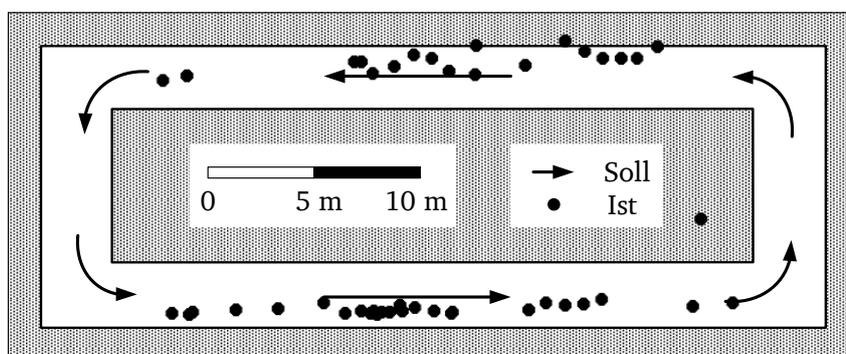
<sup>3</sup> Building Information Modeling, deutsch: Gebäudedatenmodellierung

dazu können moderne Applikationen außerdem in sogenannten *SLAM*-Verfahren<sup>4</sup> münden, welche Kartierung und Positionierung gleichzeitig durchführen und somit einen weiteren aktiven Forschungsbereich innerhalb der Robotik darstellen.

Weiterer Nutzen für fahrbare Objekte wird durch die Inanspruchnahme von Robotern in Rettungsszenarien beschrieben, deren Einsatz bereits 2001 nach dem Anschlag auf das World Trade Center im Realfall testweise erfolgte [Casper und Murphy, 2003]. Dabei werden autonom fahrende Plattformen für das Aufsuchen von Überlebenden in eingestürzten Gebäuden eingesetzt. Ausgestattet mit unterschiedlicher Technologie zur Detektion von Lebewesen, wie zum Beispiel Wärmebildkameras oder  $CO_2$ -Sensoren, erfolgt eine Erkennung und Positionsbestimmung von verschütteten Personen. Auf Grundlage der verwendeten mikroskopisch kleinen Elektronikbauteile ist eine platzsparende Installation verschiedener Sensorkomponenten möglich, was eine flexible Lösung für das Erkunden von beengten Bereichen erlaubt. Die Personenauffindung sowie eine daran anschließende Kommunikation an menschliche Rettungskräfte ermöglicht dabei die Versorgung mit Lebensmitteln oder Medikamenten.

Alternative Anwendungen ergeben sich außerdem bei der Verfolgung und Abfertigung von Produktionsteilen in Industrie- und Lagerhallen. Da die Lagerung von Gütern sowie einzelner Elemente für die Fertigung eines Endproduktes aufgrund steigender Diversität und Anzahl immer komplexer wird, ist für viele Industriebetriebe eine manuelle Organisation ankommender und abfahrender Bestandteile nur noch schwer zu bewerkstelligen. Die Automatisierung solcher Produktionshallen, bestehend aus einer autonomen Bewegung der Industrieteile vom entsprechenden Regal bis hin zum Ort der Weiterverarbeitung, ermöglicht neben einer besseren Raumausnutzung eine höhere Produktivität und damit einhergehend die Reduzierung von Kosten. In Guizzo [2008] wird dazu ein bereits auf dem Markt befindliches System vorgestellt, welches über eine Mehrzahl beweglicher Roboter Produktionsteile oder ganze Regale transportiert. Die Positionsermittlung dieser Objekte erfolgt optisch durch Kameras über auf dem Boden angebrachte Markierungen. Großes Defizit dieser Methode ist jedoch die Abhängigkeit von diskreten Sollpunkten, was eine präzise Positionierung im Sekundentakt nicht zulässt.

Die skizzierten Potentiale fahrbarer Plattformen in überbauten Arealen verlangen für nachhaltige Anwendungen in Industrie und Wirtschaft eine hochfrequente Bestimmung des Objektzustandes, welcher die dreidimensionale Position und Geschwindigkeit sowie die Orientierung als Drehung im Raum beinhaltet. Diese Information dient bei den angesprochenen Gebäudemodellen als Grundlage für eine Transformation der Punktwolken und im Rahmen von Rettungs- und Industrierobotern als Ausgangssituation für eine nachfolgende Führung an eine bestimmte Position. In der Regel erfolgt die Bestimmung dieser Parameter über Messungen von geometrischen Zusammenhängen zwischen zu positionierendem Objekt und einem äußeren Koordinatenrahmen. Dazu werden Beobachtungen vom unbekanntem Neupunkt zu koordinatenmäßig bekannten Referenzpunkten sowie eine anschließende Auswertung anhand der zugrundeliegenden mathematischen Beziehungen durchgeführt. Physikalische Grundlage bilden dabei unter anderem optische Systeme sowie Schall- oder elektromagnetische Wellen. Der Nachteil von schon



**Abbildung 1.1.:** Kinematische Objektpositionierung anhand eines marktüblichen Positionierungssystems

<sup>4</sup> Simultaneous Localization and Mapping, deutsch: Gleichzeitige Positionierung und Kartierung

auf dem Markt befindlichen Positionierungssystemen besteht hingegen in der Tatsache, dass die angesetzten Signale durch Abschattungen und Mehrwegeeffekte beeinflusst werden und somit, wie bei der Positionierung über satellitengestützte Verfahren, direkte Sichtverbindung zwischen Objekt und signalgebender Quelle bestehen muss. Gerade in Indoor-Umgebungen erweist sich diese Voraussetzung jedoch oft als schwierig. Einrichtungsgegenstände, sowie die gebäudespezifische Verbauung führen in der Praxis zu potentiellen Signalabschirmungen mit einhergehenden Positionsausfällen. Abbildung 1.1 visualisiert dazu die ermittelten Positionen eines bewegten Objektes im Indoor-Bereich anhand eines auf elektromagnetischen Impulsen beruhenden und bereits industriell genutzten Systems. Grundlage in diesem etwa  $350\text{ m}^2$ -Areal bilden zehn unter den Raumdecken angebrachte Referenzstationen zur Beobachtung geometrischer Zusammenhänge. Neben der hohen Ausfallquote (vor Allem an den Korridorenden ergeben sich keine Lösungen) weist die Technik außerdem temporäre Abweichungen von bis zu  $3\text{ m}$  zum Soll auf und bietet somit in diesem eng verbauten Bereich keine lückenlose Problemlösung für die angesprochenen Anwendungen. Zur Reduzierung dieser Effekte werden deshalb in modernen Applikationen sogenannte Inertialmesssysteme angesetzt, welche die Zustandsparameter anhand auftretender Bewegungsänderungen ermitteln und somit eine Unabhängigkeit von äußeren Begebenheiten garantieren. Obwohl anhand dieser Sensortechnik eine hochfrequente Parameterbestimmung ermöglicht wird, ist die unterliegende relative Berechnungsweise mit vorherigen Lösungen korreliert und somit auch von vergangenen Unsicherheiten abhängig. Diese pflanzen sich mit fortschreitender Zeit fort, sodass die entsprechenden Resultate driftbehaftet und somit nach einiger Zeit durch erhebliche Abweichungen von der wahren Lösung charakterisiert sind.



**Abbildung 1.2.:** Sensorplattform innerhalb eines lokalen Koordinatensystems

In praktischen Anwendungen erfolgen daher Kombinationen verschiedener Sensorsysteme, welche über angepasste Fusionsalgorithmen auftretende Nachteile der unterschiedlichen Technologien ausgleichen. Im Rahmen der Positionsbestimmung werden dabei absolute Verfahren - beruhend auf der Beobachtung geometrischer Größen - mit relativen Methoden verknüpft und somit hochfrequente, langzeitstabile Lösungen fokussiert. Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag leisten für die Positions- und Orientierungsbestimmung fahrbarer Plattformen im Indoor-Bereich und gründet auf einer empirischen Sensordatenfusion. Für eine präzise Positionierung wird dabei eine absolute Genauigkeit von unter einem Meter angestrebt. Als Positionierung wird in diesem Zusammenhang die Zuordnung kartesischer Koordinaten

---

in einem dreidimensionalen Koordinatensystem verstanden, welches über die rechtwinkligen Gebäudeachsen definiert ist. Im Gegensatz dazu ist die Objektnavigation als autonome Führung zu einem bestimmten Zielpunkt nicht Teil der Thematik.

Grundlage der durchgeführten Analyse bildet die in Abbildung 1.2 gezeigte Sensorplattform, welche einer hochfrequenten Zustandsbestimmung im Indoor-Bereich unterliegt. Die dazu angesetzte Sensorfusion in dieser Arbeit verwendet neben einer inertialen Messeinheit zur Erfassung relativer Bewegungen, außerdem das bereits angesprochene, für LoS-Szenarien industriell genutzte Positionierungssystem sowie einer im akademischen Bereich seit einigen Jahren erprobten Technologie auf Grundlage künstlich erzeugter Magnetfelder. Während die kommerzielle Methode, basierend auf elektromagnetischen Signalen, durch Abschattungen und Mehrwegeeffekten beeinflusst ist, besitzen Magnetfelder die Eigenschaft, Materialien ungehindert zu durchdringen und eignen sich somit ideal für NLoS<sup>5</sup>-Anwendungen. Ziel dieser Arbeit ist daher die Entwicklung eines vollständigen echtzeitfähigen Auswertalgorithmus für die Indoor-Positionierung anhand der Kopplung verschiedener Sensortechnologien. Dieser umfasst die digitale Signalverarbeitung sämtlicher Beobachtungen sowie der dreidimensionalen Bewegungsmodellierung und einer anknüpfenden Datenfusionierung mit absoluten geometrischen Größen. Als externe Signalgeber dienen dabei die Elektromagneten sowie das marktübliche Positionierungssystem, welches standardmäßig eine Objektpositionierung in weitläufigen Hallen realisiert und hier in eng verbauten Arealen eingesetzt wird. Mit Bezug auf den derzeitigen Forschungsstand der Sensorkombination mündet die vorliegende Arbeit letztendlich in einer Tauglichkeitsanalyse der beiden folgenden Fusionsarten:

- Inertialsensor/Kommerzielles System auf Basis elektromagnetischer Wellen
- Inertialsensor/Nicht kommerzielles System auf Basis künstlich erzeugter Magnetfelder

Der eingesetzte Inertialsensor besteht aus mikroskopisch kleinen Analogbauteilen und eignet sich daher ideal für eine platzsparende Installation bei zu positionierenden Objekten. Auf Grundlage einer empirischen Datenerfassung und -auswertung erfolgt eine Beurteilung bezüglich Wirtschaftlichkeit und Genauigkeit der angewendeten Systeme in Kombination mit den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Algorithmen, sodass Aussagen über die Eignung der beiden Fusionsarten für die oben angesprochenen Anwendungen getroffen werden können. Die vorliegende Ausarbeitung dient der ausführlichen Erläuterung angewandeter theoretischer Grundlagen sowie der Dokumentation von praktischen Untersuchungen.

Kapitel 2 gibt zunächst einen Überblick des derzeitigen Forschungsstandes. Neben den in dieser Arbeit angewendeten Technologien ergeben sich mit Infrarot, RFID, WLAN und Ultraschall weitere Ansätze für die Positionsbestimmung im Indoor-Bereich. Außerdem erfolgt eine Erläuterung der mathematischen Zusammenhänge zwischen erfassten Rohdaten und den Zustandsparametern des Objektes.

Daran anschließend erläutert Kapitel 3 ausführlich die physikalischen Grundlagen der hier eingesetzten Positionierungsmethoden. Während mit dem kommerziellen Positionierungssystem über Signallaufzeitmessungen Strecken- und Winkelinformation abgeleitet wird, ergeben sich zugrundeliegende Geometrien beim Ansatz der Magnetfelder durch Signalstärkebeobachtungen. Darüber hinaus ist das Prinzip der Inertialmessung dargelegt, welche neben der Erfassung von Beschleunigungen, Drehraten und magnetischer Flussdichte aus der Beobachtung des Umgebungsluftdrucks besteht.

Da sich diese Messungen auf die Achsen des Inertialsensors beziehen und somit zunächst unabhängig vom äußeren Referenzrahmen vorliegen, ist eine Transformation der unterschiedlichen Bezugssysteme durchzuführen. Die dazu verwendeten räumlichen Rotationen sind in Kapitel 4 erläutert. Neben der herkömmlichen Darstellung über Euler-Winkel erfolgt außerdem eine Beschreibung auf Grundlage von vier Parametern. Diese verzichtet auf trigonometrische Funktionen und erlaubt somit eine einfache Berechnung über die Grundrechenarten. Darauf basierend erläutert Kapitel 5 den vollständigen Ablauf der relativen Zustandsermittlung. Diese besteht aus einer Berechnung von Position, Geschwindigkeit

---

<sup>5</sup> Non-Line-of-Sight, deutsch: Keine direkte Sichtverbindung

---

und Orientierung des Objektes und beruht auf Filterungsansätzen der inertialen Rohdaten, sodass eine nachfolgende Bewegungsmodellierung durchgeführt werden kann. Neben der Ermittlung des aktuellen Systemzustandes sind dabei Abschätzungen über die zugrundeliegende Genauigkeit durchgeführt.

Die Erläuterung des reinen Fusionsalgorithmus ist in Kapitel 6 zu finden. Dabei wird eine Methode bezüglich varianzbasierender Gewichtung der verschiedenen Technologien verwendet, welche in zwei unterschiedlichen Ausführungen erfolgt. Für die Aufdeckung und Eliminierung grober Messfehler wird außerdem nach den Gesetzen der Statistik Erwartungstreue gewährleistet.

Kapitel 7 zeigt die praktische Umsetzung der empirischen Datenaufnahme- und auswertung. Neben dem vollständigen Messaufbau und der Synchronisierung einzelner Elemente werden die Ergebnisse dargestellt und interpretiert. Bezüglich der erreichten Genauigkeit erfolgt eine Bewertung der empirischen Resultate hinsichtlich Tauglichkeit für die angesprochenen Anwendungen.

Daran anschließend fasst Kapitel 8 die vorliegende Arbeit zusammen und gibt einen Ausblick auf zukünftige Forschungsschwerpunkte.



---

## 2 Bisherige Ansätze

Seit dem Aufkommen von Applikationen im Bereich der Positionierung und Navigation innerhalb überbauter Areale wächst in Industrie und Forschung das Bestreben für ökonomische aber gleichfalls präzise Realisierungen. Dazu bestehen zwar mehrere Verfahrensansätze, eine grundsätzliche Technologie für die allgemeine Abdeckung jeglicher Anwendungen blieb bisher jedoch aus. Grund dafür sind nicht zuletzt erschwerte Bedingungen bei der Wellenausbreitung innerhalb überbauter Umgebungen, was zu Verzögerungen oder Abschattung der angewendeten Signale führt. Die bisherigen Technologien fokussieren somit bislang lediglich spezielle Anwendungen auf Grundlage genauer Kenntnis der geometrischen Konfiguration oder Bewegungsart des zu positionierenden Objektes.

Einen Überblick des derzeitigen Forschungsstandes im Bereich der Indoor-Positionierung und -Navigation erfolgt in Abschnitt 2.1, während Sektion 2.2 die mathematischen Grundlagen der angewendeten Verfahren beschreibt.

---

### 2.1 Stand der Forschung

---

Die bestehenden Ansätze zur Objektpositionierung beruhen im Allgemeinen auf einer Infrastruktur von Sender/Empfänger-Paaren, die auf Grundlage unterschiedlicher Signalarten geometrische Zusammenhänge beobachten. In der Regel werden dabei entweder Strecken oder Winkel zwischen Neupunkt und koordinatenmäßig bekannten Referenzpunkten herangezogen, welche wiederum über Angulations- oder Laterationsverfahren auf die Position schließen (Abschnitt 2.2). Denkbar ist jedoch auch, über das sogenannte *Fingerprinting*<sup>1</sup> erfasste Signalstärken anhand zuvor bestimmter und gespeicherter Referenzwerte zur Positionsbestimmung zu nutzen oder nach dem *Cell of Origin*<sup>2</sup>-Prinzip (CoO) die unbekannte Position einer Referenzantenne direkt zuzuordnen [Jin u. a., 2007]. Aufgrund von unterschiedlichen Anforderungen bezüglich Wirtschaftlichkeit, Komplexität und Genauigkeit existieren dazu verschiedene Technologien, welche unter anderem in Mautz [2012] zusammengestellt sind. Neben Methoden auf Grundlage von Infrarot, WLAN, RFID und Ultraschall werden dabei auch Verfahren mittels breitbandigem Funk sowie Magnetfeldern beschrieben. Eine Übersicht der zu erreichenden Genauigkeiten verschiedener Positionierungsansätze zeigt Koyuncu und Hua Yang [2010].

Für die Streckenmessung in Indoor-Umgebungen bestehen zwei generelle Ansätze. Während beim Signalstärkeverfahren (RSS<sup>3</sup>) über die entfernungsabhängige Abnahme der Signalintensität auf die Distanz geschlossen wird [Gezici und Poor, 2009], beruht das *Time of Arrival*-Prinzip<sup>4</sup> (ToA) auf einer Laufzeitmessung, welche über die Ausbreitungsgeschwindigkeit des emittierten Signals die Entfernung zwischen Emitter und Sensor liefert. Notwendig ist dafür die Kommunikation einer einheitlichen Systemzeit vom (in der Regel mobilen) Signalerzeuger zum Sensor. Da eine entsprechende Infrastruktur für solch eine Kommunikation in der Praxis jedoch schwer zu realisieren ist, wird in vielen Anwendungen das *Time Difference of Arrival*-Verfahren (TDoA) herangezogen. Dabei wird die Laufzeitdifferenz des emittierten Signals an zwei unterschiedlichen Sensoren beobachtet, sodass lediglich eine Kommunikation zwischen diesen statischen Stationen notwendig ist [Arslan u. a., 2006]. Die daraus abgeleiteten Streckendifferenzen liefern dann die geometrische Information für eine Positionsbestimmung (Abschnitt 2.2.2). Im Gegensatz zu den entfernungsbasierenden Methoden leitet das *Angle of Arrival*-Prinzip (AoA)

---

<sup>1</sup> Fingerprint, deutsch: Fingerabdruck

<sup>2</sup> Cell of Origin, deutsch: Ursprungszelle

<sup>3</sup> Received Signal Strength, deutsch: Empfangene Signalstärke

<sup>4</sup> Manchmal auch *Time of Flight* (ToF)

---

zugrundeliegende Winkel ab (Abschnitt 2.2.1). Dabei wird an der Empfangsstation ein Array von mehreren Antennen eingesetzt, welches eine ankommende Signalfront zu unterschiedlichen Ankunftszeiten erfasst und somit auf den entsprechenden Einfallswinkel schließt [Rappaport u. a., 1996]. Im Folgenden ist ein Überblick bereits durchgeführter Arbeiten hinsichtlich unterschiedlicher Signalansätze gegeben.

---

### 2.1.1 Ultra-wideband

---

Eine bereits industriell verbreitete Methode zur Positionsbestimmung beruht auf Ultra-wideband (UWB). Diese Funktechnologie ist durch ein sehr breites Frequenzspektrum charakterisiert und eignet sich aufgrund ihrer Robustheit gegenüber anderen Übertragungsarten für Applikationen im Indoor-Bereich. Über die ausgesendeten Impulse lassen sich Winkel, Distanzen und Streckendifferenzen beobachten, welche nach den in Abschnitt 2.2 gezeigten Verfahren auszuwerten sind [Alarifi u. a., 2016]. In Norrdine [2009] wird die Methode für eine präzise Objektortung innerhalb von Gebäuden angewendet. Während die Distanzmessung zwischen Sender und Empfänger auf dem ToA-Prinzip beruht, erfolgt die Ermittlung von Azimut- und Elevationswinkeln durch entsprechende Antennenarrays nach dem AoA-Verfahren. In Jiménez und Seco [2016] werden dazu zwei bereits kommerziell genutzte Systeme hinsichtlich Leistungsfähigkeit untersucht. Dabei erfolgen Streckenbeobachtungen zwischen aktiven Sendern und passiven Sensoren. Fertige Lösungen für die Objektpositionierung im Dezimeterbereich innerhalb Industriehallen und Warenhäusern bieten unter anderem *Ubisense* [Ubisense, 2017] und *Time Domain* [TimeDomain, 2017]. Als Erweiterung ist eine Sensorkombination von UWB mit einer inertialen Messeinheit in Hellmers u. a. [2016b] für fahrbare Plattformen durchgeführt.

Detaillierte Information zu den Eigenschaften von Ultra-wideband sowie dem in dieser Arbeit angewendeten Positionierungssystem folgt in Abschnitt 3.1.

---

### 2.1.2 Infrarot

---

Als Infrarot wird das Spektrum der elektromagnetischen Strahlung bezeichnet, welches im Wellenlängenbereich zwischen  $700\text{ nm}$  bis  $400\text{ }\mu\text{m}$  liegt und sich somit direkt an das sichtbare Licht anschließt [Meschede und Gerthsen, 2010]. Über die Erfassung entsprechender Signale an unterschiedlichen Referenzsensoren lassen sich bewegte Objekte und Personen in Gebäuden positionieren. In Want u. a. [1992] ist eine auf dem CoO-Prinzip beruhende Technologie vorgestellt. Dabei sind Personen mit aktiven Chips ausgestattet, welche Infrarot-Impulse aussenden. Über ein Sensornetzwerk innerhalb des Gebäudes wird das emittierte Signal an der nächstgelegenen Referenzantenne erfasst, wessen Koordinaten dem Neupunkt zugeordnet werden. Da sich die Positionierung nach diesem Verfahren jedoch auf einen beschränkten Bereich bezieht, liegt die zugrundeliegende Genauigkeit bei lediglich einigen Metern. Einen weiteren Ansatz zeigt Gorostiza u. a. [2011] für fahrbare Roboter. Über die an einer Plattform ausgesendeten Infrarotsignale erfolgt zunächst eine Ermittlung von Streckendifferenzen bezüglich verschiedener Referenzantennen. Die eigentliche Positionsbestimmung geht dann aus einem sogenannten Hyperbelschnitt (Abschnitt 2.2.2) hervor, was bei den gezeigten Untersuchungen Genauigkeiten im Dezimeterbereich liefert.

---

### 2.1.3 RFID

---

RFID (Radio-Frequenz Identification) ist eine Funktechnologie im Kilo- und Megahertzbereich, welche bereits Mitte des 20ten Jahrhunderts zur Identifizierung von Objekten angewendet wurde. Heutige Applikationen basieren auf einer Kommunikation zwischen Signalgebern und entsprechenden Empfängern, womit sich Aufgabenstellungen innerhalb der Indoor-Positionierung bedienen lassen [Kern, 2005]. Hierzu zeigt Wang u. a. [2016] einen Ansatz, bei dem entsprechende Impulse von aktiven Sensoren ausgesendet und von passiven Chips reflektiert werden. Über die Phasenverschiebung der Signale lässt sich

---

auf zugrundeliegende Einfallswinkel und Distanzen schließen, was letztlich auf die Position führt. In einem raumgroßen Areal werden dabei Genauigkeiten im Meterbereich erreicht. Eine auf Streckenermittlung zu mehreren Festpunkten beruhende Methode zeigt hingegen Moretto u. a. [2013]. Dabei wird nach der RSS-Methode die Entfernung zwischen Sender und Empfänger abgeleitet, wobei eine Auswertung nach dem Verfahren des Kugelschnittes (Abschnitt 2.2.3) auf die Position führt. Des Weiteren ist eine Sensorkombination von RFID mit satellitengestützten Verfahren in Edwards u. a. [2016] gegeben.

---

#### 2.1.4 WLAN

---

Ein weiterer Ansatz für die Positionsermittlung beruht auf WLAN. Das *Wireless Local Area Network*<sup>5</sup> dient der Datenübertragung in Computernetzwerken. Auf Basis von elektromagnetischen Wellen im Frequenzbereich von 2,4 oder 5 GHz besitzen die meisten öffentlichen und industriell genutzten Gebäude ein eigenes WLAN-Netz und verfügen damit über eine schon bestehende Signalinfrastruktur zur Positionierung. Neben Verfahren auf Grundlage von Fingerprint und CoO lassen sich über WLAN auch Laterations- und Angulationsverfahren anwenden. Während in Müller u. a. [2014] verschiedene Auswertemethoden für die Objektpositionierung mittels Fingerprint verglichen werden, erfolgen in Wong u. a. [2008] und Yamasaki u. a. [2005] Untersuchungen zur Bestimmung von AoA und TDoA. Der Ansatz in Wu u. a. [2016] beruht darüber hinaus auf Streckenmessungen nach dem RSS-Prinzip.

Applikationen auf Basis von WLAN profitieren zwar von einer in der Regel schon bestehenden Infrastruktur innerhalb von Gebäuden, die Eigenschaften der Signalausbreitung werden jedoch durch Einrichtungsgegenstände beeinflusst, sodass für die Positionsbestimmung im Allgemeinen keine vollständige Lösung besteht.

---

#### 2.1.5 Ultraschall

---

Schall realisiert die Informationsübertragung auf Basis von Druckwellen und unterscheidet sich somit grundsätzlich von den bereits genannten elektromagnetischen Signalen. Während eine elektromagnetische Welle im Vakuum seine Höchstgeschwindigkeit annimmt, benötigt Schall ein Ausbreitungsmedium. In Analogie zum elektromagnetischen Spektrum werden Schallwellen oberhalb des hörbaren Bereiches (16 kHz – 1 GHz) als *Ultraschall* bezeichnet [Millner, 1987]. Aufgrund der bekannten Ausbreitungsgeschwindigkeit lassen sich Ultraschallsignale somit zur Distanzmessung nutzen, was über eine räumliche Anordnung von Sender/Empfänger-Paaren auf die Position führt. In Ziegler [1996] ist dazu ein System beschrieben, welches auf Laufzeitmessungen in räumlichen Streckennetzen basiert. Je nach Anordnung sind dabei Genauigkeiten im Millimeterbereich zu erreichen. Eine auf der erfassten Signalstärke beruhende Technologie zeigt hingegen Medina u. a. [2012]. Das RSS-Verfahren liefert dabei auf Grundlage von angesetzten Ausbreitungsmodellen die Geometrie von aktiven Referenzsensoren und passiven Mobilstationen.

---

#### 2.1.6 Magnetische Gleichfelder

---

Die bisher erwähnten Positionierungsmethoden basieren auf einer Ermittlung von Strecken, Winkeln oder Signalstärken bezüglich Sender und Empfänger, welche sich über die bekannten Ausbreitungseigenschaften der angesetzten Signale ableiten lassen. Die dafür angenommene signalspezifische Geschwindigkeit und Ausbreitungsrichtung ist jedoch ausschließlich im Vakuum bzw. lufthaltigen Raum gegeben, sodass sich über elektromagnetische Signale oder Schallwellen in der Regel lediglich LoS-Szenarien bedienen lassen. Abschattungen durch verschiedene Materialien verursachen Laufzeitverzögerungen und Mehrwegeeffekte, was die Beobachtung der geometrischen Konfiguration besonders im

---

<sup>5</sup> Wireless Local Area Network, deutsch: drahtloses lokales Netzwerk

---

Indoor-Bereich erschwert. Die Ausweitung auf NLoS-Applikationen ist deshalb nur durch aufwendige Korrekturen möglich. Ein zu diesen Ansätzen alternatives Verfahren stellt eine auf Elektromagneten beruhende Methode dar, welche in Prigge [2004] erstmals erwähnt und in Norrdine [2009] für die Streckenmessung untersucht wurde. Magnetfelder haben die Eigenschaft, Einrichtungsgegenstände jeglicher Materialien unbeeinflusst zu durchdringen und eignen sich somit für geometrische Beobachtungen im Innenraum. Hierbei werden über die konstante Gleichstromversorgung eines elektrischen Leiters Magnetfelder künstlich erzeugt. Diese nehmen in ihrer Intensität mit zunehmender Entfernung ab (Abschnitt 3.2.1). Die Beobachtung der triaxialen magnetischen Flussdichte an einem Punkt führt dann auf Distanz und Elevationswinkel zwischen Magnetfeldquelle und Sensor.

Eine entsprechende Anwendung für die Indoor-Positionsbestimmung wurde in Blankenbach u. a. [2012] zunächst für den statischen Fall erprobt und in Hellmers u. a. [2013] für kinematische Applikationen ausgeweitet. Dabei ist eine simulierte Sensorfusion von Magnetfeldbeobachtungen und Inertialdaten durchgeführt, welche in Hellmers u. a. [2014] für den 2D- und in Hellmers u. a. [2016a] für den 3D-Fall anhand realer Daten verifiziert wurde. Die Auswertung erfolgte dabei nach den Methoden der Kalman Filterung, die eine varianzbasierte Gewichtung jeglicher Beobachtungen realisiert. Nähere Information zu dem in dieser Arbeit angewendeten, auf magnetischen Gleichfeldern basierenden Positionierungssystem, ist in Abschnitt 3.2 gegeben.

Da die bestehenden Ansätze für die Objektpositionierung Beobachtungen zu mehreren Referenzpunkten für eindeutige Resultate voraussetzen, ist in modernen Applikationen eine Integration von Inertialsensoren mittlerweile weit verbreitet. Diese beruhen auf der Erfassung von hochfrequenten Bewegungsänderungen und realisieren somit eine von der äußeren Konfiguration unabhängige Lösung. Aufgrund von auftretenden Schwächen in der Stabilität erfolgt bei praktischen Anwendungen zumeist eine Kombination dieser relativen Verfahren mit den im Folgenden näher beschriebenen absoluten Positionierungsmethoden.

---

## 2.2 Mathematisches Prinzip

---

Die mathematischen Grundlagen für eine Positionsbestimmung basieren auf den angesprochenen Beobachtungen von Strecken, Winkeln oder Signalstärken sowie derer Modellierung über funktionale Zusammenhänge mit entsprechenden kartesischen Koordinaten. Der absolute Bezug ist dabei ein lokal angelegtes, dreidimensionales Koordinatensystem, welches durch die rechtwinkligen Gebäudeachsen definiert und über die Einmessung von Referenzpunkten realisiert ist. Im Folgenden werden die in dieser Arbeit angewendeten Laterations- und Angulationsverfahren über AoA, TDoA und Distanzmessung bezüglich koordinatenmäßig bekannter Punkte (Referenzstationen) erläutert (Abschnitte 2.2.1 bis 2.2.3). In Ergänzung dazu beruhen relative Methoden auf der Erfassung von Bewegungsänderungen, die über zeitliche Integration auf die zugrundeliegende Position führen (Abschnitt 2.2.4).

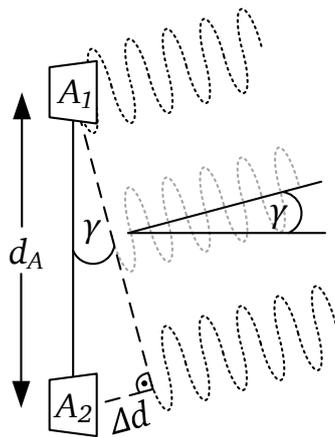
---

### 2.2.1 Angle of Arrival

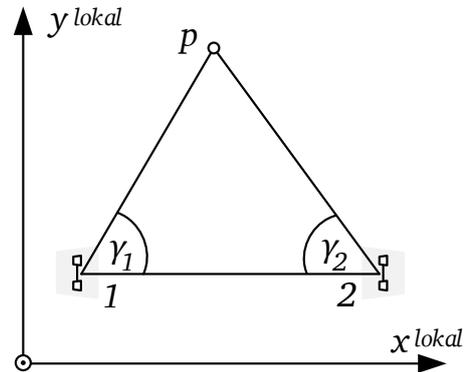
---

Das Angle of Arrival Verfahren (AoA) ist eine Methode zur Bestimmung des Einfallswinkels einer Signalfront auf eine Referenzstation. Diese Referenz besteht in der Regel aus mindestens zwei Antennen, welche die Endpunkte einer Basislinie definieren. Die Ermittlung des Einfallswinkels erfolgt über eine Zeitdifferenzmessung der Signaldetektionen an beiden Enden [Arslan u. a., 2006].

Abbildung 2.1 zeigt dazu den geometrischen Zusammenhang des an einer Referenzstation ankommenden Signals unter dem zugrundeliegenden Winkel  $\gamma$ . Die Signalfront wird dabei zunächst an der Antenne  $A_1$  und - nach einer zeitlichen Verzögerung - an der Antenne  $A_2$  registriert. Bei Beobachtung dieser Laufzeitverzögerung wird über die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit auf den Versatz  $\Delta d$  geschlossen, welcher bei bekannter Basis  $d_A$  den entsprechenden Winkel liefert. Erfolgt eine Messung dieses Einfallswinkels in der lokalen  $xy$ -Ebene an mindestens zwei Referenzstationen zu einem unbekanntem Punkt  $p$ , lassen sich über Angulation die Neupunktkoordinaten berechnen.



**Abbildung 2.1.:** Einfallswinkel der Signalfront nach Blankenbach u. a. [2007]

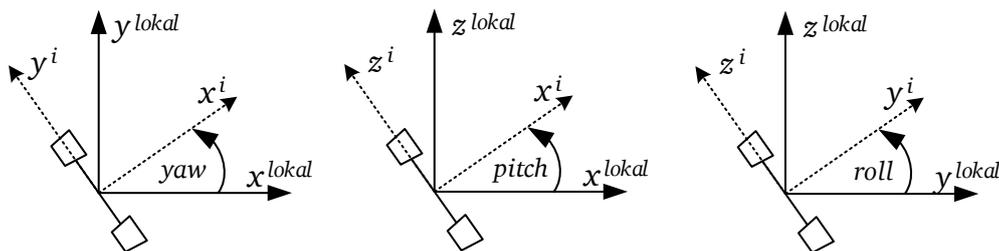


**Abbildung 2.2.:** Vorwärtsschnitt

Nach Abbildung 2.2 mündet der Zusammenhang zwischen Referenzstation 1 und 2 sowie dem zu bestimmenden Neupunkt  $p$  für den zweidimensionalen Fall in einem sogenannten *Vorwärtsschnitt*. Der Einfallswinkel  $\gamma$  auf eine Referenzstation  $i$  ergibt sich dabei als Funktion der Neupunkt- und Referenzpunktkoordinaten  $(x_p, y_p)$  bzw.  $(x_i, y_i)$ . In der Horizontalebene wird  $\gamma$  als Azimut bezeichnet:

$$\gamma_i = \arctan\left(\frac{y_p - y_i}{x_p - x_i}\right) - yaw_i. \quad (2.1)$$

Hier beschreibt  $yaw$  die Drehung der Referenzstation um die lokale  $z$ -Achse und bildet somit einen Teil der Sensororientierung. In Ergänzung dazu bezeichnet  $roll$  die Drehung um die lokale  $x$ - und  $pitch$  die Drehung um die lokale  $y$ -Achse (Abbildung 2.3). Neben dem Azimut lässt sich nach dem selben Prin-



**Abbildung 2.3.:** Orientierung einer Referenzstation

zip auch der Neigungswinkel in  $xz$ -Ebene ermitteln. Die ankommende Signalfront führt bei vertikaler Basislinie auf die Elevation  $\phi$ :

$$\phi_i = \arctan\left(\frac{z_p - z_i}{\sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2}}\right) - pitch_i. \quad (2.2)$$

## 2.2.2 Time Difference of Arrival

Das Time Difference of Arrival Verfahren (TDoA) beruht auf der Zeitdifferenzmessung einer ankommenden Welle an zwei unterschiedlichen Referenzstationen. Durch die kugelförmige Ausbreitung eines emittierten Signals am Punkt  $p$  wird die entsprechende Signalfont an mehreren Referenzpunkten empfangen. Gemessen wird die Differenz beider Ankunftszeiten im Bezug zu zwei Referenzstationen 1 und 2. Über die bekannte Signalausbreitungsgeschwindigkeit lässt sich darüber die Streckendifferenz  $\Delta d$  ableiten [Arslan u. a., 2006]. Im Beispiel nach Abbildung 2.4 erfolgt die Detektion der Signalfont zuerst am Referenzpunkt 1. Ausgehend von diesem Empfangszeitpunkt wird die Dauer gemessen, welche die Wellenfront bis zum Empfang an Referenzpunkt 2 benötigt. Anhand des Übergangs zu Distanzen wird also geometrisch die Differenz der beiden Raumstrecken vom signalgebenden Punkt  $p$  zu den Referenzstationen 1 und 2 erhalten.

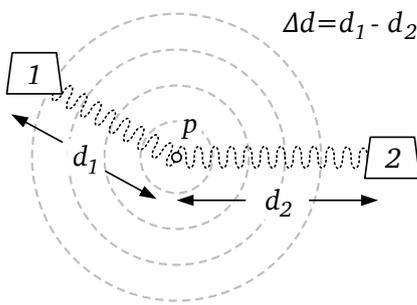


Abbildung 2.4.: Streckendifferenz

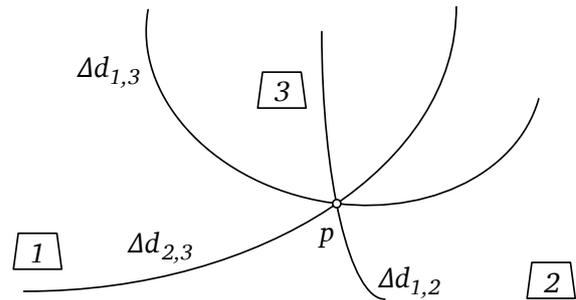


Abbildung 2.5.: Hyperbelschnitt

Die Menge aller möglichen Aufenthaltsorte der signalgebenden Antenne (also des Neupunktes  $p$ ) bei bekanntem  $\Delta d$  lässt sich in der Ebene durch eine sogenannte Hyperbel beschreiben. Abbildung 2.5 zeigt den Schnitt von drei solcher Hyperbeln hervorgehend aus TDoA-Messungen und den daraus resultierenden Streckendifferenzen. Beim Übergang in den dreidimensionalen Raum spricht man von Hyperboloiden, deren Schnittpunkt zu den Neupunktkoordinaten führt [Blankenbach u. a., 2007].

Aus den Koordinaten des Neupunktes  $(x_p, y_p, z_p)$  sowie den Koordinaten zweier entsprechender Referenzstationen  $(x_i, y_i, z_i)$  und  $(x_j, y_j, z_j)$  ergibt sich die Streckendifferenz zu:

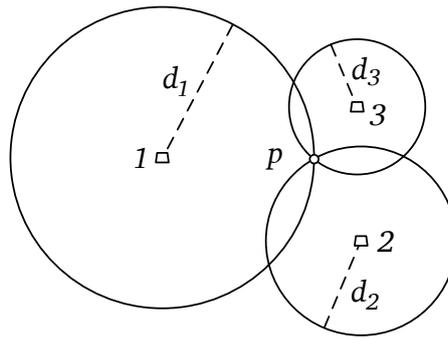
$$\Delta d_{i,j} = \sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2} - \sqrt{(x_p - x_j)^2 + (y_p - y_j)^2 + (z_p - z_j)^2}. \quad (2.3)$$

Obwohl TDoA die Bestimmung einer Zeitdifferenz beschreibt, ist im Folgenden für eine geometrische Interpretation die daraus abgeleitete Streckendifferenz gemeint. Eine geschlossene Lösung für den räumlichen *Hyperbelschnitt* zur Bestimmung eines Neupunktes ist in Kleusberg [1994] gegeben.

## 2.2.3 Distanzmessung

Die Distanzmessung von einem Neupunkt zu Referenzstationen kann auf unterschiedliche Weise erfolgen. Neben Verfahren, die auf Laufzeit (ToA) oder Phasenverschiebung eines ausgesendeten Signals beruhen, wird in der Praxis auch auf die Beobachtung der Signalstärke (RSS) zurückgegriffen. Die Tatsache, dass die Signalintensität im Allgemeinen proportional mit der Entfernung zu seiner Quelle abnimmt, lässt auf die zurückgelegte Strecke schließen, wenn der Zusammenhang zwischen dieser Distanz und der Intensitätsabschwächung bekannt ist [Gezici und Poor, 2009].

Die Menge aller möglichen Orte mit der Distanz  $d$  zu einer bestimmten Referenzstation wird im dreidimensionalen als Kugel mit entsprechendem Radius und bekanntem Mittelpunkt beschrieben. Bei mindestens drei Distanzmessungen zu verschiedenen Referenzpunkten kann der Neupunkt dann über einen



**Abbildung 2.6.:** Bogenschnitt zur Neupunktberechnung

*Kugelschnitt* berechnet werden. Aus Gründen der besseren Übersicht ist die Situation in Abbildung 2.6 nur im Grundriss gezeigt. In diesem zweidimensionalen Fall wird dann von einem *Bogenschnitt* gesprochen. Der Neupunkt  $p$  als Schnittpunkt dreier Kugeln beruht demnach auf einer Streckenermittlung, wobei für die gemessene Distanz zwischen  $(x_p, y_p, z_p)$  und den Koordinaten der  $i$ -ten Referenzstation  $(x_i, y_i, z_i)$  der Zusammenhang

$$d_i = \sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2} \quad (2.4)$$

gilt. Ein Verfahren für die direkte Lösung des räumlichen Bogenschnittes zeigt Singer u. a. [1993]. Die Methoden bezüglich ToA, TDoA und Raumdistanzen bilden die Grundlage der Punktbestimmung durch die Messung absoluter geometrischer Größen. Für eine eindeutige Lösung muss die Anzahl der unabhängigen Messungen und der zu bestimmenden Koordinaten übereinstimmen. Aufgrund von Nicht-linearitäten in den verschiedenen Beobachtungsgleichungen sind außerdem Näherungswerte notwendig. Bei einer Überbestimmung führen die Verfahren der Ausgleichsrechnung auf eine Positionsschätzung inklusive Genauigkeit. Zur Ergänzung dieser absoluten Methoden wird im Folgenden auf das Prinzip der relativen Positionierung eingegangen.

---

#### 2.2.4 Dead Reckoning

---

Die relative Positionsbestimmung basiert auf einer zeitlichen Integration von erfassten Bewegungsänderungen. Zum Einsatz kommen dabei sogenannte Inertialmesssysteme, welche über die Registrierung von auftretenden Kräften Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten beobachten. Für eine Position  $x$  gilt allgemein nach Stolz [2005]:

$$x(t) = \int \dot{x}(t) dt = \int \int \ddot{x}(t) dt^2. \quad (2.5)$$

Die Koordinate in  $x$ -Richtung ergibt sich dabei durch einfaches Integrieren der Geschwindigkeit  $\dot{x}$  sowie zweimaliger Integration der Beschleunigung  $\ddot{x}$  nach der kontinuierlichen Zeit  $t$ . Die entsprechende Richtung  $\varphi$  folgt analog über das Integral der Winkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi}$  [Stolz, 2005]:

$$\varphi(t) = \int \dot{\varphi}(t) dt. \quad (2.6)$$

Da die inertielle Datenerfassung in der Praxis diskret auf Basis einer zugrundeliegenden Abtaststrategie durchgeführt wird, muss für deren Anwendung ein Übergang dieser kontinuierlichen Zusammenhänge auf den

---

diskreten Fall erfolgen. Die diskrete Zeit wird hier mit  $k$  bezeichnet. Das Abtastintervall als Zeitdifferenz zwischen zwei Abtastpunkten  $k$  und  $k+1$  beschreibt  $\Delta t$ . Eine zweimalige Integration der Beschleunigung nach (2.5) führt dann auf Summen [Stolz, 2005]:

$$x_{k+1} = x_k + \dot{x}_k \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \ddot{x}_{k+1} \cdot \Delta t^2. \quad (2.7)$$

Die dabei entstehenden Integrationskonstanten werden als momentane Position  $x_k$  und momentane Geschwindigkeit  $\dot{x}_k$  aufgefasst. Obwohl die Darstellung mit dem Überpunkt in der Regel die Ableitung nach der Zeit im Kontinuierlichen beschreibt, ist in dieser Arbeit vor Allem die zeitliche Änderung im Diskreten gemeint. Der gezeigte Zusammenhang überführt somit die Position vom Zeitpunkt  $k$  auf den Zeitpunkt  $k+1$ . Analog gelten diese Überlegungen für die  $y$ - und  $z$ -Richtung. In Ergänzung ergibt sich die aktuelle Richtung zu:

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \dot{\varphi}_{k+1} \cdot \Delta t. \quad (2.8)$$

Der Winkel  $\varphi$  beschreibt dabei die momentane Drehung des Objektes um eine Koordinatenachse, wobei die Drehrate als zeitliche Änderung des Winkels mit  $\dot{\varphi}$  bezeichnet wird [Stolz, 2005].

Aufgrund der Integrationskonstanten sind eindeutige Lösungen nur bei Kenntnis einer Startbedingung möglich. Der Zustand zu einem bestimmten Zeitpunkt ergibt sich demnach aus der vorherigen Lösung unter Berücksichtigung der aktuellen Bewegungsänderung und wird folgend in Analogie zum toten Polygonzug als *Dead Reckoning*<sup>6</sup> (DR) bezeichnet. Anhand der relativen Berechnung lassen sich dadurch für kurze Zeiten (einige Sekunden) hochfrequente Lösungen ermitteln, aufgrund von auftretenden Integrations- und Sensorfehlern ist das Verfahren jedoch für längere Zeiträume (wenige Minuten) instabil. In praktischen Anwendungen wird deshalb vermehrt auf die Fusion absoluter und relativer Positionierungsmethoden gesetzt.

In diesem Kapitel wurde ein Überblick des derzeitigen Forschungsstandes gezeigt und auf die bestehenden Grundlagen der Positionsbestimmung eingegangen. Auf Basis von AoA, TDoA und Signalstärkemessungen erfolgen dabei Beobachtungen geometrischer Konstellationen in einem bekannten Koordinatenrahmen, welche über die aufgezeigten Laterations- und Angulationsverfahren auszuwerten sind. Außerdem lassen sich über das sogenannte Dead Reckoning hochfrequente Lösungen anhand inertialer Messungen ermitteln. Die Zusammenhänge aus Abschnitt 2.2 bilden somit die Grundlage für eine Punktbestimmung mittels der hier verwendeten Positionierungssysteme, die im Folgenden detailliert erläutert werden.

---

<sup>6</sup> Dead Reckoning, deutsch: Koppelnavigation; nach Wendel [2011] auch als *Strapdown-Lösung* bezeichnet

---

## 3 Physikalisches Prinzip

In diesem Kapitel wird ausführlich auf die in dieser Arbeit eingesetzten Technologien für die Indoor-Positionsbestimmung eingegangen. Die in den Abschnitten 3.1 und 3.2 gezeigten absoluten Positionierungsansätze beruhen dabei auf der Erfassung geometrischer Größen in einem bekannten Koordinatenrahmen. Während das auf Ultra-wideband basierende Verfahren für viele Anwendungen bereits kommerziell genutzt wird, ist die Methode auf Grundlage künstlich erzeugter Magnetfelder noch nicht weit verbreitet. Ergänzend beschreibt Abschnitt 3.3 die physikalischen Grundlagen der Inertialmessung für die relative Objektpositionierung.

---

### 3.1 Ultra-wideband

Ultra-wideband (UWB) bezeichnet eine Technologie auf Basis elektromagnetischer Wellen äußerst kurzer Impulsdauer bzw. sehr breitem Frequenzspektrum. Es ermöglicht durch seine große Bandbreite eine Signalübertragung mit hoher Datenrate und ist aufgrund der Frequenzdiversität robust gegenüber anderen Funkssystemen wie WLAN oder Bluetooth. UWB stellt damit ein ideales Verfahren für den Einsatz innerhalb von Gebäuden dar und wird daher seit einiger Zeit für die Erfassung von Strecken und Richtungen in Indoor-Umgebungen eingesetzt [Blankenbach u. a., 2015]. Abschnitt 3.1.1 beschreibt zunächst den grundlegenden Aufbau von UWB-Signalen. Das in dieser Arbeit eingesetzte kommerzielle Positionierungssystem wird in Abschnitt 3.1.2 erläutert.

---

#### 3.1.1 Signalaufbau

In der praktischen Anwendung werden zur Signalerzeugung mittels analoger Pulsgeneratoren sehr kurze Signalimpulse elektromagnetischer Wellen induziert, die durch ein deutliches Einschwingen und Abklingen gekennzeichnet sind [Timmermann, 2010]. Diese Impulse beruhen nicht auf idealen Sinusschwingungen sondern vielmehr auf aperiodischen Verläufen. Nach den Zusammenhängen der kontinuierlichen Fouriertransformation ist das Frequenzspektrum eines solchen Signals umso breiter, je kürzer der Impuls andauert. Für die Datenübertragung innerhalb von Gebäuden werden daher Schwingungen mit einer solch kurzen Impulsdauer erzeugt, sodass sich das zugehörige Frequenzspektrum im Bereich zwischen  $3,1\text{ GHz}$  und  $10,6\text{ GHz}$  erstreckt [Arslan u. a., 2006].

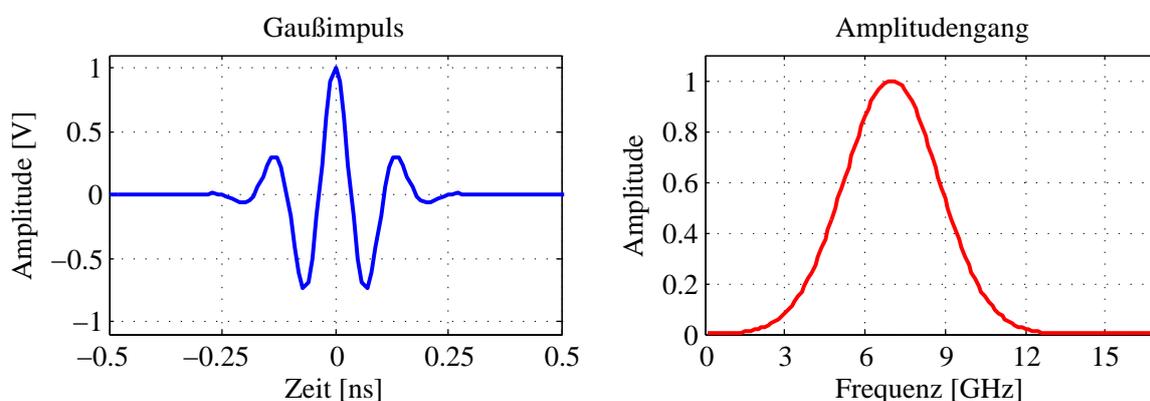
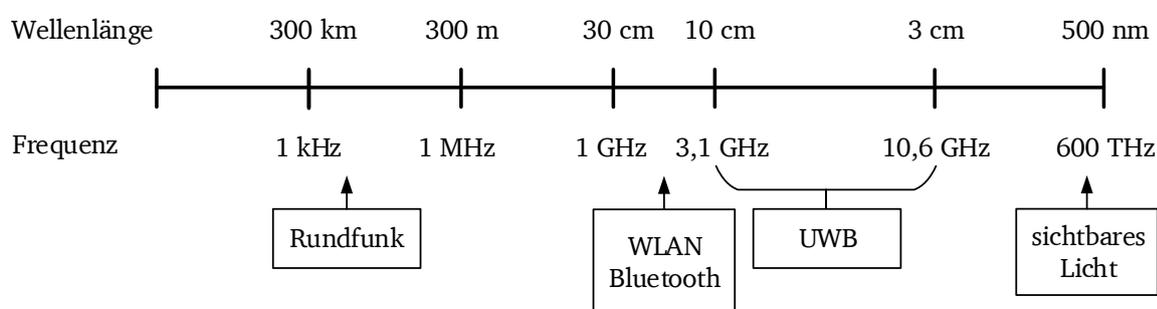


Abbildung 3.1.: UWB-Impuls in Zeit- und normiertem Frequenzbereich

Durch diese Übertragungsart kann auf die Modulation mit einer Trägerwelle verzichtet werden, was im Vergleich zu anderen Systemen einfachere und preiswertere Hardwarekomponenten voraussetzt. Im Allgemeinen beruhen die entsprechenden Schwingungen auf sogenannten Gaußimpulsen. Sie stellen aperiodische Signale dar, welche neben der Impulsdauer durch eine bestimmte Amplitude gekennzeichnet sind. Abbildung 3.1 zeigt nach Jia u. a. [2010] den Verlauf eines solchen Gaußimpulses im Zeit- als auch im normierten Frequenzbereich<sup>1</sup>. Die sehr kurze Signaldauer von  $t = 0,5 \text{ ns}$  führt dabei auf ein Frequenzspektrum mit einer Bandbreite von mehreren Gigahertz. In diesem Fall befindet sich das Amplitudenmaximum bei etwa  $7 \text{ GHz}$  unter gleichmäßigem links- und rechtsseitigen Amplitudenabfall. Durch Aneinanderreihung mehrerer solcher Impulsverläufe lassen sich durch die sehr schmale zeitliche Begrenzung digitale Datenübertragungsraten von einigen  $\text{Gbit/s}$  erreichen [Arslan u. a., 2006]. Für den Einsatz in Positionierungssystemen werden die dargestellten Schwingungen von aktiven Signalgebern emittiert. Dienen entsprechende UWB-Sensoren als Referenzstationen, lässt sich über die dortige Detektion der Signalfreund auf die geometrische Konfiguration von Sender und Empfänger schließen. Die Einordnung von UWB-Signalen in einer Übersicht elektromagnetischer Wellen verschiedener Frequenz ist in Abbildung 3.2 gegeben. UWB nimmt dabei eine Bandbreite von  $7,5 \text{ GHz}$  ein.



**Abbildung 3.2.:** Frequenzübersicht der Signalarten

Bei vorhandener Synchronisation zwischen Emitter und Sensor kann über die Signallaufzeit - die Ausbreitungsgeschwindigkeit entspricht der Lichtgeschwindigkeit - auf die Entfernung dieser beiden Komponenten geschlossen werden (ToA). Dabei muss im Signal die Information des Aussendezeitpunktes enthalten sein, um nach Ankunft an der Referenz eine Laufzeitmessung zu ermöglichen. Bleibt diese Sender-Sensor-Kommunikation jedoch aus, sind Distanzen nicht direkt zu bestimmen. Alternativ lassen sich hingegen bei Synchronisierung der UWB-Empfänger Laufzeitdifferenzen (TDoA) ableiten, was jedoch eine Verkabelung der Sensoren untereinander voraussetzt. Des Weiteren sind bei Vorhandensein von mindestens zwei Empfangseinheiten pro Sensor nach Abbildung 2.1 AoA-Messungen möglich. Über die bekannten Koordinaten der UWB-Sensoren werden die Beobachtungen schließlich nach Abschnitt 2.2 für eine Positionsbestimmung ausgewertet. Weitere Details über die Datenübertragung mittels UWB-Signalen sowie deren Ausbreitungseigenschaften im Innenraumbereich ist in Norrdine [2009] gegeben.

### 3.1.2 Ubisense Precise Real-time Location

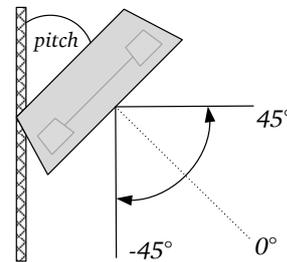
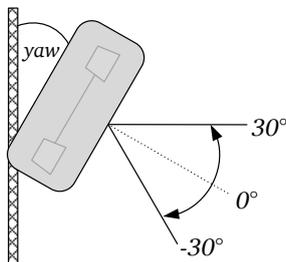
Eine Realisierung zur Objektpositionierung auf Basis von Ultra-wideband liefert unter anderem die Firma Ubisense durch das *Precise Real-time Location* System. Dieses besteht aus einer Mehrzahl von UWB-Sensoren, welche aus Antennen-Arrays nach Abbildung 2.1 aufgebaut sind und somit über AoA- sowie TDoA-Messungen die Positionsbestimmung eines UWB-Signalemitters ermöglichen. Als Signaler-

<sup>1</sup> Das Maximum ist dabei auf den Wert 1 skaliert



**Abbildung 3.3.:** UWB-Sensor und UWB-Tag im Größenvergleich [Ubisense, 2012]

zeuger dient dabei ein aktiver, sogenannter UWB-Tag mit einer Größe von etwa  $3 \times 3 \text{ cm}$ . Abbildung 3.3 zeigt einen solchen Emittter mit zugehörigem Sensor im Vergleich. Durch die kugelförmige Ausbreitung elektromagnetischer Wellen erfolgt eine Signaldetektion an allen Referenzstationen in Sichtverbindung. Dabei wird bezüglich einer zu jedem Sensor gedachten Normalen der Raum unter einem Öffnungswinkel von  $60^\circ$  in der  $xy$ -Ebene sowie von  $90^\circ$  in der  $xz$ -Ebene abgedeckt (Abbildungen 3.4 und 3.5).

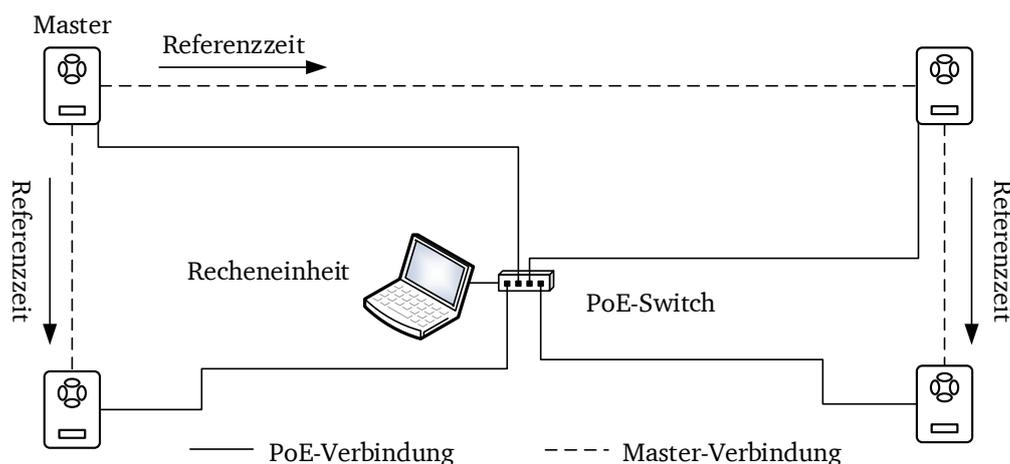


**Abbildung 3.4.:** Beobachtbarer Raum in  $xy$ -Ebene    **Abbildung 3.5.:** Beobachtbarer Raum in  $xz$ -Ebene

Bei LoS zu mindestens zwei Empfängern lässt sich dann über die Ermittlung von entsprechenden Winkeln und Streckendifferenzen pro Tag-Sensor-Paar die dreidimensionale Position des Emitters in Echtzeit bestimmen. Praktische Anwendung des Systems ergibt sich unter Anderem bei folgenden Aufgaben [Ubisense, 2012]:

- Positionierung von Inventargütern in Produktionshallen
- Ortung von Einsatzkräften in unübersichtlichen Arealen
- Verfolgung von Objekten in der Warenlogistik

Die UWB-Sensoren werden dabei an verschiedenen Stellen über dem abzudeckenden Areal angebracht. Anschließend erfolgt deren dreidimensionale Positionsbestimmung in dem durch die Gebäudeachsen definierten lokalen Koordinatensystem für eine Definition als Festpunkte. Diese Einmessung wird in der Regel tachymetrisch durchgeführt, was eine Genauigkeit von wenigen Millimetern sicherstellt. In Lagerhallen eignen sich dabei ideal Positionen unter der Decke für eine große Abdeckung am Boden sowie eine gute geometrische Konfiguration. Neben der dreidimensionalen Position jedes einzelnen Sensors



**Abbildung 3.6.:** Netzwerkverkabelung der einzelnen Komponenten

ist außerdem die Neigung um alle drei lokalen Koordinatenachsen nach Abbildung 2.3 zu bestimmen. Dies realisiert eine anhand der mitgelieferten Ansteuerungssoftware durchzuführende Kalibrierung. Ein beliebiger UWB-Tag wird dabei auf einen koordinatenmäßig bekannten Punkt platziert, sodass sich über die Beobachtung von Elevation- und Azimutwinkeln bezüglich jedes UWB-Sensors durch einen Soll-Ist-Vergleich entsprechende *pitch*- und *yaw*-Neigungen berechnen lassen. Die *roll*-Winkel werden dabei anhand der horizontalen Anbringung sämtlicher Sensoren implizit zu null gesetzt.

Neben dieser Orientierung in einem lokalen Referenzrahmen ist außerdem die Kommunikation zwischen den einzelnen Empfängern sowie einer Recheneinheit zu gewährleisten. Dazu erfolgt eine Netzwerkverkabelung jedes Sensors mit einem lokalen PoE<sup>2</sup>-Verteiler, der neben dem anfallenden Datentransfer außerdem die Stromversorgung jeglicher Komponenten sicherstellt. Des Weiteren sind die UWB-Sensoren in Serie verknüpft, was die Kommunikation und Synchronisation der einzelnen Stationen untereinander ermöglicht. Ein beliebig ausgewählter Sensor ist dabei als Master definiert, welcher eine allgemeingültige Systemzeit vorgibt. Über die serielle Verkabelung wird diese an alle weiteren Knotenpunkte weiter gegeben [Ubisense, 2012]. Abbildung 3.6 zeigt skizzenhaft die Verbindung sämtlicher fest installierter Komponenten. Die durchgeführten AoA- und TDoA-Messungen werden letztlich an der Recheneinheit verarbeitet, sodass die berechnete Position des signalgebenden Tags am Bildschirm angezeigt werden kann. Des Weiteren wird eine Ergebnistabelle mit folgenden Spalten erstellt:

- Identifikationsnummer des entsprechenden Tags
- Zeitstempel im Bezug auf eine lokale Systemzeit
- AoA-Messung des Tags für jeden Sensor (falls vorhanden)
- TDoA-Messung des Tags für jeden Sensor (falls vorhanden)
- Dreidimensionale Koordinate des Tags (bei ausreichender Anzahl von Beobachtungen)

Neben den ermittelten Koordinaten des Neupunktes lassen sich demnach jegliche Rohdaten für eine nachträgliche Datenverarbeitung auslesen. Eine Zuordnung der Messdaten bei Verwendung mehrerer Tags wird dabei über die Identifikationsnummer möglich, womit die eindeutige Positionierung einer Vielzahl von Signal-Emittern sichergestellt wird. Da hierbei jedoch immer nur ein Tag alleine Beobachtungen durchführen kann, erfolgt in der Praxis eine ständige Umschaltung des gerade aktiven Emitters

<sup>2</sup> Power over Ethernet

---

auf Basis einer vordefinierten Frequenz, sodass eine Positionsbestimmung mehrerer Objekte nacheinander möglich ist.

Das beschriebene *Precise Real-time Location*-System ist somit in der Lage, über die eindeutige Trennung der gepulsten UWB-Signale vom Hintergrundrauschen eine Echtzeitpositionierung in überbauten Arealen beliebig vieler Objekte zu realisieren. Großer Nachteil besteht jedoch darin, dass direkte Sichtverbindungen zwischen Emittier und Sensoren notwendig sind, da die Signale beim Durchdringen von Gegenständen in Laufzeit und Richtung manipuliert werden. Das System eignet sich somit lediglich für LoS-Szenarien. Weitere Probleme sind:

- Mehrwegeeffekte in der Nähe metallischer Gegenstände
- Abhängigkeit der Genauigkeit von zugrundeliegender Tag-Sensor-Geometrie
- Notwendigkeit einer komplexen Infrastruktur für die Datenübertragung (Verkabelung)

Zwar bietet die UWB-Technologie eine bereits nachhaltige Lösung für die Positionsbestimmung im Indoor-Bereich, aufgrund der Beschränkung für LoS-Szenarien sowie der angesprochenen Probleme bei Mehrwegeeffekten und schlechter Geometrie treten jedoch Probleme bei Anwendungen in eng überbauten Arealen auf. Für die Indoor-Positionierung wird deswegen im Folgenden ein auf künstlich erzeugten Magnetfeldern beruhendes Verfahren zur Fokussierung von NLoS-Applikationen angesetzt.

---

### 3.2 Quasistatische Magnetfelder

---

Die Anwendung von magnetischen Feldern für die Navigation reicht bereits einige Jahrhunderte zurück [Wagner u. a., 2014]. Nachdem Magnetfelder allgemein zunächst nur auf die Eigenschaften von Stabmagneten reduziert wurden - entsprechende Feldlinien treten am magnetischen Nordpol aus und am magnetischen Südpol ein - erkannte der dänische Physiker Ørsted im 19. Jahrhundert die magnetische Kraftwirkung eines stromdurchflossenen Drahtes. Während bis zu diesem Zeitpunkt Magnetismus und Elektrizität getrennt voneinander behandelt wurden, entstand fort an die Wissenschaft des Elektromagnetismus [Prigge, 2004], woraus sich vor Allem in den Natur- und Ingenieurwissenschaften neue Anwendungsgebiete ergaben.

Die Eigenschaften von Elektromagneten bieten die Möglichkeit, geometrische Zusammenhänge zu beobachten und somit als alternative Technologie bei Applikationen im Bereich der Positionsbestimmung eingesetzt zu werden. Entgegen der aktuell genutzten Verfahren zur Indoor-Positionierung, welche ausschließlich LoS-Anwendungen bedienen, profitieren Magnetfelder von der Tatsache, Materialien uneingeschränkt zu durchdringen sowie keinen besonderen Mehrwegeeffekten oder Abschattungen ausgesetzt zu sein. Sie qualifizieren sich dadurch für eine Positionsschätzung in überbauten Arealen [Blankenbach und Norrdine, 2015]. Hierbei wird die proportionale Abnahme der magnetischen Feldstärke mit zunehmendem Abstand zur Magnetfeldquelle für eine Distanzmessung aus Abschnitt 2.2.3 genutzt (RSS-Verfahren). Da magnetische Feldlinien keine skalaren Größen sondern Vektorfelder beschreiben, lässt sich bei Beobachtung aller drei Magnetfeldkomponenten außerdem der Elevationswinkel herleiten.

Die Erzeugung entsprechender Signale basiert auf der elektromagnetischen Induktion eines Leiters durch einen über kurzen Zeitraum konstanten Gleichstrom, dessen Fließrichtung in Abhängigkeit einer bekannten Frequenz umgekehrt wird. Die Richtung des dadurch hervorgerufenen Vektorfeldes ändert sich in Abhängigkeit der Umschaltfrequenz und bleibt in diesen Zeiträumen stabil. Man spricht deshalb von sogenannter *Quasistationarität*. Abschnitt 3.2.1 erläutert zunächst die Erzeugung der verwendeten Rohsignale, während Abschnitt 3.2.2 auf die Extraktion der Nutzinformation eingeht.

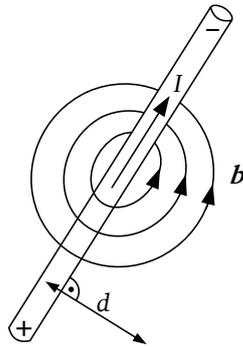
---

#### 3.2.1 Künstliche Magnetfelderzeugung

---

Die Erzeugung eines magnetischen Feldes beruht hier auf der Stromversorgung elektrischer Leiter; in diesem Fall ein Kupferdraht. Auf Basis eines Gleichstroms entsteht dabei ein orthogonal zur Fließrich-

tung des Stromes stehendes magnetisches Feld, wobei die Kraft, welche das Magnetfeld auf eisenhaltige Objekte ausübt, proportional zur Stromstärke  $I$  und umgekehrt proportional zum Abstand  $d$  ist.



**Abbildung 3.7.:** Magnetfeld um stromdurchflossenen Leiter

Abbildung 3.7 zeigt das magnetische Vektorfeld in der Umgebung eines stromdurchflossenen Leiters. Die Feldlinien stehen dabei senkrecht zur Stromrichtung und nehmen in ihrer Intensität mit dem Abstand zum Draht ab. Die Feldrichtung kann mit der sogenannten *Rechte-Faust-Regel* beschrieben werden. Hierbei zeigt der Daumen der rechten Hand in Fließrichtung des Stromes, während die Finger zu einer Faust geballt werden. Diese geben dann den Richtungsverlauf der magnetischen Feldlinien an [Wagner u. a., 2014]. Physikalisch erfolgt eine Charakterisierung durch die magnetische Feldstärke  $\mathbf{h}$  in der Einheit  $[\frac{A}{m}]$ , oder durch die sogenannte magnetische Flussdichte  $\mathbf{b}$ . Sie beschreibt die Flächendichte des magnetischen Flusses, der durch ein bestimmtes Flächenelement hindurch tritt [Wagner u. a., 2014]. Vektoren werden in dieser Arbeit mit dicken Kleinbuchstaben bezeichnet. Aus Gründen der Übersicht wird auf Vektorpfeile verzichtet. Dünne Buchstaben kennzeichnen hingegen Skalare.

Flussdichte und Feldstärke hängen im Vakuum über die magnetische Feldkonstante  $\mu_0$  zusammen:

$$\mathbf{b} = \mu_0 \cdot \mathbf{h}. \quad (3.1)$$

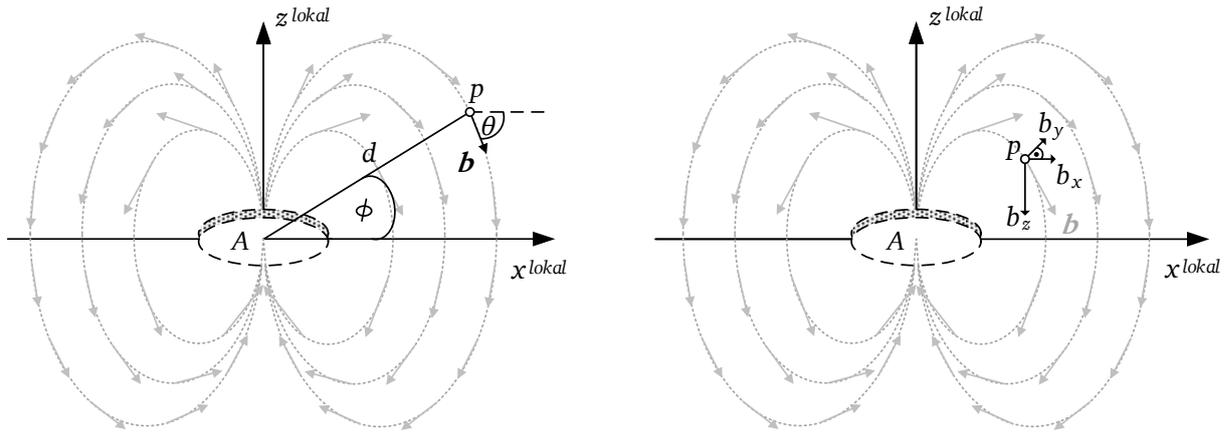
Die magnetische Flussdichte besitzt die Einheit

$$\left[ \frac{N}{A \cdot m} \right] = \text{Tesla } [T] = 10^4 \text{ Gauß } [Gs]$$

und für die magnetische Feldkonstante gilt

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}. \quad (3.2)$$

Eine mehrfach kreisförmige Wicklung des Kupferdrahtes in einem bestimmten Radius führt bei Stromfluss letztendlich zur Überlagerung der einzelnen Magnetfelder pro Drahtwindung und es entsteht ein magnetisches Feld, wie es in Abbildung 3.8 dargestellt ist [Prigge, 2004]. Die Feldlinien treten scheinbar am oberen Ende der Drahtwicklung heraus und am unteren Ende wieder ein. In Analogie zu den Eigenschaften eines Stabmagneten befindet sich in diesem Fall der magnetische Nordpol in positiver Richtung der lokalen  $z$ -Achse. Der magnetische Südpol ist direkt entgegengesetzt. Da die Ausrichtung abhängig von der Fließrichtung des Stromes ist, findet nach der Rechte-Faust-Regel bei entgegengesetzter Stromrichtung eine Umkehrung von Nord- und Südpol statt. Dieser Aufbau beschreibt das Prinzip von elektromagnetischen Spulen, welche in Abhängigkeit der Stromstärke, der Windungszahl und der umwickelten Grundfläche Magnetfelder erzeugen, die jeden Raumpunkt eindeutig vektoriell beschreiben.



**Abbildung 3.8.:** Magnetfeld der Spule

Über die Induktion eines konstanten Magnetfeldes lassen sich demnach absolute geometrische Größen für die Positionsbestimmung ableiten. Nach Prigge [2004] ergeben sich am Punkt  $p$  die drei Raumkomponenten der magnetischen Flussdichte  $\mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$  im lokalen Koordinatenrahmen zu:

$$b_x = 3 \cdot \kappa \cdot \frac{(x_p - x_i) \cdot (z_p - z_i)}{\sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2}^5}, \quad (3.3)$$

$$b_y = 3 \cdot \kappa \cdot \frac{(y_p - y_i) \cdot (z_p - z_i)}{\sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2}^5} \quad (3.4)$$

und

$$b_z = \kappa \cdot \frac{2 \cdot (z_p - z_i)^2 - (x_p - x_i)^2 - (y_p - y_i)^2}{\sqrt{(x_p - x_i)^2 + (y_p - y_i)^2 + (z_p - z_i)^2}^5}. \quad (3.5)$$

Die Koordinaten  $(x_p, y_p, z_p)$  beschreiben dabei den Raumpunkt und  $(x_i, y_i, z_i)$  die Koordinaten der  $i$ -ten Spule. Die Konstante  $\kappa$  ergibt sich aus der Windungszahl des Drahtes  $N$ , der Stromstärke  $I$  und der Spulengrundfläche  $A$ :

$$\kappa = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I \cdot A}{4 \cdot \pi}. \quad (3.6)$$

Neben der vektoriellen Darstellung des Magnetfeldes am Punkt  $p$  (Abbildung 3.8 rechts) lassen sich sowohl die Raumstrecke  $d$  sowie der Elevationswinkel  $\phi$  zum Spulenzentrum (Abbildung 3.8 links) berechnen [Norrdine, 2009]. Für die Strecke gilt

$$d = \sqrt[3]{\frac{\kappa}{|\mathbf{b}|} \cdot \sqrt{1 + 3 \cdot \sin^2(\phi)}}. \quad (3.7)$$

Außerdem folgt für den Elevationswinkel:

$$\phi = \arctan \left( -\frac{3}{4} \cdot \tan(\theta) \pm \sqrt{\left(\frac{3}{4} \cdot \tan(\theta)\right)^2 + \frac{1}{2}} \right), \quad (3.8)$$

wobei  $\theta$  den Winkel zwischen magnetischem Feldvektor und der Horizontalen beschreibt:

$$\theta = \arcsin\left(\frac{b_z}{|\mathbf{b}|}\right). \quad (3.9)$$

Bei bekannter Position der Spule, die somit als Referenzstation dient, kann das entsprechende Magnetfeld über die direkt erfasste Flussdichte nach (3.3) bis (3.5) oder mittels abgeleiteter Größen nach (3.7) und (3.8) für eine Positionsbestimmung heran gezogen werden. Die hier gezeigten strengen Zusammenhänge gelten für den Fall von mathematisch idealen Spulen. Der Querschnitt des Kupferdrahtes ist dabei unendlich klein. Die im Realfall auftretenden Abweichungen werden im Rahmen der angestrebten Genauigkeiten jedoch vernachlässigt. Im Folgenden wird die magnetische Flussdichte vereinfacht als Magnetfeld bezeichnet.

### 3.2.2 Signalverarbeitung

Dem Vorteil, im Gegensatz zu den in Abschnitt 3.1 angesetzten elektromagnetischen Wellen, fast alle Materialien uneingeschränkt zu durchdringen, steht Magnetfeldern der Nachteil gegenüber, mit weiteren Magnetfeldern zu interferieren. Das durch die Spule induzierte Feld wird daher gerade in Innenraumumgebungen mit einer Reihe von Störfeldern überlagert, was die direkte Nutzung des Rohsignals zur Positionsbestimmung verhindert. Neben hochfrequenten Interferenzen, die zum Beispiel durch die 50 Hz-Netzfrequenz der elektrischen Wechselstromversorgung entstehen, stellt vor allem das Erdmagnetfeld eine Hauptüberlagerungsquelle dar. Ausgehend von sehr langsamen Bewegungen metallischer Objekte im flüssigen Erdkern, entsteht an der Erdoberfläche ein statisches Magnetfeld, welches die Eigenschaften eines Stabmagneten aufweist. Dieses besitzt in Mitteleuropa eine Flussdichte von etwa 480 mGs, was die Größenordnung der hier verwendeten Nutzsignale um etwa das zehnfache bis hundertfache übersteigt. Da das Erdmagnetfeld jedoch in den hier auftretenden Messzeiträumen als konstant betrachtet werden kann, wird es in diesem Fall als gleichbleibender Überlagerungsfaktor angesehen und über die folgend angesetzte Signalverarbeitung berücksichtigt.

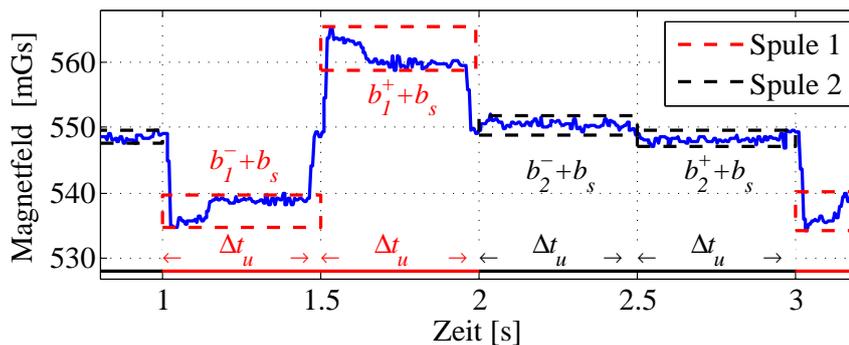


Abbildung 3.9.: Magnetfeld bei ruhendem Magnetometer

Zur Elimination von Interferenzen unterschiedlicher Frequenz bietet die digitale Signalverarbeitung eine Reihe von Filtermethoden. Da die Störquellen in dieser Problemstellung jedoch nicht pauschal charakterisiert und somit Filtercharakteristiken nur schwer zu definieren sind, erfolgt die Extraktion der Nutzinformation über die Anwendung eines speziellen Signalmusters. Grundlage bildet dabei die Gleichstromversorgung an den Spulen, die durch eine kontinuierliche Umschaltung der Fließrichtung auf Basis einer Umschaltdauer von wenigen Sekunden charakterisiert ist [Norr dine, 2009]. Im Gegensatz zum hochfrequenten Wechselstrom wird in diesem Fall von einem alternierendem Gleichstrom gesprochen. Bei gleichbleibender Stromstärke erfolgt demnach eine Umkehrung der Stromrichtung auf Basis einer

Umschaltzeit  $\Delta t_u = \frac{1}{f_u}$ . Dies führt - in Abhängigkeit der Umschaltfrequenz  $f_u$  - zu einer äquidistanten Alternierung des Vektorfeldes aus Abbildung 3.8 bei gleichbleibendem Betrag. Das erfasste Magnetfeld am Punkt  $p$  ist somit während dem Umschaltintervall  $2 \cdot \Delta t_u$  durch den positiven und negativen Betrag des Nutzsignals gekennzeichnet und weist letztlich aufgrund des nahezu konstanten Verlaufes der niederfrequenten Überlagerungen die Form eines Rechtecksignals auf. Aufgrund dieser Stationarität während der Umschaltzeiten lässt sich die konstante Erdmagnetfeldüberlagerung durch eine Differenzbildung positiver und negativer Signalabschnitte eliminieren. Voraussetzung ist hierbei, dass die absoluten Zeitpunkte der Umschaltungen bekannt sind.

Abbildung 3.9 zeigt den Ausschnitt eines erfassten Magnetfeldes in lokaler  $x$ -Richtung. Hierbei werden zwei Spulen beobachtet, die in unterschiedlicher Entfernung und Richtung zum Magnetsensor (auch Magnetometer) installiert sind. Dieser befindet sich über die gesamte Abtastdauer in Ruhe. Zu erkennen sind die einzelnen Signalabschnitte - im Folgenden als Cluster bezeichnet - die sich aus der Signalabtastung während eines Umschaltintervalles  $\Delta t_u$  ergeben und somit durch den positiven oder negativen Betrag des zugrundeliegenden Magnetfeldes charakterisiert sind. In diesem Fall erfolgt eine Nacheinanderschaltung beider Spulen, sodass zwischen den Zeitpunkten  $t = 1\text{ s}$  bis  $2\text{ s}$  das von Spule 1 beeinflusste Magnetfeld und zwischen  $t = 2\text{ s}$  bis  $3\text{ s}$  das von Spule 2 beeinflusste Magnetfeld beobachtet wird. Da das Signal mit hochfrequentem Rauschen überlagert ist, werden bei der Signalauswertung zunächst die Mittelwerte der einzelnen Cluster gebildet, was der Filterung mit einem Tiefpass gleichkommt. Ein Clustermittelwert entspricht dabei dem von der entsprechenden Spule erzeugten Magnetfeld  $b^+$  bzw.  $b^-$  interferiert mit jeglichen lokalen Störsignalen  $b_s$ . Das hochgestellte Vorzeichen gibt die momentane Richtung an. Des Weiteren erfolgt die Differenzbildung zweier aufeinanderfolgender, zur selben Spule gehörender, Clustermittelwerte. Da dies zunächst auf den doppelten Betrag führt, muss außerdem durch zwei dividiert werden. Das Magnetfeld  $b_i$  der Spule  $i$  ergibt sich somit zu [Norrdine, 2009]:

$$b_i = \frac{(b_i^- + b_s) - (b_i^+ + b_s)}{2}. \quad (3.10)$$

Da die Magnetfeldquellen im Beispiel von Abbildung 3.9 in unterschiedlicher Konfiguration mit dem Messsensor stehen, ergeben sich für  $b_1$  und  $b_2$  verschiedene Beträge und Vorzeichen. Sie beschreiben die von der entsprechenden Spule erzeugten vorzeichenbehafteten Magnetfelder in (3.3), (3.4) und (3.5). Im weiteren Verlauf der Arbeit werden diese künstlich erzeugten Magnetfelder zum Zweck der Objektpositionierung als MILPS (Magnetic Indoor Local Positioning System<sup>3</sup>) bezeichnet.



**Abbildung 3.10.:** Magnetspule und Umschaltnetzteil des Positionierungssystems MILPS

<sup>3</sup> Die MILPS-Technologie wurde im Rahmen zweier Projekte (MILPS-I und MILPS-II), gefördert durch die *Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG)*, im Zeitraum von 2009 - 2016 an der TU Darmstadt sowie der RWTH Aachen entwickelt. Projektkennziffern: BL 1092/1-1 und BL 1092/1-2

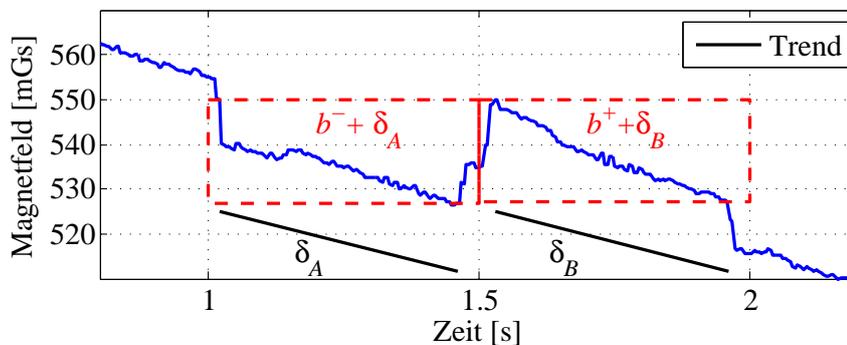
Abbildung 3.10 zeigt eine bei MILPS verwendete, über entsprechende DreifüÙe horizontal ausgerichtete, Spule inklusive Stromversorgung. Die entsprechenden Eigenschaften des dabei induzierten Magnetfeldes sowie der beiden hauptsächlichen Überlagerungsfelder fasst Tabelle 3.1 zusammen.

	Flussdichte [mGs]	Frequenz [Hz]
<b>Spule</b>	0,3 - 50	2-4
<b>Erdmagnetfeld</b>	ca. 480	0
<b>Wechselstrom</b>	< 1	50

**Tabelle 3.1.:** Eigenschaften einiger Magnetfelder

Weitere Interferenzquellen bestehen durch elektrisches Equipment, sowie elektronisch gesteuerte Einrichtungen für die Lasten- oder Personenbeförderung (Aufzüge, Rolltreppen, Fließbänder). Diese Überlagerungen sind zeitlich veränderlich und lassen sich daher in der Regel nicht spezifisch charakterisieren. Die Angaben der Spule beziehen sich auf eine Windungszahl von  $N = 140$ , einer Fläche von  $A = 0,2 \text{ m}^2$  und einer Stromstärke von  $I = 15 \text{ A}$ . Während die Mittelwertbildung für jedes Cluster hochfrequente Anteile eliminiert, werden niederfrequente Interferenzen durch die Differenzbildung nach (3.10) herausgefiltert.

Die angesprochene Mustererkennung ist anwendbar, wenn nahezu ideale Rechtecksignale vorliegen, was einen während des Umschaltintervalls in Ruhe befindlichen Magnetsensor voraussetzt. Da bei kinematischen Applikationen das Magnetometer jedoch seine Position während der Umschaltzeit ändert, beziehen sich die einzelnen Abtastpunkte nicht mehr auf den selben Raumpunkt  $p$ . Unterschiedliche Distanzen und Richtungen zur signalgebenden Spule können dabei auftreten, was sich im Signal überwiegend in überlagernden Drifts bemerkbar macht.



**Abbildung 3.11.:** Magnetfeld bei bewegtem Magnetometer

Abbildung 3.11 zeigt den Ausschnitt eines Magnetfeldes bei bewegtem Magnetfeldsensor. Zu erkennen ist ein dem Signal überlagerter Trend, welcher zu einem Versatz zugehöriger Cluster und einer damit fehlerhaften Nutzsignalextraktion führt. In der Praxis sind dann die ermittelten Magnetfeldkomponenten durch die Differenzbildung nach (3.10) entweder zu groß oder zu klein. Bei Annahme einer gleichbleibenden Geschwindigkeit und Richtung während der Stromumschaltzeit hingegen (in diesem Fall  $t = 1 \text{ s}$  bis  $2 \text{ s}$ ) sind die Drifts als linear anzunehmen und lassen sich dadurch leicht eliminieren. Dazu erfolgt eine lineare Trendschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate, die sich aufgrund des Sprunges in der Signalmitte zunächst nicht auf den kompletten Verlauf, sondern auf die beiden Cluster separat bezieht. Geschätzt werden dabei die Steigungen  $s_A$  und  $s_B$  zweier ausgleichender Geraden  $\delta_A$  und  $\delta_B$ , aus denen dann letztendlich ein Mittelwert für eine Berücksichtigung des gesamten Umschaltzeitraumes gebildet wird. Die erhaltene Steigung  $s = \frac{s_A + s_B}{2}$  führt dann zu einer finalen Trendgeraden, die dem

gesamten Signalabschnitt im Umschaltintervall  $2 \cdot \Delta t_u$  entfernt wird. Dadurch wird ein Rechtecksignal erhalten, was sich nach (3.10) auswerten lässt.

### 3.3 Inertialbeobachtungen

Die gezeigten Methoden aus den Abschnitten 3.1 bis 3.2 ermöglichen eine Positionsbestimmung im Innenraum durch Messungen geometrischer Größen in einem lokalen Koordinatensystem. Bei diesen absoluten Auswerteverfahren werden die entsprechenden Lösungen in jedem Schritt neu ermittelt und sind damit nicht korreliert mit vergangenen Zuständen. Unsicherheiten in vorherigen Berechnungen haben somit keinen Einfluss. Großer Nachteil dieser Verfahren liegt jedoch in der Voraussetzung, dass für jede eindeutige Lösung Messungen zu einer ausreichenden Anzahl von Referenzstationen vorliegen müssen. Ist dies - aufgrund fehlender Sichten oder zu hoher Reichweite - nicht gegeben, kommt es zwangsläufig zu Signalausfällen, was eine Positionsermittlung verhindert. Abhilfe schafft in der Praxis die Verwendung inertialer Messeinheiten. Diese sind in der Lage Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten mit einer Wiederholungsrate von mehreren Kilohertz zu beobachten, was nach (2.7) und (2.8) eine hochfrequente Positionierung ermöglicht. Die physikalischen Grundlagen solcher Inertialmesssysteme sowie die Charakterisierung des in dieser Arbeit eingesetzten Sensors für die relative Positionsbestimmung ist im Folgenden ausführlich beschrieben.

#### 3.3.1 Prinzip der inertialen Datenaufnahme

Das Prinzip einer inertialen Messeinheit (im folgenden IMU<sup>4</sup>) beruht auf der Beobachtung von Bewegungsänderungen, welche ausgehend von einem momentanen Zustand auf den zukünftigen Zustand führen. Dazu werden vom Inertialsensor Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten erfasst, die durch Integration nach der Zeit eine aktuelle Position liefern. Die bei der Indoor-Positionierung eingesetzten Sensoren basieren vorwiegend auf der sogenannten MEMS<sup>5</sup>-Technologie. Diese verwendet analoge Bestandteile mikroskopischer Größe, was eine platzsparende Installation auf zu positionierenden Objekten ermöglicht. Im Folgenden wird die MEMS-Inertialmessung vereinfacht skizziert. Vor Allem die elektrotechnischen Zusammenhänge werden dabei auf das Wesentliche reduziert.

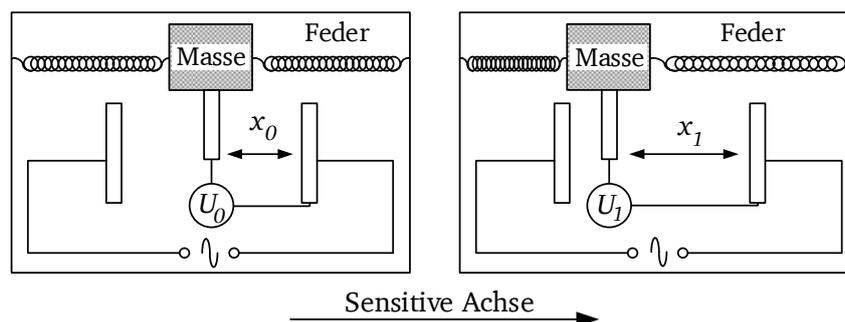


Abbildung 3.12.: Prinzip der MEMS-Beschleunigungsmessung

Klassische Beschleunigungssensoren bestehen aus Probemassen, die bei Geschwindigkeitsänderungen Kräften ausgesetzt sind. Diese Trägheitskräfte verursachen eine proportional zur Beschleunigung auftretende Auslenkung, über deren Betrag sich die gesuchte Beschleunigung ableiten lässt [Groves, 2013]. Der

<sup>4</sup> Inertial Measurement Unit

<sup>5</sup> Microelectromechanical systems

Signalabgriff erfolgt bei MEMS-Sensoren in der Regel kapazitiv. Abbildung 3.12 zeigt dieses Prinzip in vereinfachter Darstellung. Ist das System in Ruhe (links), befindet sich die mit der Probemasse verbundene Kondensatorplatte genau in der Mitte der beiden statischen Platten. Proportional zur Ruheauslenkung  $x_0$  ergibt sich dann in einem Stromkreis über die entsprechende Kapazität die Teilspannung  $U_0$ . Wirkt hingegen eine Beschleunigung in Richtung der sensitiven Achse (rechts), so ändert sich in Abhängigkeit der resultierenden Auslenkung  $x_1$  die Kapazität des Kondensators, was auf die Teilspannung  $U_1$  führt [Schlemmer, 1996]. Letztendlich wird somit über eine Spannungsmessung die zugrundeliegende Beschleunigung abgeleitet.

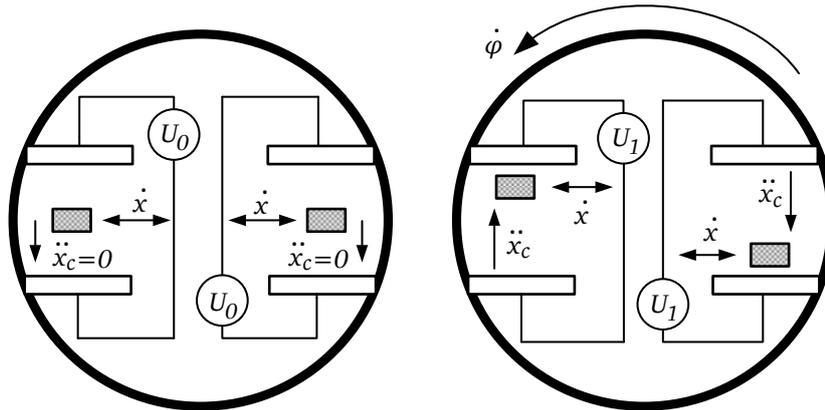


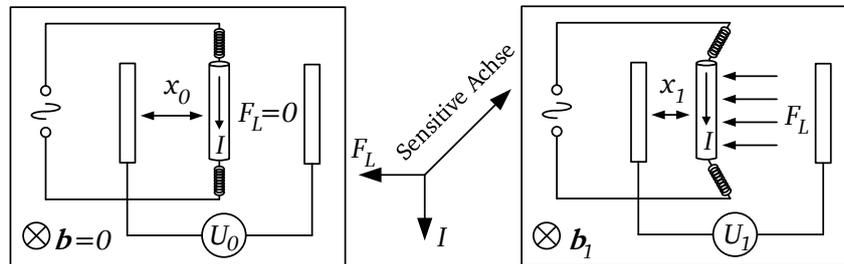
Abbildung 3.13.: Prinzip der MEMS-Drehratenmessung

Die Beobachtung von Winkelgeschwindigkeiten (im Folgenden als Drehraten bezeichnet) erfolgt hingegen durch Kreisel (oft auch Gyroskope). Herkömmliche auf MEMS basierende Kreisel beruhen auf der Tatsache, dass bewegte Massen Corioliskräften ausgesetzt sind, wenn deren Bezugssystem rotiert. Die resultierende Auslenkung der Massen aufgrund dieser Kräfte ist dann proportional zur zugrundeliegenden Drehrate [Wendel, 2011]. Abbildung 3.13 zeigt dieses Prinzip beispielhaft. Zwei elektrisch geladene Probmassen (grau), welche über Anregung radial zum drehbaren Untergrund mit der Geschwindigkeit  $\dot{x}$  in Schwingung versetzt werden, sind zwischen zwei Kondensatorplatten angebracht. Befindet sich das System in Ruhe (links), so tritt keine Coriolisbeschleunigung  $\ddot{x}_c$  auf. Bei einer Drehbewegung  $\dot{\varphi}$  jedoch wirkt  $\ddot{x}_c$  auf die Probmassen orthogonal zu deren Geschwindigkeit, was eine Auslenkung und somit eine dementsprechende Kapazitätsänderung im Kondensator zur Folge hat. Die gemessene Spannung  $U_1$  ist dabei proportional zur durchgeführten Drehrate. Physikalische Grundlagen inertialer Messeinheiten, die nicht auf MEMS-Technologie beruhen gibt neben Groves [2013] auch Wendel [2011] und Jekeli [2001]. In Ergänzung beinhalten viele zur Positionierung eingesetzten Inertialmesssysteme Sensorik für die Magnetfeldbeobachtung. Diese basieren nach Lenz und Edelstein [2006] in Abhängigkeit der Anwendung auf unterschiedlichen Technologien. MEMS-Magnetometer beruhen in der Regel auf einer Kraftmessung im Bezug zu bewegten Ladungen. Ist ein unter elektrischer Spannung stehender Stromleiter von einem Magnetfeld umgeben, so wirkt auf diesen die sogenannte *Lorentzkraft*<sup>6</sup>  $F_L$ , die orthogonal zur Stromrichtung  $I$  und den Feldlinien des magnetischen Feldes  $\mathbf{b}$  steht. Veranschaulichen lässt sich die Situation durch die *Linke-Hand-Regel*, nach welcher der ausgestreckte Daumen in die Fließrichtung des Stromes, der Zeigefinger in Richtung der Magnetfeldlinien und der abgeknickte Ringfinger in Richtung der zum Magnetfeld proportional wirkenden Lorentzkraft zeigt. Für einen Stromleiter der Länge  $1\text{ m}$  gilt nach Buffa [2013]:

$$|F_L| = |I| \cdot |\mathbf{b}|. \quad (3.11)$$

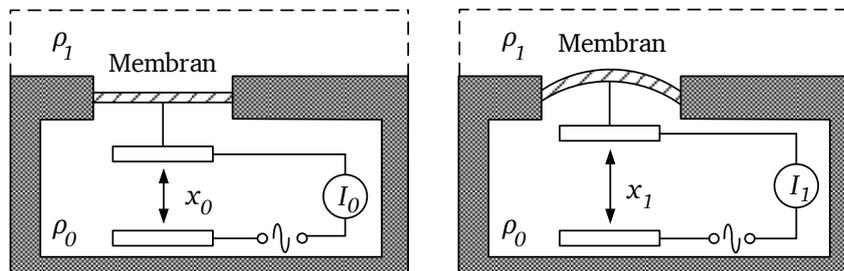
<sup>6</sup> Hendrik Anton Lorentz (1853-1928)

Die Beobachtung von  $F_L$  für die daraus abzuleitende magnetische Flussdichte erfolgt nach dem in Abbildung 3.14 gezeigten Prinzip.



**Abbildung 3.14.:** Prinzip der MEMS-Magnetfeldmessung

Befindet sich kein Magnetfeld in der Umgebung, so ist die korrespondierende Lorentzkraft null und der mit Strom versorgte Leiter ruht in der Mitte zwischen den beiden Kondensatorplatten (links). In dem entsprechenden Stromkreis wird dabei die Spannung  $U_0$  beobachtet. Ist die Sensorumgebung jedoch durch ein Magnetfeld charakterisiert, erfährt der Leiter durch die Lorentzkraft eine Bewegung  $x_1$  in Richtung einer der beiden Kondensatorplatten, was zu einer abzulesenden Spannung  $U_1$  führt. Über den Abgriff von  $U$  lässt sich somit durch  $F_L$  auf die Intensität des Magnetfeldes in Richtung der sensitiven Achse schließen [Buffa, 2013]. Diese steht orthogonal zur Stromrichtung und der Lorentzkraft. Nach Abschnitt 3.2 werden dadurch mittels MILPS Beobachtungen geometrischer Größen für die absolute Positionsbestimmung möglich.



**Abbildung 3.15.:** Prinzip der MEMS-Luftdruckmessung

Des Weiteren sind die meisten Inertialsensoren - zur Bestimmung von Höhenunterschieden über den Umgebungsdruck - außerdem mit digitalen Barometern ausgestattet. Nach Abbildung 3.15 bestehen entsprechende MEMS-Sensoren aus einer beweglichen Membran, welche die Umgebung von einem abgeschlossenen Raum trennt [Wang, 2012]. Dieser ist durch den konstanten Luftdruck  $\rho_0$  gekennzeichnet. Gilt für den Umgebungsdruck des Sensors  $\rho_1 = \rho_0$ , so wirken keine Kräfte auf die Membran und die damit verbundene Kondensatorplatte besitzt die Ruheauslenkung  $x_0$ . Die korrespondierende Stromstärke im Stromkreis hat dann den Betrag  $I_0$  (links). Bei ungleichen Druckverhältnissen hingegen ( $\rho_1 \neq \rho_0$ ), erfährt die Membran eine nach innen oder außen gerichtete Wölbung, sodass sich der Abstand beider Kondensatorplatten ändert. Die entsprechende Auslenkung  $x_1$  hat dann einen Strom  $I_1$  zur Folge, welcher letztendlich den absoluten Umgebungsdruck liefert. Nähere Information über MEMS-Drucksensoren ist in Wang [2012] gegeben. Darüber hinaus liefert Büttner [2011] weitere Details zu Kondensatoren innerhalb elektrischer Schaltkreise, während mit induktiven und resistiven Aufnehmern alternative Verfahren zur Abstandsmessung in Schlemmer [1996] erläutert sind.

Obwohl Umgebungsdruck und magnetische Flussdichte Teil der inertialen Datenaufnahme darstellen, werden lediglich die triaxialen Beschleunigungen und Drehraten für eine relative Positionsbestimmung angewendet und somit im weiteren Verlauf unter dem Begriff *Inertialdaten* zusammengefasst. Magnetfeld und Luftdruck finden hingegen Anwendung bei der absoluten Positionsschätzung.

### 3.3.2 ADIS 16480

Eine auf MEMS-Technologie basierende Inertialmesseinheit bietet die Firma *Analog Devices* mit der 10-DoF<sup>7</sup> IMU *ADIS 16480*. Die Tatsache, dass bei dieser verwendeten Bauweise keine separate Stromversorgung benötigt wird, ermöglicht eine einfache Installation ohne weitere Infrastruktur (Abbildung 3.16).

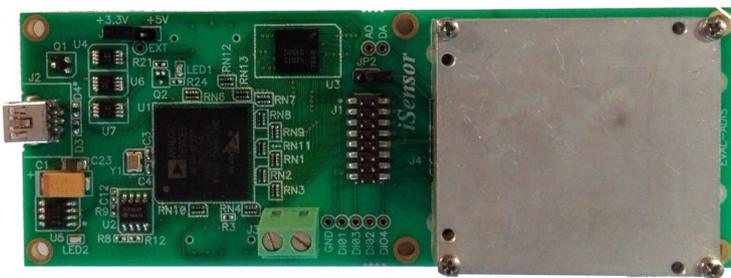


Abbildung 3.16.: ADIS 16480

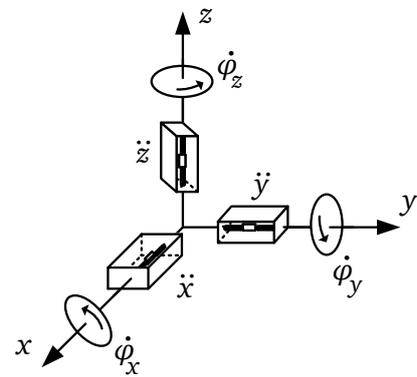


Abbildung 3.17.: Sensoranordnung

Abbildung 3.17 zeigt die Anordnung von Beschleunigungs- und Drehratensensoren skizzenhaft. Neben den Beschleunigungen ( $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$ ,  $\ddot{z}$ ) und Winkelgeschwindigkeiten ( $\dot{\phi}_x$ ,  $\dot{\phi}_y$ ,  $\dot{\phi}_z$ ) lässt sich außerdem die magnetische Flussdichte ( $b_x$ ,  $b_y$ ,  $b_z$ ) in allen drei Koordinatenachsen sowie der atmosphärische Druck und die Temperatur erfassen. Die zugrundeliegende Abtastfrequenz  $f_{IMU}$  jedes Sensors liegt bei maximal 2,4 kHz [Analog Devices, 2012].

Aufgrund auftretender Unsicherheiten in der Anordnung sowie systematischer Abhängigkeiten der verbauten Sensorik sind für solche Inertialmesssysteme Kalibrierungen unerlässlich. Nicht exakt eingehaltene Orthogonalität der Achsen sowie Beeinflussung durch die Umgebungstemperatur sind zwei häufig auftretende Faktoren. Inertialsensorkalibrierungen beruhen im Regelfall auf einem Soll-Ist-Vergleich zwischen tatsächlichen und theoretisch erwarteten Beobachtungen. Dabei wird der Sensor bezüglich unterschiedlicher Winkel geneigt und entsprechende Abweichungen zwischen Soll- und Ist-Werten ermittelt. Realisiert wird dies in der Praxis durch mehrachsige Drehtische, welche eine hochgenaue Referenzneigung realisieren. Die ermittelten Differenzen liefern letztendlich funktionale Zusammenhänge zur Berechnung von Korrekturwerten [Analog Devices, 2012]. Da für die ADIS 16480 bereits eine Kalibrierung durch den Hersteller vorgenommen wurde, wird in dieser Arbeit auf eine Sensorkalibrierung verzichtet. Fehlausrichtungen der Sensorachsen sowie einem möglichen Bias wird dadurch mit entsprechenden Korrekturfunktionen automatisch begegnet. Eine Untersuchung über die Signifikanz darüber hinaus verbleibender Restunsicherheiten für die verwendete IMU ist in Abschnitt 3.3.3 durchgeführt. Tabelle 3.2 stellt die wichtigsten Sensoreigenschaften sowie die vom Hersteller angegebenen Genauigkeiten zusammen. Nähere Information über die Kalibrierung von Inertialsensoren beschreibt außerdem Shin und El-Sheimy [2002].

<sup>7</sup> Degree of Freedom, deutsch: Freiheitsgrad

	Messintervall	Auflösung	Ausgangsrauschen (rms)
Beschleunigungsmesser [ $m/s^2$ ]	$\pm 98,1$	$1,2 \cdot 10^{-8}$	0,015
Gyroskop [ $^\circ/s^2$ ]	$\pm 450$	$3,05 \cdot 10^{-7}$	0,16
Magnetometer [ $mGs$ ]	$\pm 2.500$	0,1	0,45
Barometer [ $mbar$ ]	300 – 1.100	$6,1 \cdot 10^{-7}$	0,025

Tabelle 3.2.: Sensoreigenschaften ADIS 16480

### 3.3.3 Überprüfung der Sensorstabilität

Die angesetzten Korrekturfunktionen zur Berücksichtigung systematischer Effekte beruhen auf einer vom Hersteller durchgeführten Werkskalibrierung im Rahmen der Sensorfertigung. Aufgrund von Beeinflussung durch die Alterung analoger Sensorbausteine sowie statistischen Unsicherheiten der ermittelten Korrekturwerte können Inertialsensoren jedoch Restsystematiken enthalten, welche durch die Kalibrierung nicht berücksichtigt werden. Dies führt bei den erfassten Signalen zu überlagerten Drifts und schlägt sich letztlich auf die Positionsbestimmung nieder. Zwar lässt sich im Vorfeld ein konstanter Sensorbias über eine Initialmessung bestimmen, zeitlich variable Systematiken werden dabei jedoch nicht ermittelt und sind aufgrund ihres unbekanntes Verlaufes kein Bestandteil einer beschreibenden Statistik. In praktischen Anwendungen lassen sich dazu entsprechende Effekte für eine Echtzeitkalibrierung modellieren und über externe Beobachtungen schätzen. Jedoch ist eine notwendige Erweiterung des Zustandsmodells in der Regel sehr komplex und birgt Gefahren der Überparametrisierung, was häufig Singularitäten nach sich zieht. In der Praxis folgen dazu in der Regel Voruntersuchungen bezüglich Stabilitätsverhalten der angesetzten Sensoren, welche Auskunft über die Notwendigkeit von Restbiasmodellierungen geben.

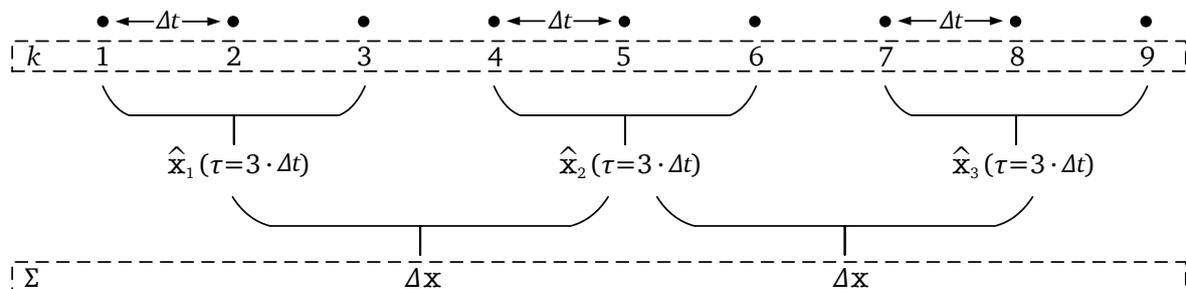


Abbildung 3.18.: Berechnungsweise der Allan-Varianz für  $n = 3$

Für eine Abschätzung, zu welchen Messzeiträumen auftretende Systematiken bei driftbehafteten Sensoren signifikant werden und demnach zu berücksichtigen sind, wurde vom amerikanischen Physiker Allan [1966] ein Prinzip entwickelt, welches die Lang- und Kurzzeitcharakteristiken von Messsystemen beschreibt. Diese sogenannte *Allan-Varianz* zielte ursprünglich auf die Frequenzstabilität zeitgebender Oszillatoren ab, behandelt - wie in El-Sheimy u. a. [2008] - mittlerweile jedoch auch Beschleunigungs- und Drehratensensoren.

Die Allen-Varianz eines Signals  $x$  beruht auf der empirisch ermittelnden Streuung bezüglich einzelner Signalcluster. Diese Cluster ergeben sich aus Teilmengen zeitlich begrenzter Signalabschnitte. Dazu wird das diskrete Signal zunächst in Abhängigkeit eines gewählten Zeitintervalls in aufeinanderfolgende Ab-

schnitte zerlegt und deren entsprechende Mittelwerte gebildet [El-Sheimy u. a., 2008]. Die Mittelungszeit  $\tau$  ergibt sich aus der Abtastpunktmenge  $n$  pro Cluster und dem Abtastintervall  $\Delta t = k_{i+1} - k_i$ :

$$\tau = n \cdot \Delta t. \quad (3.12)$$

Für die  $i$  aufeinanderfolgenden Mittelwerte in Abhängigkeit der Mittelungszeit  $\tau$  gilt somit

$$\hat{x}_i(\tau) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=(i-1) \cdot n+1}^{i \cdot n} x_k, \quad i = \{1, 2, \dots, l\} \text{ und } n < \frac{m}{2}, \quad (3.13)$$

wobei  $m$  die Anzahl aller Datenpunkte in der Zeitreihe und  $l = \text{Int}(\frac{m}{n})$  die Menge der maximal zu bildenden Signalcluster beschreibt. Abbildung 3.18 zeigt die Mittelbildung dieser einzelnen nicht überlappenden Cluster beispielhaft für den Fall  $n = 3$ .

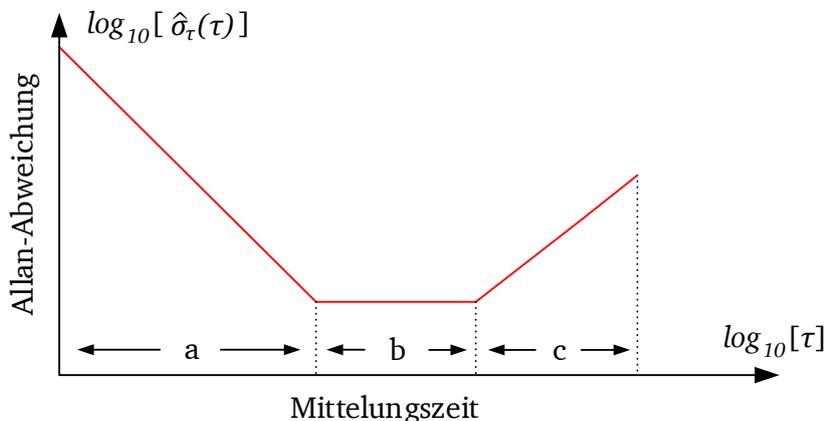
Die empirische Allan-Varianz  $\hat{\sigma}_\tau^2$  in Abhängigkeit der Mittelungszeit  $\tau$  ergibt sich dann zu

$$\hat{\sigma}_\tau^2(\tau) = \frac{1}{2(l-1)} \cdot \sum_{i=1}^{l-1} (\hat{x}_{i+1} - \hat{x}_i)^2, \quad (3.14)$$

woraus in Analogie zur Standardabweichung die Allan-Abweichung folgt

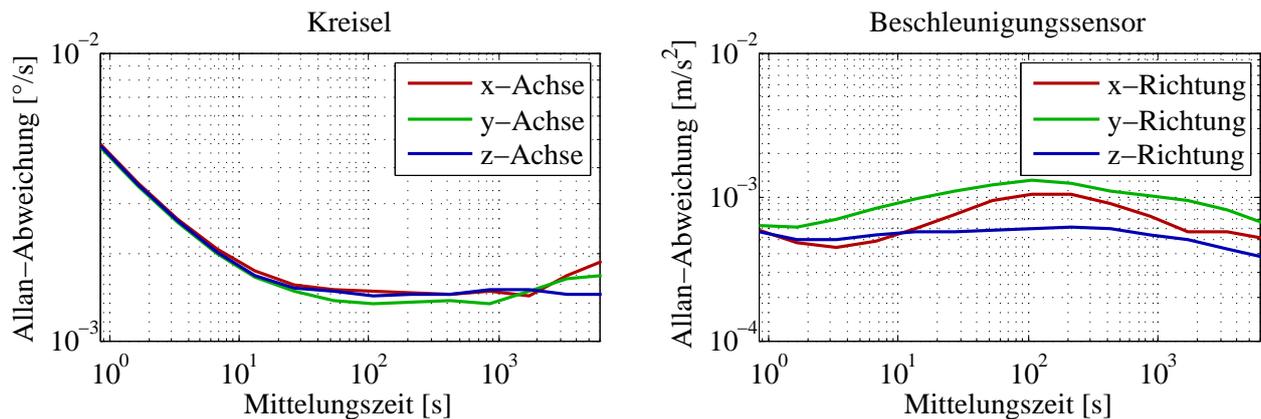
$$\hat{\sigma}_\tau(\tau) = \sqrt{\hat{\sigma}_\tau^2(\tau)}. \quad (3.15)$$

Die Berechnung von  $\hat{\sigma}_\tau$  erfolgt für jedes  $\tau = n \cdot \Delta t$  mit  $n = \{1, 2, \dots, \frac{m}{2}\}$  und wird für eine Interpretation - in der Regel logarithmisch - graphisch aufgetragen (Abbildung 3.19). Visualisiert wird dabei die empirisch ermittelte Streuung im Bezug auf die zugrundeliegende Mittelungszeit [El-Sheimy u. a., 2008]. Da Drifts bei Inertialsensoren in der Praxis sehr langwellig auftreten - die Größenordnung der entsprechenden Steigung ist sehr viel kleiner als das überlagerte Rauschen - sind für kleine  $\tau$  zufällige Rauschanteile dominant. Systematiken haben dann eine untergeordnete Rolle und die errechneten Mittelwerte  $\hat{x}_i$  und  $\hat{x}_{i+1}$  zweier aufeinanderfolgender Signalcluster unterscheiden sich nur hinsichtlich ihrer zufälligen Anteile. Die Differenz  $\hat{x}_{i+1} - \hat{x}_i$  wird somit für steigende Mittelungszeiten kleiner, sodass die Allan-Abweichung abfällt und die graphisch aufgetragene Kurve eine negative Steigung aufweist. Dies ist in Intervall a am beispielhaften Verlauf aus Abbildung 3.19 zu beobachten.



**Abbildung 3.19.:** Allan-Abweichung eines driftbehafteten Signals

Für entsprechende  $\tau$  lassen sich dabei zugrundeliegende Abweichungen durch stochastische Kenngrößen beschreiben. Ist der Verlauf für aufeinanderfolgende Mittelungszeiträume hingegen konstant, fallen deterministische und zufällige Abweichungen zu gleichen Anteilen ins Gewicht (Intervall b). Je nach Größenordnung wird auch dies im stochastischen Modell berücksichtigt. Die Allan-Abweichung steigt hingegen wieder ab der Clustergröße, an der die im Signal enthaltenen Systematiken im Vergleich zum zufälligen Rauschen signifikant werden (Intervall c). Für diese Zeiträume ist eine Biasschätzung in Erwägung zu ziehen. Somit lässt sich für einen durch zufällige als auch systematische Effekte charakterisierten Sensor anhand  $\hat{\sigma}_\tau$  ablesen, ab welchem Messzeitraum Drifts in Erscheinung treten und eine Nachkalibrierung sinnvoll ist.



**Abbildung 3.20.:** Empirische Allan-Abweichung der ADIS16480

Abbildung 3.20 zeigt die empirisch bestimmten Verläufe der Allan-Abweichung von Drehraten- und Beschleunigungssensoren der verwendeten ADIS16480 auf Grundlage einer 72-Stunden-Messung. Dabei sind bezüglich triaxialer Kreismessungen bis zu einer Mittelungszeit von  $\tau = 10^3 s \approx 20 \text{ min}$  keine positiven Steigungen zu erkennen. Ein leichter Anstieg folgt im weiteren Verlauf lediglich bei den Gyroskopen in  $x$ - und  $y$ -Richtung. Für die in dieser Arbeit zugrundeliegenden Messzeiträume von bis zu  $10 \text{ min}$  treten somit keine langfristigen Drifts signifikant in Erscheinung sodass die Kreisel als biasfrei erachtet werden. Auftretende Abweichungen sind dabei dominant durch zufällige Fehler gekennzeichnet. Die Kurven der Beschleunigungssensoren verlaufen hingegen bis auf eine geringe Unsicherheit über alle Mittelungszeiten konstant um einen Betrag von etwa  $10^{-3} m/s^2$ . Da diese Beträge jedoch über die gesamte Zeitdauer unter dem vom Hersteller angegebenen Ausgangsrauschen aus Tabelle 3.2 liegen, werden auch hier Systematiken als nicht signifikant erachtet. Resultierende Beschleunigungssignale sind daher dominant mit stochastischen Unsicherheiten überlagert. Im Folgenden wird somit bei den Gyroskopen als auch den Beschleunigungssensoren sowohl auf eine Nachkalibrierung als auch auf eine Biasschätzung durch äußere Beobachtungen verzichtet. Nähere Information über verschiedene Abwandlungen der Allan-Varianz sowie sich daraus ergebende Interpretationen stellt Audoin [2008] dar.

Die erläuterte Methode gibt Auskunft über die Charakteristik auftretender Sensordrifts bei Inertialmesssystemen und lässt Abschätzungen zu, bei welchen Messzeiträumen die von der Werkskalibrierung abweichenden Systematiken signifikant sind. Diese werden im Folgenden vernachlässigt, da nach der empirischen Allan-Abweichung sowohl die Kreisel- als auch die Beschleunigungssensoren in den hier angesetzten Zeiträumen vorwiegend durch zufällige Rauschanteile charakterisiert sind. Somit ermöglicht die Inertialmessung in Ergänzung zu den in Abschnitt 3.1 und 3.2 beschriebenen Verfahren eine hochfrequente Positionsbestimmung ohne den Signalempfang von Referenzpunkten vorauszusetzen. Beschleunigungen und Drehraten werden dabei nach Abbildung 3.17 in einem durch die IMU-Achsen definierten Koordinatensystem beobachtet, welches sich abhängig von der zugrundeliegenden Bewegung in seiner Lagerung fortlaufend ändert. Jegliche Inertialmessungen liegen dadurch im Rohzustand entkoppelt vom lokalen Koordinatensystem vor. Dieses stellt jedoch den absoluten Bezug der Positionsbestimmung dar

---

und hat eine konstante Ausrichtung. Da beide Systeme in der Regel demnach nicht kongruent sind, ist eine ständige Überführung der Inertialmessungen vom IMU- in das lokale Referenzsystem notwendig. Grundlage bilden dabei verschiedene Darstellungsformen von Rotationen im Raum.

Bevor daher der komplette Arbeitsgang der Inertialpositionierung in Kapitel 5 beschrieben wird, erfolgt zunächst die ausführliche Erläuterung von Darstellung und Berechnung dreidimensionaler Drehungen unterschiedlicher Bezugssysteme in Kapitel 4. Die Fusionierung der erfassten Inertialdaten mit den absoluten Positionierungssystemen wird in Kapitel 6 dargelegt.

## 4 Orientierung inertialer Koordinatensysteme

Inertialdaten im Rohzustand beziehen sich auf ein vom äußeren Bezug unabhängiges Referenzsystem, welches durch die IMU-Sensorachsen definiert und in diesem Fall deckungsgleich mit den Hauptachsen des mobilen Objektes ist. Für die Positionsbestimmung innerhalb eines lokalen Koordinatenrahmens muss deshalb zu jedem Zeitpunkt Information über die Verdrehung dieser inertialen Referenz vorliegen, was folgend durch den Richtungsvektor  $\mathbf{r}$  ausgedrückt wird. Dieser liegt genau in Längsrichtung des Objektes und fällt dadurch mit der  $x$ -Achse der IMU zusammen. Die zugrundeliegende Drehung des Richtungsvektors - hervorgerufen durch Rotation des *Objektkoordinatensystems* im Bezug zum lokalen Koordinatensystem - wird als *Orientierung* bezeichnet. Für das Objektkoordinatensystem wird im Folgenden die Bezeichnung *Body System* verwendet [Hofmann-Wellenhof u. a., 2013].

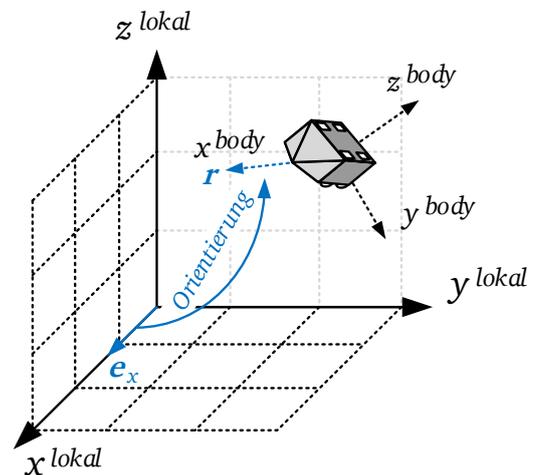
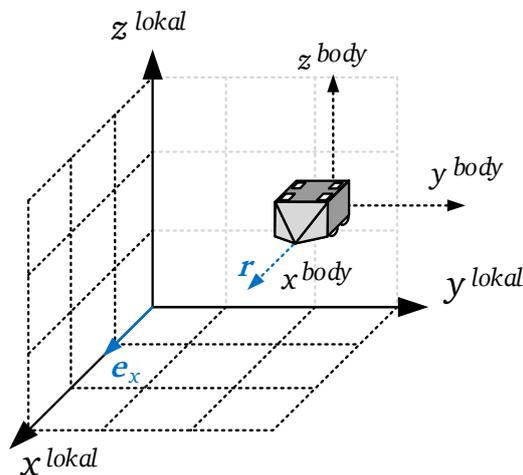


Abbildung 4.1.: Kongruente Koordinatensysteme

Abbildung 4.2.: Orientierung des Body Systems

Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten beziehen sich demnach ausschließlich auf das Body System, sodass für die Positionierung zu jedem Zeitpunkt  $k$  eine Transformation von diesem Inertialsystem auf das äußere lokale System durchzuführen ist. Dies geschieht über eine Rotation anhand der aktuellen Orientierung. Mathematisch realisiert die Orientierung eine Drehung des Einheitsvektors  $\mathbf{e}_x = (1, 0, 0)^T$  auf die entsprechende Richtung  $\mathbf{r}$ . Alle zur  $x$ -Achse parallelen Vektoren in einem mathematischen Koordinatensystem schließen keinen Winkel mit den Koordinatenachsen ein und haben somit die Orientierung null. Für diese Richtungsvektoren sind dann Body System und lokales System kongruent (Abbildung 4.1). Die dreidimensionale Bewegung des Objektes führt hingegen auf Grundlage der Orientierung zu einer gegenseitigen Rotation beider Systeme (Abbildung 4.2), was nachfolgend im Detail betrachtet wird.

Rotationen lassen sich mathematisch auf verschiedene Weise parametrisieren und darstellen. Die wohl bekannteste Rotationsform ist durch sogenannte *Euler-Winkel*<sup>1</sup> gegeben. Sie wird über die Drehungen um sämtliche Koordinatenachsen definiert und anhand der Multiplikation mit Rotationsmatrizen realisiert. Zwar werden Rotationen mittels solcher Drehwinkel pro Achse leicht veranschaulicht, bei bestimmten,

<sup>1</sup> Leonhard Euler (1707-1783), schweizer Mathematiker

nacheinander ausgeführten, Drehungen können jedoch Singularitäten auftreten, was zu mathematisch nicht eindeutigen Lösungen führt. Dies ist dann der Fall, wenn zwei Koordinatenachsen durch aufeinanderfolgende Rotationen aufeinander abgebildet werden, sodass nachfolgende Drehungen nicht mehr eindeutig zu trennen sind. Zur Vermeidung dieses sogenannten *Gimbal Lock*<sup>2</sup> erfolgt in der Praxis eine Erweiterung der Euler-Winkel-Darstellung auf eine vierdimensionale Parametrisierung.

Abschnitt 4.1 erläutert zunächst die ausführliche Theorie von Rotationen im Raum mittels Euler-Winkeln. Der Übergang zur Definition mit vier Rotationsparametern beim Einsatz von Inertialmesssystemen folgt in Abschnitt 4.2. Des Weiteren beschreibt Abschnitt 4.3 eine Herleitung zur praktischen Anwendung dieser Grundlagen für eine Ermittlung der Objektorientierung anhand absoluter Positionsmessungen.

## 4.1 Rotationen mit Euler-Winkeln

Im Allgemeinen sind Rotationen lineare Transformationen des  $n$ -dimensionalen Raums. Bei Beschränkung auf drei Koordinatenachsen handelt es sich um eine Abbildung

$$\mathbf{x}' : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \mathbf{x}' = \mathbf{R} \cdot \mathbf{x} \quad \text{mit} \quad \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}, \quad (4.1)$$

wobei der Vektor  $\mathbf{x}$  über  $\mathbf{R}$  auf  $\mathbf{x}'$  abgebildet wird [Diebel, 2006]. Matrizen werden in dieser Arbeit mit fetten Großbuchstaben bezeichnet.

Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$ , deren Spaltenvektoren eine Orthonormalbasis bilden, ist dabei abhängig von den Elementarrotationen um die drei Raumachsen  $x, y$  und  $z$ . Für diese gelten die folgenden Zusammenhänge [Brannon, 2002]:

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad \alpha \in [-\pi; \pi], \quad (4.2)$$

$$\mathbf{R}_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{pmatrix} \quad \beta \in [-\pi; \pi], \quad (4.3)$$

$$\mathbf{R}_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \gamma \in [-\pi; \pi]. \quad (4.4)$$

Abbildung 4.3 zeigt die Drehung von einem System  $(x, y, z)$  in das System  $(x', y', z')$ . Da es sich um ein mathematisches Koordinatensystem handelt, werden Drehungen im Gegenuhrzeigersinn positiv definiert. Die Rotationsmatrix für eine vollständige Drehung im  $\mathbb{R}^3$  erfolgt durch Multiplikation der Matrizen (4.2) bis (4.4). Für die Multiplikationsreihenfolge ist dabei wichtig zu verifizieren, welchen Bezug die einzelnen Elementardrehungen haben. Zu definieren ist dabei, ob es sich um die Drehung eines Punktes in einem äußeren Koordinatenrahmen (Bewegung), oder die Drehung des Koordinatensystems um einen festen Punkt handelt (Koordinatentransformation). In beiden Fällen ist außerdem zu unterscheiden, ob die Verkettung der Elementarrotationen auf feste oder mitgeführte Achsen abzielt. Bei zwei nacheinander durchgeführten Rotationen um feste Koordinatenachsen bezieht sich die zweite Drehung auf die Achsen des ursprünglichen Koordinatensystems, während sich im Falle von mitgeführten Achsen die zweite Drehung auf die Achsen bezieht, die durch die erste Drehung bereits rotiert wurden [Brannon, 2002].

<sup>2</sup> Gimbal Lock, deutsch: kardanische Blockade

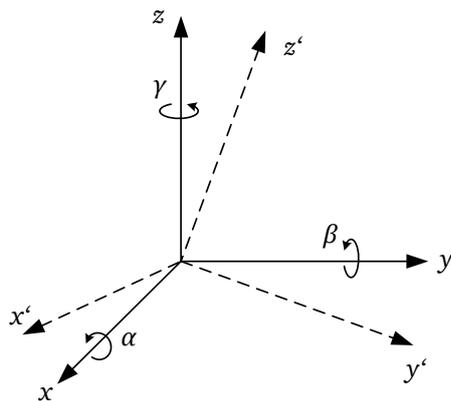


Abbildung 4.3.: Rotation im Raum

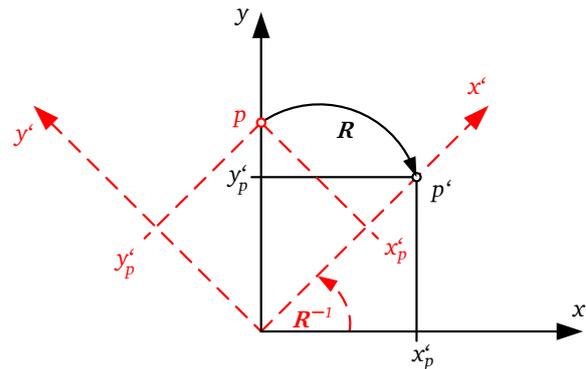


Abbildung 4.4.: Rotation in der  $xy$ -Ebene

Für den 2D-Fall ist anhand Abbildung 4.4 zu erkennen, dass die Drehung des Punktes  $p$  durch  $R$  (durchgezogene Linien) auf das selbe Ergebnis führt, wie die entgegengesetzte Drehung des Koordinatensystems (gestrichelte Linien). Die Rotation eines Punktes in einem Koordinatensystem entspricht demnach der inversen Rotation des Koordinatensystems. Da für orthogonale Matrizen außerdem

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T \quad (4.5)$$

gilt, lässt sich diese inverse Bewegung über die Transponierte ausdrücken [Finckenstein u. a., 2004]. Für zwei hintereinander durchgeführte Rotationen  $\mathbf{R}_1$  und  $\mathbf{R}_2$  des Vektors  $\mathbf{x}$  gilt außerdem

$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{x}, \quad (4.6)$$

wobei zuerst Rotation 1 und dann Rotation 2 durchgeführt wird und die Koordinatenachsen dabei fest bleiben. Rotation 2 bezieht sich demnach auf dieselben Koordinatenachsen wie Rotation 1.

Bei der Drehung um mitgeführte Achsen einer bereits durchgeführten Rotation  $\mathbf{R}_1$  hingegen, wird diese Drehung zunächst durch  $\mathbf{R}_1^{-1}$  rückgängig gemacht, die zweite Drehung  $\mathbf{R}_2$  durchgeführt und schließlich wieder die erste Drehung  $\mathbf{R}_1$  vorgenommen:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{R}_1^{-1} \cdot \mathbf{x}. \quad (4.7)$$

Da eine Matrix multipliziert mit ihrer Inversen auf die Einheitsmatrix führt, ergibt sich für die Rotation mit mitgeführten Achsen [Brannon, 2002]:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{x}. \quad (4.8)$$

Hierbei bezieht sich Rotation 2 auf die Achsen, welche durch Rotation 1 bereits gedreht wurden. Für die Drehungen im Raum der nacheinander ausgeführten Teilrotationen  $\mathbf{R}_x(\alpha)$ ,  $\mathbf{R}_y(\beta)$  und  $\mathbf{R}_z(\gamma)$  lassen sich demnach folgende Zusammenhänge aufstellen:

- |  |  |
|--|--|
| a) Drehung eines Punktes um feste Achsen:                | $\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\gamma) \cdot \mathbf{R}_y(\beta) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha)$     |
| b) Drehung des Koordinatensystems um feste Achsen:       | $\mathbf{R} = (\mathbf{R}_z(\gamma) \cdot \mathbf{R}_y(\beta) \cdot \mathbf{R}_x(\alpha))^T$ |
| c) Drehung eines Punktes um mitgeführte Achsen:          | $\mathbf{R} = \mathbf{R}_x(\alpha) \cdot \mathbf{R}_y(\beta) \cdot \mathbf{R}_z(\gamma)$     |
| d) Drehung des Koordinatensystems um mitgeführte Achsen: | $\mathbf{R} = (\mathbf{R}_x(\alpha) \cdot \mathbf{R}_y(\beta) \cdot \mathbf{R}_z(\gamma))^T$ |

Die vier Fälle unterscheiden sich somit ausschließlich in der Zusammensetzung von  $\mathbf{R}$  durch die Elementarmatrizen (4.2) bis (4.4). Ausmultipliziert ergibt sich beispielhaft für die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  im Fall a):

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \cos(\beta) & \cos(\gamma) \sin(\beta) \sin(\alpha) - \sin(\gamma) \cos(\alpha) & \sin(\gamma) \sin(\alpha) + \cos(\gamma) \sin(\beta) \cos(\alpha) \\ \sin(\gamma) \cos(\beta) & \cos(\gamma) \cos(\alpha) + \sin(\gamma) \sin(\beta) \sin(\alpha) & \sin(\gamma) \sin(\beta) \cos(\alpha) - \cos(\gamma) \sin(\alpha) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta) \sin(\alpha) & \cos(\beta) \cos(\alpha) \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Anhand des Aufbaus von  $\mathbf{R}$  ist zu erkennen, dass eine Extraktion der zugrundeliegenden Euler-Winkel möglich ist. In der ersten Spalte tritt der Sinus des Winkels  $\beta$  alleine auf. Über die Umkehrfunktion lässt sich zunächst  $\beta$  und danach über die erste Spalte sowie die letzte Zeile  $\gamma$  und  $\alpha$  berechnen. Dies ist jedoch nur möglich, wenn  $|\beta| \neq \frac{\pi}{2}$  ist. Nähert sich  $|\beta|$  hingegen  $\frac{\pi}{2}$  an, so geht  $\cos(\beta)$  gegen null, was eine eindeutige Extraktion der anderen Winkel verhindert. In diesem Fall handelt es sich um eine Singularität, die zwar die Bewegung im Raum als ganzes beschreibt, jedoch nicht separat in die Elementardrehungen unterteilt werden kann (Gimbal Lock). Die Drehrichtung bleibt somit undefiniert. Das Problem kann jedoch durch die sogenannte Quaternionendarstellung umgangen werden. Diese auf vier Parametern beruhende Form ist jedoch im Vergleich zu Euler-Winkeln geometrisch wenig anschaulich.

## 4.2 Quaternionen

Quaternionen sind ein Zahlenbereich in der Mathematik, welche die Menge der reellen Zahlen erweitert. Bereits Mitte des 19. Jahrhunderts durch den irischen Mathematiker Hamilton<sup>3</sup> beschrieben, stellen sie formal Vektoren mit vier Einträgen dar, die im Vergleich zu den reellen Zahlen eigenen Rechenregeln unterliegen. Die Menge der Quaternionen wird in der Fachliteratur meist mit  $\mathbb{H}$  bezeichnet [Hanson, 2005].

### 4.2.1 Einführung in die Quaternionenalgebra

Ein beliebiges Quaternion  $\mathbf{q}$  besteht aus vier Einträgen:

$$\mathbf{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)^T, \quad q_i \in \mathbb{R}, \quad i = \{0, \dots, 3\}, \quad (4.10)$$

wobei  $q_0$  als Skalar- und  $(q_1, q_2, q_3)^T$  als Vektorteil bezeichnet wird.

Die Addition zweier Quaternionen  $\mathbf{q}$  und  $\mathbf{p}$  ergibt sich zu

$$\mathbf{q} + \mathbf{p} = (q_0 + p_0, q_1 + p_1, q_2 + p_2, q_3 + p_3)^T \quad (4.11)$$

und ist somit identisch zur normalen Vektoraddition definiert. Die entsprechende Multiplikation unterscheidet sich hingegen im Vergleich zur herkömmlichen Vektoralgebra. Für die Multiplikation zweier Quaternionen  $\mathbf{q}$  und  $\mathbf{p}$  (gekennzeichnet durch den Operator  $\circ$ ) gilt [Hanson, 2005]:

$$\mathbf{q} \circ \mathbf{p} = \begin{pmatrix} q_0 p_0 - q_1 p_1 - q_2 p_2 - q_3 p_3 \\ q_1 p_0 + q_0 p_1 - q_3 p_2 + q_2 p_3 \\ q_2 p_0 + q_3 p_1 + q_0 p_2 - q_1 p_3 \\ q_3 p_0 - q_2 p_1 + q_1 p_2 + q_0 p_3 \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

Damit ist die Quaternionenmultiplikation nicht kommutativ.

Für die Beschreibung von Rotationen ist es oft sinnvoll mit dem *Einheitsquaternion*  $\mathbf{q}_{\mathbb{I}} = (1, 0, 0, 0)^T$  zu arbeiten. Im Bezug auf dieses existiert für jedes Quaternion  $\mathbf{q}$  ein zugehöriges Inverses  $\mathbf{q}^{-1}$  für das gilt:

$$\mathbf{q} \circ \mathbf{q}^{-1} = \mathbf{q}_{\mathbb{I}} \quad \text{mit} \quad \mathbf{q}^{-1} = \frac{\mathbf{q}^*}{|\mathbf{q}|^2}. \quad (4.13)$$

<sup>3</sup> William Rowan Hamilton (1808-1865)

Dabei beschreibt  $\mathbf{q}^*$  das zu  $\mathbf{q}$  konjugierte Quaternion mit

$$\mathbf{q}^* = (q_0, -q_1, -q_2, -q_3)^T \quad (4.14)$$

und  $|\mathbf{q}|^2$  die quadratische Norm:

$$|\mathbf{q}|^2 = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2. \quad (4.15)$$

---

#### 4.2.2 Rotationen mit Quaternionen

---

Mit dieser Erweiterung der reellen Zahlen und der zugehörigen Algebra lassen sich Rotationen im Raum durchführen, die auf Einzeldrehungen um die drei Koordinatenachsen verzichten. Vielmehr ergibt sich die Rotation mit Quaternionen als einheitliche Transformation.

Die Drehung eines Punktes im  $\mathbb{R}^3$  erfolgt durch die rechts- und linksseitige Multiplikation mit einem Quaternion  $\mathbf{q}$  und dessen Inversen [Farrell, 2008]:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{q} \circ \mathbf{p} \circ \mathbf{q}^{-1} \text{ mit } \mathbf{q} \neq 0. \quad (4.16)$$

Dadurch wird der Vektorteil  $(p_1, p_2, p_3)^T$  von  $\mathbf{p}$  über  $\mathbf{q}$  nach  $(p'_1, p'_2, p'_3)^T$  gedreht. Geometrisch lässt sich diese Rotation am besten durch die Repräsentation mit Raumachse und Drehwinkel verdeutlichen. Für das Quaternion  $\mathbf{q}$ , welches die Drehung definiert, gilt in diesem Fall:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \cos(\omega/2) \\ \sin(\omega/2) \cdot \mathbf{d}_\omega \end{pmatrix}, \text{ falls } |\mathbf{q}| = 1 \text{ und } \mathbf{d}_\omega \in \mathbb{R}^3. \quad (4.17)$$

Dabei beschreibt  $\omega$  den Drehwinkel und  $\mathbf{d}_\omega$  den Vektor um den gedreht wird. Diese Umrechnung ist jedoch nur dann möglich, falls  $\mathbf{q}$  den Betrag eins hat [Farrell, 2008]. Bei der Drehung in (4.16) ist der Betrag von  $\mathbf{q}$  hingegen bedeutungslos, da durch die Multiplikation von  $\mathbf{q}$  mit seinem Inversen nach (4.13) eine automatische Normierung auf eins erfolgt. Besitzt  $\mathbf{q}$  demnach einen Betrag ungleich eins, wird dies durch die Division mit der quadratischen Norm berücksichtigt. Die Umrechnung von  $\mathbf{q}$  in die zugrundeliegende Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  aus Abschnitt 4.1 ergibt sich zu [Wendel, 2011]:

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_2q_1 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_3q_1 - q_0q_2) & 2(q_3q_2 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{|\mathbf{q}|^2}. \quad (4.18)$$

Über die erste Spalte und letzte Zeile lassen sich unter Bezugnahme von (4.9) die elementaren Drehwinkel extrahieren. Voraussetzung ist dabei jedoch wieder die Bedingung  $|\beta| \neq \frac{\pi}{2}$  für eindeutige Lösungen von  $\alpha, \beta$  und  $\gamma$ . Die Rückrechnung des Quaternionen anhand der Euler-Winkel ist wiederum gegeben durch [Wendel, 2011]:

$$\mathbf{q}(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\beta}{2}) \cdot \cos(\frac{\gamma}{2}) + \sin(\frac{\alpha}{2}) \cdot \sin(\frac{\beta}{2}) \cdot \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ \sin(\frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\beta}{2}) \cdot \cos(\frac{\gamma}{2}) - \cos(\frac{\alpha}{2}) \cdot \sin(\frac{\beta}{2}) \cdot \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ \cos(\frac{\alpha}{2}) \cdot \sin(\frac{\beta}{2}) \cdot \cos(\frac{\gamma}{2}) + \sin(\frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\beta}{2}) \cdot \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ \cos(\frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\beta}{2}) \cdot \sin(\frac{\gamma}{2}) - \sin(\frac{\alpha}{2}) \cdot \sin(\frac{\beta}{2}) \cdot \cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

Äquivalent zu den Zusammenhängen aus Abschnitt 4.1 lassen sich mit Quaternionen durch Erweiterung von (4.16) auch verkettete Drehungen durchführen. Werden zwei Rotationen  $\mathbf{q}_1$  und  $\mathbf{q}_2$  unmittelbar hintereinander ausgeführt, so folgt für ein zu drehendes Quaternion  $\mathbf{p}$  [Kuipers, 2002]:

$$\mathbf{p}'_{1,2} = \mathbf{q}_2 \circ \mathbf{q}_1 \circ \mathbf{p} \circ \mathbf{q}_1^{-1} \circ \mathbf{q}_2^{-1}. \quad (4.20)$$

Es lässt sich außerdem zeigen, dass

$$\mathbf{q}_1^{-1} \circ \mathbf{q}_2^{-1} = (\mathbf{q}_2 \circ \mathbf{q}_1)^{-1} \quad (4.21)$$

gilt, woraus folgt:

$$\mathbf{p}'_{1,2} = \mathbf{q}_2 \circ \mathbf{q}_1 \circ \mathbf{p} \circ (\mathbf{q}_2 \circ \mathbf{q}_1)^{-1}. \quad (4.22)$$

Somit kann die verkettete Rotation mit einem neuen Quaternion  $\mathbf{q}_{1,2}$  durch

$$\mathbf{q}_{1,2} = \mathbf{q}_2 \circ \mathbf{q}_1 \quad (4.23)$$

beschrieben werden. Der Zusammenhang gilt für Bewegungen von Punkten um feste Koordinatenachsen nach (4.6). Für Rotationen von Punkten um mitgeführte Achsen folgt analog zu (4.8):

$$\mathbf{q}_{1,2} = \mathbf{q}_1 \circ \mathbf{q}_2. \quad (4.24)$$

Die Darstellung in (4.24) ist vor allem für die Beschreibung von Orientierungsänderungen wichtig. Bei Richtungswechseln wird dabei  $\mathbf{q}_1$  als momentane Orientierung in einem lokalen Koordinatensystem und  $\mathbf{q}_2$  als Orientierungsänderung angesehen, welche sich auf die durch  $\mathbf{q}_1$  definierten Koordinatenachsen bezieht. Im Folgenden wird für die momentane Orientierung  $\mathbf{q}_1$  auf den Index verzichtet. Die Orientierungsänderung  $\mathbf{q}_2$  geht in  $\Delta\mathbf{q}$  über, sodass sich die verkettete Rotation (4.24) als Multiplikation  $\mathbf{q} \cdot \Delta\mathbf{q}$  beschreiben lässt. Nach (4.12) ergibt sich:

$$\mathbf{q} \circ \Delta\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_0 \cdot \Delta q_0 - q_1 \cdot \Delta q_1 - q_2 \cdot \Delta q_2 - q_3 \cdot \Delta q_3 \\ q_1 \cdot \Delta q_0 + q_0 \cdot \Delta q_1 - q_3 \cdot \Delta q_2 + q_2 \cdot \Delta q_3 \\ q_2 \cdot \Delta q_0 + q_3 \cdot \Delta q_1 + q_0 \cdot \Delta q_2 - q_1 \cdot \Delta q_3 \\ q_3 \cdot \Delta q_0 - q_2 \cdot \Delta q_1 + q_1 \cdot \Delta q_2 + q_0 \cdot \Delta q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta q_0 & -\Delta q_1 & -\Delta q_2 & -\Delta q_3 \\ \Delta q_1 & \Delta q_0 & \Delta q_3 & -\Delta q_2 \\ \Delta q_2 & -\Delta q_3 & \Delta q_0 & \Delta q_1 \\ \Delta q_3 & \Delta q_2 & -\Delta q_1 & \Delta q_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}. \quad (4.25)$$

Die verkettete Drehung um mitgeführte Achsen lässt sich also als Matrix-Vektorprodukt schreiben:

$$\mathbf{q} \circ \Delta\mathbf{q} = \mathbf{M}_{\Delta\mathbf{q}} \cdot \mathbf{q}. \quad (4.26)$$

Wird die Orientierungsänderung durch differentiell kleine Euler-Winkel  $(\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma)^4$  ausgedrückt, z.B. als Folge der Inertialmessung, so gilt die Abschätzung<sup>5</sup>:

$$\sin(\Delta\alpha) \approx \Delta\alpha \quad \text{sowie} \quad \cos(\Delta\alpha) \approx 1. \quad (4.27)$$

Daraus ergibt sich das Quaternion  $\Delta\mathbf{q}$  nach (4.19) zu

$$\Delta\mathbf{q} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ \Delta\alpha/2 \\ \Delta\beta/2 \\ \Delta\gamma/2 \end{pmatrix}, \quad (4.28)$$

woraus letztlich über das Matrix-Vektorprodukt (4.25) die verkettete Drehung mit mitgeführten Achsen bei differentiell kleinen Drehwinkeln zu

$$\mathbf{q} \circ \Delta\mathbf{q} = \mathbf{M}_{\Delta\mathbf{q}} \cdot \mathbf{q} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -\Delta\alpha & -\Delta\beta & -\Delta\gamma \\ \Delta\alpha & 2 & \Delta\gamma & -\Delta\beta \\ \Delta\beta & -\Delta\gamma & 2 & \Delta\alpha \\ \Delta\gamma & \Delta\beta & -\Delta\alpha & 2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{q} \quad (4.29)$$

folgt. Durch (4.29) lässt sich demnach über die direkte Einführung von kleinen Winkeländerungen eine gegebene Orientierung  $\mathbf{q}$  aktualisieren.

Weitere Information über spezielle Anwendungen der Quaternionenalgebra ist in Hanson [2005] sowie Kuipers [2002] gegeben. Eine Zusammenstellung verschiedener Darstellungsformen von Rotationen im Raum erfolgt in Hübner [2011].

<sup>4</sup> Als differentiell kleine Drehwinkel sind hier Winkel gemeint deren Betrag kleiner 0,1 [rad] ist

<sup>5</sup> Analog für  $\Delta\beta$  und  $\Delta\gamma$

### 4.3 Orientierung über Basislinien

Der Einsatz von Quaternionen führt über mathematisch eindeutige Rotationen zu Darstellungen der Orientierung. Eine momentane Orientierung lässt sich dazu nach (4.29) durch ein Matrix-Vektor-Produkt auf Basis von kleinen Richtungsänderungen aktualisieren. In der praktischen Anwendung werden diese von hochfrequent erfassten Winkelgeschwindigkeiten durch die Inertialsensoren sowie deren Integration nach der Abtastzeit realisiert. Da dieser relative Berechnungsansatz aufgrund zufälliger Sensorunsicherheiten über längere Zeiträume jedoch Drifts ausgesetzt ist und somit potentiellen Abweichungen unterliegt, wird in diesem Abschnitt ein Verfahren erläutert, wonach der Richtungsvektor  $\mathbf{r}$  für eine Orientierungsbestimmung aus absoluten Koordinaten hervorgeht. Über Messungen geometrischer Größen - Grundlage bildet in diesem Fall das Verfahren aus Abschnitt 3.1 - werden dafür Koordinaten mehrerer Punkte auf Basis vorgegebener geometrischer Bedingungen ermittelt. Bei diesen sogenannten Restriktionen handelt es sich um die bekannte Anordnung von Sollpunkten auf dem Objekt und die darauf basierende Koordinatenschätzung nach den Methoden der Ausgleichsrechnung. Über die Vorgabe von Bedingungsgleichungen erfolgt dabei eine Einzwängung in die vorgegebene Geometrie.

Abschnitt 4.3.1 beschreibt zunächst das allgemeine Ausgleichsverfahren zur Schätzung von Koordinaten auf Basis vorgegebener Restriktionen. Die Herleitung der zugrundeliegenden Orientierung für die Aufgabenstellung in dieser Arbeit erfolgt darauf aufbauend in Abschnitt 4.3.2.

#### 4.3.1 Koordinatenschätzung mit Restriktionen

Im Zuge der Koordinatenschätzung lassen sich über Kenntnis der inneren Geometrie Restriktionen aufstellen, welche funktional formuliert werden und mit in den Ausgleichsprozess einfließen. Bei vermittelnden Beobachtungen (jede Beobachtung ergibt sich als Funktion der zu schätzenden Parameter) mündet das Ausgleichsproblem in einem *Gauß-Markoff-Modell mit Restriktionen* [Koch, 2004]. Während in Paffenholz [2012] ein restriktionsbasierendes Verfahren für die Sensorfusion gezeigt wird, sollen hier zunächst vier Punkte unter der Bedingung einer vorgegebenen Geometrie nach vermittelnden Beobachtungen geschätzt werden. Die Raumkoordinaten dieser Punkte ( $u = 12$  Parameter) beschreiben dabei die Eckpunkte eines Rechtecks und werden in der praktischen Anwendung dieser Arbeit durch UWB-Tags an den Ecken der fahrbaren Plattform realisiert. Die Konfiguration ist skizzenhaft in Abbildung 4.5 verdeutlicht. Die lange Seite des Rechtecks zeigt in Fahrtrichtung und die absoluten Beobachtungen ergeben sich über AoA und TDoA zu den beiden Referenzstationen 1 und 2. Der Ausgleichsansatz wird dann mit den entsprechenden Bedingungsgleichungen erweitert.

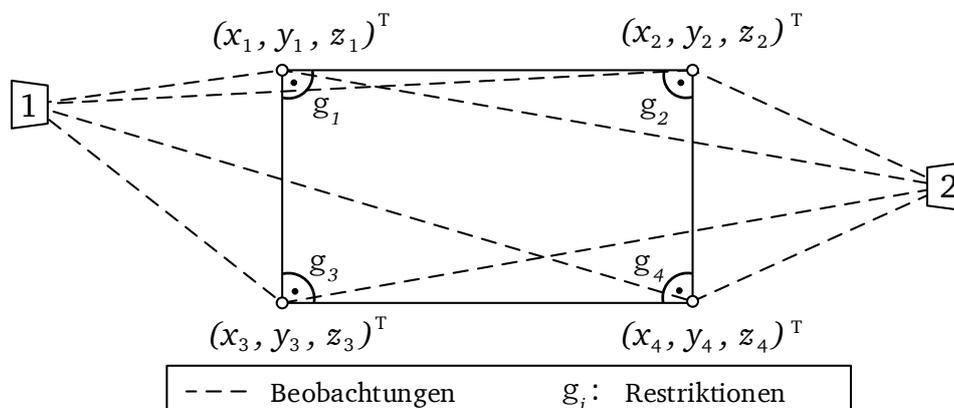


Abbildung 4.5.: Koordinatenschätzung mit Restriktionen

Aufgrund der in dieser Arbeit getroffenen Konventionen für Matrizen, Vektoren und Skalare kann die Notation in diesem Abschnitt von der bekannten Darstellung in der geodätischen Fachliteratur abweichen. Eine ausführliche Herleitung der hier gezeigten Methodik erfolgt in Koch [2004] und Benning [2011]. Zur Bestimmung der 12 Parameter liegt der  $n$ -dimensionale Vektor der Beobachtungen

$$\mathbf{l} = (l_1, l_2, l_3, \dots, l_n)^T \quad (4.30)$$

inklusive der zugehörigen Varianz-Kovarianz-Matrix (VKM)

$$\Sigma_{ll} = \begin{pmatrix} \sigma_{l_1}^2 & \sigma_{l_1,2} & \cdots & \sigma_{l_1,n} \\ \sigma_{l_2,1} & \sigma_{l_2}^2 & \cdots & \sigma_{l_2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{l_n,1} & \sigma_{l_n,2} & \cdots & \sigma_{l_n}^2 \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

vor. Über den a priori Varianzfaktor  $\sigma_0^2$  ergibt sich die sogenannte Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{ll} = \Sigma_{ll}/\sigma_0^2$ . Für die Statistik der Beobachtungen wird Normalverteilung angenommen.

Das Funktionale Modell  $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  besteht aus  $n$  differenzierbaren Funktionen und transformiert die zu schätzenden Parameter in den Beobachtungsraum:

$$l_i = f_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_u) - v_i \quad \text{mit } f_i: \mathbb{R}^u \rightarrow \mathbb{R} \text{ und } v_i \in \mathbb{R}, \quad i = \{1, 2, 3, \dots, n\}. \quad (4.32)$$

Die Anzahl von Beobachtungen und Parameter wird mit  $n$  bzw.  $u$  bezeichnet. Die Verbesserung  $v_i$  beschreibt die Diskrepanz zwischen dem funktionalen Modell und der  $i$ -ten Beobachtung, welche durch zufällige Messfehler entsteht. Da es sich um ein nichtlineares Modell handelt, erfolgt eine Linearisierung nach dem *Gauß-Newton-Verfahren*<sup>6</sup> [Benning, 2011]. Für die Parameter müssen daher Näherungswerte  $\mathbf{x}^0$  eingeführt werden:

$$\mathbf{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0, \dots, x_n^0)^T. \quad (4.33)$$

Diese fließen in die *Jacobi-Matrix*  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times u}$  ein:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{\mathbf{x}^0} & \cdots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_u} \right|_{\mathbf{x}^0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_{\mathbf{x}^0} & \cdots & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_u} \right|_{\mathbf{x}^0} \end{pmatrix}. \quad (4.34)$$

Außerdem gilt für den Vektor der genäherten Parameter im Beobachtungsraum

$$\mathbf{l}^0 = (f_1(\mathbf{x}^0), f_2(\mathbf{x}^0), f_3(\mathbf{x}^0), \dots, f_n(\mathbf{x}^0))^T \quad (4.35)$$

und für den reduzierten Beobachtungsvektor

$$\Delta \mathbf{l} = \mathbf{l} - \mathbf{l}^0. \quad (4.36)$$

Nach der formulierten Restriktion liegen die geschätzten Koordinaten auf den Eckpunkten eines Rechteckes im Raum und bilden somit vier rechte Winkel (Abbildung 4.5). Das Skalarprodukt der beiden Vektoren, welche durch die rechtwinklig zueinander stehenden Seiten definiert sind, ist somit null. Da die Parameter  $x_i$  aufsteigend die  $x$ -,  $y$ -, und  $z$ -Koordinaten des Punktes  $j$  beschreiben:

$$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{u-2}, x_{u-1}, x_u)^T = (x_1, y_1, z_1, \dots, x_4, y_4, z_4)^T,$$

<sup>6</sup> Linearisierung durch Taylorreihenentwicklung mit Abbruch nach dem ersten Glied

lassen sich die folgenden Restriktionsgleichungen  $g_j \stackrel{!}{=} 0$  als ausformuliertes Skalarprodukt definieren:

$$g_j = (x_{j-1} - x_j) \cdot (x_j - x_{j+1}) + (y_{j-1} - y_j) \cdot (y_j - y_{j+1}) + (z_{j-1} - z_j) \cdot (z_j - z_{j+1}) \text{ mit } j = \{1, \dots, 4\}. \quad (4.37)$$

Der Punkt  $(x_0, y_0, z_0)$  entspricht hier dem Punkt  $(x_4, y_4, z_4)$  und  $(x_5, y_5, z_5)$  entspricht  $(x_1, y_1, z_1)$ . Für die Jacobi-Matrix  $\mathbf{G}$  der Restriktionsgleichungen gilt [Koch, 2004]:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_1} \right|_{\mathbf{x}^0} & \left. \frac{\partial g_1}{\partial y_1} \right|_{\mathbf{x}^0} & \left. \frac{\partial g_1}{\partial z_1} \right|_{\mathbf{x}^0} & \cdots & \left. \frac{\partial g_1}{\partial x_4} \right|_{\mathbf{x}^0} & \left. \frac{\partial g_1}{\partial y_4} \right|_{\mathbf{x}^0} & \left. \frac{\partial g_1}{\partial z_4} \right|_{\mathbf{x}^0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left. \frac{\partial g_4}{\partial x_1} \right|_{\mathbf{x}^0} & \left. \frac{\partial g_4}{\partial y_1} \right|_{\mathbf{x}^0} & \left. \frac{\partial g_4}{\partial z_1} \right|_{\mathbf{x}^0} & \cdots & \left. \frac{\partial g_4}{\partial x_4} \right|_{\mathbf{x}^0} & \left. \frac{\partial g_4}{\partial y_4} \right|_{\mathbf{x}^0} & \left. \frac{\partial g_4}{\partial z_4} \right|_{\mathbf{x}^0} \end{pmatrix}. \quad (4.38)$$

Somit folgen der Vektor der geschätzten Parameterzuschläge  $\Delta \hat{\mathbf{x}}$

$$\begin{pmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{k}_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{Q}_{II}^{-1} \cdot \mathbf{H} & \mathbf{G}^T \\ \mathbf{G} & \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{Q}_{II}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{I} \\ \mathbf{w} \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

und letztendlich die geschätzten Koordinaten  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^0 + \Delta \hat{\mathbf{x}}$ . Für den Vektor der Widersprüche  $\mathbf{w}$  gilt  $(g_1(\mathbf{x}^0), \dots, g_4(\mathbf{x}^0))^T + \mathbf{w} = \mathbf{0}$ . Die Erweiterung des Parametervektors  $\mathbf{k}_G$  spielt im weiteren Verlauf keine Rolle. Zusätzlich gilt für die VKM der geschätzten Parameter [Koch, 2004]:

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{Q}_{II}^{-1} \cdot \mathbf{H} & \mathbf{G}^T \\ \mathbf{G} & \mathbf{0}^{4 \times 4} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \hat{\sigma}_0^2 \quad (4.40)$$

mit

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{Q}_{II}^{-1} \cdot \mathbf{v}}{n - u + \text{rang}(\mathbf{G})} \quad (4.41)$$

und

$$\mathbf{v} = \mathbf{H} \cdot \Delta \hat{\mathbf{x}} - \Delta \mathbf{I}. \quad (4.42)$$

Aufgrund der nichtlinearen Beobachtungsgleichungen und der daraus resultierenden Linearisierung über eine Taylor-Entwicklung sind die Parameterzuschläge über die Zusammenhänge (4.33) und (4.39) iterativ zu ermitteln. Als Ergebnis der Ausgleichung liegt somit neben den geschätzten Koordinaten  $(\hat{x}_j, \hat{y}_j, \hat{z}_j)$  die zugehörige VKM  $\Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}$  vor. Über den Vektor der Verbesserungen  $\mathbf{v}$  lassen sich darüber hinaus Hypothesentests durchführen, die auf Ausreißer oder Modellfehler schließen. Dezierte Information über verschiedene Ausgleichungsprobleme sowie die Auswertung über statistische Kenngrößen sind in Benning [2011], Koch [2004] und Niemeier [2008] gegeben.

---

### 4.3.2 Herleitung der absoluten Orientierung

---

Über die restriktionsbehaftete Schätzung der vier Koordinaten wird im Folgenden die absolute Orientierung des Objektes ermittelt. Betrachtet wird dabei auch die aus der Ausgleichung hervorgehende VKM für eine Abschätzung der zugrundeliegenden Genauigkeiten. Grundlage bildet zunächst der Raumvektor der Rechtecklängsseite (definiert durch die Punkte 1 – 2 sowie 3 – 4), welcher nach Abbildung 4.1 den Richtungsvektor  $\mathbf{r}$  beschreibt und sich aus der Differenz beider entsprechender Punkte ergibt. Im Folgenden werden beispielhaft die Punkte 1 und 2 aus Abbildung 4.5 betrachtet, aufgrund der eingezwängten

inneren Geometrie führen jedoch alle anderen Rechteckseiten zur selben Lösung. Die Richtung  $\mathbf{r}$  des Objektes im lokalen Koordinatensystem folgt aus der Koordinatendifferenz zu:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{pmatrix}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}. \quad (4.43)$$

Außerdem lässt sich über die VKM aus (4.40) nach Witte und Sparla [2015] eine Varianzfortpflanzung für die einzelnen Elemente durchführen. Dazu ergibt sich über die entsprechenden partiellen Ableitungen der Zeilen von  $\mathbf{r}$  die zugehörige Jacobi-Matrix, welche aus Übersichtsgründen hier nicht vollständig ausgeschrieben ist:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial x_1} & \frac{\partial r_1}{\partial x_2} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \frac{\partial r_2}{\partial y_1} & \frac{\partial r_2}{\partial y_2} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial r_3}{\partial z_1} & \frac{\partial r_3}{\partial y_3} \end{pmatrix}. \quad (4.44)$$

Die VKM  $\Sigma_{1,2}$  für die Punkte 1 und 2 folgt über die Extraktion betreffender Zeilen und Spalten aus der Varianz-Kovarianz-Matrix der geschätzten Parameter (4.40). Da die Punkte 1 und 2 im gezeigten Fall die ersten sechs Zeilen und Spalten ausmachen gilt:

$$\Sigma_{1,2} = \Sigma_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}}^{1:6 \times 1:6}. \quad (4.45)$$

Für die vollbesetzte VKM  $\Sigma_{rr}$  des Richtungsvektors gilt damit:

$$\Sigma_{rr} = \mathbf{H} \cdot \Sigma_{1,2} \cdot \mathbf{H}^T. \quad (4.46)$$

Der normierte Richtungsvektor  $\mathbf{r}$  ergibt sich demnach aus einer Koordinatenschätzung auf Grundlage von absoluten Messungen. Da die zugrundeliegenden Genauigkeiten und Kovarianzen über eine Varianzfortpflanzung durch die VKM beschrieben sind, können die Komponenten  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$  als normalverteilte Beobachtungen für die Orientierung angesehen werden. Nachfolgend wird ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Elementen von  $\mathbf{r}$  und dem Orientierungsquaternion hergestellt. Die daraus resultierenden Beobachtungsgleichungen werden dann für eine Berechnung der aktuellen Orientierung eingesetzt.

Nach (4.16) lässt sich die Drehung des Vektorteils eines Quaternions durch die rechts- und linksseitige Multiplikation mit dem drehenden Quaternion  $\mathbf{q}$  und dessen Inversen durchführen. Im Folgenden beschreibt  $\mathbf{q}$  das Quaternion der unbekanntem Objektorientierung. Diese realisiert nach Abbildung 4.2 die Drehung des Einheitsvektors  $\mathbf{e}_x = (1, 0, 0)^T$  auf die Richtung der Fahrzeuglängsachse  $\mathbf{r}$ . Für eine Durchführung der Quaternionenmultiplikation werden die Vektoren  $\mathbf{e}_x$  und  $\mathbf{r}$  mit dem Skalarteil 0 ergänzt. Die jeweiligen Beträge bleiben dadurch normiert. Somit folgt für das zu drehende Quaternion  $\mathbf{p}_{\mathbf{e}_x} = (0, 1, 0, 0)^T$  und das gedrehte Quaternion  $\mathbf{p}_{\mathbf{r}} = (0, r_x, r_y, r_z)^T$  der folgende mathematische Zusammenhang nach (4.16):

$$\mathbf{p}_{\mathbf{r}} = \mathbf{q} \circ \mathbf{p}_{\mathbf{e}_x} \circ \mathbf{q}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}^{-1}. \quad (4.47)$$

Über die Definition von  $\mathbf{q}^{-1}$  und den Rechenregeln von Quaternionen aus Abschnitt 4.2.1 ergibt sich durch Ausmultiplizieren der rechten Seite:

$$r_x = \frac{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2}{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}, \quad (4.48)$$

$$r_y = \frac{2 \cdot q_0 \cdot q_3 + 2 \cdot q_1 \cdot q_2}{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (4.49)$$

und

$$r_z = \frac{2 \cdot q_1 \cdot q_3 - 2 \cdot q_0 \cdot q_2}{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}. \quad (4.50)$$

Anhand dieser Zusammenhänge lässt sich über den bekannten Richtungsvektor das zugrundeliegende Orientierungsquaternion berechnen. Für die Richtungskomponenten werden dazu die in (4.43) ermittelten Koordinatendifferenzen  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$  verwendet. Da hierbei für vier Parameter jedoch nur drei Gleichungen aufgestellt werden, kann eine eindeutige Lösung für  $\mathbf{q}$  ausschließlich über eine Erweiterung des Systems erfolgen. Dazu lässt sich z.B. die Bedingung des Einheitsquaternions formulieren für das nach (4.15)

$$1 = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \quad (4.51)$$

gilt. Die Ergänzung dieser Annahme hat dann vier Gleichungen für vier Unbekannte zur Folge, was auf Grundlage von Näherungswerten eindeutig gelöst werden kann.

Hinsichtlich einer Datenverarbeitung im Rahmen der Sensorfusion sind jedoch drei Gleichungen ausreichend. Die vollbesetzte VKM  $\Sigma_{rr}$  dient dabei zur Ermittlung der Gewichte für die Beobachtungen  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$ .

In diesem Kapitel wurden die mathematischen Zusammenhänge von dreidimensionalen Rotationen erläutert, welche die Grundlage für den Übergang inertialer Koordinatensysteme in einen äußeren Referenzrahmen bilden. Neben der bekannten Darstellung über Euler-Winkel lassen sich mit Quaternionen räumliche Drehungen auf Basis von vier Parametern durchführen. Die zugrundeliegende Algebra aus Abschnitt 4.2.1 verzichtet dabei auf trigonometrische Funktionen und gründet daher lediglich auf der Verwendung der Grundrechenarten.

Basierend auf diesen Zusammenhängen lässt sich über die Erfassung von Inertialdaten eine Positionierung in einem übergeordneten Referenzrahmen realisieren. Dabei wird anhand der gemessenen Drehraten auf die Objektorientierung geschlossen. Kapitel 5 beschreibt den kompletten Arbeitsgang der Inertialdatenverarbeitung für eine relative Positionsbestimmung. Neben Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten kommen dabei auch Beobachtungen des Luftdrucks zur Anwendung. Abschnitt 5.1 erläutert zunächst die Grundlagen der Signalfilterung, sowie eine differenzielle Filterungsmethode auf Basis von Referenzsensoren für die Verarbeitung atmosphärischer Beobachtungen. Im Anschluss daran wird die komplette Bewegungsmodellierung inklusive Abschätzungen der Genauigkeit dargelegt.



---

# 5 Relative Positionierungsverfahren

Grundlage der relativen Positionsbestimmung bilden Messungen von Bewegungsänderungen, welche anhand einer bekannten Ausgangssituation auf den zukünftigen Zustand schließen. Dazu werden Beschleunigungen und Drehraten hochfrequent beobachtet (nach Hellmers u. a. [2014] erscheint eine Abtastfrequenz von  $f_{IMU} = 200 \text{ Hz}$  als ideal) und mittels zeitlicher Integration ausgewertet. Eine Erfassung des Luftdrucks liefert dazu ergänzende Information über zugrundeliegende Höhenänderungen. Die inertielle Datenaufnahme führt bezüglich des Abtastintervalls  $\Delta t = 1/f_{IMU}$  auf äquidistante Zeitreihen. Diese sind jedoch aufgrund sensorspezifischem Rauschen sowie Einflüssen durch die Objektbewegung Störfrequenzen ausgesetzt, was die Datenqualität in der praktischen Anwendung stark herabsetzt. Eine direkte Weiterverarbeitung der Rohdaten in entsprechenden Modellen für die Bewegungsbeschreibung hat dadurch starke Unsicherheiten zur Folge und wird somit vermieden. Stattdessen werden anhand bekannter Eigenschaften dieser Überlagerungen, also z.B. die Information über auftretende Frequenzen, Methoden der digitalen Signalverarbeitung angewendet um die Störeffekte zu eliminieren. Abschnitt 5.1 gibt zunächst einen kurzen Überblick statistischer Grundlagen der digitalen Filterung bei Zeitreihen, bevor in Abschnitt 5.2 deren Anwendung auf die hier erfassten Inertialdaten folgt. Sektion 5.3 behandelt dann ausführlich die Bewegungsmodellierung über Beschleunigungen und Drehraten inklusive abgeschätzter Genauigkeiten.

---

## 5.1 Grundlagen der digitalen Signalverarbeitung

---

Eine Zeitreihe (im Folgenden auch Signal) beschreibt hier einen stochastischen Prozess, bei dem jedem diskreten Zeitpunkt  $k$  ein Signalwert  $x_k$  zugeordnet ist. Dieser ergibt sich aus deterministischen Anteilen, die aufgrund von Sensorrauschen mit einem stochastischen Anteil überlagert sind. Da beide Anteile zunächst nicht getrennt vorliegen, werden die Signaleigenschaften häufig durch die Momente des Erwartungswertes und der Varianz beschrieben [Kreiß, 2006].

Der Erwartungswert  $E$  einer Zufallsgröße  $x$  ergibt sich in der praktischen Anwendung zumeist aus dem linearen Mittelwert von  $n$  diskreten Datenpunkten:

$$E\{x\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i. \quad (5.1)$$

Als empirischer Schätzwert wird dieser im Folgenden mit  $\hat{x}$  bezeichnet. Als zweites zentrales Moment ist die Varianz als Quadrat der Differenz zwischen linearem Mittelwert und zugrundeliegender Zufallsgröße definiert. Für deren empirische Berechnung ergibt sich

$$E\{(x - \hat{x})^2\} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x - \hat{x})^2. \quad (5.2)$$

Die empirische Varianz<sup>1</sup> von  $x$  wird nachfolgend mit  $\hat{\sigma}_x^2$  bezeichnet und stellt ein Maß für die Streuung einzelner Datenpunkte um den entsprechenden Mittelwert dar [Hänsler, 2001]. Die positive Wurzel führt zur *Standardabweichung*  $\hat{\sigma}_x$ . Vorausgesetzt wird dabei, dass der stochastische Anteil eines Signals zeitinvariant (in der Literatur als stationär bezeichnet) und normalverteilt ist. Es liegt demnach eine Überlagerung mit *Weißem Rauschen* vor [Kreiß, 2006]. Ändern sich die statistischen Eigenschaften der Interferenzen hingegen in Abhängigkeit der Zeit, müssen für eine Charakterisierung der angesprochenen Signalanteile die hier aufgezeigten Verfahren gegebenenfalls erweitert werden. Es wird dann von instationären Zeitreihen gesprochen.

---

<sup>1</sup> Die Varianz bezieht sich hier auf eine Zufallsgröße  $x$ . Für die Varianz des Mittelwertes gilt  $\hat{\sigma}_x^2 = \hat{\sigma}_x^2/n$

## 5.1.1 Tiefpassfilterung

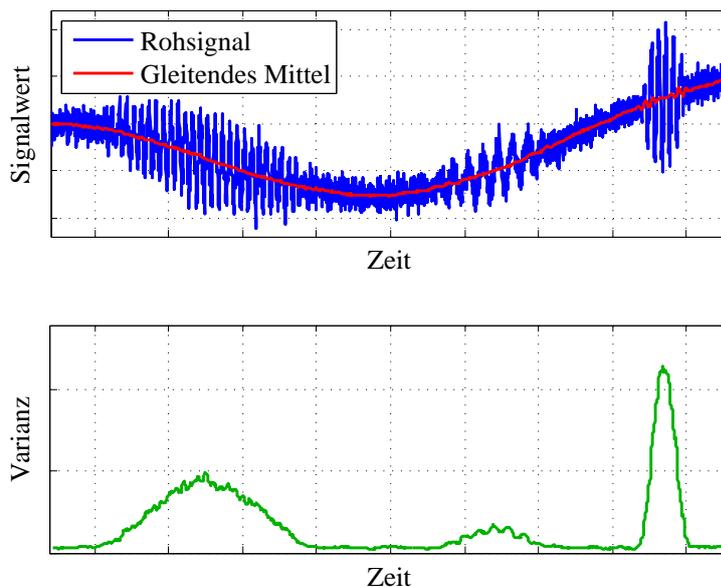
Der lineare Mittelwert bildet die Basis für eine Eliminierung hochfrequenter Überlagerungen. Grundlage sind dabei Mittelungen über Signalabschnitte mit einem Umfang von  $n$ . Die Berechnung erfolgt schrittweise für jeden Zeitpunkt  $k$  wobei das zu mittelnde Teilintervall des Rohsignals auf der Zeitachse in jedem Schritt um eins nach rechts verschoben wird. Es ergibt sich über den Zusammenhang (5.1)

$$\hat{x}_k = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=k-j}^{k+j} x_i \quad \text{mit } j = (n-1)/2 \quad \text{und } n \in \mathbb{N}, \quad (5.3)$$

sowie über die Definition in (5.2) die zugehörige Varianz

$$\hat{\sigma}_{x_k}^2 = \frac{\sum_{i=k-j}^{k+j} (x_i - \hat{x}_k)^2}{n-1}. \quad (5.4)$$

In der Praxis ist bei der Mittelwertbildung zum Zeitpunkt  $k$  für eine rechts- und linksseitig identische Anzahl von Abtastpunkten  $n$  ungerade zu wählen. Da durch Anwendung dieses sogenannten *Gleitenden Mittels* (GM) die anfängliche Gesamtzahl der Abtastpunkte um  $n$  verringert wird, erfolgt für die Erhaltung der Signalgröße eine Auffüllung mit  $(n-1)/2$  Nullen am Signalanfang und -ende. Bei den hier auftretenden Beschleunigungsphasen und Rotationsvorgängen hat sich eine Mittelungszeit von 0,25 s als ideal erwiesen, was bei der angesetzten Abtastfrequenz einer Ordnung von  $n = 51$  entspricht.



**Abbildung 5.1.:** Gleitendes Mittel als Tiefpassfilter

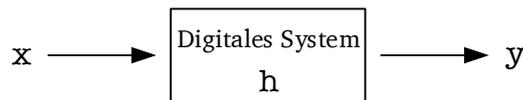
Abbildung 5.1 oben zeigt ein simuliertes Rohsignal, welches neben weißem Rauschen außerdem durch signifikante Schwingungen an unterschiedlichen zeitlichen Abschnitten charakterisiert ist. Der resultierende Signalverlauf nach Anwendung von (5.3) ist hingegen wesentlich glatter. Das Gleitende Mittel hat somit offensichtlich den Effekt eines Tiefpassfilters, sodass hochfrequente Überlagerungen eliminiert werden. Der Durchlassbereich im Frequenzraum verringert sich dabei mit steigender Ordnung  $n$ . Des Weiteren sind die empirischen Varianzen nach (5.4) gezeigt. Deren Betrag ist umso höher, je größer die Amplituden der Überlagerungen im Rohsignal auftreten. Somit lässt sich anhand der Varianzen auf Unregelmäßigkeiten in der Zeitreihe schließen. Gründe dieser Überlagerungen können neben sich ändernden stochastischen Anteilen auch plötzlich auftretende Systematiken sein. Weitere Details über die Grundlagen der Signalfilterung sind in Ohm und Lüke [2010] gegeben.

---

## 5.1.2 Adaptive Filterung

---

In der digitalen Signalverarbeitung bestehen neben der hier verwendeten gleichgewichteten Gleitenden Mittelbildung weitere Abwandlungen. Das *Gewichtete Gleitende Mittel* z.B. arbeitet mit unterschiedlichen Gewichtungsfaktoren, was einer Signalfilterung mittels sogenannter FIR<sup>2</sup>-Filter sehr nahe kommt. Diese Filter beruhen auf der Tatsache, dass die Fouriertransformierte einer Faltung zweier Signale im Zeitbereich, der Multiplikation im Frequenzbereich entspricht [von Grünigen, 2008]. Veranschaulichen lassen sich solche digitalen Filter durch ein System, welches das Eingangssignal  $x$  durch entsprechende Transformation in ein Ausgangssignal  $y$  überführt.



**Abbildung 5.2.:** Digitales System als Blackbox nach Meyer [2014]

Das Eingangssignal wird dabei so verarbeitet, dass am Systemausgang bestimmte Frequenzen eliminiert oder nur noch abgeschwächt auftreten. Charakterisieren lässt sich diese Arbeitsweise mit der sogenannten Impulsantwort  $h$ . Sie beschreibt das Signal im Zeitbereich am Systemausgang mit dem das System auf einen Eingangsimpuls antwortet. Dieser besteht aus einer (in der Praxis endlichen) Anzahl von Nullen und weist an einer Stelle den Wert eins auf [von Grünigen, 2008]. Das Filterprinzip ist in Abbildung 5.2 gezeigt. Mathematisch wird bei diesem Vorgehen für jedes Eingangssignal eine Faltung im Zeitbereich mit der Impulsantwort durchgeführt. Das Ausgangssignal ergibt sich dabei nach dem Faltungssatz durch die fouriertransformierte Multiplikation von  $x$  und  $h$  im Frequenzraum. Sperr- und Durchlassbereiche lassen sich demnach am Amplitudengang von  $h$  ablesen. Bei der Signalfilterung als diskrete Faltung mit der Länge  $n$  gilt für das Ausgangssignal zum Zeitpunkt  $k$ :

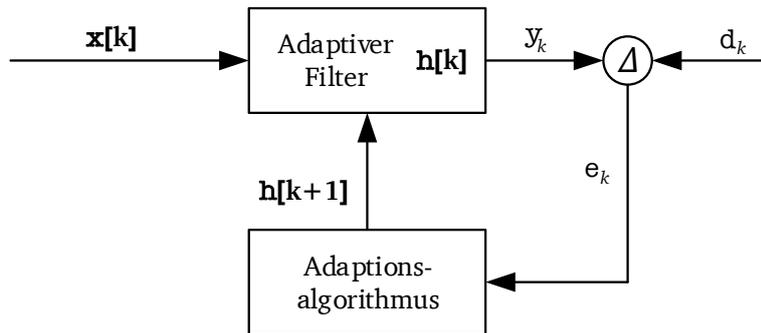
$$y_k = \sum_{i=0}^{n-1} h_i \cdot x_{k-i}. \quad (5.5)$$

In Analogie zum Gleitenden Mittel können die Komponenten von  $h$  als Gewichte für die einzelnen Signalabschnitte von  $x$  angesehen werden. Somit werden die Elemente der Impulsantwort auch als *Filterkoeffizienten* bezeichnet. In der Praxis treten bei der digitalen Filterung neben Manipulationen der Amplituden auch Verschiebungen in der Phasenlage auf, die jedoch in dieser Aufgabenstellung nur einen minimalen Einfluss haben und daher zu vernachlässigen sind.

Bei einer solchen Signalfilterung anhand Gleitender Mittelbildung sowie diskreter Faltung erfolgt eine a priori-Festlegung der Filtercharakteristiken. Das bedeutet, entsprechende Systemeigenschaften gelten über die gesamte Zeitdauer des Eingangssignals, sodass auf verändernde Rauschteile nicht reagiert wird. Bei der Erfassung von atmosphärischen Bedingungen, wie in dieser Arbeit der Luftdruck, können sich jedoch Pass- und Sperrbereiche aufgrund abrupter Schwankungen in der Umgebung zeitlich schnell ändern. Außerdem kommt es vor, dass sich überlagerte Störsignale im selben Frequenzbereich befinden wie das Nutzsignal, sodass eine klare Trennung ohne zeitliche Anpassung der Filterkoeffizienten nicht möglich ist. Diese Problemstellung bildet die Grundlage sogenannter *Adaptiver Filter* auf Basis von Referenz- und idealen Nutzsignalen. Im Folgenden wird die Ermittlung adaptiver Filterkoeffizienten erläutert, welche aus einem mathematischen Zusammenhang zwischen dem an einer Referenzstelle ideal bestehenden und tatsächlich erfassten Signal hervorgehen. Die Koeffizienten sind dabei Abhängig von der Zeit und passen sich den momentanen Bedingungen über Pass- und Sperrbereiche an. Die Filterlänge

---

<sup>2</sup> Finite Impuls Response, deutsch: Endliche Impulsantwort



**Abbildung 5.3.:** Schema eines Adaptiven Filters nach Moschytz und Hofbauer [2000]

$n$  bleibt dabei über dem gesamten Zeitraum konstant [Moschytz und Hofbauer, 2000].

Bei der adaptiven Filterung erfolgt eine Faltung nach (5.5) der  $n$  aktuellen Werte des Eingangssignals mit der Impulsantwort. Für den Systemeingang zum Zeitpunkt  $k$  gilt somit

$$\mathbf{x}[k] = (x_k, x_{k-1}, x_{k-2}, \dots, x_{k-n+1})^T \quad (5.6)$$

und für die Filterkoeffizienten

$$\mathbf{h}[k] = (h_0, h_1, h_2, \dots, h_{n-1})_k^T \quad (5.7)$$

Die Indizierung über eckige Klammern bezeichnet demnach Vektoren der  $n$  aktuellen Werte für  $\mathbf{x}$  bzw.  $\mathbf{h}$ . Die tief gestellte Indizierung beschreibt weiterhin Skalare.

Abbildung 5.3 zeigt den Ablauf des adaptiven Filteralgorithmus. Das ideale Nutzsignal am Referenzpunkt wird im Folgenden mit  $d$  (engl. desired signal<sup>3</sup>) bezeichnet. Durch die Faltung wird zunächst das Ausgangssignal zum Zeitpunkt  $k$  erhalten. Ausgedrückt als Skalarprodukt zweier Vektoren ergibt sich:

$$y_k = \mathbf{h}[k]^T \cdot \mathbf{x}[k]. \quad (5.8)$$

Im nächsten Schritt erfolgt ein Vergleich des Signalwertes am Systemausgang mit dem Wunschsignal am Referenzsensor zum Zeitpunkt  $k$ . Ziel dabei ist, die resultierende Differenz über Anpassung der Filterkoeffizienten möglichst klein zu halten. Dies führt auf das Fehlersignal  $e$  (engl. error):

$$e_k = d_k - y_k. \quad (5.9)$$

Bei einer großen Diskrepanz zwischen Wunsch- und Ausgangssignal müssen die Filterkoeffizienten besser angepasst werden. Eine kleine Abweichung ist hingegen ein Indiz für einen bereits richtig eingestellten Filter. Mathematisch erfolgt für die Berechnung der unbekanntenen Filterkoeffizienten eine Minimierungsaufgabe, welche das Quadrat des Fehlersignals betrachtet [Moschytz und Hofbauer, 2000]. Formulieren lässt sich (5.9) mit (5.8) als Funktion:

$$e_k : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad e_k(\mathbf{h}[k]) = d_k - \mathbf{h}[k]^T \cdot \mathbf{x}[k]. \quad (5.10)$$

Geometrisch beschreibt  $e$  eine Fläche im  $n + 1$  dimensionalen Raum, welche nach Quadrierung an ihrem Minimalwert die optimale Lösung für die Filterkoeffizienten annimmt. Ein globales Minimum ergibt sich aus der Nullstelle des Gradienten:

$$\min(e_k^2) \Rightarrow \frac{\partial e_k^2}{\partial \mathbf{h}[k]} = 0 \quad \text{mit } \mathbf{h}[k] \neq 0. \quad (5.11)$$

<sup>3</sup> desired signal, deutsch: Wunschsignal

---

Da es sich hierbei um eine quadrierte Funktion handelt, wird zur Findung der Extremstelle eine Erweiterung des *Newton-Verfahrens* angewendet. Dabei erfolgt eine Annäherung an das gesuchte Minimum in Abhängigkeit einer Schrittweite  $\nu$ . Bei Ausformulierung des Problems ergibt sich letztlich der Vektor mit den optimalen Filterkoeffizienten zum Zeitpunkt  $k$  nach Moschytz und Hofbauer [2000] zu:

$$\mathbf{h}[k+1] = \mathbf{h}[k] + \nu \cdot \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{x}[k] \quad \text{mit } \nu > 0. \quad (5.12)$$

Der Parameter  $\nu$  zur Lösungsannäherung beruht in diesem Fall auf Erfahrungswerten. Je kleiner diese Schrittweite gewählt wird, desto langsamer konvergiert die Lösung. Bei einer zu großen Schrittweite tritt unter Umständen Divergenz auf.

Das Verfahren zeigt, wie anhand der Minimierung eines Soll-Ist Vergleiches eine optimale Schätzung für die Filterkoeffizienten ermittelt wird. Aufgrund von Nichtlinearität der Minimierungsfunktion  $e^2$  bedarf es einer gewissen Konvergenzzeit, bis die Lösung ihren optimalen Wert angenommen hat. Dies wird als *Lernphase* bezeichnet. Dabei wird vorausgesetzt, dass sich die statistischen Eigenschaften von  $\mathbf{x}$  während dieser Zeit nicht ändern. Bei jeder Änderung im Hintergrundrauschen tritt hingegen wieder eine neue Lernphase ein.

Das komplette Verfahren beschreibt den sogenannten LMS-Algorithmus<sup>4</sup> der adaptiven Filterung auf Basis von FIR-Filtern. Entsprechende Adaptionen für rekursive Filter sowie detaillierte Information über die Zusammenhänge von Signalstatistik und Konvergenz ist in Moschytz und Hofbauer [2000] gegeben. Eine praktische Anwendung der Thematik auf die Echtzeitpositionierung zeigen außerdem Blankenbach u. a. [2011] und Hellmers [2011].

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Ansätze zur Filterung von diskreten Zeitreihen bilden die Basis der Inertialdatenverarbeitung. Dabei führt die Gleitende Mittelwertbildung auf eine Eliminierung von hochfrequenten Überlagerungen. Im Folgenden werden diese Zusammenhänge für eine Trennung von Nutzsignal und Störeffekten verwendet, was letztlich zu einer Extraktion tatsächlich auftretender Bewegungsänderungen führt. Das Verfahren der Adaptiven Filterung wird hingegen in Abschnitt 5.3.2 für eine Bestimmung von Höhenunterschieden auf Grundlage von Luftdruckdifferenzen zu einem bekannten Referenzsensor eingesetzt.

---

## 5.2 Signalauswertung der Inertialdaten

---

Die in Abschnitt 3.3 eingeführte inertielle Messeinheit liefert hochfrequente triaxiale Beschleunigungen und Drehraten, welche über die Relationen (2.7) und (2.8) einen strengen Zusammenhang zur relativen Positionsbestimmung darstellen. Die dafür erfassten Zeitreihen weisen in der Praxis jedoch trotz durchzuführender Datenfilterung Störeffekte auf und haben somit signifikante Drifts in den ermittelten Positionslösungen zur Folge. Verantwortlich sind dabei vor allem:

- a) Linearisierungsfehler bei der diskreten Integration
- b) Statistische Unsicherheiten der verwendeten Sensoren (Ausgangsrauschen)
- c) Unsicherheiten der Datenmodellierung bei der Bewegungsfortschreibung

Die in a) genannten Effekte beruhen auf der Annahme eines linearen Signalverlaufes während dem Abtastintervall  $\Delta t$ . Liegt zwischen zwei Abtastzeitpunkten ein nichtlinearer Verlauf des Signals vor, kann dies zu Integrationsfehlern führen, welche die Güte<sup>5</sup> der Zustandsschätzung negativ beeinträchtigen. Bei einer hinreichend hohen Abtastrate jedoch (ab etwa 100 Hz) fallen entsprechende Effekte bei den hier auftretenden Geschwindigkeiten nicht signifikant ins Gewicht und werden daher vernachlässigt. Die Effekte in b) beschreiben die sensorbedingten Rauschanteile, deren Größenordnung unter anderem über

---

<sup>4</sup> Least-Mean-Square, deutsch: Methode der Kleinsten Quadrate

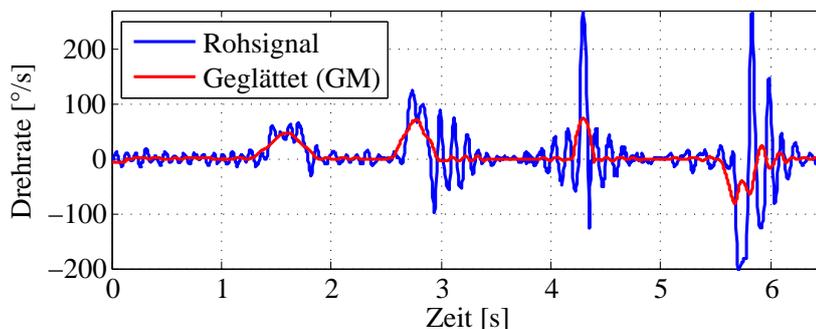
<sup>5</sup> Mit Güte ist hier gemeint, wie gut das Modell mittels den Beobachtungen beschrieben werden kann

die Herstellerangaben in Tabelle 3.2 abgeschätzt und in stochastischen Modellen berücksichtigt werden können. Eine deterministische Betrachtung bei der Signalverarbeitung findet somit nicht statt. Im Verhältnis zu a) und b) stellen die in c) genannten Effekte den größten Fehleranteil dar. Diese liegen darin begründet, dass die mathematische Annahme, gemessene Inertialdaten liefern den nächsten Zustand, aufgrund von Störanteilen in den Signalen nicht immer hinreichend die Realität beschreibt. Vor Allem fahrzeugbedingte Schwingungen und temporär auftretende Stöße durch den Untergrund führen zu einer Überlagerung von verschiedenen Frequenzen im Rohsignal, deren Amplituden umso größer auftreten, je unruhiger die zugrundeliegende Bewegung verläuft. Neben den erfassten Drehraten sind dabei speziell die Beschleunigungsmessungen betroffen, da diese mit Anteilen der Erdschwere überlagert sind. Abschnitt 5.2.1 beschreibt zunächst ausführlich die Datenverarbeitung der erfassten Winkelgeschwindigkeiten. Die entsprechende Betrachtung der Beschleunigungen sowie die Berücksichtigung der Erdschwere folgt in Abschnitt 5.2.2.

### 5.2.1 Drehraten

Aufgrund der zeitlichen Abhängigkeit von überlagerten Frequenzen und der daraus resultierenden Instationarität dienen die beschriebenen Verfahren der Signalfilterung nur beschränkt einer Gewinnung der Nutzinformation. Die Trennung des inertialen Nutzsignals von Störeffekten erfolgt deshalb über eine Kombination von Gleitender Mittelbildung und einer nachfolgenden Erkennung von lokalen Extremwerten. In diesem Abschnitt auf die Drehraten angewendet, bilden die Zusammenhänge im späteren Verlauf auch die Grundlage für eine Signalverarbeitung der Beschleunigungen.

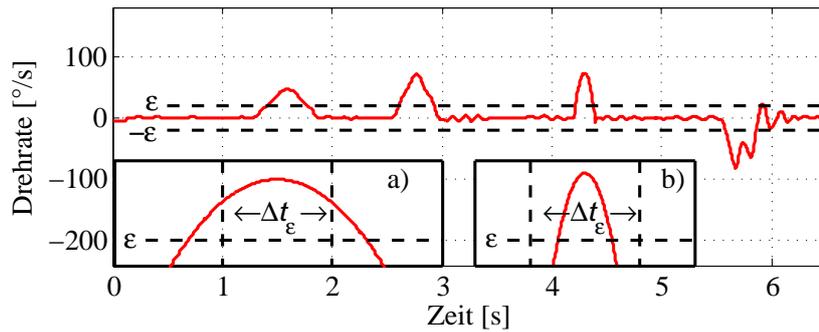
In Ehrlich und Blankenbach [2014] ist ein Ansatz gezeigt, welcher über eine sogenannte *Peakdetektion* die Schritterkennung bei der Fußgängernavigation realisiert. Dieses Prinzip bildet die Basis der folgenden Signalverarbeitung. Es wird dabei angenommen, dass sich tatsächliche Bewegungen des Objektes in signifikanten Peaks bei den entsprechenden Inertialdaten widerspiegeln. Im Bezug auf Objektrotationen um eine bestimmte Achse im Body System gilt dies für die Drehraten.



**Abbildung 5.4.:** Drehrate um die  $y$ -Achse des Body Systems

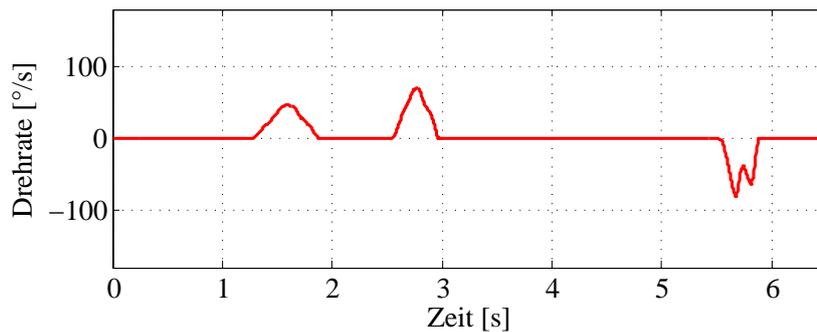
Abbildung 5.4 zeigt beispielhaft den geglätteten Verlauf eines Drehratensignals im Vergleich zur Rohbeobachtung. Das Rohsignal ist dabei zunächst einer Tiefpassfilterung nach Abschnitt 5.1.1 durch Gleitendes Mittel unterzogen, wodurch eine erhebliche Dämpfung der hochfrequenten Amplituden bewirkt wird. Die dem Signal enthaltenen Extrema - also die Nutzinformation in den Daten - treten dadurch klarer in Erscheinung und lassen sich im Folgenden leichter extrahieren.

Bei der Peakerkennung werden die verbleibenden, durch das gleitende Mittel nicht eliminierten Maxima auf Überschreitung eines vorgegebenen Schwellwertes  $\epsilon$  untersucht, mit der Annahme, dass tatsächliche Drehbewegungen des Objektes um eine entsprechende Achse in deutlichen Signalanstiegen münden. Wird dieser Schwellwert für eine vorgegebene Zeit  $\Delta t_\epsilon$  überschritten, erfolgt an der betreffenden Stelle die Extraktion des gesamten Peaks (Abbildung 5.5 a). Durch die Betrachtung des links- und rechtsseitigen



**Abbildung 5.5.:** Peakerkennung von signifikanten Signalausschlägen

Peakabfalls auf unter 10 % des Maximums werden außerdem an- und absteigende Flanken berücksichtigt. Peaks, die den vorgegebenen Schwellwert zwar übersteigen jedoch während der Zeit  $\Delta t_\epsilon$  wieder abfallen, werden als Störgröße deklariert und somit nicht berücksichtigt (Abbildung 5.5 b). Des Weiteren erfolgt eine Nullsetzung aller übrigen Signalwerte. Die verbleibenden Signalausschläge sind damit nicht mehr durch Störeffekte charakterisiert sondern beschreiben das Ergebnis tatsächlicher Drehbewegungen. Das resultierende finale Signal des Beispiels zeigt Abbildung 5.6.



**Abbildung 5.6.:** Extraktion tatsächlicher Drehbewegungen

Diese extrahierten Drehraten werden im Folgenden als zeitliche Ableitung der Winkel mit  $\dot{\varphi}_x^{body}$ ,  $\dot{\varphi}_y^{body}$  und  $\dot{\varphi}_z^{body}$  bezeichnet. Der dem Signal zugrundeliegende Varianzverlauf ergibt sich nach (5.4). Da hierbei tatsächliche Bewegungsänderungen über die Vorgabe von  $\epsilon$  sowie  $\Delta t_\epsilon$  definiert werden, ist darauf zu achten, dass zu jeder Zeit ein Kompromiss zwischen Eliminierung und Beibehalten von entsprechenden Signalabschnitten zugrunde liegt. Die Vorgabe dieser anwendungsabhängigen Parameter beruht zum Großteil auf Erfahrungswerten, welche aus empirischen Messreihen zu ermitteln sind.

Unter Zuhilfenahme der extrahierten Drehraten erfolgt die Datenverarbeitung von erfassten Beschleunigungen. Dazu werden zunächst die auftretenden Effekte der Erdschwere erläutert bevor eine Extraktion von tatsächlichen Geschwindigkeitsänderungen vorgenommen wird.

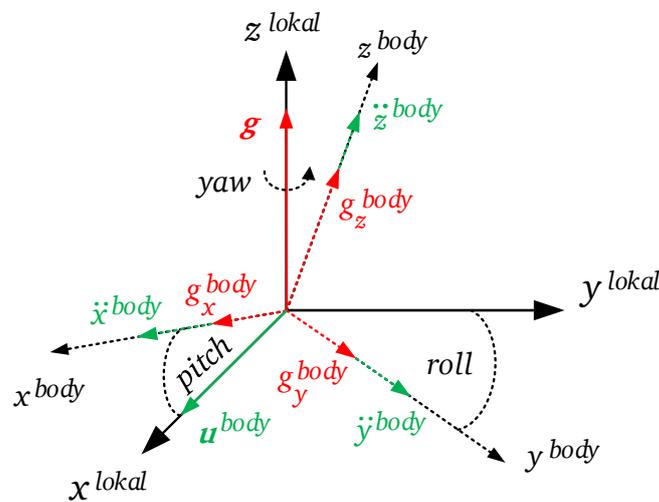
## 5.2.2 Beschleunigungen

Neben Überlagerungen durch Stöße und fahrzeugbedingten Schwingungen sind die erfassten Rohbeschleunigungen im Gegensatz zu den Drehraten außerdem der Schwerkraft ausgesetzt. Zwar ist der Betrag des Erdschwerevektors konstant, aufgrund von bewegungsbedingten Sensorneigungen ändern sich jedoch entsprechende Anteile in allen drei Achsen des Body Systems. Eine einfache Integration über (2.7) kann dabei schon nach wenigen Sekunden Abweichungen von einigen Metern im Vergleich zur

wahren Trajektorie hervorrufen [Klingbeil und Romanovas, 2014].  
 Nachfolgend wird zunächst die Herleitung der Sollschwere im Body System beschrieben. Daran anschließend erfolgt die vollständige Signalverarbeitung der gemessenen Beschleunigungswerte.

### 5.2.2.1 Ermittlung der Sollschwere

Verantwortlich für den Einfluss der Schwerkraft ist die Sensortechnologie der hier eingesetzten MEMS-Beschleunigungssensoren, welche neben dynamischen Beschleunigungen - hervorgerufen durch Geschwindigkeitsänderungen - sensibel auf jegliche Art von auftretenden statischen Beschleunigungen reagieren. Diese resultieren aus dem Schwerfeld der Erde und lassen sich Messtechnisch nicht von dynamischen Beschleunigungsfeldern trennen.



**Abbildung 5.7.:** Anteile der erfassten Rohbeschleunigung im Body System

Abbildung 5.7 zeigt die erfasste triaxiale Beschleunigung des Body Systems bei einer Bewegung der IMU in die lokale  $x$ -Richtung (durchgezogener grüner Pfeil). Die Drehung des Inertialsensors um die lokalen Achsen wird dabei nach Abbildung 2.3 durch *roll*, *pitch* und *yaw* beschrieben. Da sich der *yaw*-Winkel nach dieser Definition auf die lokale  $z$ -Achse bezieht, welche mit der Richtung des Erdschwerevektors zusammenfällt, hat diese Rotation auf die Anteile der gemessenen Erdschwere keinen Einfluss. Zur Kompensation der Schwerebeschleunigung werden somit nur die Drehungen um die horizontalen Achsen (also  $x$  und  $y$ ) betrachtet<sup>6</sup>, welche im Folgenden zusammengefasst als *Neigung* bezeichnet sind.

Jegliche durch den Inertialsensor erfassten Beschleunigungen  $\mathbf{a}$  bestehen demnach also zu jedem Zeitpunkt  $k$  aus der Summe von tatsächlichen Geschwindigkeitsänderungen in Richtung der entsprechenden Achsen  $\mathbf{u}$  (grüne gestrichelte Pfeile) und Anteile der statischen Erdbeschleunigung  $\mathbf{g}$  (rote gestrichelte Pfeile) [Hofmann-Wellenhof u. a., 2013]:

$$\mathbf{a}^{body} = \mathbf{u}^{body} + \mathbf{g}^{body}. \quad (5.13)$$

Hierbei setzt sich

$$\mathbf{a}^{body} = (a_x^{body}, a_y^{body}, a_z^{body})^T \quad (5.14)$$

<sup>6</sup> In der Literatur ist der *yaw*-Winkel unter Umständen abweichend als Drehung um die  $z$ -Achse des Body Systems definiert

aus der dynamischen Beschleunigung

$$\mathbf{u}^{body} = (\ddot{x}^{body}, \ddot{y}^{body}, \ddot{z}^{body})^T \quad (5.15)$$

und den Anteilen des statischen Erdschwerevektors  $\mathbf{g}^{body}$  zusammen. Aufgrund der Sensorneigung treten Anteile der Erdschwere in allen drei Richtungen auf. Im Bezug auf das lokale Koordinatensystem gilt für die Erdbeschleunigung:

$$\mathbf{g}^{lokal} = (0, 0, g_0)^T \quad \text{mit} \quad g_0 = 9,81 \frac{m}{s^2}. \quad (5.16)$$

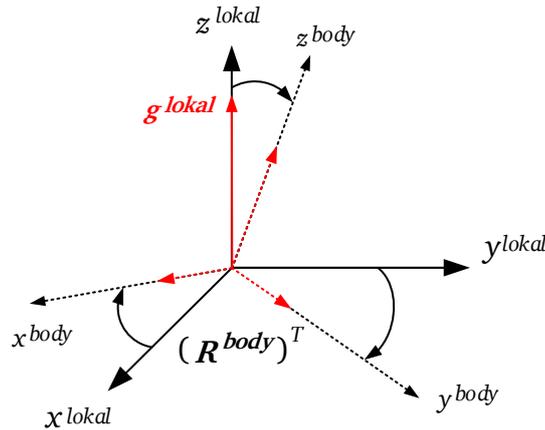
Da ein ruhender Inertialsensor im Bezug auf die Erdschwere nach oben beschleunigt, zeigt der entsprechende Vektor in die positive  $z$ -Richtung. Bei der Inertialdatenauswertung muss die Berechnung der einzelnen Schwereanteile im Body System sowie eine anschließende Subtraktion von den erfassten Beschleunigungssignalen erfolgen. Dazu wird  $\mathbf{g}^{lokal}$  als fester Vektor betrachtet und das lokale Koordinatensystem auf die zugrundeliegende Sensorneigung gedreht. Durchgeführt wird dies anhand der Rotationsmatrix  $\mathbf{R}^{lokal}$ , welche sich aus den gemessenen Drehraten  $\dot{\varphi}_x^{body}$ ,  $\dot{\varphi}_y^{body}$  und  $\dot{\varphi}_z^{body}$  ergibt. Nach Abschnitt 4.1 gilt für jeden diskreten Zeitpunkt:

$$\mathbf{R}_{k+1}^{body} = \mathbf{R}_k^{body} \cdot \Delta\mathbf{R}(\dot{\varphi}_x^{body}, \dot{\varphi}_y^{body}, \dot{\varphi}_z^{body})_{k+1}. \quad (5.17)$$

Somit wird die aktuelle Neigung  $\mathbf{R}_{k+1}^{body}$  als Rotation der gemessenen Drehraten bezüglich der vorherigen Neigung  $\mathbf{R}_k^{body}$  berechnet. Die Neigungsänderung  $\Delta\mathbf{R}$  beschreibt eine Rotation um mitgeführte Achsen nach (4.8). Der endgültige Erdschwerevektor im Body System ergibt sich als Drehung des lokalen Koordinatensystems um  $\mathbf{g}^{lokal}$ :

$$\mathbf{g}^{body} = (\mathbf{R}^{body})^T \cdot \mathbf{g}^{lokal}. \quad (5.18)$$

Dies ist in Abbildung 5.8 gezeigt. Nach Abschnitt 4.1 ist dafür die Transponierte zu verwenden.

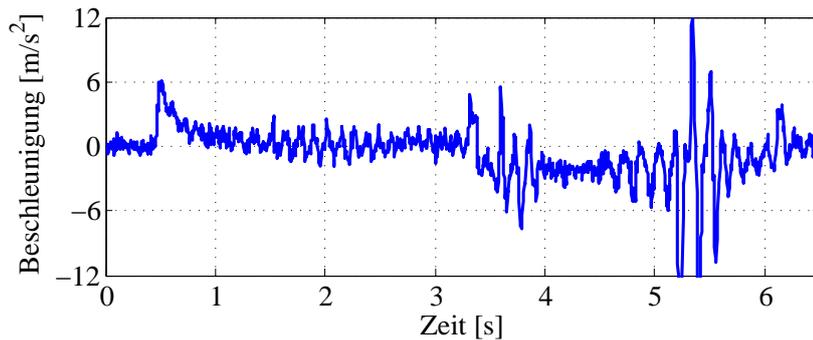


**Abbildung 5.8.:** Drehung des lokalen Koordinatensystems um festen Schwerevektor

Besteht zwischen Body System und lokalem Koordinatensystem keine Rotation um die ebenen Achsen, ist die Erdbeschleunigung nur in  $z$ -Richtung zu beobachten und kann einfach subtrahiert werden. Die Anteile  $g_x^{body}$  und  $g_y^{body}$  in (5.13) sind in diesem Fall null. Dies gilt immer dann, wenn eine horizontale Objektbewegung vorliegt und weder Höhenunterschiede noch Sensorneigungen auftreten.

In der praktischen Anwendung ist die Einhaltung von exakt horizontalen Inertialsensoren während der

ebenen Bewegung jedoch nicht immer möglich. Wie im vorherigen Abschnitt wird davon ausgegangen, dass kurzfristig auftretende Stöße und Fahrzeugschwingungen hochfrequente Überlagerungen in den Inertialdaten nach sich ziehen, wohingegen tatsächliche Sensorneigungen signifikante Peaks in den tiefpassgefilterten Beschleunigungen und Drehraten zur Folge haben. Da die Datenverarbeitung der Kreismessungen nach Abschnitt 5.2.1 jedoch aufgrund verbleibender, nicht eliminierter Rauschanteile durch Reststöreffekte charakterisiert ist, lässt sich eine Berechnung von  $\mathbf{g}^{body}$  nach (5.18) nicht immer exakt durchführen. Aufgrund der dabei resultierenden Unsicherheiten beruht auch die für vorliegende Beschleunigungssignale angesetzte Signalverarbeitung auf einer Peakdetektion. Abbildung 5.9 zeigt ein beobachtetes Beschleunigungssignal in  $x$ -Richtung. Wie das erfasste Rohsignal der Drehrate aus Abbildung 5.4 ist auch dieses durch Instationarität gekennzeichnet.



**Abbildung 5.9.:** Beschleunigung in  $x$ -Richtung des Body Systems

Im Folgenden wird die Extraktion der bewegungsbedingten Beschleunigungen vollständig beschrieben. Diese kennzeichnen tatsächlich auftretende Geschwindigkeitsänderungen des Objektes und leisten somit einen direkten Beitrag für die Positionsbestimmung.

### 5.2.2.2 Extraktion der Nutzinformation

Im Gegensatz zu den dynamischen Störbeschleunigungen lassen sich die Überlagerungen durch die statische Erdschwere anhand der Sensorneigung über den *pitch*- und *roll*-Winkel ermitteln. Dafür erfolgt mittels Signalverarbeitung der Kreismessungen aus Abschnitt 5.2.1 und der daraus resultierenden Gewinnung von bereinigten Drehraten  $\dot{\varphi}_x^{body}$ ,  $\dot{\varphi}_y^{body}$  und  $\dot{\varphi}_z^{body}$  durch Integration nach  $\Delta t$  zu jedem diskreten Zeitpunkt  $k$  die Berechnung der Neigung des Body Systems im Bezug zum lokalen Koordinatensystem.

Trotz vorangegangener Filterung sind die extrahierten Drehraten jedoch mit sensorspezifischem Restrauschen überlagert, was über die zeitliche Integration zu einer verbleibenden Abweichung in der Sensorneigung und somit zu einer nicht idealen Einschätzung des Erdschwerevektors führt. Eine Neigung des Body Systems lässt sich jedoch auch in der Beschleunigung bezüglich der  $z$ -Achse bemerken. Aus dem vorherigen Abschnitt geht hervor, dass die Erdschwere bei horizontalem Sensor ausschließlich in  $z$ -Richtung auftritt. In diesem Fall ist

$$\mathbf{g}^{body} = \mathbf{g}^{lokal}, \quad (5.19)$$

was anhand der in  $z$ -Richtung beobachteten Beschleunigung zu jedem Zeitpunkt  $k$  überprüft und als Neigungskontrolle genutzt werden kann. Gilt demnach für die gemessene  $z$ -Beschleunigung

$$a_z^{body} = g_0, \quad (5.20)$$

so folgt für den Fall einer ebenen Bewegung die Bedingung (5.19) und es ist von Horizontalität des Sensors auszugehen. Sowohl *pitch* als auch *roll* sind dann null und für  $\mathbf{R}^{body}$  in (5.18) kann die Ein-

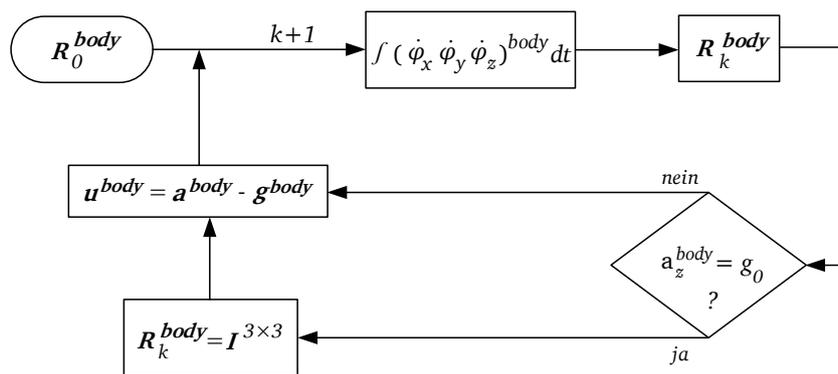


Abbildung 5.10.: Extraktion der tatsächlichen Beschleunigungen

heitsmatrix gesetzt werden. Zwar wird bei diesem Vorgehen auch ein verbleibender *yaw*-Winkel zu null gesetzt, jedoch hat eine Drehung um die lokale *z*-Achse nach Abbildung 5.7 keinen Einfluss auf die Erdschwere, sodass diese hier nicht weiter beachtet werden muss.

Die Auswertung der *z*-Beschleunigung erfolgt analog zu der in Abschnitt 5.2.1 gezeigten Methode. Hochfrequente Überlagerungen werden durch eine Filterung nach (5.3) gedämpft um eine nachfolgende Schwellwertanalyse durchzuführen. Aufgrund der veränderten Signaleigenschaften im Vergleich zu den Drehraten müssen die zugrundeliegenden Parameter  $\varepsilon$  und  $\Delta t_\varepsilon$  gegebenenfalls angepasst werden. Die erfasste Rohbeschleunigung  $a_z^{body}$  wird somit als Beobachtung für eine ständige Aktualisierung der Sensorneigung verwendet.

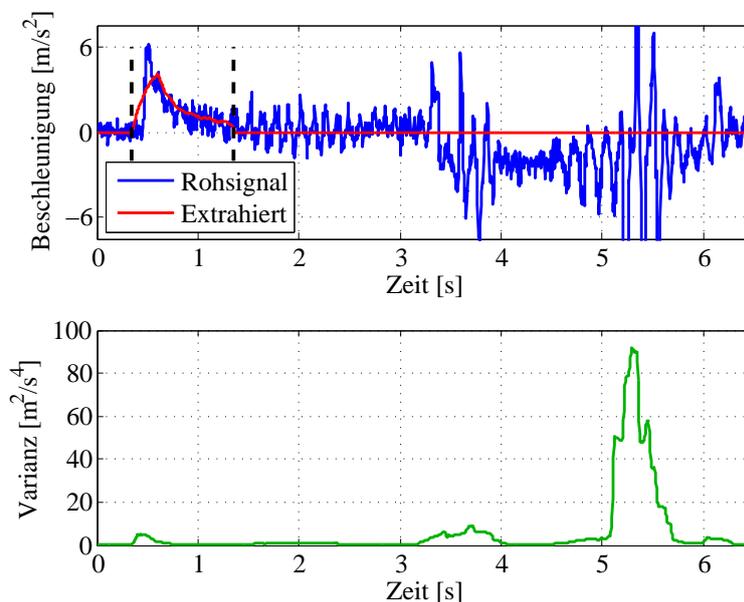


Abbildung 5.11.: Nutzsignal und Varianz der Beschleunigung

Die Berücksichtigung des Erdschwerevektors im Body System erfolgt nach dem in Abbildung 5.10 gezeigten Schema. Über die aktuelle Neigung wird  $g^{body}$  berechnet und von den erfassten Rohbeschleunigungen subtrahiert. Diese werden dann nach Abschnitt 5.2.1 ausgewertet, sodass in Ergänzung zu den extrahierten Drehraten die dynamischen triaxialen Beschleunigungen inklusive Varianz vorliegen. Die Extraktion dieser Nutzinformation ist in Abbildung 5.11 beispielhaft gezeigt. Tabelle 5.1 stellt darüber

hinaus die Größenordnungen der in dieser Arbeit angewendeten Parameter für die Peakextraktion von Drehraten- und Beschleunigungssignalen zusammen. Sie ergeben sich aus Erfahrungswerten von empirisch erfassten Signalverläufen. Je nach Anwendung sowie zugrundeliegender Plattformgeschwindigkeit muss gegebenenfalls eine Anpassung erfolgen.

	$\varepsilon$	$\Delta t_\varepsilon$
<b>Drehraten</b>	5 – 10 [ $\frac{^\circ}{s}$ ]	0,25 – 0,5 [s]
<b>Beschleunigungen</b>	0,8 – 1,3 [ $\frac{m}{s^2}$ ]	0,25 – 0,5 [s]

**Tabelle 5.1.:** Empirisch angesetzte Peakparameter

In Ergänzung zu der in diesem Abschnitt beschriebenen Signalauswertung werden in Chui [1992] und Percival und Walden [2010] weitere Verfahren für die Analyse und Verarbeitung instationärer Zeitreihen beschrieben.

### 5.3 Modellierung der Objektbewegung

Die angesetzte Datenverarbeitung definiert anhand von Inertialbeobachtungen tatsächlich auftretende Bewegungen der inertialen Messeinheit und des damit verbundenen Objektes. Basis bildet dabei die Erkennung entsprechender Signalmuster über die Vorgabe der Parameter  $\varepsilon$  und  $\Delta t_\varepsilon$  sowie eine anschließende Extraktion von Signalpeaks als Folge von Geschwindigkeits-, und Orientierungsänderungen. Aufgrund der nach (5.3) durchgeführten Glättung über gleitende Mittelbildung liegt neben der empirischen Signalinformation zu jedem Zeitpunkt  $k$  auch die entsprechende Varianz vor. Erfasste Beschleunigungen sind außerdem von Anteilen der Erdschwere befreit, sodass im Folgenden mit der rein dynamischen Beschleunigung  $\mathbf{u}^{body} = (\ddot{x}^{body}, \ddot{y}^{body}, \ddot{z}^{body})^T$  und der empirischen Varianz  $(\hat{\sigma}_x^2, \hat{\sigma}_y^2, \hat{\sigma}_z^2)^T$  gearbeitet wird. Des Weiteren gilt für die extrahierten Drehraten  $\dot{\varphi}^{body} = (\dot{\varphi}_x^{body}, \dot{\varphi}_y^{body}, \dot{\varphi}_z^{body})^T$  mit der Varianz  $(\hat{\sigma}_{\dot{\varphi}_x}^2, \hat{\sigma}_{\dot{\varphi}_y}^2, \hat{\sigma}_{\dot{\varphi}_z}^2)^T$ . Jegliche Inertialmessungen beziehen sich dabei ausschließlich auf das Body System. Varianzen ergeben sich aus der empirischen Ermittlung nach (5.4). Aus Gründen der Übersicht wird deshalb folgend auf den hochgestellten Index *body* sowie dem Dach verzichtet.

Während Abschnitt 5.3.1 das Basismodell für den allgemeinen Zustandsübergang vom Zeitpunkt  $k$  auf den Zeitpunkt  $k + 1$  für fahrbare Plattformen herleitet, erfolgen in Abschnitt 5.3.2 Ergänzungen für eine Modifikation unter Hinzunahme zusätzlicher Bewegungsinformation. Sektion 5.3.3 gibt darüber hinaus eine Abschätzung zugrundeliegender Genauigkeiten.

#### 5.3.1 Zustandsprädiktion

Die fortlaufende Aktualisierung des Objektzustandes erfolgt nach (2.7) und (2.8) über eine zeitdiskrete Integration der vorliegenden Inertialdaten. Dieser Zustand wird fortan durch den Zustandsvektor

$$\mathbf{x} = (x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, q_0, q_1, q_2, q_3)^T \quad (5.21)$$

zusammengefasst. Dabei bezeichnet  $(x, y, z)^T = \mathbf{p}$  die Position,  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T = \dot{\mathbf{p}}$  die Geschwindigkeit als zeitliche Ableitung der Position und  $(q_0, q_1, q_2, q_3)^T = \mathbf{q}$  die Orientierung des Objektes im lokalen Koordinatensystem. Die Einträge sieben bis zehn beschreiben somit das Quaternion der vollständigen Objektorientierung, welches nach Abbildung 4.2 die Drehung des Einheitsvektors  $\mathbf{e}_x = (1, 0, 0)^T$  in die Richtung der Fahrzeuglängsachse  $\mathbf{r}$  realisiert. Zusammengefasst ergibt sich der Zustandsübergang vom momentanen Zeitpunkt  $k$  zum aktuellen Zeitpunkt  $k + 1$  durch eine diskrete Differentialgleichung, welche als Funktion  $f_{\mathbf{x}} : \mathbb{R}^{16} \rightarrow \mathbb{R}^{10}$  beschrieben wird:

$$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k, \dot{\varphi}_{k+1}, \mathbf{u}_{k+1}) = \mathbf{x}_{k+1} = \Phi(\dot{\varphi}_{k+1}) \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{u}_{k+1} \quad \text{mit } \dot{\varphi}, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^3, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{10}. \quad (5.22)$$

Dabei gibt  $\Phi$  die Transitionsmatrix,  $B$  die Kontrollmatrix,  $R$  die Rotationsmatrix in Abhängigkeit der momentanen Orientierung und  $u$  den Vektor der dynamischen Beschleunigung an. Für eine eindeutige Bewegungsvorschreibung muss der Initialzustand  $x_{k=0}$  vorliegen. Die Multiplikation des momentanen Zustandes  $x_k$  mit der Transitionsmatrix  $\Phi$  realisiert die Zustandsvoraussage durch diskrete zeitliche Integration von Geschwindigkeit und Orientierung, während über die Kontroll- und Rotationsmatrix auftretende Beschleunigungen vom Body System in den lokalen Koordinatenrahmen transformiert werden. Der dadurch hergeleitete aktuelle Zustand  $x_{k+1}$  zu jedem diskreten Zeitpunkt wird als *Prädiktion* bezeichnet. Die Berechnung über (5.22) heißt demnach *Prädiktionschritt*. Er wird nachfolgend anhand des Aufbaus von  $\Phi$ ,  $R$  und  $B$  im Detail hergeleitet. Die Transitionsmatrix ist dabei aus mehreren Submatrizen zusammengesetzt.

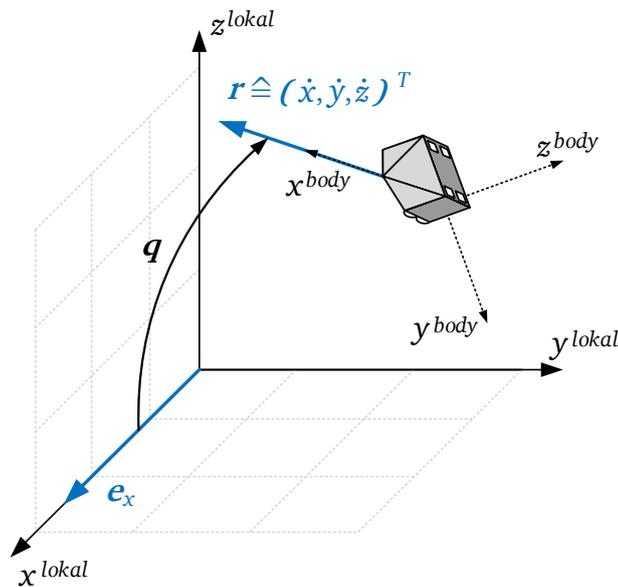


Abbildung 5.12.: Bewegungsrichtung des Objektes

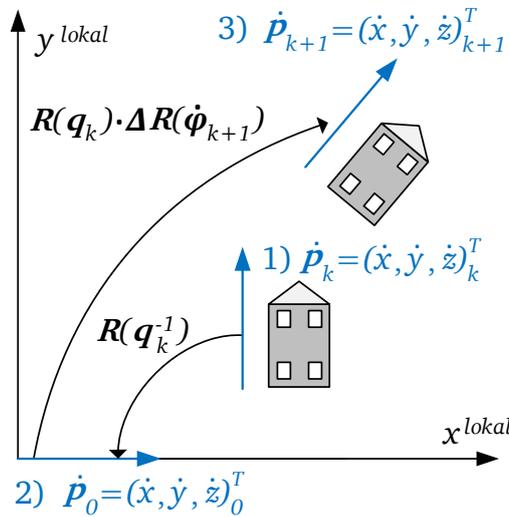
Eine Aktualisierung der Bewegungsrichtung erfolgt in der Regel durch Addition der ins lokale Koordinatensystem transformierten und zu Geschwindigkeiten integrierten Beschleunigungen  $B \cdot R(q_k) \cdot u_{k+1}$ . Aufgrund der durchgeführten Datenverarbeitung aus Abschnitt 5.2 und der daraus resultierenden Nullsetzung jeglicher Signalwerte, die in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  und  $\Delta t_\varepsilon$  nicht als tatsächliche Bewegungen deklariert sind, beschreibt  $u$  bei einer gleichbleibenden Geschwindigkeit jedoch den Nullvektor, sodass eine Drehung mit der momentanen Rotationsmatrix  $R(q_k)$  keinen Effekt hat. Eine Richtungsänderung der Geschwindigkeit  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$  kann somit nicht über die einfache Addition der transformierten Beschleunigungen erfolgen, wie es in der Fachliteratur z.B. nach Wendel [2011] üblich ist. Vielmehr muss eine Aktualisierung der Geschwindigkeitsrichtung über die Rotation der Einträge vier bis sechs von  $x$  durch die erfassten Drehraten ermittelt werden. Diese sind vom Body System in das lokale Koordinatensystem zu überführen, was im Bezug auf die momentane Orientierung der IMU über eine verkettete Drehung mit mitgeführten Drehachsen realisiert wird. Für eine bessere Veranschaulichung zeigt Abbildung 5.12 den Spezialfall, dass die Richtung der Objektlängsachse  $r$  gleich der Richtung der Geschwindigkeit entspricht. Die folgenden Überlegungen sind jedoch auch für den davon abweichenden Fall gültig. Eine Drehung auf Basis mitgeführter Achsen erfolgt nach (4.8) im Allgemeinen über die Multiplikation zweier verschachtelter Rotationsmatrizen. Angewendet auf diesen Fall beschreibt dabei  $R_1$  die Rotationsmatrix in Abhängigkeit der momentanen Orientierung  $q_k$  und  $R_2$  die Orientierungsänderung anhand

der aktuellen Drehraten  $\dot{\varphi}_{k+1} = (\dot{\varphi}_x \ \dot{\varphi}_y \ \dot{\varphi}_z)_{k+1}^T$ . Nach (4.18) ergibt sich die  $3 \times 3$ -Drehmatrix für den  $3 \times 1$ -Geschwindigkeitsvektor in Abhängigkeit der aktualisierten Orientierung zu:

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}_{k+1}) = \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \Delta \mathbf{R}(\dot{\varphi}_{k+1}). \quad (5.23)$$

Die Rotationsmatrix  $\Delta \mathbf{R}$  beschreibt dabei die Drehänderung auf Basis gemessener Drehraten anhand kleiner Drehwinkel. Da zu jedem Zeitpunkt  $k$  jedoch der Geschwindigkeitsvektor bereits durch die momentane Orientierung  $\mathbf{q}_k$  gekennzeichnet ist, muss diese Situation zunächst rückgängig gemacht werden, damit anschließend eine Rotation auf Basis der aktualisierten Orientierung  $\mathbf{q}_{k+1}$  durchgeführt werden kann. Jeder Prädiktionsschritt ist somit durch folgende Schritte gekennzeichnet:

- 1) Invertieren der momentanen Geschwindigkeitsrichtung auf Basis der momentanen Orientierung
- 2) Durchführung der aktualisierten Drehung mittels erfasster Drehraten um mitgeführte Achsen



**Abbildung 5.13.:** Aktualisierung der Geschwindigkeitsrichtung

Das Beispiel in Abbildung 5.13 veranschaulicht die Drehung der Geschwindigkeit über die aktuelle Orientierung in der  $xy$ -Ebene. Geschwindigkeitsvektor und Fahrzeuginnenachse sind dabei wieder deckungsgleich. Die momentane Richtung der Geschwindigkeit wird durch  $\mathbf{R}(\mathbf{q}_k^{-1})$  invertiert um anschließend mittels  $\mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \Delta \mathbf{R}(\dot{\varphi}_{k+1})$  aktualisiert zu werden. Da die Geschwindigkeitsrichtung in jedem Prädiktionsschritt über die momentane Orientierung gedreht wird, gilt für jeden Zeitpunkt  $k$ :

$$\dot{\mathbf{p}}_k = \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \dot{\mathbf{p}}_0. \quad (5.24)$$

Der Vektor  $\dot{\mathbf{p}}_0$  legt dabei eine anfängliche Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $k = 0$  fest. Da außerdem

$$\mathbf{R}(\mathbf{q}^{-1}) = \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}) \quad (5.25)$$

gilt, folgt nach (4.7):

$$\dot{\mathbf{p}}_{k+1} = \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \Delta \mathbf{R}(\dot{\varphi}_{k+1}) \cdot \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \dot{\mathbf{p}}_0 \quad (5.26)$$

und unter Berücksichtigung von (5.24) letztendlich

$$\dot{\mathbf{p}}_{k+1} = \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \Delta \mathbf{R}(\dot{\varphi}_{k+1}) \cdot \dot{\mathbf{p}}_k. \quad (5.27)$$

Die Matrix  $\Delta\mathbf{R}$ , welche die eigentliche Information für eine Aktualisierung der Richtung beinhaltet, ergibt sich aus den aktuell gemessenen Drehraten und ist nach (4.9) als Rotationsmatrix anhand der Elementardrehungen aufgebaut. Über die Abschätzung (4.27) für kleine Drehwinkel gilt dafür:

$$\Delta\mathbf{R}(\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{k+1}) = \begin{pmatrix} 1 & -\dot{\varphi}_z \cdot \Delta t & \dot{\varphi}_y \cdot \Delta t \\ \dot{\varphi}_z \cdot \Delta t & 1 & -\dot{\varphi}_x \cdot \Delta t \\ -\dot{\varphi}_y \cdot \Delta t & \dot{\varphi}_x \cdot \Delta t & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.28)$$

Dabei liegen  $(\dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z)^T$  in der Einheit  $[\frac{rad}{s}]$  vor. Die Multiplikation mit  $\Delta t$  führt somit auf die tatsächliche Drehung während dem Abtastintervall. Unter Berücksichtigung von (4.5) ergibt sich für den Übergang von  $\dot{\mathbf{p}}_k$  zu  $\dot{\mathbf{p}}_{k+1}$  eine zusammenfassende Matrix  $\mathbf{C}$  zu:

$$\mathbf{C} = \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \Delta\mathbf{R}(\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{k+1}) \cdot \mathbf{R}^T(\mathbf{q}_k). \quad (5.29)$$

Diese Drehmatrix aktualisiert die Richtung der Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $k + 1$  im Bezug auf die erfassten Drehraten. Damit folgt die erste Submatrix von  $\Phi$ :

$$\Phi_{1,1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{1,1} & \mathbf{C}_{1,2} & \mathbf{C}_{1,3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{2,1} & \mathbf{C}_{2,2} & \mathbf{C}_{2,3} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_{3,1} & \mathbf{C}_{3,2} & \mathbf{C}_{3,3} \end{pmatrix}. \quad (5.30)$$

Die Zeilen eins bis drei realisieren den Übergang der Position von  $\mathbf{p}_k$  zu  $\mathbf{p}_{k+1}$  auf Basis der Abtastzeit. Die Zeilen vier bis sechs hingegen führen die Richtungsänderung der Geschwindigkeit anhand (5.29) durch. Entspricht der Geschwindigkeitsvektor nicht wie in Abbildung 5.13 dem Vektor der Fahrzeuglängsachse  $\mathbf{r}$  (Allgemeinfall der Objektbewegung), bezeichnet  $\dot{\mathbf{p}}_0$  keine anfängliche Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $k = 0$  sondern weicht genau um die Drehung dieser beiden Vektoren ab. Die angesetzten Überlegungen für eine Aktualisierung der Geschwindigkeitsrichtung lassen sich jedoch auch dann anwenden.

Da die vier Parameter des Orientierungsquaternions (also die Einträge sieben bis zehn von  $\mathbf{x}$ ) unabhängig von Position und Geschwindigkeit sind, gilt des Weiteren

$$\Phi_{1,2} = \mathbf{0}^{6 \times 4} \quad \text{sowie} \quad \Phi_{2,1} = \mathbf{0}^{4 \times 6}. \quad (5.31)$$

Der Übergang von  $\mathbf{q}_k$  zu  $\mathbf{q}_{k+1}$  erfolgt ebenfalls über die Zusammenhänge von verketteten Rotationen. Nach (4.28) und (4.29) lassen sich Quaternionen unter Bezugnahme kleiner Drehungen über ein Matrix-Vektorprodukt aktualisieren. Einsetzen der aktuellen Drehraten in (4.29) führt zur Matrix  $\mathbf{M}_{\Delta q}$ :

$$\mathbf{M}_{\Delta q} = \frac{\Delta t}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2/\Delta t & -\dot{\varphi}_x & -\dot{\varphi}_y & -\dot{\varphi}_z \\ \dot{\varphi}_x & 2/\Delta t & \dot{\varphi}_z & -\dot{\varphi}_y \\ \dot{\varphi}_y & -\dot{\varphi}_z & 2/\Delta t & \dot{\varphi}_x \\ \dot{\varphi}_z & \dot{\varphi}_y & -\dot{\varphi}_x & 2/\Delta t \end{pmatrix}. \quad (5.32)$$

Somit gilt  $\Phi_{2,2} = \mathbf{M}_{\Delta q}$  und es ergibt sich letztendlich:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_{1,1} & \Phi_{1,2} \\ \Phi_{2,1} & \Phi_{2,2} \end{pmatrix}. \quad (5.33)$$

Neben der Transformation des momentanen Zustandsvektors durch die Transitionsmatrix werden außerdem die dynamischen Beschleunigungen zum Zeitpunkt  $k + 1$  berücksichtigt. Diese liegen nach (5.15) zu

jedem Zeitpunkt im Body System vor und werden über die momentane Orientierung durch  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{q}_k)$  ins lokale Koordinatensystem überführt. Damit wird in (5.22) eine additive Berücksichtigung an  $\Phi \cdot \mathbf{x}_k$  realisiert. Die Kontrollmatrix  $\mathbf{B}$  bewirkt durch diskrete zeitliche Integration den Übergang der dynamischen Beschleunigungen  $\mathbf{u}$  zu Position und Geschwindigkeit:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1/2 \cdot \Delta t^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 \cdot \Delta t^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \cdot \Delta t^2 \\ \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.34)$$

Da die Orientierung nicht von den Beschleunigungen abhängt stehen in den Zeilen sieben bis zehn jeweils Nullen.

Über die Zusammenhänge in diesem Abschnitt lassen sich zu jedem diskreten Zeitpunkt Zustandsprädiktionen für fahrbare Plattformen realisieren, was hier den allgemeinen Arbeitsgang des *Dead Reckoning* beschreibt. Ergänzend erfolgen in Abschnitt 5.3.2 einige Überlegungen für die Verfeinerung des Modells unter Hinzunahme zusätzlicher Bewegungsinformation. Abschätzungen über die prädierte Genauigkeit gibt darüber hinaus Sektion 5.3.3.

---

## 5.3.2 Modifikation des Bewegungsmodells

---

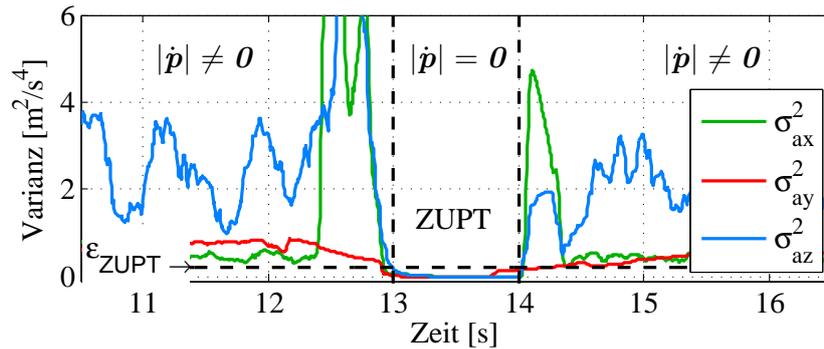
Die beschriebene Zustandsmodellierung führt über die extrahierten Beschleunigungen und Drehraten auf eine relative Berechnung von Position, Geschwindigkeit und Orientierung der fahrbaren Plattform. Gerade bei temporär auftretenden Spezialbewegungen jedoch, wie z.B. Stillstand oder Fahrzeugschräglage, ist die errechnete Prädiktion aufgrund von Mess- und Modellunsicherheiten verstärkten Drifts ausgesetzt, was die Langzeitstabilität der Lösung besonders schnell herabsetzt. Für eine Verminderung dieser Unsicherheiten werden deshalb im weiteren Verlauf Abschätzungen von möglichen Sonderbewegungen unterzogen, welche auf eine Verfeinerung der Geschwindigkeits- und Positionsmodellierung führt. Die dabei angesetzten Modifikationen dienen somit zur Ergänzung des Dead Reckoning. Während die Unterabschnitte 5.3.2.1 bis 5.3.2.3 Erweiterungen der inertialen Datenverarbeitung behandeln, wird in Sektion 5.3.2.4 mit dem Barometer ein weiterer Sensor angesetzt, welcher über den erfassten Umgebungsluftdruck zusätzliche Information über zugrundeliegende Höhenunterschiede liefert.

---

### 5.3.2.1 Nullgeschwindigkeit

---

Die aufgrund sensor- und bewegungsspezifischen Überlagerungen angewandte Peakerkennung nach Abschnitt 5.2 führt zu einer abstrahierten Beschreibung der Plattformbewegung. Über die Vorgabe der angesetzten Parameter werden zwar hochfrequente Störfrequenzen beseitigt, die gesamte Inertialdatenverarbeitung beruht dadurch jedoch auf einem Kompromiss bezüglich extrahierter und eliminierter Signalabschnitte, was sich insbesondere sensitiv auf die erfassten Beschleunigungssignale auswirkt. Kleine Variationen der Parameter  $\varepsilon$  sowie  $\Delta t_\varepsilon$  haben dabei Änderungen in der dynamischen Beschleunigung zur Folge, welche durch die zeitliche Integration signifikante Abweichungen in der resultierenden Geschwindigkeit hervorrufen können. Vor Allem Bewegungen, die durch häufiges Beschleunigen und Abbremsen gekennzeichnet sind, unterliegen dadurch schnell auftretenden Positionsdrifts.



**Abbildung 5.14.:** Empirische Varianzen der erfassten Beschleunigungen

Ein Abbremsvorgang bis zum Objektstillstand und ein daraus resultierender ruhender Systemzustand ist jedoch auch unabhängig der erfassten Rohbeschleunigungen zu erkennen und lässt sich somit für eine Abschätzung der Geschwindigkeit anwenden. Abbildung 5.14 zeigt dazu beispielhaft die nach (5.4) empirisch berechneten Varianzen einer triaxialen Beschleunigung. Während die gezeigten Verläufe bei Objektbewegungen ( $\dot{\mathbf{p}} \neq 0$ ) aufgrund auftretender Störbeschleunigungen deutlichen Fluktuationen ausgesetzt sind, liegen die Zeitreihen bei einem ruhenden Sensor ( $\dot{\mathbf{p}} = 0$ ) bezüglich jeder Achse unter einem bestimmten Schwellwert  $\varepsilon$ . Dadurch lässt sich die sogenannte Nullgeschwindigkeit - also der Fall  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T = (0, 0, 0)^T$  - definieren. Diese in der Fachliteratur als *Zero-Velocity-Update* (ZUPT) bezeichnete Methode findet in der Praxis bei unterschiedlichen Aufgabenstellungen der Inertialnavigation Anwendung und wird z.B. in Klingbeil und Romanovas [2014] bei der Fußgängernavigation eingesetzt. Durch entsprechende Schwellwerte für die gemessenen Drehraten und Beschleunigungen lassen sich Aussagen über ein ruhendes System machen, was dabei zu einer Schritterkennung führt.

Für die vorliegende Anwendung wird dieses Prinzip des ZUPT modifiziert und die empirischen Varianzen der Beschleunigungen für eine Ermittlung der Nullgeschwindigkeit angesetzt. Bei Unterschreitung aller drei Varianzverläufe eines vorgegebenen Schwellwertes  $\varepsilon_{ZUPT}$  wird das Objekt als ruhend deklariert, sodass die Geschwindigkeitskomponenten zu null gesetzt werden. Im Beispiel von Abbildung 5.14 gilt diese Schwellwertunterschreitung  $(\sigma_{ax}^2, \sigma_{ay}^2, \sigma_{az}^2) < \varepsilon_{ZUPT}$  für das Zeitintervall  $t = 13 \text{ s} - 14 \text{ s}$ . Innerhalb dieses Zeitraumes wird das Zero-Velocity-Update durchgeführt und die Geschwindigkeit - also die Einträge vier bis sechs von  $\mathbf{x}$  - wird unabhängig der errechneten Prädiktion durch den dreidimensionalen Nullvektor beschrieben. Die Vorgabe von  $\varepsilon_{ZUPT}$  beruht auch in diesem Fall auf Erfahrungswerten und erstreckt sich bei den vorliegenden Untersuchungen im Bereich von  $10^{-5} \text{ m/s}^2$ .

### 5.3.2.2 Berücksichtigung der Zentripetalbeschleunigung

In diesem Unterabschnitt erfolgt eine Modellverfeinerung für den Spezialfall der Objektfortbewegung ausschließlich in Richtung der Fahrzeuginnenachse  $\mathbf{r}$  (Abbildung 5.12). Die Bewegungsrichtung  $\dot{\mathbf{p}}$  fällt dann zu jedem Zeitpunkt mit  $x^{body}$  zusammen, sodass sich Beschleunigungs- und Abbremsvorgänge nur in dieser Richtung bemerkbar machen. Dadurch erzeugen lediglich Kurvenfahrten eine zur Fahrtrichtung orthogonale Beschleunigung, welche durch das Wirken einer *Zentripetalkraft* resultiert und über  $y^{body}$  beobachtet wird.

Abbildung 5.15 zeigt diese Situation skizzenhaft in der lokalen  $xy$ -Ebene. Da sich das Objekt auf einer Kreisbahn tangential in Richtung seiner Längsachse  $\mathbf{r}$  bewegt, wirkt nach den Gesetzen der klassischen Mechanik eine radial vom Kreismittelpunkt nach innen gerichtete Zentripetalkraft. Neben den Drehraten um die  $z$ -Achse  $\dot{\varphi}_z$  wird somit vom Inertialsensor auch eine Zentripetalbeschleunigung  $\ddot{y}$  beobachtet,

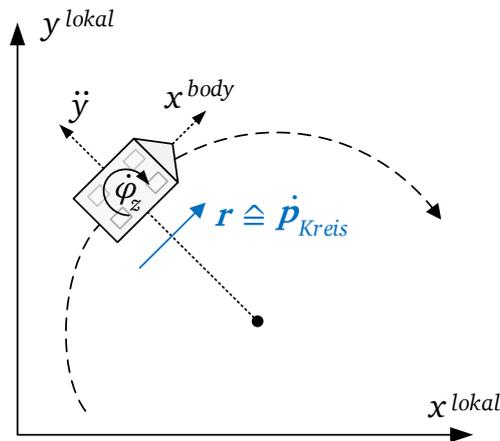


Abbildung 5.15.: Objekt auf einer Kreisbahn

was nach Stolz [2005] zu einer von der Prädiktion unabhängigen Ermittlung der Kurvengeschwindigkeit führt. Danach ergibt sich die betragsmäßige Fahrzeuggeschwindigkeit auf einer Kreisbahn  $|\dot{\mathbf{p}}_{Kreis}|$  zu

$$|\dot{\mathbf{p}}_{Kreis}| = \frac{\ddot{y}}{\dot{\varphi}_z}. \quad (5.35)$$

Diese wird folgend für eine Abschätzung der Objektgeschwindigkeit während Kurvenfahrten verwendet. Motiviert ist dies durch die Tatsache, dass Geschwindigkeitsänderungen in Kurven im Vergleich zu Geradeausfahrten sehr kleine Beträge aufweisen können und somit in der Regel durch die Peakerkennung aus Abschnitt 5.1 nicht detektiert werden. Tritt demnach der Sonderfall einer Kurvenfahrt ein und werden somit neben entsprechenden Drehraten um die  $z$ -Achse auch signifikante Zentripetalbeschleunigungen beobachtet, erfolgt eine Skalierung des momentanen Geschwindigkeitsvektors  $\mathbf{x}^{4:6}$  auf die in (5.35) ermittelte Bahngeschwindigkeit  $|\dot{\mathbf{p}}_{Kreis}|$ . Nach Übergang in die geradlinige Bewegung erhält die Geschwindigkeit wiederum den anfänglichen Betrag bei Geradeausfahrt. Die Geschwindigkeitsrichtung bleibt durch die Abschätzung unbeeinflusst und ergibt sich weiterhin zu jedem Zeitpunkt aus den erfassten Drehraten nach (5.29).

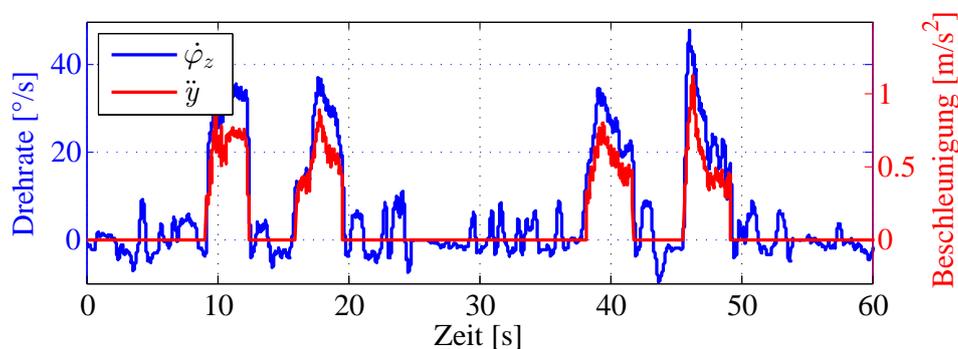


Abbildung 5.16.: Zentripetalbeschleunigung bei Kurvenfahrt

Abbildung 5.16 zeigt einen Plot der verwendeten Signale. Aufgetragen ist die erfasste Drehrate  $\dot{\varphi}_z$  im Vergleich zur Zentripetalbeschleunigung  $\ddot{y}$  während einer Plattformbewegung, die durch vier hintereinander durchgeführte  $90^\circ$ -Kurvenfahrten charakterisiert ist. Nach der Peakerkennung auf Basis von

Abschnitt 5.2.1 sowie einer Elimination von Anteilen der Erdschwere aus der Rohbeschleunigung  $a_y$  nach Abschnitt 5.2.2 lassen sich die Sektionen dieser Kreisbewegungen über  $\ddot{y}$  deutlich herauslesen und eine Ansetzung der Geschwindigkeit nach (5.35) durchführen. Innerhalb der Signalabschnitte, an denen keine Zentripetalbeschleunigung gemessen wird, ist wiederum von einer geradlinigen Bewegung auszugehen, bei der sich die Geschwindigkeitsprädiktion nach dem Bewegungsmodell (5.22) über die Beschleunigungen in Bewegungsrichtung ergibt.

### 5.3.2.3 Geschwindigkeit bei Fahrzeugschräglage

Eine weitere Modifikation der Bewegungsmodellierung erfolgt für auftretende Fahrzeugschräglagen. Dabei wird ausgenutzt, dass sich die Bewegung auf geneigten Ebenen nach Abschnitt 5.2.1 in einer Rotation um die  $y$ -Achse des Body Systems widerspiegelt. Der resultierende *pitch*-Winkel ist dann ungleich null und entsprechende Anteile der Erdschwere haben Einfluss auf die Plattformgeschwindigkeit. Diese wird im Folgenden für beschleunigte und abgebremste Bewegungen separat abgeschätzt.

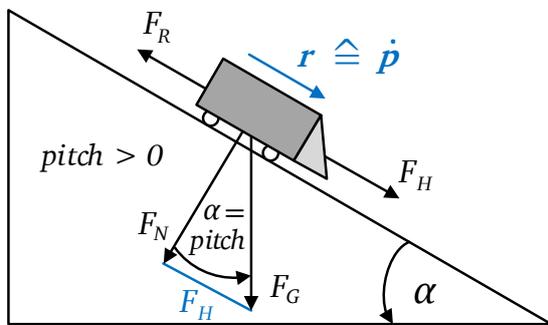


Abbildung 5.17.: Abfahrendes Fahrzeug

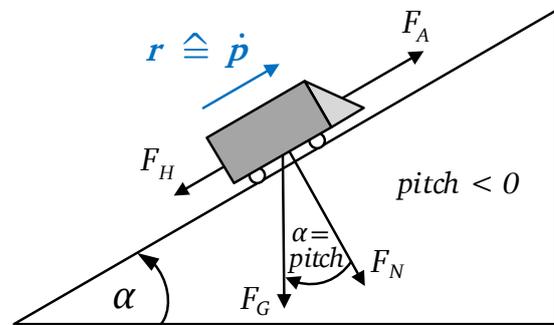


Abbildung 5.18.: Hochfahrendes Fahrzeug

Motiviert wird auch dies durch die Tatsache, dass Geschwindigkeitsänderungen beim Übergang von der horizontalen auf die schräge Ebene - aufgrund von in diesem Moment auftretenden hochamplitudigen Störbeschleunigungen - über die Peakerkennung nicht exakt detektiert werden. Für die Überlegungen in diesem Abschnitt sind folgende Annahmen Voraussetzung:

- Es treten keine Objektquerneigungen auf ( $roll = 0$ )
- Die Bewegungsrichtung zeigt in Richtung Fahrzeuglängsachse
- Der Gleichstrommotor der Plattform gibt ein konstantes Drehmoment vor

Nach a) sind die Anteile der Erdschwere auf schiefen Ebenen nur von *pitch* abhängig. Die Abbildungen 5.17 und 5.18 zeigen entsprechende Plattformbewegungen unter dem Neigungswinkel  $\alpha$  mit positiver und negativer Steigung. Nach den Gesetzen der Mechanik sind für beide Fälle die auf das Fahrzeug wirkenden Kräfte aufgetragen [Meschede und Gerthsen, 2010]. Es beschreiben

- $F_G = m \cdot g_0$  die Gewichtskraft in Abhängigkeit der Fahrzeugmasse  $m$
- $F_N$  die Normalkraft mit der das Fahrzeug auf die Ebene wirkt
- $F_H$  die in oder entgegengesetzt zur Fahrtrichtung wirkende Hangabtriebskraft
- $F_R$  die Gleitreibungskraft, welche der Fahrtrichtung entgegenwirkt

- $F_A$  die Antriebskraft in Fahrtrichtung

Die Kraft  $F_R$  resultiert hierbei aus der Reibung von Fahrzeugbereifung und Fahrbahn sowie dem Rollwiderstand durch den Motor und wird hier zur Vereinfachung mit der statischen Haftreibungskraft gleichgesetzt. Diese ist verantwortlich, dass sich das Fahrzeug bis zu einer maximalen Schräglage  $\alpha_{max}$  in Ruhe befindet. Die Hangabtriebskraft hingegen wirkt dem entgegen und steigt mit dem Winkel  $\alpha$ .

Die Geschwindigkeitsabschätzung für ein herabfahrendes Objekt ergibt sich nach Abbildung 5.17 über die Ermittlung der Hangabtriebskraft, welche zu einer Fahrzeugbeschleunigung führt. Es gilt

$$F_H = \sin(\alpha) \cdot F_G \quad (5.36)$$

sowie

$$F_N = \cos(\alpha) \cdot F_G. \quad (5.37)$$

Des Weiteren ergibt sich die maximale Haftreibungskraft aus der größtmöglichen Schräglage, unter der sich das Fahrzeug noch in Ruhe befindet zu

$$F_{R,max} = \mu_{Haft} \cdot F_N. \quad (5.38)$$

Der Haftreibungskoeffizient  $\mu_{Haft}$  ist dabei abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit der in Kontakt befindlichen Materialien sowie in diesem Fall vom Rollwiderstand durch den Motor. Das Fahrzeug ist somit ohne äußere Krafteinflüsse statisch, solange  $F_{R,max} \geq F_H$  gilt. Bei der maximal zulässigen Haftreibungskraft gilt demnach

$$F_{R,max} = F_H \quad (5.39)$$

und für  $\mu_{Haft}$  folgt

$$\mu_{Haft} = \frac{F_H}{F_N} = \frac{\sin(\alpha) \cdot F_G}{\cos(\alpha) \cdot F_G} = \tan(\alpha). \quad (5.40)$$

Der größtmögliche Winkel  $\alpha_{max}$ , für den (5.39) gilt, wird in der Praxis experimentell ermittelt [Meschede und Gerthsen, 2010] und ergibt sich in diesem Fall zu  $\alpha_{max} = 13^\circ$ . Für eine Abschätzung der Geschwindigkeitsänderung beim Abfahren der Rampe unter dem Winkel  $\alpha > \alpha_{max}$  wirkt die Hangabtriebskraft der maximalen Haftreibungskraft entgegen und es folgt unter Berücksichtigung von (5.36) bis (5.38) die Hangabfahrtsgleichung

$$m \cdot |\mathbf{u}| = m \cdot g_0 \cdot \sin(\alpha) - \mu_{Haft} \cdot m \cdot g_0 \cdot \cos(\alpha), \quad (5.41)$$

wobei  $|\mathbf{u}|$  nach (5.15) den Betrag der dynamischen Fahrzeugbeschleunigung beschreibt. Durch Kürzen der Fahrzeugmasse ergibt sich letztlich für die Beschleunigung eines abfahrenden Fahrzeuges:

$$|\mathbf{u}| = g_0 \cdot \sin(\alpha) - \mu_{Haft} \cdot g_0 \cdot \cos(\alpha). \quad (5.42)$$

Da der physikalische Unterschied zwischen Haft- und Gleitreibung bei den getroffenen Überlegungen vernachlässigt ist, kann der bei ruhendem Fahrzeug experimentell ermittelte Koeffizient  $\mu_{Haft}$  für das bewegte Objekt angewendet werden. Der Ansatz ermöglicht demnach eine Aktualisierung der Geschwindigkeit bei Abfahrt unter dem Winkel  $\alpha$ . Dieser ist unter der Annahme, dass keine Querkippung des Fahrzeuges auftritt, gleich dem *pitch*-Winkel der Plattform und ergibt sich für jeden Zeitpunkt  $k$  über die einfache zeitliche Integration der Drehrate  $\dot{\varphi}_y$  nach dem Abtastintervall  $\Delta t$ :

$$\alpha_{k+1} = pitch_{k+1} = pitch_k + (\dot{\varphi}_y)_{k+1} \cdot \Delta t \quad \text{für } roll_k = 0. \quad (5.43)$$

Somit folgt über (5.42) die Abschätzung der Geschwindigkeit  $|\dot{\mathbf{p}}|$  für den Fall ( $pitch > 0$ ):

$$|\dot{\mathbf{p}}|_{k+1} = |\dot{\mathbf{p}}|_k + (g_0 \cdot \sin(pitch) - \mu_{Haft} \cdot g_0 \cdot \cos(pitch)) \cdot \Delta t. \quad (5.44)$$

Die Geschwindigkeitsrichtung bleibt dabei unbeeinflusst und ergibt sich weiterhin über die Drehraten. Nach Verlassen der schrägen Bahn wird wieder die Horizontalgeschwindigkeit angenommen. Verzögerungsvorgänge werden vernachlässigt.

Analog zu schiefen Ebenen mit negativer Steigung lassen sich auch Abschätzungen über die Geschwindigkeit bei Bewegungen auf steigenden Schrägen durchführen. Abbildung 5.18 zeigt hierzu die auftretenden Kräfte für den Fall  $pitch < 0$ . Die Hangabtriebskraft  $F_H$  wirkt in diesem Fall entgegen der Antriebskraft  $F_A$  in Richtung Fahrzeuglängsachse  $\mathbf{r}$ . Des Weiteren wird die eingesetzte Plattform von einem Gleichstrommotor angetrieben, welcher bei gleichbleibender elektrischer Spannung - diese wird über die manuelle Fahrzeugsteuerung geregelt - ein konstantes Drehmoment vorgibt. Der Antrieb ist dabei proportional zu diesem Moment und führt nach abgeschlossener Beschleunigung zu einer konstanten Geschwindigkeit in der Ebene ( $pitch = 0$ ). Bei Auffahrt jedoch wirkt der resultierende Erdschwereanteil dieser Antriebskraft entgegen, was eine reduzierte Geschwindigkeit zur Folge hat.

Für diesen Fall wird  $|\dot{\mathbf{p}}|$  mit Hilfe der sogenannten *Motorkennlinie* abgeschätzt. Sie gibt für eine konstante Spannung den Zusammenhang zwischen Drehzahl des Motors sowie dem Drehmoment an und beschreibt bei Gleichstrommotoren eine abfallende Gerade. Während bei einer Motordrehzahl von null das Drehmoment maximal ist, wirkt bei maximaler Drehzahl kein Drehmoment mehr [Spring, 2009]. Für eine konstante Kraft, welche dem antreibenden Drehmoment entgegenwirkt und in diesem Fall durch die Hangabtriebskraft  $F_H$  entsteht, reduziert sich die resultierende Geschwindigkeit, für deren Abschätzung die Motorkennlinie zu einer entsprechenden *Fahrzeugkennlinie* erweitert wird. Sie beschreibt im Folgenden die Fahrzeuggeschwindigkeit  $|\dot{\mathbf{p}}|$  bei einer entgegengesetzt zur Fahrtrichtung wirkenden Hangabtriebskraft, welche sich wiederum aus Anteilen der Erdbeschleunigung unter dem Steigungswinkel  $\alpha$  ergibt. In der Ebene ( $F_H = 0$ ) folgt die für die vorgegebene Spannung maximale Geschwindigkeit. Gilt hingegen  $F_H = F_A$ , so heben sich beide Kräfte auf und das Fahrzeug befindet sich in Ruhe. Dieser Zusammenhang wird durch eine Funktion beschrieben, welche den Geschwindigkeitsbetrag  $|\dot{\mathbf{p}}|$  über  $F_H$  aufträgt:

$$|\dot{\mathbf{p}}| = |\dot{\mathbf{p}}|_{max} + c_{|\dot{\mathbf{p}}|} \cdot F_H. \quad (5.45)$$

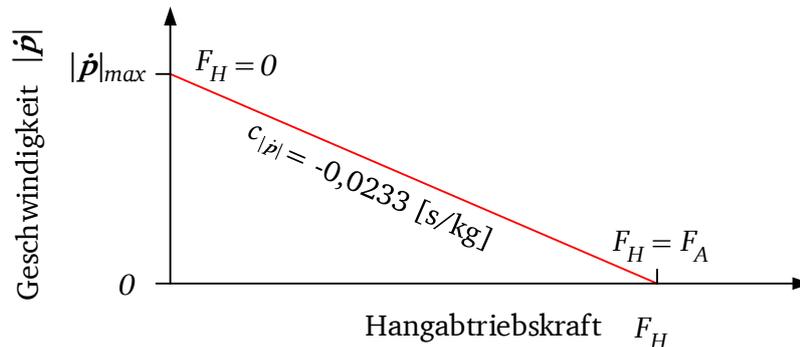
Die momentane Geschwindigkeit des Fahrzeuges auf steigenden Schrägen ergibt sich demnach aus der maximalen Geschwindigkeit in der Ebene  $|\dot{\mathbf{p}}|_{max}$  sowie der motorspezifischen Konstanten  $c_{|\dot{\mathbf{p}}|}$  und der dem Antrieb entgegen wirkenden Hangabtriebskraft  $F_H$ . Da nach Spring [2009] der Verlauf dieser Kennlinie als linear angenommen wird, kann deren Bestimmung über zwei signifikante Punkte experimentell bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird in einem ersten Schritt mit einer digitalen Federwaage die maximale Kraft für den Fahrzeugantrieb, die im Stillstand ( $|\dot{\mathbf{p}}| = 0$ ) erreicht wird, gemessen. Diese ist im Szenario von auffahrenden Fahrzeugen gleich der Hangabtriebskraft ( $F_H = F_A$ ). Wirkt hingegen keine Kraft entgegen dem Motorantrieb ( $F_H = 0$ ), so folgt die maximale Geschwindigkeit  $|\dot{\mathbf{p}}|_{max}$ , welche sich über eine Weg-pro-Zeit-Messung in der Ebene berechnen lässt. Dazu wird bei maximaler Motordrehzahl eine bekannte Strecke zurück gelegt und über eine Zeiterfassung die entsprechende Geschwindigkeit

	$ \dot{\mathbf{p}} _{max}$ bei $F_H = 0$	$F_{H,max}$ bei $ \dot{\mathbf{p}}  = 0$	Konstante $c_{ \dot{\mathbf{p}} }$
1	0,4142 [m/s]	22,4 [N]	-0,0185 [s/kg]
2	0,6239 [m/s]	27,6 [N]	-0,0226 [s/kg]
3	0,9084 [m/s]	31,5 [N]	-0,0288 [s/kg]

**Tabelle 5.2.:** Empirische Bestimmung der Fahrzeugkennlinie

bestimmt. Tabelle 5.2 zeigt für drei unterschiedliche Spannungen die maximale Ebenengeschwindigkeit  $|\dot{p}|_{max}$  gegenüber der entsprechenden maximalen Kraft für den Antrieb bei  $\dot{p} = 0$  und die daraus resultierende Fahrzeugkonstante.

In diesem Spezialfall wird die erfasste Kraft für den Fahrzeugantrieb der Hangabtriebskraft  $F_H$  gleichgesetzt. Da bei unterschiedlich angesetzten Spannungen die Ableitung der Fahrzeugkennlinie gleich bleibt und lediglich eine Verschiebung bezüglich Ordinate eintritt, ergibt sich die Konstante  $c_{|\dot{p}|}$  über eine Mittelbildung. Somit folgt die in Abbildung 5.19 gezeigte Fahrzeugkennlinie der hier verwendeten Plattform. Die Graphik liefert die resultierende Geschwindigkeit  $|\dot{p}|$  in Abhängigkeit der Hangabtriebskraft  $F_H$ .



**Abbildung 5.19.:** Fahrzeugkennlinie

Da nach (5.36) der Zusammenhang  $F_H = m \cdot g_0 \cdot \sin(\alpha)$  gilt, lassen sich die Konstante  $c_{|\dot{p}|}$ , die Fahrzeugmasse  $m$  und die Erdschwere  $g_0$  in einer neuen Konstanten  $c = m \cdot g_0 \cdot c_{|\dot{p}|}$  zusammenfassen. Über die empirisch ermittelte Masse von  $m = 4,8 \text{ kg}$  ergibt sich  $c = -1,097 \text{ m/s}$ . Die Geschwindigkeit auf einer schrägen Bahn bei Auffahrt lässt sich bei konstanter Spannung dadurch ausschließlich von der Ebenengeschwindigkeit und vom Steigungswinkel  $\alpha$  ausdrücken. Da sich dieser nach (5.43) aufgrund der Annahme  $roll = 0$  aus dem durch die Inertialdaten ermittelten  $pitch$ -Winkel ergibt, folgt letztendlich mit  $\alpha = -pitch$  die Abschätzung der momentanen Fahrzeuggeschwindigkeit während des Hochfahrens anhand der Gleichung:

$$|\dot{p}| = |\dot{p}|_{max} + c \cdot \sin(-pitch) \quad (5.46)$$

Nach dem Übergang in die Ebene wird dann wieder die Horizontalgeschwindigkeit  $|\dot{p}|_{max}$  angenommen, falls keine weiteren Beschleunigungen durch den Inertialsensor erfasst werden. Die Geschwindigkeitsrichtung bleibt durch diesen Ansatz unbeeinflusst.

---

#### 5.3.2.4 Höhenänderung durch relativen Luftdruck

---

Eine weitere Modifikation der Bewegungsmodellierung, welche über den Ansatz von Beschleunigungen und Drehraten hinausgeht, basiert auf der Erfassung des atmosphärischen Luftdrucks. Durch das der inertialen Messeinheit integrierte Barometer wird eine hochaufgelöste Luftdruckmessung der Fahrzeugumgebung möglich, was über einen entsprechenden funktionalen Zusammenhang mit zugrundeliegenden Höhenunterschieden zusätzliche Information über die  $z$ -Koordinate des Systemzustandes liefert. Der Fahrzeugumgebungsdruck - im Folgenden mit  $\rho_{mobil}$  bezeichnet - liefert dadurch unabhängig der modellierten Bewegung über die Inertialdaten zu jedem diskreten Zeitpunkt eine Aktualisierung von  $\mathbf{x}(3)$  in (5.21). Grob genähert entspricht dabei ein Druckunterschied von  $0,125 \text{ mbar}$  einer Höhenänderung von einem Meter [Kahmen, 1993].

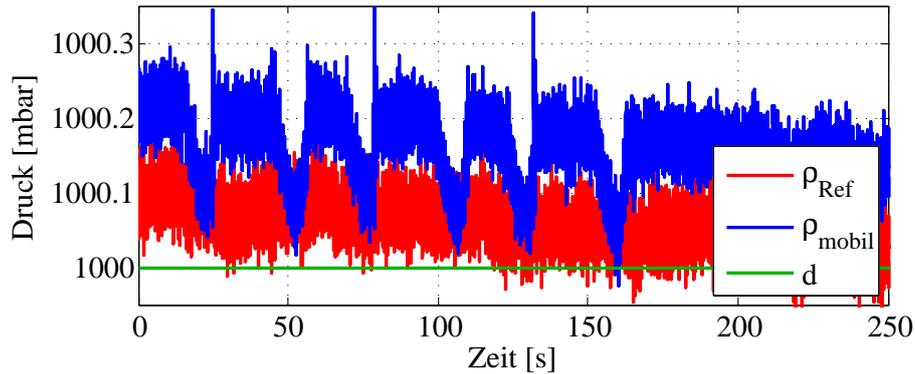


Abbildung 5.20.: Referenz- und mobiler Umgebungsdruck

Da der barometrische Druck jedoch in dieser Größenordnung innerhalb weniger Minuten signifikanten Variationen ausgesetzt sein kann, muss die entsprechende Berücksichtigung relativ zu einem konstanten Höhenniveau erfolgen. Dazu wird ein statischer Referenzsensor verwendet, der den Umgebungsluftdruck  $\rho_{Ref}$  an einer bekannten Höhe  $z_{Ref}$  beobachtet. Dieser dient als absolute Referenz für das an der fahrbaren Plattform beobachtete Drucksignal, sodass sich letztendlich die atmosphärisch ermittelte Höhe der mobilen Plattform  $z_{Druck}$  zu jedem Zeitpunkt  $k$  im Bezug zur Referenzhöhe  $z_{Ref}$  nach Meschede und Gerthsen [2010] über die sogenannte *Barometrische Höhenformel* ergibt:

$$z_{Druck} = \frac{\ln\left(\frac{\rho_{mobil}}{\rho_{Ref}}\right) \cdot T \cdot R}{-m_{mol} \cdot g_0} + z_{Ref}. \quad (5.47)$$

Dabei beschreibt  $T$  die Temperatur in Kelvin,  $R = 8,314 \frac{J}{K \cdot mol}$  die universelle Gaskonstante,  $g_0$  die Schwerebeschleunigung aus (5.16) und  $m_{mol} = 0,02896 \frac{kg}{mol}$  die mittlere molare Masse der Atmosphärendase. Abbildung 5.20 zeigt beispielhaft das gemessene Drucksignal an der Referenzstation, sowie den Umgebungsdruck an einer in der Horizontalen bewegten Plattform, welche an bestimmten Zeitpunkten einen Höhenanstieg von bis zu 90 cm erfährt. An diesen Stellen ist ein entsprechender Druckabfall zu beobachten.

Da sowohl der Fahrzeugumgebungsdruck als auch der Luftdruck an der Referenzstation mit stochastischen Anteilen überlagert ist, wird die absolute Höhenberechnung in (5.47) durch die überlagerten Rauschanteile beider Drucksignale beeinflusst.

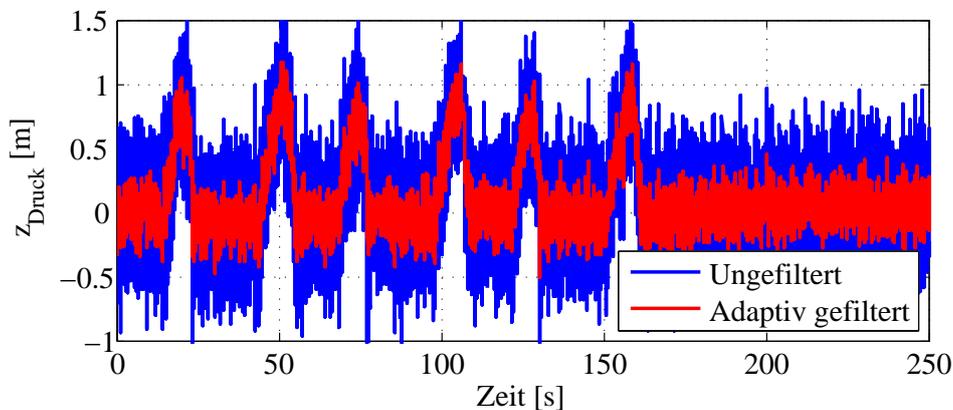


Abbildung 5.21.: Berechnete Höhe durch Barometrische Höhenformel

Die resultierende Höhe  $z_{Druck}$  ist somit, wie in Abbildung 5.21 gezeigt, bei ungefilterter Verwendung Schwankungen von bis zu etwa  $\pm 0,7 \text{ m}$  ausgesetzt. Für eine Genauigkeitssteigerung erfolgt die Berechnung deshalb über die Methodik der adaptiven Signalfilterung nach Abschnitt 5.1.2. Dazu wird das Referenzsignal (5.6) zum Zeitpunkt  $k$  über die  $n$  aktuellen Abtastwerte des an der bekannten Station erfassten Luftdrucks beschrieben. Für die Filterordnung gilt analog der vorherigen Kapitel  $n = 51$ , was bei der verwendeten IMU-Abtastfrequenz einer Filterzeit von  $0,25 \text{ s}$  entspricht:

$$\mathbf{x}[\mathbf{k}] = \left( \rho_{Ref(k)}, \rho_{Ref(k-1)}, \rho_{Ref(k-2)}, \dots, \rho_{Ref(k-n+1)} \right)^T. \quad (5.48)$$

Die dem Hintergrundrauschen angepassten Filterkoeffizienten  $\mathbf{h}[\mathbf{k}]$  ergeben sich somit zu jedem diskreten Zeitpunkt nach dem LMS-Algorithmus über (5.12) und ermöglichen eine Eliminierung der Rauschanteile von  $\rho_{mobil}$  und  $\rho_{Ref}$ . Das dazu angesetzte Wunschsignal  $\mathbf{d}$  in (5.9) definiert dabei ein konstantes Druckniveau von

$$d_k = 1000 \text{ mbar}, \{k = 1, \dots, m\}, \quad (5.49)$$

wobei  $m$  die gesamte Signallänge beschreibt. Jegliche adaptiven Filterkoeffizienten werden dann auf das Drucksignal  $\rho_{mobil}$  der fahrbaren Station angewendet, was unter Berücksichtigung von (5.47) die Grundlage einer differentiellen Betrachtung liefert und nach Abbildung 5.21 die Genauigkeit der errechneten Höhe auf etwa  $\pm 0,2 \text{ m}$  steigert. Für den Referenzdruck in der Höhenformel wird das ideale Signal in (5.49) verwendet. Die Definition der Schrittweite  $\nu$  in (5.12) beruht wiederum auf Erfahrungswerten und wird in diesem Fall mit einem Betrag von  $10^{-9} \frac{1}{\text{mbar}^2}$  angesetzt.

Über die barometrisch ermittelte Höhe lässt sich demnach für jeden Prädiktionsschritt eine Modifikation von  $\mathbf{x}(3)$  erreichen. In der praktischen Anwendung erfolgt dies anhand einer gewichteten Mittelung von  $z_{Druck}$  und der mittels Inertialmessungen aufintegrierten  $z$ -Koordinate aus (5.22). Während sich das Gewicht von  $z_{Druck}$  aus der Standardabweichung der atmosphärischen Höhe ableiten lässt (nach dem Beispiel aus Abbildung 5.21 folgt hier eine Größenordnung von  $\sigma_{z(Druck)} = 0,2 \text{ m}$ ), ergibt sich die Gewichtung von  $z$  aus dem entsprechenden Element der VKM des Zustandsvektors, deren detaillierte Berechnung in Abschnitt 5.3.3 gezeigt wird. Letztlich gilt für die neue  $z$ -Koordinate des Systemzustandes

$$\mathbf{x}(3) = \frac{z_{Druck} \cdot \omega_{z(Druck)}}{\omega_{z(Druck)} + \omega_z} + \frac{z \cdot \omega_z}{\omega_{z(Druck)} + \omega_z}, \quad (5.50)$$

wobei  $\omega_{z(Druck)} = \frac{1}{\sigma_{z(Druck)}^2}$  und  $\omega_z = \frac{1}{\sigma_z^2}$  die Gewichte der beiden Komponenten zu jedem Zeitpunkt  $k$  beschreiben. Des Weiteren folgt die entsprechende Standardabweichung aus einer Varianzfortpflanzung, was in der Regel auf eine Größenordnung von  $\sigma_{z(Druck)} = 0,1 \text{ m}$  führt.

Die Höhenermittlung in dieser Arbeit lässt sich somit anhand einer Kombination von aufintegrierter und durch barometrische Luftdruckmessung errechneter Höheninformation erreichen. Die gewichtete Mittelbildung in (5.50) beschreibt dabei eine vereinfachte Anwendung des in Kapitel 6 beschriebenen Algorithmus zur Sensorfusion. Im vorliegenden Fall ist dadurch eine Berechnung der  $z$ -Koordinate mit einer Genauigkeit von wenigen Dezimetern möglich. Voraussetzung ist dabei jedoch, dass das Umgebungsrauschen an der mobilen Plattform durch die Referenzbeobachtung möglichst genau beschrieben wird und ein gegenseitiger Drift beider Drucksignale nicht signifikant in Erscheinung tritt.

---

### 5.3.3 Stochastisches Modell

---

Die Prädiktion des Objektzustandes besteht neben der Ermittlung von  $\mathbf{x}$  außerdem aus Angaben bezüglich entsprechender Genauigkeiten. Diese werden durch eine vollbesetzte Varianz-Kovarianz-Matrix wiedergegeben und finden vor Allem bei den in Kapitel 6 angesetzten Verfahren zur Gewichtung verschiedener Sensorsysteme Anwendung. In der Praxis wird hierbei zu jedem Zeitpunkt  $k$  neben dem Zustandsvektor die entsprechend skalierte *Kofaktormatrix* berechnet, welche aus einer *Varianzfortpflanzung*

hervorgeht und sowohl von der Genauigkeit des momentanen Zustandsvektors als auch den Unsicherheiten der Inertialmessungen abhängt. Nach den in Abschnitt 5.1 angesprochenen Regeln der Statistik werden dabei die folgenden Annahmen getroffen:

- Die Elemente des Zustandsvektors sowie die Inertialmessungen sind normalverteilt
- Die Inertialmessungen sind untereinander nicht korreliert

Während die innere Genauigkeit eines diskreten Zufallsvektors durch die VKM  $\Sigma$  beschrieben wird, ergibt sich die äußere Genauigkeit  $\mathbf{Q}$  über eine entsprechende Division mit dem a priori Skalierungsfaktor  $\sigma_0^2$ , welcher zu pessimistische oder zu optimistische Angaben in  $\Sigma$  anpasst. Nach Niemeier [2008] gilt für die Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}$  des hier betrachteten 10-dimensionalen Zustandsvektors  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}} = \Sigma_{\mathbf{xx}} / \sigma_0^2 \quad \text{mit} \quad \mathbf{Q}_{\mathbf{xx}}, \Sigma_{\mathbf{xx}} \in \mathbb{R}^{10 \times 10} \quad \text{und} \quad \sigma_0^2 \in \mathbb{R}. \quad (5.51)$$

Diese skalierte Matrix wird im Folgenden für eine Beschreibung der Statistik herangezogen. Deren Prädiktion ergibt sich im Kontext der Bewegungsmodellierung zu jedem diskreten Zeitpunkt  $k$  nach Wendel [2011] zu:

$$(\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}})_{k+1} = \Phi(\dot{\varphi}_{k+1}) \cdot (\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}})_k \cdot \Phi(\dot{\varphi}_{k+1})^T + \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{Q}_{\mathbf{uu}} \cdot (\mathbf{B} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{q}_k))^T + \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}_{\dot{\varphi}\dot{\varphi}} \cdot \mathbf{A}^T. \quad (5.52)$$

Der erste Term realisiert die Varianzfortpflanzung der Genauigkeiten des momentanen Zustandes. Dabei beschreibt  $\Phi(\dot{\varphi}_{k+1})$  die lineare Ableitung von  $\mathbf{x}$  in (5.22).

Im mittleren Term werden die Genauigkeiten der Elemente von  $\mathbf{u}$  angesetzt, wobei

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{uu}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\dot{x}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{y}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\dot{z}}^2 \end{pmatrix} / \sigma_0^2 \quad (5.53)$$

die Kofaktormatrix der Beschleunigungsmessungen und  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{q}_k)$  die lineare Ableitung von  $\mathbf{u}$  in (5.22) beschreibt. Die Varianzen ( $\sigma_{\dot{x}}^2, \sigma_{\dot{y}}^2, \sigma_{\dot{z}}^2$ ) ergeben sich dabei aus der empirischen Berechnung nach (5.4). Der rechte Term in (5.52) berücksichtigt die Drehratengenauigkeiten anhand der Matrix  $\mathbf{A}$ , welche im Folgenden hergeleitet wird. Diese haben sowohl Einfluss auf die Orientierung als auch auf die Richtung der Geschwindigkeit. Im Folgenden wird die aktualisierte Orientierung durch eine Funktion  $\mathbf{f}_q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  ausgedrückt:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{f}_q(\dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z). \quad (5.54)$$

Dabei gilt nach (5.32):

$$\mathbf{f}_q = \frac{\Delta t}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2/\Delta t & -\dot{\varphi}_x & -\dot{\varphi}_y & -\dot{\varphi}_z \\ \dot{\varphi}_x & 2/\Delta t & \dot{\varphi}_z & -\dot{\varphi}_y \\ \dot{\varphi}_y & -\dot{\varphi}_z & 2/\Delta t & \dot{\varphi}_x \\ \dot{\varphi}_z & \dot{\varphi}_y & -\dot{\varphi}_x & 2/\Delta t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}_k. \quad (5.55)$$

Dies wird für eine Berücksichtigung innerhalb der Varianzfortpflanzung ausmultipliziert, sodass sich die partiellen Ableitungen nach den einzelnen Drehraten  $(\dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z) = \dot{\varphi}$  bilden lassen. Daraus folgt:

$$\frac{\partial \mathbf{f}_q}{\partial \dot{\varphi}} = \begin{pmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{pmatrix}_k \cdot \Delta t / 2. \quad (5.56)$$

Die aktuelle Geschwindigkeit ergibt sich hingegen nach (5.29) durch Vormultiplikation mit der Matrix  $\mathbf{C}$ , was nach (5.27) durch eine Funktion  $\mathbf{f}_{\dot{\mathbf{p}}} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  beschrieben wird:

$$\dot{\mathbf{p}}_{k+1} = \mathbf{f}_{\dot{\mathbf{p}}}(\dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z) \quad (5.57)$$

mit

$$\mathbf{f}_{\dot{\mathbf{p}}} = \mathbf{R}(\mathbf{q}_k) \cdot \Delta \mathbf{R}(\dot{\boldsymbol{\varphi}}) \cdot \mathbf{R}(\mathbf{q}_k)^T \cdot (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})_k^T. \quad (5.58)$$

Für die partiellen Ableitungen nach den Drehraten ergibt sich:

- für die erste Spalte

$$\frac{\partial \mathbf{f}_{\dot{\mathbf{p}}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varphi}}}_{1:3,1} = \begin{pmatrix} -\dot{y}(\mathbf{R}_{1,2}\mathbf{R}_{2,3} - \mathbf{R}_{1,3}\mathbf{R}_{2,2}) - \dot{z}(\mathbf{R}_{1,2}\mathbf{R}_{3,3} - \mathbf{R}_{1,3}\mathbf{R}_{3,2}) \\ \dot{x}(\mathbf{R}_{1,2}\mathbf{R}_{2,3} - \mathbf{R}_{1,3}\mathbf{R}_{2,2}) - \dot{z}(\mathbf{R}_{2,2}\mathbf{R}_{3,3} - \mathbf{R}_{2,3}\mathbf{R}_{3,2}) \\ \dot{x}(\mathbf{R}_{1,2}\mathbf{R}_{3,3} - \mathbf{R}_{1,3}\mathbf{R}_{3,2}) + \dot{y}(\mathbf{R}_{2,2}\mathbf{R}_{3,3} - \mathbf{R}_{2,3}\mathbf{R}_{3,2}) \end{pmatrix}_k \cdot \Delta t, \quad (5.59)$$

- für die zweite Spalte

$$\frac{\partial \mathbf{f}_{\dot{\mathbf{p}}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varphi}}}_{1:3,2} = \begin{pmatrix} \dot{y}(\mathbf{R}_{1,1}\mathbf{R}_{2,3} - \mathbf{R}_{1,3}\mathbf{R}_{2,1}) + \dot{z}(\mathbf{R}_{1,1}\mathbf{R}_{3,3} - \mathbf{R}_{1,3}\mathbf{R}_{3,1}) \\ \dot{z}(\mathbf{R}_{2,1}\mathbf{R}_{3,3} - \mathbf{R}_{2,3}\mathbf{R}_{3,1}) - \dot{x}(\mathbf{R}_{1,1}\mathbf{R}_{2,3} - \mathbf{R}_{1,3}\mathbf{R}_{2,1}) \\ -\dot{x}(\mathbf{R}_{1,1}\mathbf{R}_{3,3} - \mathbf{R}_{1,3}\mathbf{R}_{3,1}) - \dot{y}(\mathbf{R}_{2,1}\mathbf{R}_{3,3} - \mathbf{R}_{2,3}\mathbf{R}_{3,1}) \end{pmatrix}_k \cdot \Delta t, \quad (5.60)$$

- für die dritte Spalte

$$\frac{\partial \mathbf{f}_{\dot{\mathbf{p}}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varphi}}}_{1:3,3} = \begin{pmatrix} -\dot{y}(\mathbf{R}_{1,1}\mathbf{R}_{2,2} - \mathbf{R}_{1,2}\mathbf{R}_{2,1}) - \dot{z}(\mathbf{R}_{1,1}\mathbf{R}_{3,2} - \mathbf{R}_{1,2}\mathbf{R}_{3,1}) \\ \dot{x}(\mathbf{R}_{1,1}\mathbf{R}_{2,2} - \mathbf{R}_{1,2}\mathbf{R}_{2,1}) - \dot{z}(\mathbf{R}_{2,1}\mathbf{R}_{3,2} - \mathbf{R}_{2,2}\mathbf{R}_{3,1}) \\ \dot{x}(\mathbf{R}_{1,1}\mathbf{R}_{3,2} - \mathbf{R}_{1,2}\mathbf{R}_{3,1}) + \dot{y}(\mathbf{R}_{2,1}\mathbf{R}_{3,2} - \mathbf{R}_{2,2}\mathbf{R}_{3,1}) \end{pmatrix}_k \cdot \Delta t. \quad (5.61)$$

Die Matrix  $\mathbf{A}$  ist dann nach folgendem Schema aufgebaut:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{1,1} &= \mathbf{0}^{3 \times 3}, \\ \mathbf{A}_{2,1} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}_{\dot{\mathbf{p}}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varphi}}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \\ \mathbf{A}_{3,1} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}_{\mathbf{q}}}{\partial \dot{\boldsymbol{\varphi}}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 3}, \end{aligned}$$

sodass zusammengesetzt geschrieben werden kann:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{1,1} \\ \mathbf{A}_{2,1} \\ \mathbf{A}_{3,1} \end{pmatrix}. \quad (5.62)$$

Für die Kofaktormatrix der Drehraten in (5.52) gilt:

$$\mathbf{Q}_{\dot{\boldsymbol{\varphi}}\dot{\boldsymbol{\varphi}}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\dot{\varphi}_x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\dot{\varphi}_y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\dot{\varphi}_z}^2 \end{pmatrix} / \sigma_0^2, \quad (5.63)$$

wobei sich die entsprechenden Varianzen wiederum aus der empirischen Ermittlung nach (5.4) ergeben. Die vollständige Prädiktion besteht somit zu jedem Zeitpunkt  $k$  aus dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  mit zugehöriger Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}}$  als äußere Genauigkeit der Prädiktion.

---

Das in diesem Kapitel beschriebene Verfahren ermöglicht die hochfrequente Zustandsbeschreibung bewegter Objekte auf Basis erfasster Inertialdaten und stellt somit eine Ergänzung zu den in Abschnitt 3.1 und 3.2 gezeigten Methoden der absoluten Positionsbestimmung dar. Des Weiteren lassen sich über repräsentative Annahmen entsprechender Mess- und Modellunsicherheiten Abschätzungen über die zugrundeliegende Genauigkeit treffen. Aufgrund von sensorspezifischem Rauschen sowie Unsicherheiten bei der Bewegungsmodellierung anhand Beschleunigungen und Drehraten sind in praktischen Anwendungen der Inertialnavigation jedoch über längere Zeiträume signifikante Abweichungen in der Positionslösung zu beobachten, was eine alleinige Ansetzung inertialer Messeinheiten für die Indoor-Positionierung unmöglich macht. Im Folgenden Kapitel wird daher das Verfahren beschrieben, welches die Fusion relativer und absoluter Sensorkomponenten zulässt und somit die Stabilität der ermittelten Positionslösung steigert. Neben den mathematischen Grundlagen dieser speziellen Filterung wird außerdem auf die zugrundeliegenden Genauigkeiten sowie dem Aufdecken von Ausreißern eingegangen.



---

## 6 Verfahren der Sensorfusion

Da die aktuelle Prädiktion  $\mathbf{x}_{k+1}$  bei der Zustandsbestimmung mittels Inertialdaten vom vorherigen Zeitpunkt  $\mathbf{x}_k$  abhängt, sind entsprechende Lösungen aufgrund der Fortpflanzung des Sensorrauschens sowie Integrations- und Modellfehlern durch eine niedrige Langzeitstabilität gekennzeichnet. Dies kann bereits nach einigen Sekunden zu Abweichungen von mehreren Metern zwischen einer Soll- und der errechneten Ist-Trajektorie führen. Zwar lässt sich das zugrundeliegende Bewegungsmodell durch die in Abschnitt 5.3.2 gezeigten Abschätzungen für fahrbare Plattformen verfeinern und dadurch ein auftretender Drift reduzieren, verbleibende Unsicherheiten bei der Peakerkennung sowie bei schwer zu modellierenden Zusammenhängen aufgrund von Störbeschleunigungen werden dabei jedoch nicht gänzlich eliminiert. Für Lösungen, die über einen längeren Zeitraum stabile Positionsschätzungen liefern sollen, ist daher die Zuhilfenahme von absoluten Positionierungsverfahren, wie sie in Kapitel 3 beschrieben sind, unerlässlich. Die Integration relativer und absoluter Methoden wird in diesem Fall durch die *Kalman Filterung* behandelt. Dabei erfolgt eine Fusion der prädierten Lösung mit absoluten Beobachtungen und derer Genauigkeiten. Als Folge der sogenannten *Festen Kopplung*<sup>1</sup> werden geometrische Rohbeobachtungen wie Strecken, Winkel oder Signalstärken zur Zustandsstützung verwendet, was keine Mindestanzahl von absoluten Messungen für eine eindeutige Lösung voraussetzt [Neu, 2004]. Auf Grundlage von unterschiedlichen Beobachtungs- und Bewegungsmodellen existieren dazu in der Praxis verschiedene Spezifikationen der Kalman Filterung. In dieser Arbeit werden zwei Abwandlungen der Methodik gegenübergestellt und anhand empirisch erfasster Daten diskutiert. Abschnitt 6.1 beschreibt zunächst die angesetzten Methoden der Sensorfusion, während eine Herleitung zur Eliminierung grober Messfehler, in Indoor-Umgebungen vor allem durch Mehrwegeeffekte und Signalabschattung begründet, in Abschnitt 6.2 erfolgt.

---

### 6.1 Kalman Filterung

Zur Realisierung einer varianzbasierten Sensorintegration auf Basis absoluter und relativer Messungen formulierte der ungarische Mathematiker Rudolf Kalman [1960] einen Algorithmus, der es ermöglicht, empirische Daten von verschiedenen Sensorsystemen echtzeitfähig auszuwerten und eine erwartungstreue Schätzung für den Zustand eines Systems herzuleiten. Dieser sogenannte Kalman Filter stellt eine BLUE-Schätzung<sup>2</sup> dar und basiert im Allgemeinform auf einer linearen Modellierung von absoluten Beobachtungen. Der Begriff des Filters bezieht sich dabei nicht, wie die in Abschnitt 5.1 beschriebenen digitalen Filter, auf die Eliminierung von Messrauschen, sondern beschreibt vielmehr die Modellierung auftretender Rauschanteile für eine optimale Zustandsschätzung.

Bei Transformationen vom Zustands- in den Beobachtungsraum, welche auf nichtlinearen Zusammenhängen der Elemente von  $\mathbf{x}$  basieren - wie zum Beispiel in (2.1) bis (2.3) - erfolgt in der Praxis eine Erweiterung zum sogenannten *Extended Kalman Filter* (EKF). Nichtlinearitäten werden dabei über eine Taylor-Reihenentwicklung bis zum ersten Glied sowie einer Näherung an der aktuellen Prädiktion behandelt [Wendel, 2011]. Diese Spezifikation erfolgt jedoch nicht iterativ und zielt daher ausschließlich auf Applikationen ab, die durch präzise Prädiktionen gekennzeichnet sind und somit hinreichend genaue Näherungswerte liefern. Verbleibende Linearisierungsfehler nach nur einer Iteration werden dabei außer Acht gelassen. Für Anwendungen hingegen, die durch unpräzise Prädiktionen charakterisiert sind, wird eine Modifikation des EKF-Verfahrens angesetzt, welche bis zu auftretender Konvergenz iterativ durchgeführt wird und somit Restfehler bei der Linearisierung minimiert [Wendel, 2011]. Dieser sogenannte

---

<sup>1</sup> Die Verwendung von abgeleiteten Koordinaten zur Zustandsstützung wird als *Lose Kopplung* bezeichnet

<sup>2</sup> Best Linear Unbiased Estimator

*Iterative Kalman Filter* (IKF) wird vor Allem dann signifikant, wenn äußere Beobachtungen für längere Zeit nicht zur Verfügung stehen und die aktuelle Prädiktion dadurch derart von der idealen Lösung abweicht, dass mehrere Iterationen für eine BLUE-Schätzung notwendig sind. Folgend werden im Rahmen der Kalman Filterung prädizierter Systemzustand inklusive Kofaktormatrix mit einem hochgestellten Minus gekennzeichnet.

Abschnitt 6.1.1 beschreibt zunächst die Arbeitsweise des in dieser Arbeit eingesetzten IKF als Allgemeinfall des EKF. Dabei wird ausschließlich der Algorithmus betrachtet. Eine genaue Herleitung des Verfahrens ist in Bell und Cathey [1993] gezeigt. Des Weiteren behandelt Abschnitt 6.1.2 eine spezielle, auf skaliertes Regewichtung basierende Abwandlung der Methode. Ein zur Thematik ergänzender, in dieser Arbeit jedoch nicht weiter betrachteter Spezialfall der Kalman Filterung für nichtlineare Bewegungsmodelle, ist zusätzlich in Anhang A.1 gezeigt.

### 6.1.1 Iterativer Kalman Filter

Liegen bei der Zustandsmodellierung zu einem diskreten Zeitpunkt  $k$  absolute Beobachtungen der Menge  $n$  inklusive ihrer Genauigkeiten vor, lässt sich durch die Kalman Filterung ein erwartungstreu Update der momentanen  $u$ -dimensionalen Prädiktion  $\mathbf{x}_k^-$  sowie der zugehörigen Kofaktormatrix  $(\mathbf{Q}_{\mathbf{xx}}^-)_k$  berechnen. Bei diesem *Filterungsschritt* wird auch von einer *Prädiktionsstützung* durch die Messungen gesprochen. Die nachfolgende Methodik bezieht sich im Gesamten auf den Zeitpunkt  $k$ . Aus Gründen der Übersicht wird deshalb auf die zeitliche Indizierung verzichtet.

Für eine Beschreibung des Systemzustandes anhand absoluter Messungen erfolgt eine Transformation vom Zustands- in den Beobachtungsraum. Dies realisiert das nichtlineare Beobachtungsmodell, welches im Bezug auf die Verfahren der Kalman Filterung mit  $\mathbf{f}^{KF}$  bezeichnet wird. Äquivalent zu (4.32) gilt:

$$\mathbf{l} = \mathbf{f}^{KF}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad \text{mit} \quad \mathbf{f}^{KF} : \mathbb{R}^u \rightarrow \mathbb{R}^n, \mathbf{f}^{KF} = (f_1^{KF}, f_2^{KF}, f_3^{KF}, \dots, f_n^{KF})^T. \quad (6.1)$$

Dabei beschreibt  $\mathbf{l} \in \mathbb{R}^n$  den Vektor der erfassten Beobachtungen,  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$  in Analogie zu (4.42) die Diskrepanz zwischen Messungen und prädiziertem Zustand sowie  $\mathbf{f}^{KF}$  die nichtlineare Abbildung vom Zustands- in den Beobachtungsraum. Nach Abschnitt 5.3.1 ist die Dimension des Zustandsvektors  $u = 10$ , im Rahmen der allgemeinen Formulierung des Algorithmus bleibt diese jedoch im Folgenden unbestimmt. Als Beobachtungsgleichungen  $f_i^{KF}$  dienen - je nach Verwendung der in Kapitel 3 beschriebenen Verfahren - die Zusammenhänge absoluter Geometrien (2.1) bis (2.3) und (4.48) bis (4.50) bei Anwendung des UWB-Systems sowie die Beziehungen (3.3) bis (3.5) bezüglich MILPS.

Aufgrund der zugrundeliegenden Taylor-Reihenentwicklung erfolgt eine Linearisierung durch die Jacobi-Matrix  $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times u}$  als erste Ableitung des Beobachtungsmodells an der Stelle des geschätzten Zustandes am  $j$ -ten Iterationsschritt  $\mathbf{x}_j$

$$\mathbf{H}_j = \left. \frac{\partial \mathbf{f}^{KF}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_j} \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}^-. \quad (6.2)$$

Der eigentliche Filterungsschritt ergibt sich aus einer Gewichtung durch die sogenannte *Innovation*  $\mathbf{v}$  aus (6.1), definiert als Differenz zwischen den absoluten Messungen und dem prädizierten Systemzustand im Beobachtungsraum<sup>3</sup>:

$$\mathbf{v} = \mathbf{l} - \mathbf{f}^{KF}(\mathbf{x}^-). \quad (6.3)$$

Eine Varianzfortpflanzung für  $\mathbf{v}$  führt zu  $\mathbf{Q}_{\mathbf{vv}}$  und folgt aus den Ableitungen von  $\mathbf{l}$  und  $\mathbf{f}^{KF}(\mathbf{x})$  an der Stelle der Prädiktion:

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{vv}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{ll}} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{Q}_{\mathbf{xx}}^- \cdot \mathbf{H}^T. \quad (6.4)$$

<sup>3</sup> In der Fachliteratur meist mit  $i$  bezeichnet, wird hier in Analogie zu den Verbesserungen aus Abschnitt 4.3.1 auf die Bezeichnung  $\mathbf{v}$  zurück gegriffen. Zu beachten ist jedoch der Unterschied im Vorzeichen

Dabei beschreibt  $\mathbf{Q}_{II} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  die Kofaktormatrix der  $n$  absoluten Messungen, welche bei unkorrelierten Beobachtungen nur auf der Hauptdiagonalen besetzt ist:

$$\mathbf{Q}_{II} = \begin{pmatrix} \sigma_{l_1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{l_2}^2 & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \sigma_{l_n}^2 \end{pmatrix} / \sigma_0^2. \quad (6.5)$$

Die *Kalman Matrix*, welche als Innovationsgewichtung dient, ergibt sich zu

$$\mathbf{K}_j = \mathbf{Q}_{xx}^- \cdot \mathbf{H}_j^T \cdot (\mathbf{Q}_{II} + \mathbf{H}_j \cdot \mathbf{Q}_{xx}^- \cdot \mathbf{H}_j^T)^{-1}, \quad (6.6)$$

was letztendlich nach Bell und Cathey [1993] auf den geschätzten Systemzustand führt:

$$\mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{x}^- + \mathbf{K}_j \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{f}^{KF}(\mathbf{x}_j) - \mathbf{H}_j \cdot (\mathbf{x}^- - \mathbf{x}_j)). \quad (6.7)$$

Die Parameterzuschläge werden somit in jeder Iteration auf die Prädiktion  $\mathbf{x}^-$  addiert. Da für den ersten Iterationsschritt  $\mathbf{x}^- = \mathbf{x}_0$  gilt, ist der letzte Term in (6.7) für  $j = 0$  gleich null. Dies entspricht genau dem EKF und beschreibt demnach einen Spezialfall der IKF-Methode bei nur einer Iteration. Die Schritte (6.2) - (6.7) werden bis zu einem vorgegebenen Grenzwert  $|\mathbf{x}_{j+1} - \mathbf{x}_j| < \varepsilon_x$  iterativ durchgeführt [Bell und Cathey, 1993].

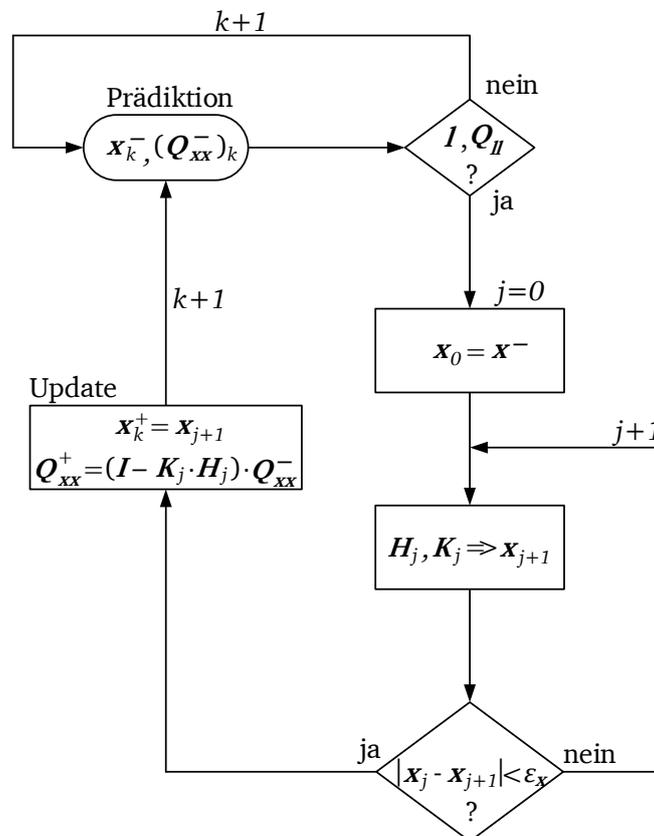


Abbildung 6.1.: Flussdiagramm Iterativer Kalman Filter (IKF)

Der durch die Kalman Filterung gestützte Zustand wird dann mit einem hochgestellten Plus bezeichnet und ergibt sich zu

$$\mathbf{x}^+ = \mathbf{x}_{j+1}. \quad (6.8)$$

Außerdem gilt für die aktualisierte Kofaktormatrix

$$\mathbf{Q}_{xx}^+ = (\mathbf{I}^{u \times u} - \mathbf{K}_j \cdot \mathbf{H}_j) \cdot \mathbf{Q}_{xx}^- \quad (6.9)$$

Abbildung 6.1 zeigt die Vorgehensweise des IKF in einem Blockdiagramm. Durch die iterative Ausführung wird Linearisierungsfehlern anhand einer Reihenentwicklung bis zum ersten Glied begegnet. Dies stellt eine erwartungstreue Zustandsschätzung für nichtlineare Beobachtungsgleichungen unter Berücksichtigung der Kofaktormatrizen  $\mathbf{Q}_{xx}$  und  $\mathbf{Q}_{ll}$  dar.

Weitere Information über klassische Anwendungen der Kalman Filterung sind in Brown und Hwang [2012] sowie Borre und Strang [2012] nachzulesen. Ein Ansatz für die Positionierung von autonomen Objekten auf stochastischer Basis zeigt hingegen Thrun u. a. [2005].

---

### 6.1.2 Adaptiver Kalman Filter

---

Der Iterative Kalman Filter realisiert mittels varianzbasierender Gewichte anhand der statistischen Information in den Kofaktormatrizen eine Fusion absoluter Messsysteme mit der durch Inertialsensoren prädierten Lösung. Während die stochastischen Anteile der momentanen Prädiktion  $\mathbf{Q}_{xx}$  über eine Varianzfortpflanzung nach (5.52) berechnet werden, beruhen die Genauigkeiten der absoluten Messungen im Allgemeinen auf Erfahrungswerten. Da sich diese in der Praxis jedoch zumeist aus lediglich einer einzelnen Realisierung ergeben, lassen sich empirisch keine Angaben über die Statistik machen. Zwar können je nach Anwendung anhand von im Vorfeld durchgeführten Versuchsreihen empirische Standardabweichungen bestimmt und in den stochastischen Modellen der Sensorfusion berücksichtigt werden, jedoch führen veränderliche Konfigurationen während einer Messung dazu, dass diese angenommenen Genauigkeiten nicht immer repräsentativ bleiben. Analog dazu ist auch die Varianz der Prädiktion aufgrund unzureichender Abschätzungen von Modellunsicherheiten fehleranfällig. Sowohl eine zu pessimistische als auch zu optimistische Ansetzung der Varianzen in  $\mathbf{Q}_{xx}$  und  $\mathbf{Q}_{ll}$  verzerrt das Ergebnis im Filterungsschritt. Die Aufgabe in der Praxis, zu jedem Zeitpunkt der Filterung repräsentative Genauigkeiten der verschiedenen Sensoren anzuwenden, erweist sich ohne Zusatzinformation somit oft als schwierig. Abhilfe schafft der sogenannte *Adaptive Kalman Filter* (AKF), welcher in Gelb [1974] theoretisch beschrieben und in Mohamed und Schwarz [1999] im Rahmen der Sensorfusion angewendet ist. Auf Basis von vergangenen Lösungen werden dabei die Gewichte für zukünftige Filterungsschritte angepasst. Dies geschieht über Adaptionen der Kofaktormatrizen mittels innovationsbasierender Skalierungsfaktoren. Grundlage des eigentlichen Filterungsschrittes bleibt jedoch der in Abschnitt 6.1.1 gezeigte IKF. Die Diskrepanz zwischen absoluten Messungen und der in den Beobachtungsraum transformierten Prädiktion nach (6.3) ist in diesem Verfahren Ausgangspunkt für eine Anpassung der zugrundeliegenden stochastischen Anteile. Je nach Anwendung erfolgt dabei eine Adaption der Kofaktormatrix des Systemzustandes  $\mathbf{Q}_{xx}$  oder der Kofaktormatrix der absoluten Messungen  $\mathbf{Q}_{ll}$ . Die Skalierungsfaktoren ergeben sich letztendlich aus dem Quotienten der tatsächlich angesetzten und einer empirisch berechneten Varianz der Innovationsvektoren aus den letzten  $m$  Updateschritten.

Zu jedem Stützungszeitpunkt wird dazu - wie in Abschnitt 6.1.1 gezeigt - über (6.3) und (6.4) die Innovation  $\mathbf{v}$  sowie die zugehörige Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{vv}$  für die Kalman Filterung berechnet:

$$\mathbf{v} = \mathbf{I} - \mathbf{f}^{KF}(\mathbf{x}^-) \quad , \quad \mathbf{Q}_{vv} = \mathbf{Q}_{ll} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{Q}_{xx}^- \cdot \mathbf{H}^T.$$

Da die Innovation verdeutlicht, inwieweit die absoluten Beobachtungen mit dem prädierten Zustand übereinstimmen, erfolgt darüber eine Beurteilung der angesetzten Varianzen. Anhand der letz-

ten  $m$  Filterungsschritte wird dazu eine empirische Kofaktormatrix für die Innovation  $\hat{Q}_{vv}$  ermittelt [Jwo u. a., 2010]:

$$\hat{Q}_{vv} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=k-m+1}^k \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i^T, \quad m \in \mathbb{N}. \quad (6.10)$$

Es bezeichnet  $\mathbf{v}_k$  die aktuelle Innovation,  $\mathbf{v}_{k-1}$  die Innovation aus dem letzten Filterungsschritt und  $\mathbf{v}_{k-m}$  die Innovation vor  $m$  Filterungsschritten. Bei der Auswertung in diesem Ansatz wird der häufig auftretende Fall von  $m = 10$  betrachtet. Ergeben sich in  $\hat{Q}_{vv}$  größere Varianzen, als die in  $Q_{vv}$  angenommenen, so liegt bei der Innovationsgewichtung eine wohl zu optimistische Abschätzung vor. Im umgekehrten Fall eine zu pessimistische. Die Anpassung erfolgt über einen Skalierungsfaktor  $\lambda_Q$ , hervorgehend aus dem Quotienten empirischer und theoretischer Kofaktormatrix, sowie einer Anwendung auf die Varianzen der Prädiktion oder der Messungen. Somit wird zwischen einer  $Q_{xx}$ -Adaption und einer  $Q_{ll}$ -Adaption unterschieden. Der globale Skalierungsfaktor folgt nach Jwo u. a. [2010]:

$$\lambda_Q = \frac{\text{spur}(\hat{Q}_{vv})}{\text{spur}(Q_{vv})}. \quad (6.11)$$

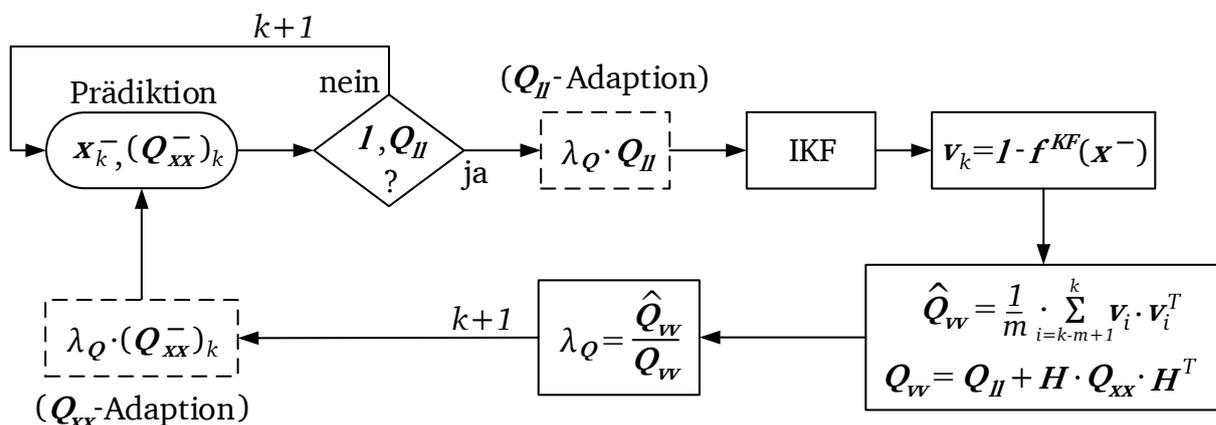
Für den nächsten Updateschritt ergibt sich dann die zugrunde gelegte Kofaktormatrix über eine globale Skalierung zu

$$Q_{xx}^\lambda = \lambda_Q \cdot Q_{xx} \quad (6.12)$$

für eine Anpassung im Zustandsraum oder zu

$$Q_{ll}^\lambda = \lambda_Q \cdot Q_{ll} \quad (6.13)$$

für eine Anpassung im Messraum.



**Abbildung 6.2.:** Flussdiagramm des Adaptiven Kalman Filters ab dem  $m$ -ten Filterungsschritt

Abbildung 6.2 verdeutlicht dazu die Vorgehensweise des innovationsbezogenen Adaptiven Kalman Filters anhand eines Flussdiagramms. In jedem Filterungsschritt wird zwischen einer  $Q_{xx}$ -Adaption und einer  $Q_{ll}$ -Adaption gewählt, was durch die gestrichelte Umrahmung gekennzeichnet ist. Die Entscheidung, ob den Genauigkeiten der Prädiktion oder den Messungen vertraut wird, beruht auf Erfahrungswerten. Weitere Abwandlungen zu dieser Methode auf Basis deterministischer Parameter sind in Eichhorn [2005] und Heunecke [1995] gezeigt.

---

## 6.2 Prüfverfahren zur Ausreißerdetektion

---

Die Verfahren der Kalman Filterung liefern eine erwartungstreue Schätzung auf Basis der Genauigkeiten zugrundeliegender absoluter und relativer Beobachtungen. Implizit wird dabei - wie auch schon bei der in Abschnitt 4.3.1 gezeigten Parameterschätzung - von normalverteilten Messungen ausgegangen. Dies setzt voraus, dass die verwendeten Beobachtungen ausschließlich statistischen Abweichungen unterliegen und deren äußere Genauigkeiten durch entsprechend skalierte Kofaktormatrizen  $\mathbf{Q}_{II}$  beschrieben sind. In der Praxis treten jedoch vor Allem bei Beobachtungen in Indoor-Umgebungen Probleme bei der Signalausbreitung auf, was aufgrund von Mehrwegeeffekten zu groben Datenfehlern führt. Abschattungen sowie Quellen von Störsignalen können dabei fehlerhafte Winkel- oder Streckenmessungen nach sich ziehen, welche nicht mehr durch die zugrundeliegenden statistischen Annahmen gekennzeichnet sind. Eine Schätzung des Systemzustandes ist dann einer Verzerrung ausgesetzt, sodass die Kalman Filterung keine Erwartungstreue mehr gewährleistet. Im Extremfall kann dadurch außerdem Divergenz eintreten [Benning, 2011]. In diesem Abschnitt werden Prüfverfahren erläutert, welche die Eliminierung von Ausreißern thematisieren. Während in Sektion 6.2.1 ein deterministischer Ansatz zur Aufdeckung grober Messfehler gewählt wird, beruht das Verfahren in Abschnitt 6.2.2 auf den zugrundeliegenden stochastischen Modellen.

---

### 6.2.1 Der Innovationstest

---

Eine deterministische Methode zur Detektion grober Fehler erfolgt über die Schwellwertbetrachtung der Innovation. Nach (6.3) geht diese aus der Differenz von absoluten Messungen sowie dem aktuellen Zustand im Beobachtungsraum hervor und gibt somit Auskunft, inwiefern Bewegungsmodellierung und absolute Beobachtungen übereinstimmen. Befindet sich der Betrag von  $\mathbf{v}$  an der  $i$ -ten Stelle unter einem bestimmten Schwellwert  $\varepsilon_{KF}$ , so liegt die Beobachtung nah bei der Prädiktion. Da in dieser Arbeit absolute und relative Messungen nicht korrelieren, wird davon ausgegangen, dass die  $i$ -te Messung aus (6.1) lediglich durch zufällige Abweichungen charakterisiert ist, falls

$$|v_i| < \varepsilon_{KF}$$

gilt. An dieser Stelle liegt somit kein Ausreißer vor. Die Wahl des Schwellwertes beruht dabei auf Erfahrungswerten. Bei der Voraussetzung, dass die aktuelle Prädiktion keine groben Fehler enthält, lassen sich hingegen alle Beobachtungen, für die

$$|v_i| > \varepsilon_{KF}$$

gilt, als Ausreißer detektieren und bleiben im Filterungsschritt daher unberücksichtigt.

Dieser Ansatz beschreibt in Abhängigkeit des a priori festgelegten Schwellwertes  $\varepsilon_{KF}$  eine einfache Methode zur Eliminierung grober Fehler. Der zugrundeliegende Betrag lässt sich dabei jedoch nicht oder nur teilweise statistisch begründen. Im Folgenden wird daher ein Test vorgestellt, der sich auf die stochastischen Eigenschaften sämtlicher Parameter bezieht.

---

### 6.2.2 Der Chi-Quadrat-Test

---

In diesem Abschnitt werden die Grundlagen des statistischen Hypothesentests eingeführt, welche auf Basis von vorliegenden Zufallsvariablen und derer angenommenen Dichteverteilung Aussagen über Modellfehler und Ausreißer treffen. Basis bildet dabei eine zu prüfende Annahme, welche in Abhängigkeit eines Testausgangs bestätigt oder verworfen wird. Da sich die Methode auf die Gesamtheit aller zur Verfügung stehenden Daten bezieht, wird in der Literatur von *Globaltest* gesprochen [Finckenstein u. a., 2006]. Dabei wird die allgemeine Frage geprüft, ob die vorliegenden Daten das zugrundeliegende Modell

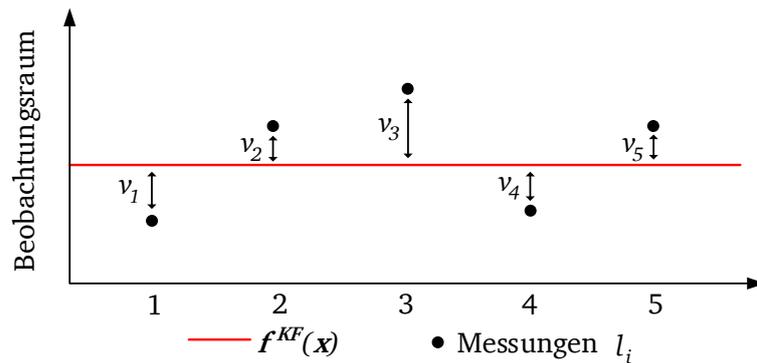


Abbildung 6.3.: Visualisierung der Innovation nach Niemeier [2008]

durch die zu schätzenden Parameter hinsichtlich der angenommenen Statistik beschreiben. In der Praxis vorwiegend auf die klassische Ausgleichsrechnung angewendet, fokussiert die folgende Herleitung des Verfahrens den speziell hier angesetzten Fall bei der Kalman Filterung.

Grundlage des Globaltests bildet abermals die in (6.3) definierte Innovation. Abbildung 6.3 visualisiert deren einzelne Elemente anhand eines zweidimensionalen Beispiels. Verdeutlicht wird dabei zum Filterungszeitpunkt  $k$  die als Gerade gekennzeichnete transformierte Prädiktion in den Beobachtungsraum sowie die Messungen  $l_i$ ,  $\{i = 1, \dots, 5\}$ . Liegen dabei weder Ausreißer in den Messdaten, noch fehlerhafte Annahmen für die Prädiktion vor, so sind die Innovationselemente  $v_i$ ,  $\{i = 1, \dots, 5\}$  - also die Unterschiede der Beobachtungen vom prädizierten Zustand - nur durch zufällige Fehler charakterisiert und beschreiben normalverteilte Zufallsvariablen mit dem Erwartungswert  $E\{v_i\} = 0$  sowie entsprechender Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}$ . Das eigentliche Prüfverfahren basiert auf der sogenannten *Innovationsquadratsumme*  $\Omega$ , die sich über (6.4) analog zur klassischen Ausgleichsrechnung bilden lässt [Henin, 2005]:

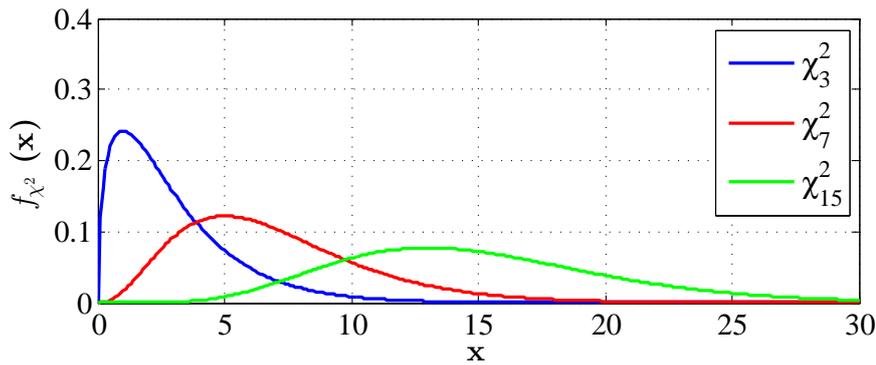
$$\Omega = \mathbf{v}^T \cdot \mathbf{Q}_{vv}^{-1} \cdot \mathbf{v}. \quad (6.14)$$

Ausgangspunkt ist dabei die sogenannte *Nullhypothese*  $H_0$ , welche die zu prüfende Annahme charakterisiert. Unter der Voraussetzung, dass keine Fehler in der Bewegungsmodellierung vorhanden sind, also die Prädiktion  $\mathbf{x}^-$  hinsichtlich ihrer Statistik  $\mathbf{Q}_{xx}$  als richtig anzusehen ist, werden große Beträge in  $\mathbf{v}$  ausschließlich den absoluten Messungen zugeordnet. Die Nullhypothese wird somit formuliert als:

$$H_0 : \text{Es liegen keine Ausreißer in den Messdaten vor}$$

Wird dieser Sachverhalt positiv getestet, erfolgt eine Bestätigung von  $H_0$  und somit die Annahme, dass keine groben Messfehler vorliegen. Gegenstand ist dabei die Frage, ob die gewichtete Innovationsquadratsumme aus (6.14), welche im Folgenden als *Testgröße* bezeichnet wird, eine Addition von  $n$  quadrierten normalverteilten Zufallsvariablen mit dem Erwartungswert null und der statistischen Kenngröße  $\mathbf{Q}_{II}$  beschreibt. Zu diesem Zweck wurde 1876 erstmals von F. R. Helmert die sogenannte  $\chi^2$ -Verteilung (*Chi-Quadrat-Verteilung*) hergeleitet, welche die Wahrscheinlichkeitsdichte der Quadratsumme standardnormalverteilter Zufallsvariablen definiert [Pearson, 1900]. Ist demnach  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  eine Menge von  $n$  stochastisch unabhängigen Zufallsgrößen, so beschreibt deren Summe der Quadrate  $\bar{x}$  ebenfalls eine Zufallsgröße, deren Dichtefunktion mit  $\chi^2$  bezeichnet wird:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i^2 \sim \chi_n^2 \quad \text{mit} \quad x_i \sim N(0, 1). \quad (6.15)$$



**Abbildung 6.4.:** Ausgewählte Dichtefunktionen der Chi-Quadrat-Verteilung

Das Symbol  $[\sim]$  gibt an, dass es sich um eine statistische Verteilung handelt und die Notation  $N(0, 1)$  bezeichnet Normalverteilung mit Erwartungswert  $E\{x\} = 0$  und Varianz  $\sigma^2 = 1$ . Ist eine Zufallsgröße  $x$  demnach  $\chi_n^2$  verteilt, so ist ihre Dichtefunktion abhängig von  $n$  und gegeben durch

$$f_{\chi_n^2}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{n/2} \cdot \Gamma(n/2)} \cdot x^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}} & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x \leq 0 \end{cases} \quad (6.16)$$

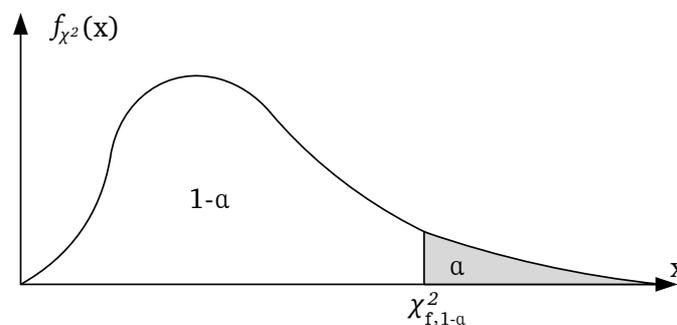
mit der Gammafunktion

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{x-1} dt, \quad x > 0. \quad (6.17)$$

Abbildung 6.4 zeigt dazu die Dichtefunktionen beispielhafter  $\chi^2$ -Verteilungen. Sie beschreiben die relative Häufigkeit der Summe in (6.15) für  $n = 3, 7$  und  $15$ . Es wird deutlich, dass die Funktionen durch einen Erwartungswert gekennzeichnet sind und der Kurvenverlauf, im Gegensatz zur Normalverteilung, einen asymmetrischen Charakter besitzt. Bei einem asymptotischen Verlauf für größer werdende  $x$ , ist die  $\chi^2$ -Verteilung für  $x < 0$  nicht definiert, da die Quadratsumme nur positive Werte annimmt. Anhand dieses Zusammenhangs wird zur Überprüfung der Nullhypothese getestet, ob

$$\Omega \sim \chi_n^2 \quad (6.18)$$

gilt. Dazu wird die Testgröße in (6.14) mit einem aus (6.16) hervorgehenden Schwellwert verglichen, welcher für  $H_0$  die Grenze zwischen Bestätigungs- und Ablehnungsbereich definiert. Zur Festsetzung die-



**Abbildung 6.5.:** Annahme- und Ablehnungsbereich der Chi-Quadrat-Verteilung

ser eindeutigen Begrenzung dient eine vorher zu definierende Stelle der entsprechenden Chi-Quadrat-Dichtefunktion. Da eine Dichtefunktion die relative Häufigkeit einer Zufallsvariablen beschreibt, ist das Integral, also der Flächeninhalt den der Funktionsgraph mit der x-Achse einschließt, über dem gesamten Definitionsbereich eins. Der gesuchte Schwellwert - im Folgenden  $\chi_{f,1-\alpha}^2$  - separiert dabei einen Ausschnitt dieser Gesamtfläche von rechts und beruht in der Praxis auf Erfahrungswerten.

Abbildung 6.5 verdeutlicht Annahme- und Ablehnungsbereich für den Allgemeinfall. Aufgrund des asymptotischen Verlaufes kann die zugrundeliegenden Testgröße alle Werte bis  $+\infty$  annehmen. Der helle Bereich definiert das Intervall, indem sich  $1 - \alpha$  [%] aller zulässigen Realisierungen befinden und beschreibt in diesem Fall den Annahmebereich. Die Wahl von  $\alpha$  liegt in der Praxis zumeist zwischen 1 und 7,5 %. Das entsprechende  $\chi^2$ -Quantil<sup>4</sup> bezeichnet letztlich den Wert auf der x-Achse, welcher in Abhängigkeit vom Freiheitsgrad  $f$  eine kleinste obere Schranke für  $1 - \alpha$  [%] aller Realisierungen darstellt. Da die absoluten Messungen im Rahmen der Kalman Filterung nicht für eine Parameterschätzung angesetzt werden, sondern lediglich eine bereits bestehende Lösung stützen, entspricht  $f$  gleich der Anzahl der Beobachtungen  $n$ . Bei Anwendung in der klassischen Ausgleichung ist hingegen die Menge der geschätzten Parameter zu berücksichtigen. Nach der beschriebenen Definition befinden sich im grau unterlegten Bereich aus Abbildung 6.5 noch  $\alpha$  [%] der möglichen Realisierungen. Da diese jenseits des Schwellwertes liegen, was die Ablehnung der Nullhypothese zur Folge hat, wird der Parameter  $\alpha$  als *Irrtumswahrscheinlichkeit* bezeichnet. Für den Zusammenhang zwischen dem Quantil des Hypothesentests und der Irrtumswahrscheinlichkeit gilt somit:

$$\int_0^{\chi_{f,1-\alpha}^2} f_{\chi_f^2}(x) dx = 1 - \alpha. \quad (6.19)$$

Da hierbei rechnerisch überprüft wird, ob die in (6.14) empirisch ermittelte Größe  $\Omega$  kleiner ist als das definierte Quantil, folgt für die Nullhypothese  $H_0$  die folgende Aussage:

$$P(\Omega > \chi_{f,1-\alpha}^2 | H_0) = \alpha. \quad (6.20)$$

Die Wahrscheinlichkeit  $P$ , dass  $\Omega > \chi_{f,1-\alpha}^2$  unter der Voraussetzung von  $H_0$  gilt, liegt bei  $\alpha$ . Die Hypothese wird somit in  $\alpha$  [%] aller Fälle abgelehnt, obwohl sie zutrifft. In der Statistik wird dieser Fall als *Fehler 1ter Art* bezeichnet. Je kleiner  $\alpha$  gewählt ist, desto größer wird der Annahmebereich, was die Wahrscheinlichkeit minimiert, diesen Fehler zu begehen. Gleichzeitig steigt dadurch jedoch die Gefahr, die Nullhypothese anzunehmen obwohl sie falsch ist. Dies beschreibt den *Fehler 2ter Art*. In der Praxis muss also die Irrtumswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der zugrundeliegenden Anwendung so gewählt werden, dass der Kompromiss zwischen diesen beiden Fehlern möglichst gering ausfällt. Des Weiteren lässt sich im Allgemeinen nie zwischen auftretenden Ausreißern und Fehlannahmen im Modell unterscheiden, da der Test in beiden Fällen negativ ausfällt. Lediglich durch den hier zugrunde gelegten Ausschluss von groben Fehlern in der Bewegungsmodellierung wird auf das Vorhandensein von Ausreißern in den Messdaten geschlossen.

Da dieses Verfahren auf die Menge aller vorhandener Daten prüft, erfolgt zunächst eine globale Aussage über die Messungen. Wird  $H_0$  dabei bestätigt, gilt die Annahme, dass an keiner Stelle grobe Datenfehler vorliegen. Für eine Hypothesenablehnung sind hingegen einzelne Elemente von  $\mathbf{v}$  verantwortlich, die im Sinne der zugrundeliegenden Statistik Ausreißer beschreiben. Der Chi-Quadrat-Test wird dann für eine rekursive Ausreißerdetektion angewendet, welche in der Literatur als *Data Snooping* bezeichnet ist [Baarda, 1968]. Dabei werden die gewichteten Anteile  $v_i^\sigma$  in  $\mathbf{v}$  betrachtet, welche aus dem  $i$ -ten Innovationselement dividiert durch die zugehörige skalierte Standardabweichung resultieren. Über die Kofaktormatrix der Innovation in (6.4) ergibt sich diese aus der Wurzel des entsprechenden Diagonalelementes. Für die gewichteten Anteile  $v^\sigma$  gilt somit:

$$v_i^\sigma = \frac{v_i}{\sqrt{Q_{vv_i}}}, \quad i = \{1, \dots, n\}. \quad (6.21)$$

<sup>4</sup> Als Quantil wird hier ein Schwellwert verstanden unter dem ein bestimmter Anteil von Werten liegt

---

Im nachfolgenden iterativen Prozess wird der größte Anteil  $v_{max}^\sigma = \max\{v_1^\sigma, v_2^\sigma, \dots, v_n^\sigma\}$  als Ausreißer deklariert. Die entsprechende Beobachtung ist somit aus der Menge der absoluten Messungen zu eliminieren. Mit dem daraus resultierenden reduzierten Innovationsvektor erfolgt wiederum die Durchführung des Globaltests und die Ausreißereliminierung wird so lange vollzogen bis die Nullhypothese angenommen ist. Letztendlich verbleiben im Beobachtungsvektor jegliche Messungen, die hinsichtlich ihrer Varianz nur durch zufällige Fehler charakterisiert sind. Weitere statistische Prüfverfahren sowie die Erweiterung zu zweiseitigen Tests gibt neben Benning [2011] und Niemeier [2008] auch Roach [2014].

Der in diesem Kapitel gezeigte Ansatz realisiert eine Zustandsschätzung durch die Integration verschiedener Sensorsysteme. Hochfrequente Inertialsensoren werden dabei mit absoluten geometrischen Beobachtungen kombiniert und hinsichtlich zugrundeliegender Varianzen gewichtet. Der IKF beschreibt dabei eine Methode für nichtlineare Beobachtungsgleichungen, welche durch eine Gewichts Anpassung beim AKF modifiziert wird. Das Vorgehen aus Abschnitt 6.2 eliminiert Ausreißer in den Messdaten.

Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse der praktischen Umsetzung dargelegt. Die bisher erläuterten Verfahren bilden dabei die Grundlage für eine Auswertung empirischer Daten. Anhang A.1 beschreibt darüber hinaus ergänzend zur Thematik eine weitere Abwandlung der Kalman Filterung, welche den Spezialfall von nichtlinearen Bewegungsmodellen fokussiert. Da in dieser Arbeit die Elemente des Zustandsvektors durch die Bewegungsfortschreibung nach (5.22) jedoch in linearer Form auftreten, wird dieser Ansatz nicht weiter verfolgt.

## 7 Praktische Umsetzung

Die in der bisherigen Arbeit beschriebenen Sensorikgrundlagen und Auswertemethoden zielen auf eine Zustandsbestimmung für die Objektpositionierung in überbauten Arealen ab. Nach den Verfahren der Sensorfusion wird dabei eine inertielle Messeinheit mit externen Signalgebern kombiniert, welche über Beobachtungen bezüglich bekannter Festpunkte die Erfassung von absoluten Geometrien in einem äußeren Koordinatenrahmen ermöglichen. Die eingesetzten Systeme beruhen auf der in Abschnitt 3.1 eingeführten Funktechnologie UWB, sowie der auf elektromagnetischen Spulen basierenden Positionierungsmethode MILPS aus Abschnitt 3.2. Während die verwendete IMU über die Inertialdatenmodellierung (Kapitel 5) eine hochfrequente, jedoch driftnanfällige Lösung prädiziert, dienen die absoluten Positionierungsverfahren zur Zustandsstützung.

Fokus dieser Arbeit liegt auf einem Vergleich der beiden Fusionsarten IMU/UWB und IMU/MILPS für den Einsatz bewegter Plattformen in Indoor-Umgebungen anhand empirischer Daten. Des Weiteren wird eine Bewertung der Auswertealgorithmik hinsichtlich Genauigkeit und Effizienz angestrebt. Als Grundlage der realen Positionsbestimmung wurde dazu am *Institut für Geodäsie der Technischen Universität Darmstadt* ein Testareal für die in Abbildung 7.1 gezeigte Sensorplattform erschaffen. Dieses umgebaute manuell steuerbare Modellauto *Rock Socker CR-01* der Firma *Tamiya* [Tamiya, 2017] ist neben den Ubisense UWB-Tags und der ADIS16480 außerdem mit einem videofähigen Smartphone ausgestattet, welches sowohl für die Synchronisierung der angewendeten Sensorik als auch für die Ermittlung der überfahrenen Sollpositionen verwendet wird.

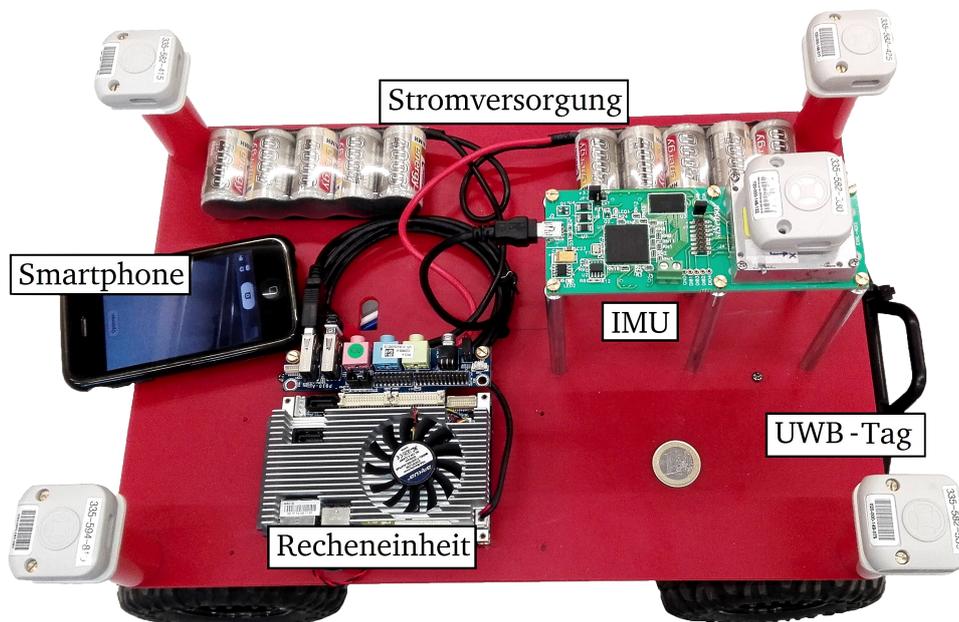


Abbildung 7.1.: Fahrbare Sensorplattform

Abschnitt 7.1 beschreibt den Aufbau der dreidimensionalen Testumgebung im Untergeschoss des Institutsgebäudes, während Sektion 7.2 die praktischen Vorgänge der Datenaufnahme und -auswertung erläutert. Die Abschnitte 7.3 sowie 7.4 zeigen und diskutieren ausführlich alle gewonnenen Ergebnisse.

## 7.1 Aufbau der Testumgebung

Die Datenerfassung zur 3D-Positionierung der Sensorplattform erfolgt im hauptsächlich aus schmalen Korridoren aufgebauten Kellerbereich des Institutsgebäudes. Neben Lasten- und Personenaufzügen in den Flur- und Treppenbereichen besteht das Areal aus einer institutseigenen Werkstatt. Die gesamte Umgebung ist gekennzeichnet durch elektromagnetische Störquellen, emittiert durch das 50 Hz-Stromnetz, Fahrstühle oder WLAN-Router. Einrichtungsgegenstände, wie Stahlschränke oder Werkstattequipment führen darüber hinaus zu Signalabschattungen und Mehrwegeeffekten und bilden damit realistische Voraussetzungen für Umgebungen in Industriehallen oder öffentlichen Gebäuden. Die Koordinatenreferenzierung erfolgt in einem lokal angelegten Koordinatensystem, welches einen absoluten Bezug darstellt und über die Bestimmung verschiedener Soll- sowie sämtlicher Referenzpunkte realisiert ist.

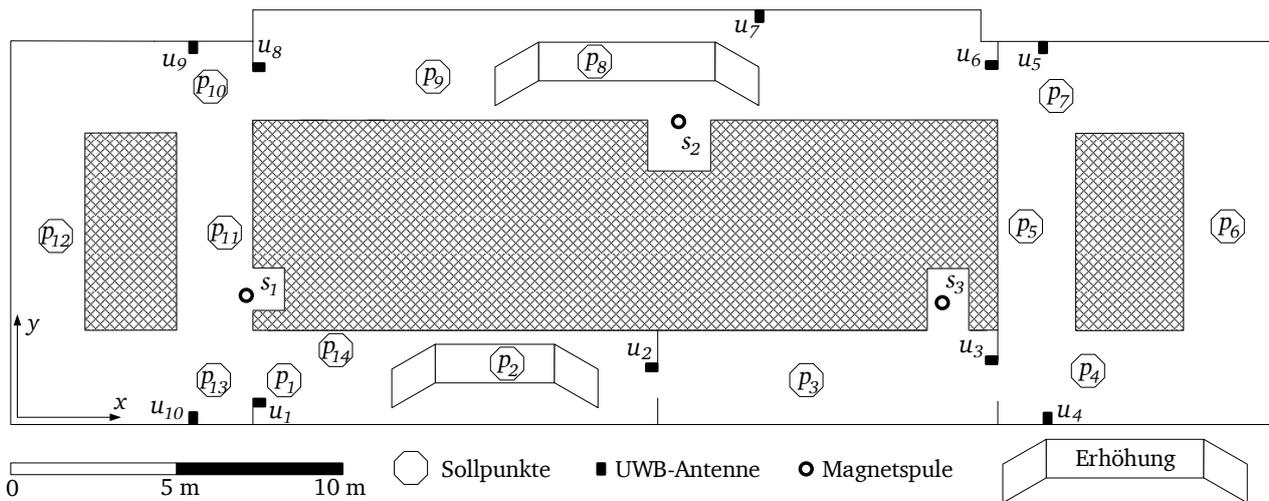


Abbildung 7.2.: Testumgebung im Institutsgebäude

Abbildung 7.2 zeigt eine maßstabgetreue Skizze der Testumgebung mit entsprechender Kennzeichnung der vermarkten Sollkoordinaten  $p_1 - p_{14}$  sowie den Referenzpunkten der UWB-Antennen  $u_1 - u_{10}$  und den elektromagnetischen Spulen  $s_1 - s_3$ . Das gesamte Areal umfasst eine Fläche von etwa  $300 \text{ m}^2$ , wobei die karierten Bereiche unzugängliche, hauptsächlich aus Betonwänden bestehende Gebiete beschreiben. Für eine Realisierung signifikanter Höhenunterschiede wurden außerdem, wie in Abbildung 7.3 gezeigt, an zwei Stellen etwa sieben Meter lange und ein Meter hohe Erhebungen installiert. Abbildung 7.4 zeigt einen realen Teilabschnitt des Testfeldes.



Abbildung 7.3.: Befahrbare Erhebung

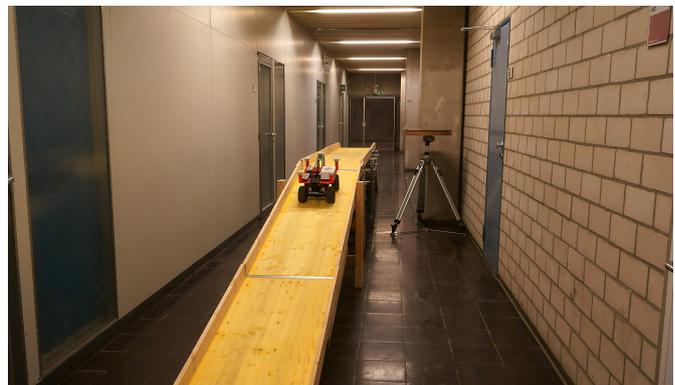


Abbildung 7.4.: Ausschnitt des realen Testfeldes

Die Bestimmung der mit Reflektorfolie vermarkten Sollpunkte erfolgte auf Basis eines Ringpolygonzuges mit Punkt  $p_1$  als Koordinatenursprung. Die  $x$ -Achse zeigt entlang des Korridors in Richtung des Punktes  $p_3$  und die dazu orthogonale  $y$ -Achse komplettiert ein rechtshändiges Koordinatensystem. Tabelle 7.1 stellt die dreidimensionalen lokalen Koordinaten der Sollpunkte zusammen. Dabei wurde eine Genauigkeit von etwa  $\pm 3 \text{ mm}$  erreicht. Aus Gründen der Übersicht ist in den folgenden Darstellungen hingegen eine Rundung auf  $0,01 \text{ cm}$  durchgeführt.

Punkt	x [m]	y [m]	z [m]
$p_1$	9,00	2,00	0,00
$p_2$	15,54	2,02	1,02
$p_3$	24,82	2,00	0,00
$p_4$	33,28	2,23	0,00
$p_5$	32,34	6,61	0,00
$p_6$	37,50	6,60	0,00
$p_7$	32,18	10,67	0,00

Punkt	x [m]	y [m]	z [m]
$p_8$	18,74	11,03	0,82
$p_9$	14,35	11,10	0,00
$p_{10}$	7,04	10,69	0,00
$p_{11}$	7,51	6,00	0,00
$p_{12}$	2,19	6,00	0,00
$p_{13}$	6,88	1,94	0,00
$p_{14}$	10,02	2,78	1,20

**Tabelle 7.1.:** Koordinatenliste des lokalen Sollpunktfeldes

Die Punkte  $p_2$  und  $p_9$  sind Bestandteil von Erhebungen und beinhalten somit eine von null verschiedene  $z$ -Koordinate. Diese lassen sich über die in Abbildung 7.3 gezeigten Schrägen befahren, sodass dabei auftretende Geschwindigkeitsänderungen der Plattform nach den Ausführungen aus Abschnitt 5.3.2.3 beschrieben werden können.

Ausgehend von den Festpunkten schloss sich die Einmessung sämtlicher Magnetspulen und Referenzpunkte der UWB-Sensoren an. Während die Spulen auf Stativen horizontiert wurden, erfolgte die Anbringung der UWB-Sensoren nach Abschnitt 3.1.2 an für dieses Areal geometrisch günstigen Punkten unter der Raumdecke. Die zugrundeliegenden UWB-*pitch*-Winkel (Abbildung 2.3) liegen in allen Fällen bei etwa  $45^\circ$  und die UWB-*yaw*-Drehungen wurden so gewählt, dass die Korridore möglichst flächendeckend zu beobachten sind. Eine Auflistung der über Richtungs-, Zenitwinkel-, und reflektorloser Distanzmessung bestimmten UWB-Sensorkoordinaten ist in Tabelle 7.2 gezeigt. Die Zusammenstellung entsprechender *yaw*-Drehungen folgt in Anhang A.2.

Punkt	x [m]	y [m]	z [m]
$u_1$	8,72	1,97	3,00
$u_2$	21,51	1,97	3,03
$u_3$	30,98	1,94	2,34
$u_4$	32,39	0,98	2,73
$u_5$	32,24	12,24	3,07

Punkt	x [m]	y [m]	z [m]
$u_6$	30,98	10,99	2,15
$u_7$	22,91	11,90	2,36
$u_8$	8,71	11,03	2,57
$u_9$	7,38	12,25	3,06
$u_{10}$	7,38	0,97	2,70

**Tabelle 7.2.:** Koordinatenliste der UWB-Antennen

Des Weiteren listet Tabelle 7.3 die Koordinaten der eingemessenen horizontierten Magnetspulen auf. Diese befinden sich über den in Abbildung 7.2 entsprechend markierten Bodenpunkten. Die angegebene Höhe bezieht sich dabei auf das Spulenzentrum.

Punkt	x [m]	y [m]	z [m]
s <sub>1</sub>	7,98	4,13	1,00
s <sub>2</sub>	21,45	10,08	1,00
s <sub>3</sub>	30,72	3,63	1,00

Tabelle 7.3.: Koordinatenliste der Magnetspulen

## 7.2 Erfassung und Auswertung empirischer Daten

Die vorgenommenen Untersuchungen thematisieren einen Vergleich zweier Kombinationen der Sensorfusion. Die dafür angesetzte Signalverarbeitung basiert in dieser Arbeit ausschließlich auf dem Postprocessing von empirischen Daten, deren Erfassung über die manuell gesteuerte Sensorplattform (Abbildung 7.1) im Rahmen der Testumgebung durchgeführt wird. Neben den Beobachtungen von UWB, MILPS und Inertialinformation erfolgt über die Smartphonekamera am Plattformende eine videotechnische Erfassung der überfahrenen Strecke. Aus den dabei erhaltenden Filmdateien lässt sich neben der Synchronisierung jeglicher Sensorsysteme auch ein Soll-Ist-Vergleich für Aussagen zur äußeren Genauigkeit durchführen. Abbildung 7.5 zeigt den schematischen Aufbau dieser gesamten Sensorinfrastruktur.

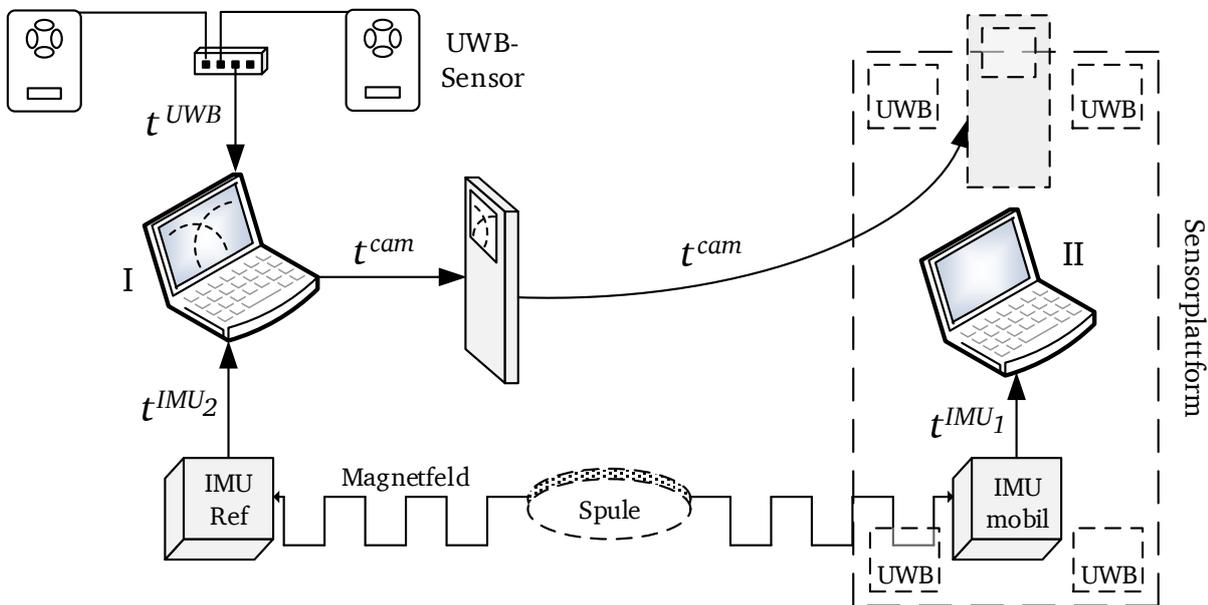


Abbildung 7.5.: Infrastruktur der Sensorsysteme

Abschnitt 7.2.1 beschreibt zunächst die Datenaufnahme über die verschiedenen Sensorkomponenten, während die notwendige Synchronisierung der dabei zugrundeliegenden unabhängigen Zeitreferenzen sowie die Ermittlung der Solltrajektorie im Folgeabschnitt 7.2.2 erläutert wird.

## 7.2.1 Infrastruktur der Datenaufnahme

Da in dieser Arbeit auf eine echtzeitfähige Umsetzung verzichtet wird, erfolgt die Datenverarbeitung getrennt von der Datenerfassung. Diese basiert auf einer Infrastruktur unabhängiger Sensor- und Rechnerkomponenten. Während die mobile IMU Inertialdaten, Magnetfeld und den Umgebungsdruck an der Plattform beobachtet, erfolgt die Messung von AoA und TDoA (Abschnitte 2.2.1 und 2.2.2) über die befestigten UWB-Sensoren sowie den am Fahrzeug installierten UWB-Tags. Die Smartphonekamera befindet sich während der Fahrt etwa 20 cm über dem Untergrund und registriert neben den überfahrenen Markierungen an den Sollpunktstellen auch Beschleunigungsvorgänge aus der Ruhe. Ein weiterer, zur eingesetzten IMU baugleicher Inertialsensor, beobachtet an einem bekannten Referenzpunkt außerdem Luftdruck und magnetische Flussdichte. Abbildung 7.5 zeigt neben den Zusammenhängen dieser Sensorstruktur außerdem die unabhängigen Zeitstempel aller erfassten Sensordaten.

Grundlage der Datenspeicherung bildet die im Testareal fest installierte Recheneinheit I, sowie der auf der Plattform angebrachte Datenlogger II. Beide Rechner basieren auf einem 64-Bit-Windows® Betriebssystem und bieten die Möglichkeit einer einfachen Ansteuerung der eingesetzten Sensorsysteme. Rechner I besteht aus einem 15-Zoll Laptop mit Intel® i5-Core Prozessor. Recheneinheit II bezeichnet das auf einem Intel® QuadCore basierende *PICO-P910* der Firma *VIA Technologies*, welches sich mit einer Bemaßung von etwa 10 × 7 cm sowie einem Gewicht von 200 g ideal als mobiler Datenlogger eignet [VIA Technologies, 2017]. Über die USB 3.0 Schnittstellen ist darüber hinaus eine unkomplizierte Datenübertragung gewährleistet. Rechner I realisiert die Ansteuerung des UWB-Systems sowie der statischen Referenz-IMU während Rechner II die Kommunikation mit dem auf der Plattform installierten mobilen Inertialsensor gewährleistet. Eingesetzt werden dabei die von den Sensorherstellern bereitgestellten Softwaretools. Da diese die entsprechenden Zeitstempel der Messungen voneinander unabhängig definieren und somit keine globale Referenzzeit besteht, sind die Systemzeiten der einzelnen Sensorkomponenten nicht synchron. Die UWB-Beobachtungen liegen bezüglich der UWB-Systemzeit  $t^{UWB}$  vor und die erfassten Inertialdaten der mobilen sowie der Referenz-IMU beziehen sich auf  $t^{IMU_1}$  bzw.  $t^{IMU_2}$ .

Für eine Auswertung nach den Methoden der Sensorfusion erfolgt deshalb eine Vereinheitlichung dieser Zeitreferenzen anhand einer vierten Systemzeit  $t^{cam}$ , definiert durch die im Smartphone integrierte Kamera. Zur Anwendung kommt dabei das *iPhone 3GS*, welches je nach Beleuchtung Videoaufnahmen mit einer maximalen Bildfrequenz von  $f_{cam} = 30 \text{ fps}^1$  ermöglicht [Apple, 2017] und sich somit als optisches Abtastsystem mit einer Bildwiederholungsrate von  $\frac{1}{f_{cam}} = \Delta t_{cam} = 0,033 \text{ s}$  nutzen lässt.

Vor der Datenaufnahme wird die Sensorplattform im Testareal so über einen Sollpunkt platziert, dass die entsprechende Markierung bei angebrachtem Smartphone im Kamerabild zu sehen ist. Dieser Punkt dient als bekannte Startposition der Testfahrt. Über die Softwareprogramme an den beiden Recheneinheiten werden die Messungen der Inertialsensoren sowie des UWB-Systems gestartet. Während sich nach Hellmers u. a. [2014] eine IMU-Abtastfrequenz von 200 Hz als ideal erwiesen hat, beobachtet das UWB-System in einem Zeitintervall von einer Sekunde. Die Umschaltrate der MILPS-Stromrichtung liegt bei  $\Delta t_u = 0,5 \text{ s}$ , sodass die nacheinander geschalteten Spulen für 1 s aktiv sind. Das resultierende Magnetfeld wird zeitgleich sowohl vom mobilen als auch vom statischen Inertialsensor gemessen.

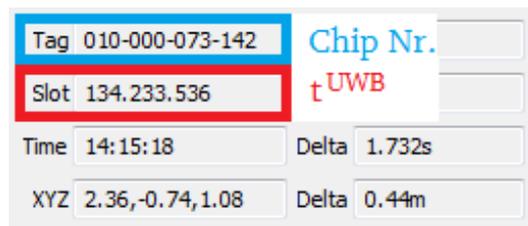


Abbildung 7.6.: Screenshot der Ubisense-Messung

<sup>1</sup> frames per second, deutsch: Bilder pro Sekunde

Nach Messstart des Ubisense-Systems erfolgt die Platzierung eines entsprechenden Tags in beobachtbarer Reichweite eines beliebigen UWB-Sensors. Bezüglich der UWB-Messfrequenz erfolgen AoA-, und bei LoS zu mindestens zwei Sensoren, TDoA-Beobachtungen, welche inklusive Systemzeit  $t^{UWB}$  auf dem Bildschirm von Rechner I graphisch angezeigt werden. Ein Ausschnitt des Screenshots ist in Abbildung 7.6 gegeben. Der mit 'Slot' gekennzeichnete Eintrag bezieht sich dabei auf einen von der Ubisense-Software festgelegten Startzeitpunkt und bildet den Zeitstempel des aktiven UWB-Tags. Ein Slot entspricht dabei einer Zeit von  $27\text{ ms}$ . Verdeutlicht wird somit im Beispiel der Abbildung die Beobachtung zur UWB-Systemzeit  $134.233.536 \cdot 27\text{ ms} = 1006.75152\text{ h}$ .

Anschließend wird die Videoaufnahme mit der Smartphonekamera gestartet. Da die GUI<sup>2</sup> der Ubisense-Software bei jeder Messung in Echtzeit aktualisiert wird, erfolgt eine Filmaufnahme des Bildschirms an Rechner I, sodass die durchgeführten UWB-Beobachtungen im Video erfasst werden. Nach Registrierung von zwei UWB-Messungen durch die Kamera folgt bei fortlaufendem Film deren Anbringung an der Fahrzeugrückseite. Für die eigentliche Testfahrt wird die Plattform anschließend in Bewegung gesetzt, sodass im Kamerabild zunächst die Beschleunigung aus der Ruhe, und bei Überfahren der Sollpunkte, entsprechende Bodenmarkierungen beobachtet werden. Nach Beendigung der Testfahrt, welche durch ein Abbremsen bis zum Stillstand charakterisiert ist, erfolgt eine abermalige Beobachtung des Bildschirms (Abbildung 7.6) an Rechner I, bevor der Kamerafilm gestoppt wird. Neben den UWB-Beobachtungen inklusive Referenzzeit  $t^{UWB}$  ist im Video demnach auch die gesamte Testfahrt mit der Bezugszeit  $t^{cam}$  enthalten. Zusammengefasst lassen sich für alle verwendeten Sensortechnologien die in Tabelle 7.4 gezeigten Beobachtungen zuordnen. Die Ermittlung einer einheitlichen Zeitreferenz für alle Komponenten ist im nächsten Abschnitt beschrieben.

Komponente	Bezugszeit	Frequenz [Hz]	Beobachtung
IMU <sub>mobil</sub>	$t^{IMU_1}$	200	$\mathbf{a}, \dot{\varphi}, \mathbf{b}, \rho$
IMU <sub>Ref</sub>	$t^{IMU_2}$	200	$\mathbf{b}, \rho$
Kamera	$t^{cam}$	30	Video
UWB	$t^{UWB}$	1	AoA, TDoA
MILPS	$t^{IMU_1}, t^{IMU_2}$	1	$\mathbf{b}_{Spule}$

**Tabelle 7.4.:** Beobachtungen der Sensorkomponenten

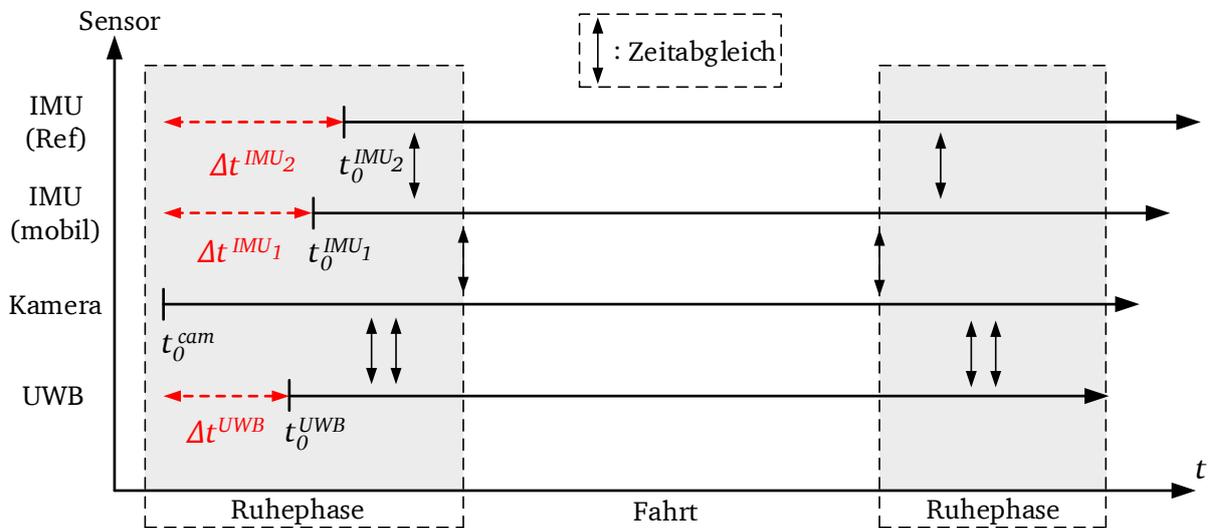
## 7.2.2 Sensorsynchronisierung und Sollpunkte

Die Synchronisierung der verschiedenen Sensorkomponenten besteht aus einer Vereinheitlichung der in Tabelle 7.4 gezeigten unabhängigen Bezugszeiten und geschieht nach abgeschlossener Datenaufnahme über die in Abbildung 7.5 gezeigten Zusammenhänge. Durch das Filmen der an Bildschirm I visualisierten UWB-Slots erfolgt eine automatische Zuordnung von  $t^{UWB}$  und  $t^{cam}$ , sodass im Postprocessing jeder UWB-Zeitstempel einem zugehörigen Zeitpunkt im Kamerafilm zugeordnet werden kann. Für eine genaue Bestimmung im Millisekundenbereich wird der frei zugänglichen Videoeditor *Avidemux 2.6* eingesetzt, welcher die einzelnen Bilder des Videos separiert und mit einer zeitlichen Auflösung von  $1\text{ ms}$  referenziert [Fixounet, 2017]. Begrenzt wird dies durch die Bildrate der verwendeten Kamera von  $30\text{ Hz}$ , was einem Zeitversatz von  $\Delta t^{cam} = 0,033\text{ s}$  entspricht. Bei Annahme, dass ein im Film beobachtetes Ereignis während zwei Kamerabildern eingetreten ist, lässt sich durch lineare Interpolation eine zeitliche Auflösung von  $\frac{\Delta t^{cam}}{2} = \pm 17\text{ ms}$  erreichen.

Da nach Erfassung der diskreten UWB-Messungen am Bildschirm eine Anbringung der fortlaufenden

<sup>2</sup> Graphical User Interface, deutsch: Graphische Benutzeroberfläche

Smartphonekamera am ruhenden Fahrzeug erfolgt, lässt sich die daran anschließende Anfahrt sowohl im Kamerafilm als auch in den entsprechenden Inertialdaten detektieren. Der Zeitpunkt der ersten Fahrzeugbeschleunigung hat somit neben einer Bewegung im Video außerdem einen signifikanten Peak in der  $x$ -Beschleunigung zur Folge, was eine Synchronisierung von  $t^{cam}$  und  $t^{IMU_1}$  ermöglicht. Über diesen Vorgang liegen letztlich  $t^{UWB}$ ,  $t^{cam}$  und  $t^{IMU_1}$  im Bezug zu einer einheitlichen, durch die Kamera vorgegebenen Referenzzeit, vor. Da die Datenverarbeitung auf dem Postprocessing basiert, lässt sich über eine abermalige Zuordnung dieser Komponenten nach Beendigung der Testfahrt ein linearer, während der Fahrt auftretender, Uhrendrift als Skalierungsfaktor der verschiedenen Zeitsysteme bestimmen. Weiterhin erfolgt eine Synchronisierung mit der zweiten IMU an der Referenzstation über das Magnetfeld der Spule (Abbildung 7.5). Über die Umschaltung der Stromrichtung und dem entstehenden alternierenden Magnetfeld wird das Rechtecksignal aus Abschnitt 3.2 sowohl an der mobilen als auch der statischen IMU beobachtet. Anhand der zeitlichen Zuordnung entsprechender Signalsprünge an beiden Sensoren folgt die Synchronisierung von  $t^{IMU_1}$  und  $t^{IMU_2}$ . Abbildung 7.7 verdeutlicht die Vereinheitlichung der Bezugszeiten aller Sensorkomponenten.



**Abbildung 7.7.:** Zeitstrahlen der einzelnen Sensorensysteme

An den durch die vertikalen Pfeile gekennzeichneten Stellen erfolgt ein Abgleich beider zugrundeliegenden Zeitreferenzen. Mathematisch wird dabei für das UWB-System sowie den beiden Inertialsensoren die zur Kamerazeit auftretende Differenz  $\Delta t$  bestimmt, was letztendlich zu einer einheitlichen Zeitvorgabe führt. Da der entsprechende Zeitabgleich mehrfach durchgeführt wird, ergibt sich die Ermittlung dieses Versatzes pro Sensor als Mittelbildung. Unter der Annahme einer durch die Smartphonekamera zu erreichenden Auflösung von  $17 \text{ ms}$  folgt bei den in dieser Untersuchung auftretenden Geschwindigkeiten eine  $1\sigma$ -Unsicherheit für die Position von etwa  $1 \text{ cm}$  [Hellmers u. a., 2016b]. Dies unterschreitet die hier angestrebte Genauigkeit um mehr als eine Zehnerpotenz und wird somit vernachlässigt.

Neben der Synchronisierung findet die Smartphonekamera außerdem Anwendung bei der Solltrajektorienbestimmung. Diese ergibt sich ausschließlich aus dem Kamerafilm und ist somit unabhängig von jeglichen Inertial- und externen Messsystemen. Über die Registrierung der überfahrenen Sollpunkte im Videofilm erfolgen deren zeitliche Referenzierungen, welche als Basis für die aus der Datenverarbeitung hervorgehenden Ist-Positionen dienen. Der zugrundeliegende Raumvektor zwischen IMU und Kamerazentrum wird dabei über die aktuelle Orientierung berücksichtigt. Auch hier unterliegen die entsprechenden Ermittlungen einer  $1\sigma$ -Genauigkeit von etwa  $1 \text{ cm}$ , was einen aussagekräftigen Soll-Ist-Vergleich von berechneter und wahrer Trajektorie an den entsprechend markierten Punkten sowie einer Bestimmung der äußeren Genauigkeit ermöglicht.

### 7.3 Empirische Trajektorienbestimmung

In diesem Abschnitt werden die für eine empirische Trajektorienermittlung zugrunde gelegten Einstellungen und Konfigurationen beschrieben. Sie umfassen sowohl die Definition verwendeter Streckenlayouts, als auch sämtliche Parameter bezüglich Ausreißertests und statistischer Kenngrößen innerhalb der Auswertalgorithmik. Ergänzend wird in Abschnitt 7.3.4 eine Methode für die Ermittlung eines globalen Genauigkeitsmaßes zur Beurteilung der Sensorikansätze eingeführt.

#### 7.3.1 Definition der Solltrajektorien

Die Analyse der beschriebenen Positionierungsverfahren erfolgt anhand einer Berechnung von verschiedenen Trajektorien im Areal aus Abbildung 7.2. Als Start- und Zielpunkt sämtlicher durchgeführten Fahrten dient der Punkt  $p_1$ , von dem ausgehend die Sensorplattform über einen festgelegten Weg mit einer für Industrieroboter charakteristischen Geschwindigkeit von etwa  $0,5 \frac{m}{s}$  bewegt wird. Die gleichförmige Verteilung der Sollpunkte  $p_i$  ermöglicht dafür den Einsatz verschiedener Rundkurse. Während die Punkte  $p_1$  bis  $p_{13}$  als Grundlage für die Solltrajektorien dienen, erfolgt an  $p_{14}$  die Installation der Referenz-IMU, welche den Bezugsluftdruck, sowie über einen Soll-Ist-Vergleich des Magnetfeldes, die Spulenkonstante  $\kappa$  aus Abschnitt 3.2.1 liefert.

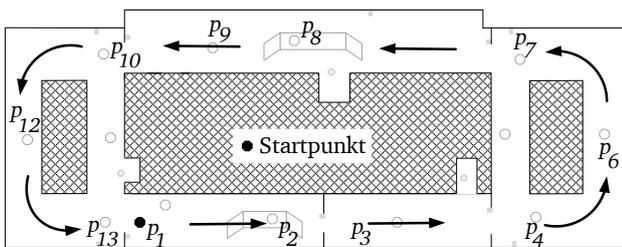


Abbildung 7.8.: Trajektorie 1

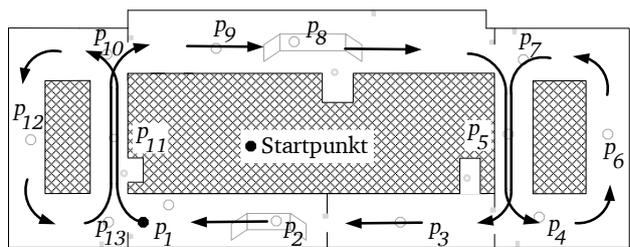


Abbildung 7.9.: Trajektorie 2

In dieser Arbeit wurden zwei Rundkurse willkürlich festgelegt. Die Abbildungen 7.8 und 7.9 zeigen deren Verlauf im Grundriss. Ausgehend vom Startpunkt erfolgt eine respektive Bewegung in Pfeilrichtung für zwei komplette Runden, was jeweils eine vollständige Messfahrt beschreibt. Der erste Weg entspricht einer einfachen kreisförmigen Bewegung gegen den Uhrzeigersinn. Der zweite Streckenentwurf zeichnet sich durch eine komplexe Aneinanderreihung mehrerer Kurven sowie einem durchgeführten ZUPT nach der ersten Runde aus. Die Folgenden Zusammenstellungen zeigen die in beiden Fällen nacheinander abgefahrenen Sollpunkte.

Sollpunkte pro Runde der ersten Trajektorie
$p_1 - p_2 - p_3 - p_4 - p_6 - p_7 - p_8 - p_9 - p_{10} - p_{12} - p_{13} - p_1$

Sollpunkte pro Runde der zweiten Trajektorie
$p_1 - p_{11} - p_{10} - p_{12} - p_{13} - p_{11} - p_9 - p_8 - p_5 - p_4 - p_6 - p_7 - p_5 - p_3 - p_2 - p_1$

Hinsichtlich der kompletten Datenaufnahme erfolgt eine für IMU/UWB sowie IMU/MILPS getrennte Weiterverarbeitung nach den in Kapitel 6 beschriebenen Verfahren der Sensorfusion. Grundlage für die Inertialdatenverarbeitung bildet das in Kapitel 5 beschriebene Dead Reckoning inklusive der erwähnten Bewegungsmodifikationen. Die Zeitpunkte der Zustandsstützung ergeben sich für MILPS über

die entsprechenden Umschaltzeiten der Stromrichtung und für das UWB-System über die Zeitslots aus der Herstellersoftware. Bei Verfügbarkeit von absoluten Beobachtungen folgt die Auswertung nach den Methoden der Kalman Filterung, wobei die notwendigen Beobachtungsgleichungen (6.1) durch die Zusammenhänge (2.1) bis (2.3) bezüglich AoA und TDoA sowie (3.3) bis (3.5) bezüglich MILPS definiert werden. Sämtliche UWB-Beobachtungen sind dabei von der bekannten Sensorposition und Orientierung abhängig, sodass sich ein Übergang der resultierenden AoA- und TDoA-Information in das lokale Koordinatensystem durch die Berücksichtigung der entsprechenden *yaw*- und *pitch*-Winkel ergibt. Die MILPS-Messungen hingegen beziehen sich zu jedem Zeitpunkt auf das Body System der IMU und müssen daher für eine Beschreibung der äußeren Geometrie in das lokale System transformiert werden. Dieser Übergang erfolgt als Rotation auf Grundlage der momentanen Zustandsorientierung. Nach (4.18) wird dabei eine Drehung

$$\mathbf{b}_i^{lokal} = \mathbf{R}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{b}_i^{body} \quad (7.1)$$

durch das momentane Orientierungsquaternion  $\mathbf{q}$  durchgeführt, was letztlich die lokalen Magnetfeldkomponenten  $\mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$  der Spule  $i$  liefert.

### 7.3.2 Eliminierung grober Beobachtungsfehler

Aufgrund der in Abschnitt 7.2 angesprochenen Störeffekte, die speziell bei elektromagnetischen Wellen Mehrwegausbreitung und Signalverzögerungen nach sich ziehen, sind die erfassten Beobachtungen der äußeren Geometrie durch temporär auftretende Ausreißer gekennzeichnet. Diese werden nicht durch ihre angenommene Statistik beschrieben und haben somit einen *Verschmierungseffekt*<sup>3</sup> zur Folge, sodass die Kalman Filterung in diesem Fall keine erwartungstreue Lösung liefert. Aufgrund dessen ist zu jedem Stützungszeitpunkt eine Ausreißerdetektion für die absoluten Beobachtungen durchzuführen, welche sich nach Abschnitt 6.2 auf zwei verschiedene Arten realisieren lässt. Grundlage bildet immer der auf Überschreiten eines vorgegebenen Grenzwertes zu untersuchende Innovationsvektor. Das in Abschnitt 6.2.2 gezeigte Verfahren betrachtet dabei die aus den einzelnen Vektorelementen hervorgehende Quadratsumme und führt einen auf der zugrundeliegenden Statistik beruhenden Hypothesentest durch. Dem Privileg, dass sich dabei eine Ausreißererkenntnis stochastisch begründen lässt und somit keine Erfahrungswerte angesetzt werden müssen, steht der Nachteil gegenüber, dass grobe Fehler durch die Absolutbeträge der Innovation definiert werden. Weist die Diskrepanz zwischen Messung und der in den Beobachtungsraum transformierten Prädiktion somit einen großen Wert auf, steigt an dieser Stelle die Wahrscheinlichkeit für einen Ausreißer. Gerade bei der Winkelmessung jedoch ist diese Differenz von der Distanz zum entsprechenden Referenzpunkt abhängig. Kurze Entfernungen zwischen Plattform und UWB-Antenne können daher zu großen Einträgen im Innovationsvektor führen, obwohl sich der Unterschied zwischen prädizierter und durch die Winkelmessung definierter Position im Rahmen der angenommenen Messgenauigkeit befindet. Deshalb wird bei der Ausreißerdetektion bezüglich AoA-Beobachtungen auf den statistischen Ansatz verzichtet.

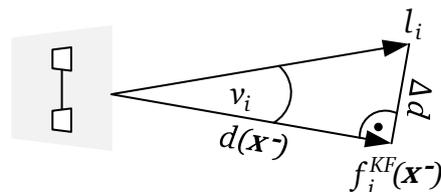


Abbildung 7.10.: Ausreißertest für AoA-Beobachtungen

<sup>3</sup> Als Verschmierungseffekt wird die Manipulation der zu bestimmender Parameter durch grober Fehler bezeichnet

Stattdessen erfolgt hier eine Verifizierung von groben Fehlern auf Grundlage einer Distanzberechnung, welche aus den entsprechenden Elementen des Innovationsvektors nach (6.3) resultiert.

Im Folgenden beschreibt die Stelle  $i$  eine beliebige AoA-Beobachtung. Es wird vorausgesetzt, dass die Differenz  $\nu_i$  zwischen beobachtetem Winkel  $l_i$  und prädiziertem Winkel  $f_i^{KF}$  ein rechtwinkliges Dreieck aufspannt, bei welchem die Ankathete durch die prädizierte Strecke  $d$  beschrieben werden kann. In diesem Fall definiert die Gegenkathete  $\Delta d$  die Diskrepanz zwischen Messung  $l_i$  und Prädiktion  $\mathbf{x}^-$  in einer metrischen Einheit, was in Abbildung 7.10 gezeigt ist.

Da die Entfernung über den prädizierten Zustand ermittelt wird, folgt über  $\Delta d = \tan(\nu_i) \cdot d$  die zugrundeliegende Abweichung zwischen Messung und Prädiktion. Dieser wird im Folgenden als Maß für die Aufdeckung grober Fehler angesehen. Der Innovationstest aus Abschnitt 6.2.1 lässt sich dadurch erweitern, sodass alle AoA-Beobachtungen eliminiert werden, für die

$$\tan(|\nu_i|) \cdot d(\mathbf{x}^-) > \varepsilon_{KF}$$

gilt. Der Grenzwert  $\varepsilon_{KF}$  beruht dabei auf Erfahrungswerten und ist hier mit einem Betrag von  $3\text{ m}$  angesetzt. Ergänzend ist zu erwähnen, dass für die TDoA-Messungen kein Ausreißertest durchgeführt wird, da grobe Fehler hier bereits durch die Herstellersoftware erkannt und eliminiert werden.

Auch bei MILPS ist auf einen statistischen Ausreißertest verzichtet. Da sich das erfasste Magnetfeld exponentiell mit dem Abstands zur Spule ändert, kann auch hier eine große Diskrepanz zwischen Messung und Prädiktion ohne das Vorhandensein von Fehlmessungen vorliegen. Im Gegensatz zu dem für die AoA-Beobachtungen beschriebene Eliminierung erfolgt im Rahmen der MILPS-Stützung ein Plausibilitätstest nach dem eigentlichen Filterungsschritt. Dabei wird überprüft, ob sich die Differenz aus gestützter und prädizierter Position innerhalb eines vordefinierten Schwellwertes befindet:

$$|\mathbf{x}^+ - \mathbf{x}^-| < \varepsilon_{KF}.$$

Schlägt dieser Test fehl, wird die komplette triaxiale Beobachtung als Ausreißer detektiert und die Zustandsstützung wird wieder verworfen. Auch hier wird  $\varepsilon_{KF}$  empirisch mit  $3\text{ m}$  angenommen.

### 7.3.3 Statistische Annahmen

Tabelle 7.5 zeigt eine Übersicht sämtlicher in dieser Arbeit angesetzter Genauigkeiten.

Beobachtung	Genauigkeit $\sigma$	Beobachtung	Genauigkeit $\sigma$
$b_x, b_y, b_z$	$\sqrt[3]{d} \cdot mGs / \sqrt[3]{m}$	$\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$	$\sigma$ nach (5.4)
AoA	$0,8^\circ$	$\dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z$	$\sigma$ nach (5.4)
TDoA	$0,05\text{ m}$	$x_0, y_0, z_0$	$0,1\text{ m}$
		$\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$	$0,01\text{ m/s}$
		$\mathbf{q}_0$	$0,01$

**Tabelle 7.5.:** Genauigkeiten absoluter (links) und relativer Beobachtungen (rechts)

Während sich die Beträge bezüglich der UWB-Messungen aus empirisch durchgeführten Langzeitbeobachtungen ergeben, wird die Ansetzung bei MILPS dadurch begründet, dass die magnetische Signalintensität nach (3.7) mit der dritten Potenz der Distanz  $d$  (in Metern) zur Spule abnimmt. Für eine Anpassung der Einheit in  $mGs$  erfolgt dabei eine Multiplikation mit dem konstanten Faktor  $1 \cdot \frac{mGs}{\sqrt[3]{m}}$ . Des Weiteren folgen die Genauigkeiten der gemessenen Inertialdaten aus der gleitenden Mittelwertbildung. Die Elemente des Initialzustandes  $\mathbf{x}_0$  für alle Messfahrten werden hingegen manuell festgelegt. Zu den in dieser Arbeit angewendeten statistischen Größen ist zu erwähnen, dass jegliche a priori Varianzfaktoren  $\sigma_0^2 = 1$  gesetzt sind, sodass für sämtliche Varianz-Kovarianz-Matrizen  $\Sigma = \mathbf{Q}$  gilt.

### 7.3.4 Mittlere Quadratische Abweichung

Die durchgeführte Genauigkeitsuntersuchung der Positionierungsalgorithmik basiert auf einem Soll-Ist-Vergleich an den Sollpunktüberfahrten. Die Smartphonekamera stellt dabei ein unabhängiges Messsystem zur Verfügung, welches die Ist-Positionen an den entsprechenden Stellen liefert und somit über die Beträge resultierender Soll-Ist-Differenzen zu einer *äußeren Genauigkeit* führt. Im Hinblick auf eine Beurteilung der verschiedenen Ergebnisse untereinander ist es jedoch sinnvoll, die Information der äußeren Genauigkeit in einem einzigen Parameter auszudrücken. Dieser wird über die Gesamtheit aller Soll-Ist-Differenzen ermittelt und im Folgenden als *Mittlere Quadratische Abweichung* (MQA) bezeichnet:

$$\hat{\sigma}_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (p_i^{soll} - p_i^{ist})^2}. \quad (7.2)$$

Sie stellt nach Niemeier [2008] eine wesentliche Kenngröße eines Messverfahrens dar und wird somit als globales Maß für die Genauigkeit einer einzelnen Messfahrt verwendet.

### 7.3.5 Vergleich der Fusionierungsansätze

In diesem Abschnitt werden ausführlich die Ergebnisse aus den empirisch ermittelten Trajektorien dargestellt und diskutiert. Neben der Visualisierung jeglicher Berechnungen erfolgen aussagekräftige Gegenüberstellungen der äußeren Genauigkeit für die verschiedenen Fusionsansätze. Dabei werden die Soll-Ist-Abweichungen an den Sollpunkten für Lage und Höhe getrennt voneinander betrachtet. Des Weiteren erfolgt eine Bewertung der Luftdruckhinzunahme zur kontinuierlichen Stützung der  $z$ -Koordinate. Die Ermittlung der MQA liefert dazu einen allgemeinen Parameter für die globale Genauigkeit einer gesamten Messfahrt. Der Auswertalgorithmus bezieht sich ausschließlich auf das Verfahren des IKF. Eine Betrachtung der AKF-Methodik erfolgt in Abschnitt 7.3.6.

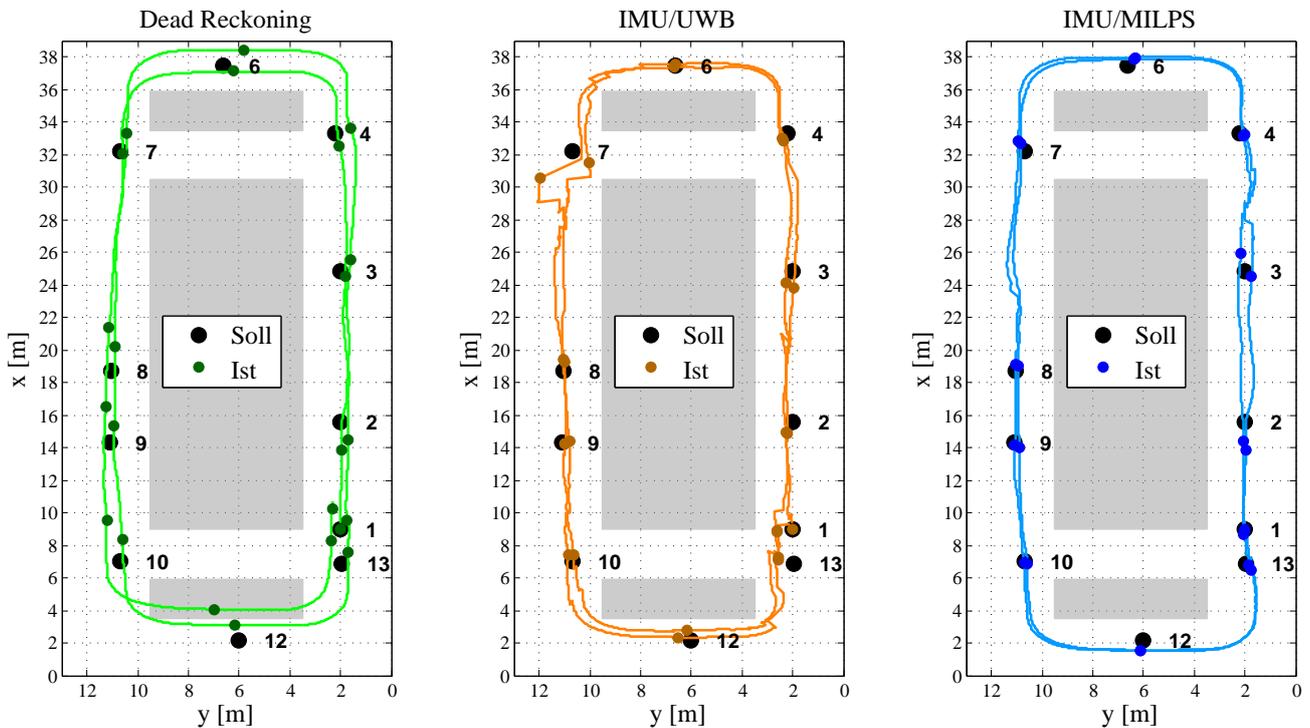


Abbildung 7.11.: Trajektorie 1 im Grundriss

Abbildung 7.11 zeigt den Grundriss der aus den unterschiedlichen Sensorikansätzen berechneten Trajektorienverläufe bezüglich der Messfahrt im ersten Layout. Sämtliche Ist-Koordinaten während der Sollpunktüberfahrten sind dabei überhöht dargestellt. Der linke Plot visualisiert die Lösung des Dead Reckoning (DR), welches sich ausschließlich aus den durch die IMU erfassten Inertialdaten ergibt. Neben dem allgemeinen Bewegungsmodell aus Abschnitt 5.3.1 werden dabei außerdem die Zustandsmodifikationen aus den Abschnitten 5.3.2.1 bis 5.3.2.3 angewendet. Eine Hinzunahme des Barometers hat auf die Lagebestimmung durch Beschleunigungen und Drehraten keinen Einfluss. Während nach Klingbeil und Romanovas [2014] eine Positionsermittlung durch einfache Integration der Rohdaten bereits nach wenigen Sekunden Drifts von mehreren Metern nach sich ziehen kann, erfolgt durch die in dieser Arbeit angesetzte Signalverarbeitung eine erhebliche Genauigkeitssteigerung. Zwar sind an einigen Punkten Abweichungen zum Soll von bis zu zwei Metern erkennbar, die gesamte Sollform ist hingegen sehr gut approximiert. Dies lässt den Schluss zu, dass gerade die durch die Kreismessungen resultierende Orientierung ohne erkennbare Unsicherheiten ermittelt wird, was mit der Tatsache zu erklären ist, dass Gyroskope geringer auf Erschütterungen reagieren als Beschleunigungssensoren und dadurch kleineren Systematiken ausgesetzt sind. Somit kann für den in dieser Arbeit angesetzten Messzeitraum von etwa 10 Minuten auf eine Stützung der Orientierung verzichtet werden ohne einem signifikanten Informationsverlust bei der Überführung des triaxialen Magnetfeldes nach (7.1) ausgesetzt zu sein.

Der mittlere Plot zeigt die durch IMU/UWB-Integration resultierende Trajektorie. Es ist zu erkennen, dass anhand der Stützung mittels AoA- und TDoA-Beobachtungen an fast allen Sollstellen Genauigkeitssteigerungen eintreten. Die Differenzen zwischen Soll und Ist erstrecken sich dabei zumeist in einem Bereich von unter einem Meter. Einzige Ausnahme bildet der Punkt  $p_7$ , an dem die Trajektorie durch einen sichtbaren Ausreißer gekennzeichnet ist. Dies verdeutlicht, dass durch die Hinzunahme der UWB-Technologie, auch bei Sichtverbindung zu lediglich einem Sensor, grundsätzlich eine Steigerung der Qualität möglich ist. Bei ungünstiger Konfiguration kann die Ansetzung von elektromagnetischen Wellen im Indoor-Bereich jedoch trotz Ausreißereliminierung falsche Daten liefern.

Den wohl glattesten Verlauf in Abbildung 7.11 zeigt die rechte Trajektorie. Daraus wird ersichtlich, dass bei der MILPS-Fusion keine deutlichen Fehlmessungen in Erscheinung treten. Der Soll-Ist-Vergleich zeigt hier an nur wenigen Punkten Abweichungen von deutlich über einem Meter. Abbildung 7.12 stellt diese äußere Genauigkeit anhand eines Balkendiagramms zusammen.

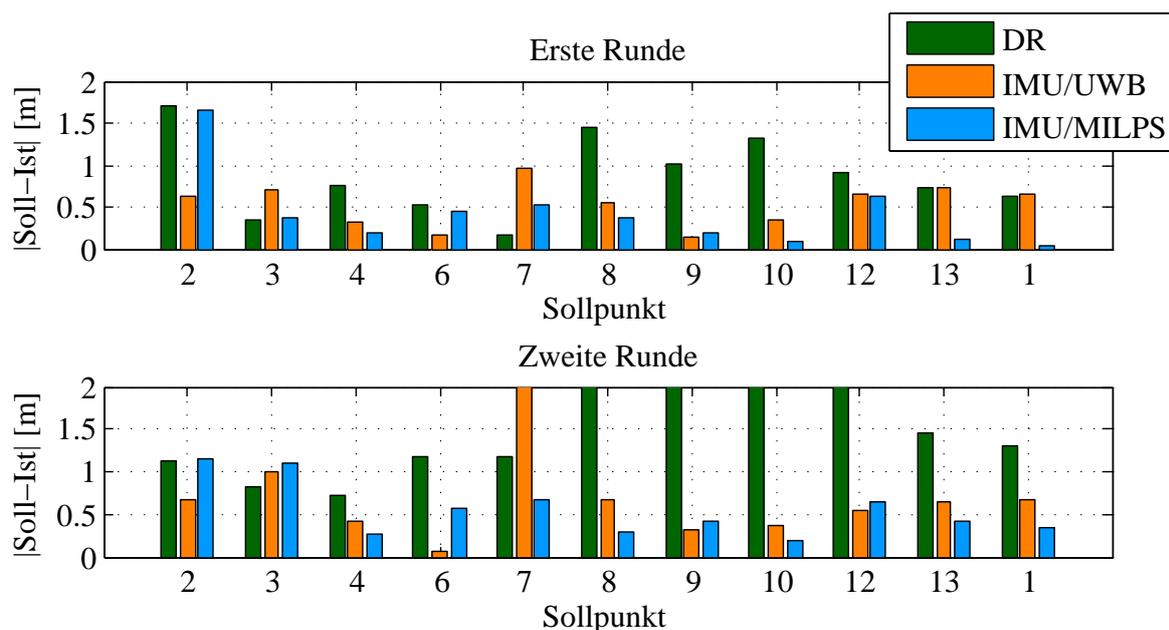
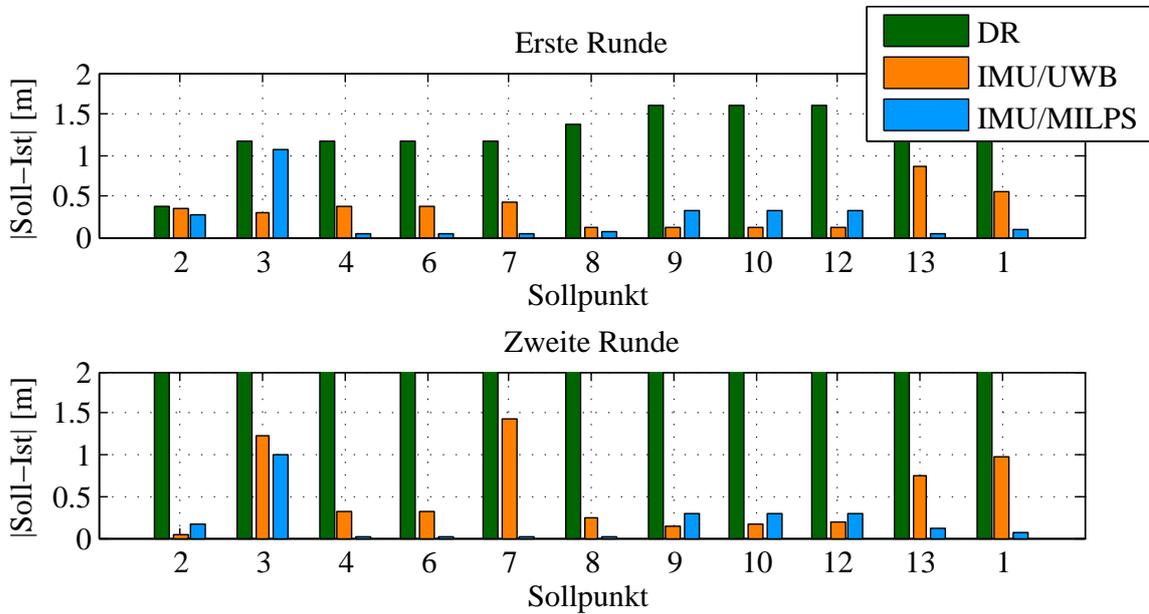


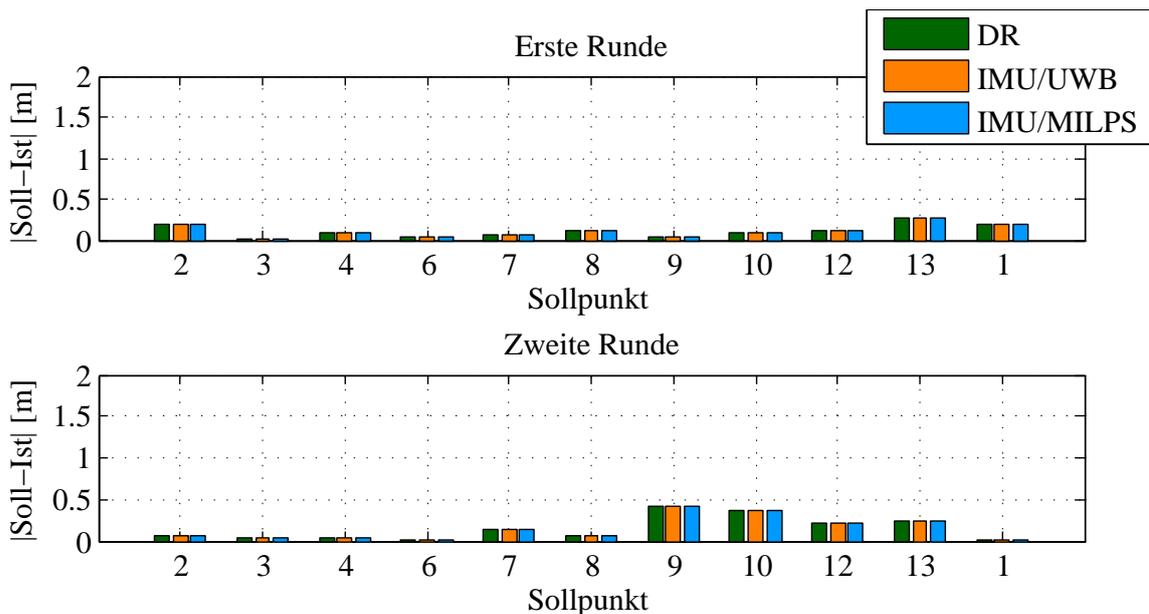
Abbildung 7.12.: Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Trajektorie 1

Dabei werden die aus den Lageplots vermuteten Aussagen bestätigt. Beim DR erfolgt durch die angewendete Bewegungsmodellierung eine langfristige Driftverminderung. Positionsabweichungen hingegen, welche gerade ab der zweiten Runde über zwei Meter hinausgehen, lassen sich nicht gänzlich ausschließen. Gegen Messfahrende ist wiederum ein rückläufiges Abdriften zu beobachten, was durch die erwähnte gute Approximation der Kursform zu erklären ist. Deutlich stabilere Lösungen liefern dagegen die beiden Fusionierungsansätze.



**Abbildung 7.13.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 1

Ein ähnliches Verhalten ergibt sich für den Höhenvergleich. Abbildung 7.13 zeigt die entsprechenden Soll-Ist-Diskrepanzen in der  $z$ -Koordinate. Während die zugrundeliegende Höhenabweichung ohne den Barometereinsatz beim DR an den meisten Sollpunkten über zwei Metern liegt, lässt sich über UWB und MILPS eine deutliche Verbesserung erzielen. Im direkten Vergleich beider externer Technologien liefert



**Abbildung 7.14.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 1 (mit Barometer)

die IMU/MILPS-Integration mit resultierenden Abweichungen von im Allgemeinen unter 0,5 m die genaueren Ergebnisse, während die Peaks bei IMU/UWB an den meisten Stellen etwas darüber liegen. Ergänzend visualisiert Abbildung 7.14 die äußere Höhengenaugigkeit nach Hinzunahme des Luftdrucks. Die Tatsache, dass hierbei alle drei berechneten Trajektorien an jedem Sollpunkt den gleichen Betrag aufweisen, verdeutlicht, dass das Barometer im Vergleich zu UWB und MILPS bei der Höhenbestimmung dominiert. Mit einer maximalen Diskrepanz von etwa 0,5 m (Punkt  $p_9$ ) lässt sich durch die adaptive Filterung in diesem Fall sogar eine höhere Genauigkeit erzielen als für die Lage. Tabelle 7.6 zeigt eine abschließende Übersicht der aus den Soll-Ist-Vergleichen hervorgehenden Mittleren Quadratischen Abweichungen. Die Sensorfusion führt danach zu einer globalen Verbesserung der äußeren Genauigkeit.

		DR	IMU/UWB	IMU/MILPS
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	1,38	0,72	0,62
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z)	2,33	0,57	0,36
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z <sub>Druck</sub> )	0,17	0,17	0,17

Tabelle 7.6.: Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 1

Sowohl für die Lage als auch die Höhe liefert MILPS eine im Vergleich zum UWB-System geringere Gesamtabweichung. Durch die Hinzunahme des relativen Luftdrucks lässt sich außerdem die Genauigkeit in der z-Koordinate für jeden Ansatz signifikant steigern.

Da Trajektorie 1 einer einfachen Kreisbewegung ähnelt und die entsprechende Messfahrt demnach zum Großteil durch gleichförmige Bewegungen gekennzeichnet ist, lässt sich der zugrundeliegende Drift im Dead Reckoning durch die angewandte Signalverarbeitung sowie den Bewegungsmodifikationen auf eine maximale Lageabweichung von unter 3 m beschränken. Die Sensorkopplungen mit UWB und MILPS profitieren davon, sodass für beide Fusionierungsansätze mittlere äußere Abweichungen von deutlich unter einem Meter erreicht werden.

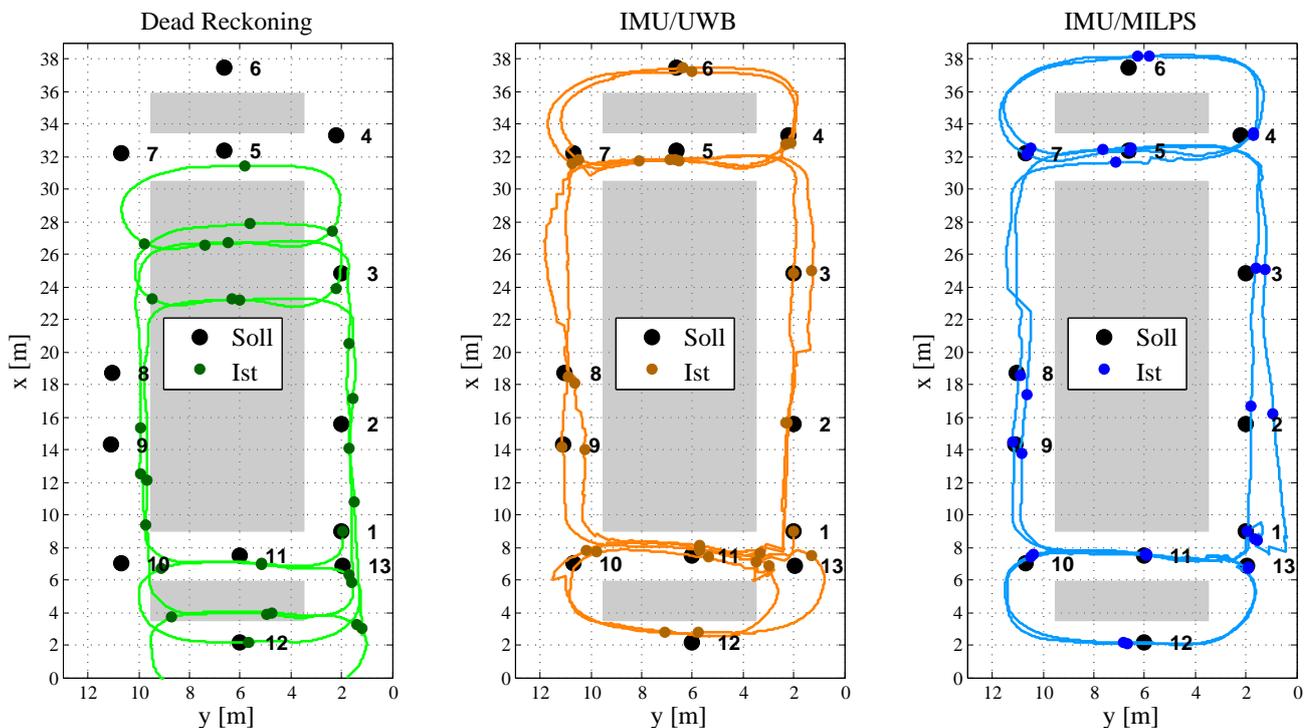
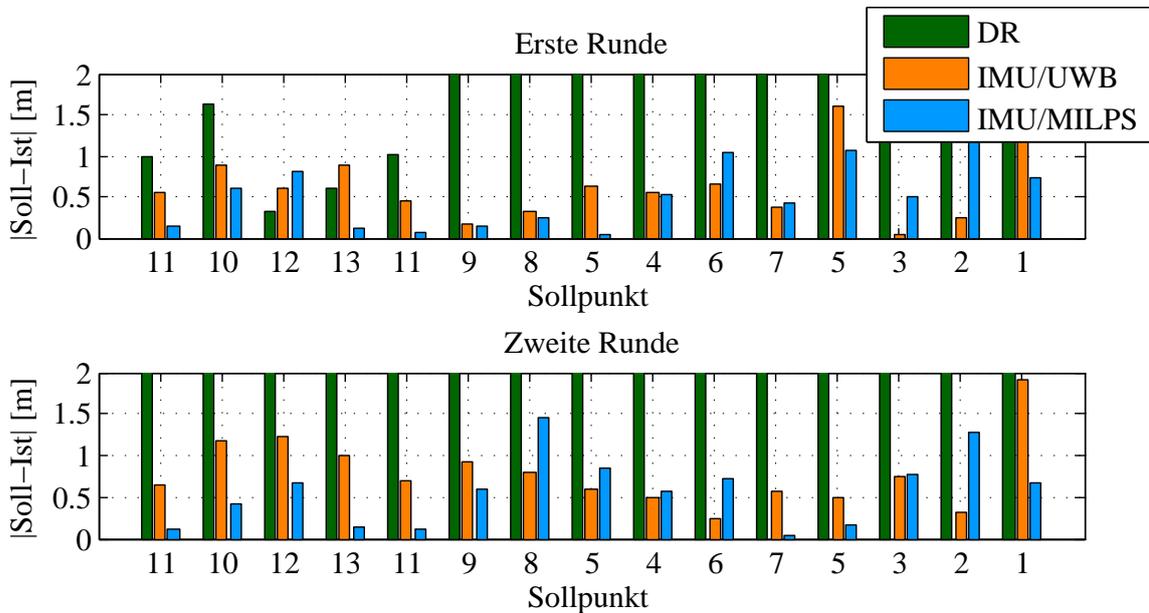


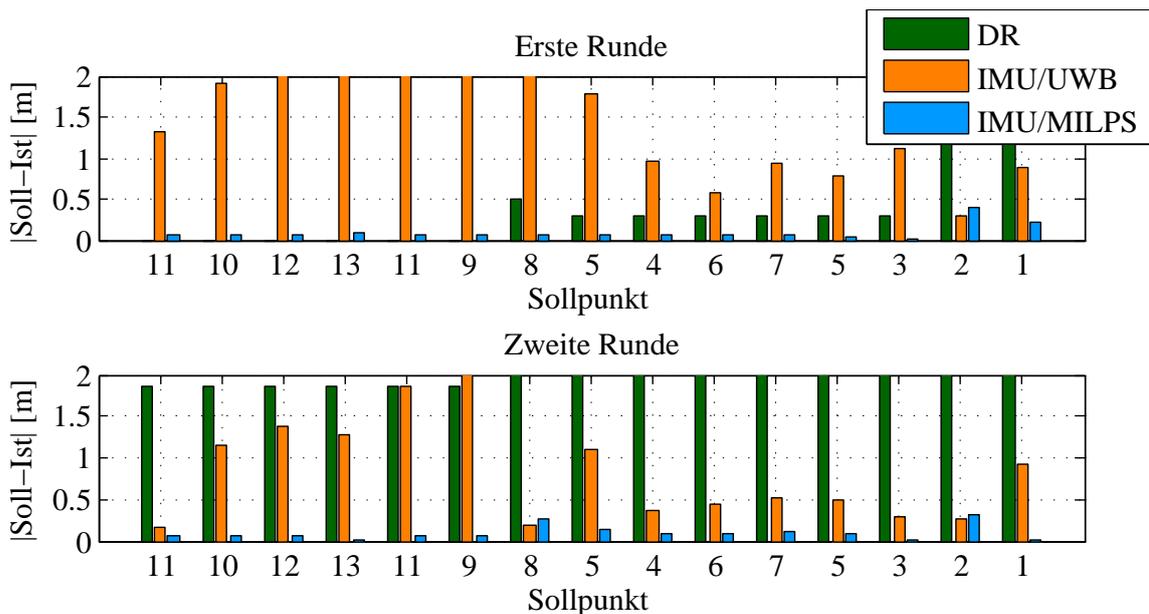
Abbildung 7.15.: Trajektorie 2 im Grundriss

Für eine Untersuchung auf komplexerer Bewegungsgrundlage stellt Trajektorie 2 eine Vielzahl von Richtungsänderungen bereit. Dadurch vergrößert sich der zugrundeliegende DR-Drift, was die Aufgabe einer stabilen Zustandsstützung durch UWB und MILPS anspruchsvoller macht. Abbildung 7.15 visualisiert den berechneten Weg der zweiten Trajektorie. Zwar wiederholt sich beim Dead Reckoning die gute Approximation der Kursform, die Berechnung unterliegt jedoch Abweichungen in der Position von bis zu neun Metern. Verantwortlich ist hierfür sowohl die Aneinanderreihung mehrerer Richtungswechsel als auch eine Erhöhung der Messzeit. Anhand der Soll-Ist-Vergleiche wird jedoch deutlich, dass eine

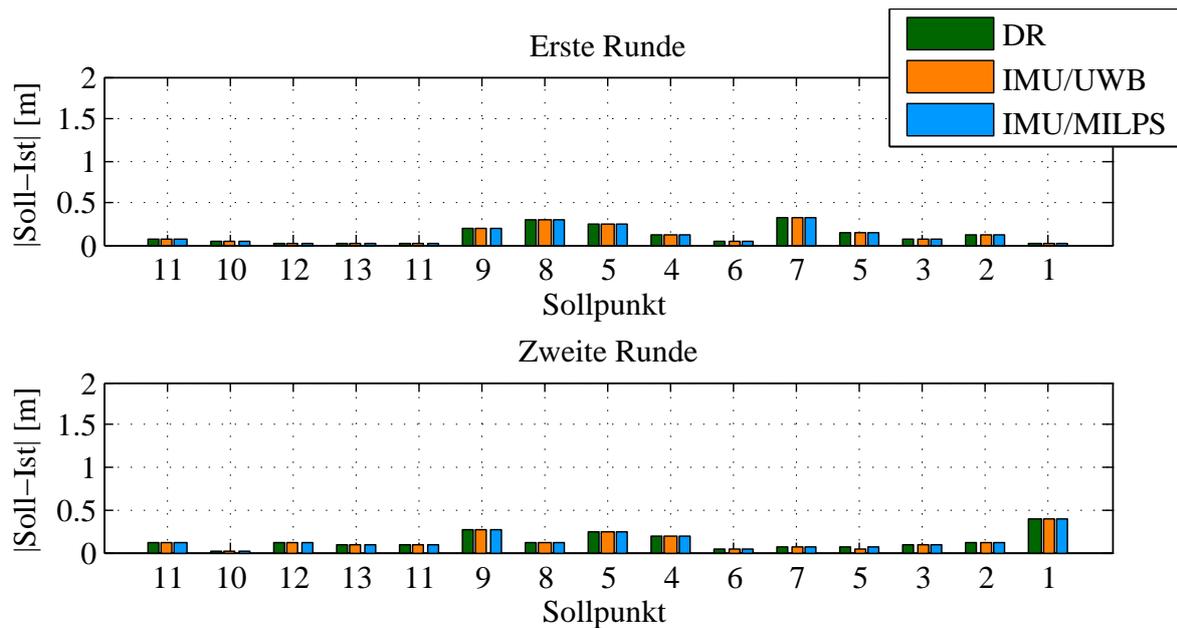


**Abbildung 7.16.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Trajektorie 2

erhebliche Qualitätssteigerung durch beide Fusionierungsansätze erreicht wird. Entsprechende Diskrepanzen liegen zum Großteil unter einem Meter (Abbildung 7.16). Im direkten Vergleich untereinander weist auch hier die auf den Magnetfeldern basierende Technik einen etwas glatteren Verlauf auf.



**Abbildung 7.17.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 2



**Abbildung 7.18.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 2 (mit Barometer)

In Ergänzung zeigen die Abbildungen 7.17 und 7.18 auftretende Abweichungen in der Höhe. Während MILPS in diesem Fall auch ohne die Betrachtung des Barometers zuverlässige Lösungen im Dezimeterbereich liefert, werden bei der Stützung durch UWB größere Peaks deutlich. Beträge von über 1,5 m Metern sind dabei an fast einem Drittel der Sollstellen zu beobachten und somit zeitweise höher als beim reinen Dead Reckoning. Dies zeigt, dass sich die ungünstige Konfiguration der UWB-Sensoren innerhalb des Testareals besonders auf die Höhenbestimmung niederschlägt. Hingegen lassen sich beim Einsatz der Elektromagneten, welche auf der Beobachtung von Raumvektoren basieren, numerische Probleme, wie schleifende Schnitte<sup>4</sup> vermeiden. Die MILPS-Technologie ist deshalb in diesem Kritikpunkt den klassischen geodätischen Verfahren (Strecken und Winkelmessung) im Vorteil.

Eine Hinzunahme des Luftdrucks liefert bei dieser Messfahrt im Vergleich zur reinen IMU/MILPS-Lösung keine signifikante Genauigkeitssteigerung, dominiert jedoch das UWB-System. Differenzen in der Größenordnung von unter 0,2 m an den meisten Sollstellen sind dabei die Folge. Jegliche durch MILPS bzw. UWB bereitgestellte Höheninformation spielt dann wiederum eine untergeordnete Rolle. Tabelle 7.7 zeigt eine Übersicht der MQA für Trajektorie 2.

		DR	IMU/UWB	IMU/MILPS
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	5,50	0,89	0,67
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z)	1,62	1,84	0,13
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z <sub>Druck</sub> )	0,15	0,15	0,15

**Tabelle 7.7.:** Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 2

Die aus den Soll-Ist-Differenzen resultierenden Aussagen werden durch die Betrachtungen von  $\sigma_{\bar{p}}$  bestätigt. Eine mittlere Abweichung von über fünf Metern in der Lage beim Dead Reckoning lässt sich durch die Fusionsansätze auf unter ein Meter beschränken. Hierbei ist MILPS um etwa zwei Dezimeter genauer. Bei der Höhenbestimmung hingegen zeigt sich die Limitierung des vorwiegend auf Winkelmessungen basierenden UWB-Systems. Eine im Vergleich zum DR resultierende höhere mittlere Abweichung

<sup>4</sup> Schleifender Schnitt: Numerisch ungünstige Situation, bei der sich zwei Strahlen unter sehr stumpfem Winkel schneiden

ist die Folge, während die IMU/MILPS-Fusion, wie schon bei Trajektorie 1, zuverlässige Ergebnisse im Dezimeterbereich liefert.

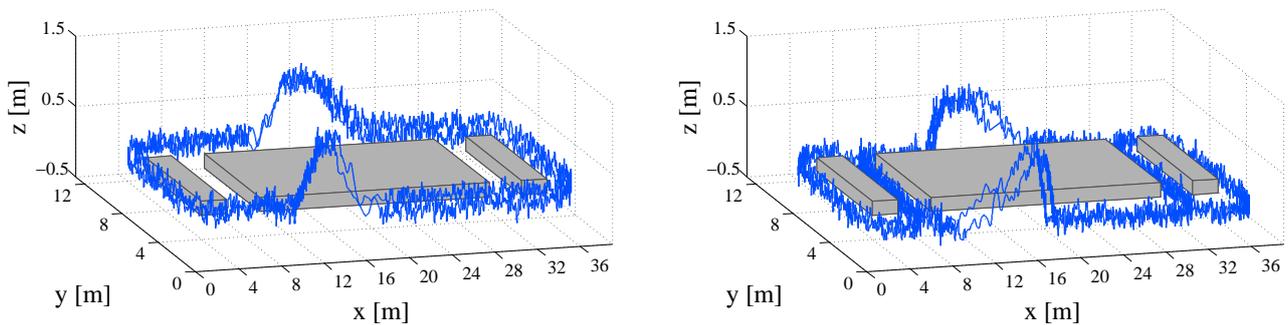


Abbildung 7.19.: 3D-Ansicht Trajektorie 1 (links) und Trajektorie 2 (rechts)

Abbildung 7.19 visualisiert zusammenfassend beide errechneten Trajektorien in einem 3D-Plot. Die durch Wände charakterisierten Areale sind dabei nur angedeutet. Veranschaulicht sind hier die durch IMU/MILPS-Integration ermittelten Messwege inklusive Berücksichtigung der Barometerbeobachtung. Diese ermöglicht in beiden Fällen eine Berechnung der  $z$ -Koordinate im Dezimeterbereich. Jedoch schlägt sich das überlagerte Restrauschen im Luftdrucksignal deutlich auf die Zustandsbestimmung nieder, was die sichtbare Streuung im Höhenverlauf zur Folge hat.

Die bisher gewonnenen Ergebnisse stützen sich auf die empirischen Untersuchungen innerhalb des Testareals bezüglich zweier vordefinierter Bewegungen. Um eine Aussage zur Wiederholbarkeit treffen zu können, werden im weiteren Verlauf die Resultate der Rückwege dargestellt. Dabei erfolgt die Positionierung auf Grundlage der Trajektorien 1 und 2 in entgegengesetzter Richtung. Aufgrund der besseren Übersicht ist dabei ausschließlich eine Zusammenstellung der MQA gezeigt. Die detaillierten Soll-Ist-Vergleiche sind in Anhang A.3 zu finden.

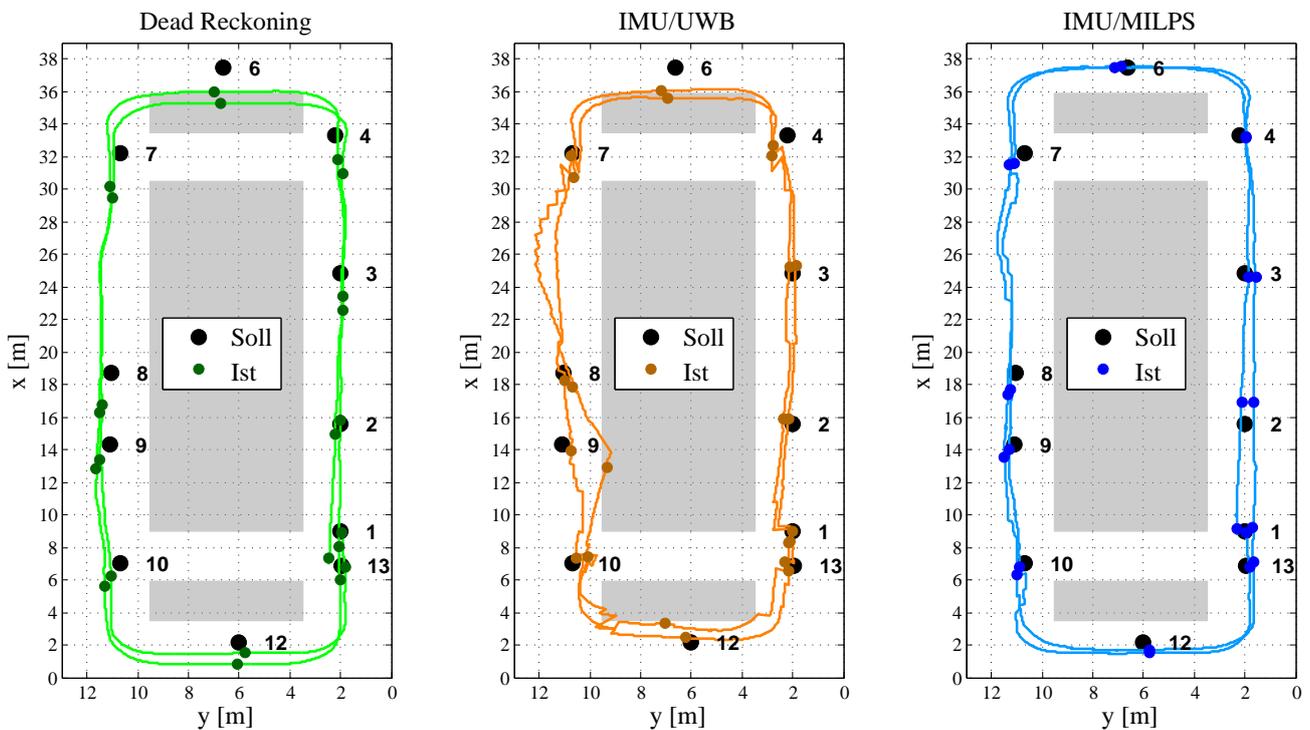


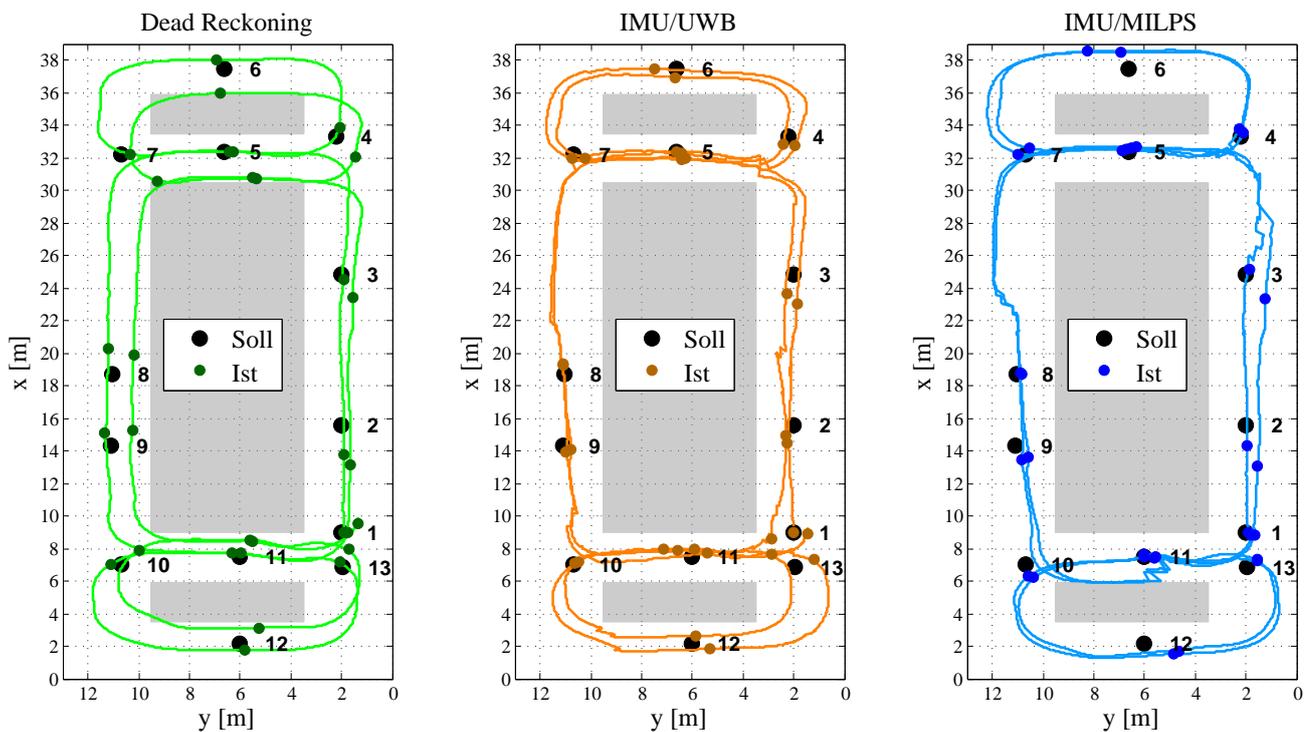
Abbildung 7.20.: Trajektorie 1 im Grundriss (Rückweg)

Abbildung 7.20 zeigt den Grundriss des Rückweges im ersten Streckenlayout. Es bestätigt sich dabei die gute Formapproximation durch das Dead Reckoning. Des Weiteren werden auftretende Positionsabweichungen, in diesem Fall an den Stellen  $p_6$ ,  $p_7$  und  $p_8$ , über die Sensorfusion mit MILPS deutlich reduziert. Im Plot der IMU/UWB-Kopplung zeigt sich hingegen ein auffälliger Peak in der Nähe des Sollpunktes  $p_9$ . Dennoch wird im Allgemeinen eine stabile Lösung erreicht. Tabelle 7.8 stellt die resultierenden MQA zusammen.

		DR	IMU/UWB	IMU/MILPS
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	1,63	1,02	0,73
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z)	1,75	1,53	0,34
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z <sub>Druck</sub> )	0,13	0,13	0,13

**Tabelle 7.8.:** Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 1 (Rückweg)

Dabei wird deutlich, dass die MILPS-Fusion Lagelösungen mit der geringsten mittleren Abweichung nach sich zieht. Auch die Genauigkeit der  $z$ -Koordinate lässt sich hier im Gegensatz zu IMU/UWB signifikant verbessern. Eine erhebliche Qualitätssteigerung erfolgt wiederum für jeden Ansatz durch die Berücksichtigung des Umgebungsdrucks.



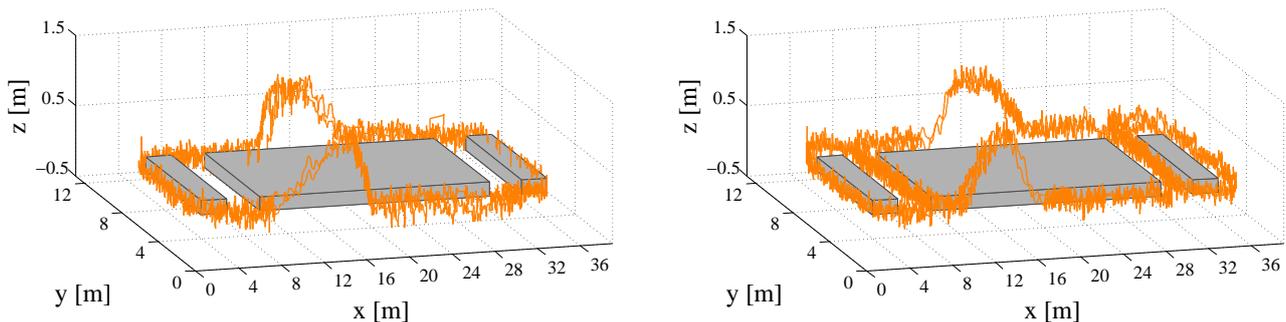
**Abbildung 7.21.:** Trajektorie 2 im Grundriss (Rückweg)

Letztlich visualisiert Abbildung 7.21 den Rückweg von Trajektorie 2. Es ist auffällig, dass der Drift des reinen Dead Reckoning deutlich kleiner ausfällt als beim zugehörigen Hinweg. Dementsprechend ähnlich erscheinen die berechneten Messwege in allen drei Plots. Eine Steigerung der äußeren Genauigkeit ist bei beiden Fusionierungsansätzen dennoch zu erkennen. Dabei liefern UWB und MILPS Genauigkeiten in der selben Größenordnung. Ausreißer aufgrund von Fehlmessungen sind in beiden Fällen nicht zu beobachten. Tabelle 7.9 zeigt eine Zusammenstellung der Mittleren Quadratischen Abweichungen. Im Gegensatz zu den vorherigen drei Messfahrten schneidet die Stützung durch MILPS in der  $xy$ -Ebene im direkten Vergleich der Kopplungsansätze etwas schlechter ab. Eine Lageschätzung mit einer äußeren Genauigkeit von unter einem Meter wird dennoch erreicht. Im Kontrast dazu bestätigen sich die bei den

		DR	IMU/UWB	IMU/MILPS
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	1,20	0,74	0,91
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z)	2,50	0,72	0,35
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z <sub>Druck</sub> )	0,11	0,11	0,11

**Tabelle 7.9.:** Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 2 (Rückweg)

Hinwegen erzielten Ergebnisse für die Höhenstützung. Zusammenfassend visualisiert Abbildung 7.22 die auf IMU/UWB-Fusion basierenden 3D-Trajektorien für die Rückwege.



**Abbildung 7.22.:** 3D-Ansicht Trajektorie 1 (links) und Trajektorie 2 (rechts) der Rückwege

In diesem Abschnitt wurden ausführlich die aus der entwickelten Positionsalgorithmik erreichten Ergebnisse dargelegt und graphisch aufbereitet. Ziel war dabei ein empirischer Vergleich zwischen einem auf UWB-Signalen und Elektromagneten basierenden Auswerteverfahren in Kombination mit einer Inertialmesseinheit. Die Mittlere Quadratische Abweichung liefert dazu ein globales Genauigkeitsmaß. Anhand der visualisierten Soll-Ist-Differenzen sowie der daraus errechneten MQA ist zu erkennen, dass durch die Verfahren der Sensorfusion eine signifikante Genauigkeitssteigerung im Vergleich zum reinen Dead Reckoning erreicht wird. Zwar liefert die IMU hochfrequente Lösungen, jedoch treten trotz der angewendeten Inertialsignalverarbeitung und der anschließenden Bewegungsmodellierung deutliche Drifts in Erscheinung, welche eine dreidimensionale Positionsbestimmung mit einer Genauigkeit im Dezimeterbereich verhindern. Abweichungen zum Soll von bis zu neun Metern (Hinweg Trajektorie 2) sind dabei die Folge. Eine isolierte Anwendung von UWB bzw. MILPS ist in diesem Szenario hingegen nicht zu realisieren (wie in Abbildung 1.1 anfänglich verdeutlicht), da die Verbauung im Testareal sowie die begrenzte Reichweite den notwendigen Signalempfang zu einer ausreichenden Anzahl von Festpunkten weitestgehend verhindert.

Bei den aufgezeigten Untersuchungen liefert die mittels künstlich erzeugter Magnetfelder arbeitende Technologie auf Grundlage der Kalman Filterung genauere Ergebnisse als das industriell genutzte Positionierungssystem. Während die mittlere quadratische Lageabweichung in drei von vier Messfahrten bei IMU/MILPS etwas geringer ausfällt, ist der Qualitätsunterschied bei der Höhenermittlung wesentlich. Ohne die Ansetzung des erfassten Luftdrucks liefert MILPS an den meisten Stellen äußere Genauigkeiten von unter 0,5 m. Die auf UWB basierende Trajektorienermittlung weist in der z-Koordinate hingegen häufig große Diskrepanzen von über zwei Metern auf. Hierbei spiegeln sich die geometrischen Vorteile der auf Elektromagneten beruhenden Technik wieder, welche über die triaxiale Beobachtung eines vektoriiellen Feldes jeden Raumpunkt eindeutig beschreibt und somit die Nachteile bei Winkelmessungen kompensiert. Voraussetzung ist jedoch die genaue Kenntnis der Sensororientierung für eine Überführung des Magnetfeldes ins lokale Koordinatensystem. Ist dies aufgrund zu hoher Drifts nicht gegeben, muss eine orientierungsunabhängige Stützung über die Raumstrecke und den Elevationswinkel nach (3.7) und (3.8) angewendet werden.

Das wohl genaueste Verfahren für die Bestimmung der Höhe realisiert hingegen das Barometer. Durch die Beobachtung des Luftdrucks sowie der Auswertung auf Grundlage zeitlich variabler Filterungskoeffizienten, lassen sich Genauigkeiten im unteren Dezimeterbereich erzielen. Der Umgebungsdruck wird dabei, genau wie die Beschleunigungen und Drehraten, hochfrequent beobachtet (200 Hz), sodass eine entsprechende Verwendung zu jedem diskreten Zeitpunkt  $k$  erfolgen kann. Da die Beobachtungen der absoluten Verfahren im Vergleich dazu niederfrequent vorliegen, wird die Berechnung von  $z$  nach (5.47) wesentlich öfter umgesetzt und dominiert somit eine durch die Kalman Filterung hervorgehende Höhenbestimmung. Auf Grundlage der gezeigten Ergebnisse lässt sich zusammenfassen, dass beide betrachteten Fusionsansätze für die in Kapitel 1 angesprochenen Applikationen verwendet werden können, MILPS jedoch im Allgemeinen den glatteren Trajektorienverlauf liefert.

Da sich die Fusionsalgorithmik bei der gezeigten Analyse auf das klassische Verfahren des Iterativen Kalman Filters bezieht, erfolgt im nächsten Abschnitt eine Beurteilung der Adaptiven Kalman Filterung auf Basis angepasster Gewichte. Eine Untersuchung hinsichtlich Stützung der Orientierung über Basislinien wird in Abschnitt 7.4 diskutiert.

### 7.3.6 Vergleich der Filterungsabwandlungen

Aus den gezeigten Ergebnissen der empirischen Untersuchungen folgt, dass eine Qualitätssteigerung der aufintegrierten Trajektorie durch die absoluten Methoden UWB und MILPS erreicht wird. Grundlage der digitalen Datenverarbeitung bildet das Verfahren des Iterativen Kalman Filters, welches eine Fusion der angesetzten Sensorsysteme über vorher festgelegte Varianzen realisiert. Tabelle 7.5 stellt dafür die zugrundeliegenden Standardabweichungen zusammen. Da sich diese jedoch wiederum aus Langzeitmessungen oder manuellen Abschätzungen ergeben, ist es möglich, dass gerade die Genauigkeiten der absoluten Systeme aufgrund veränderlicher Konfiguration nicht über dem gesamten Messzeitraum repräsentativ erscheinen. Aus diesem Grund wurde in Abschnitt 6.1.2 eine Erweiterung des hier verwendeten Auswertalgorithmus eingeführt, welcher über die Betrachtung der letzten  $m = 10$  Innovationsvektoren eine Varianz Anpassung vornimmt. Dies setzt jedoch für eine Berechnung der empirischen Kofaktormatrix in (6.10) die zu jedem Filterungsschritt gleichbleibende Dimension von  $\mathbf{v}$  voraus. Im vorliegenden Fall variiert die Anzahl an UWB-Beobachtungen in Abhängigkeit des Stützzeitpunktes, sodass sich die Methodik ausschließlich auf die IMU/MILPS-Fusion anwenden lässt.

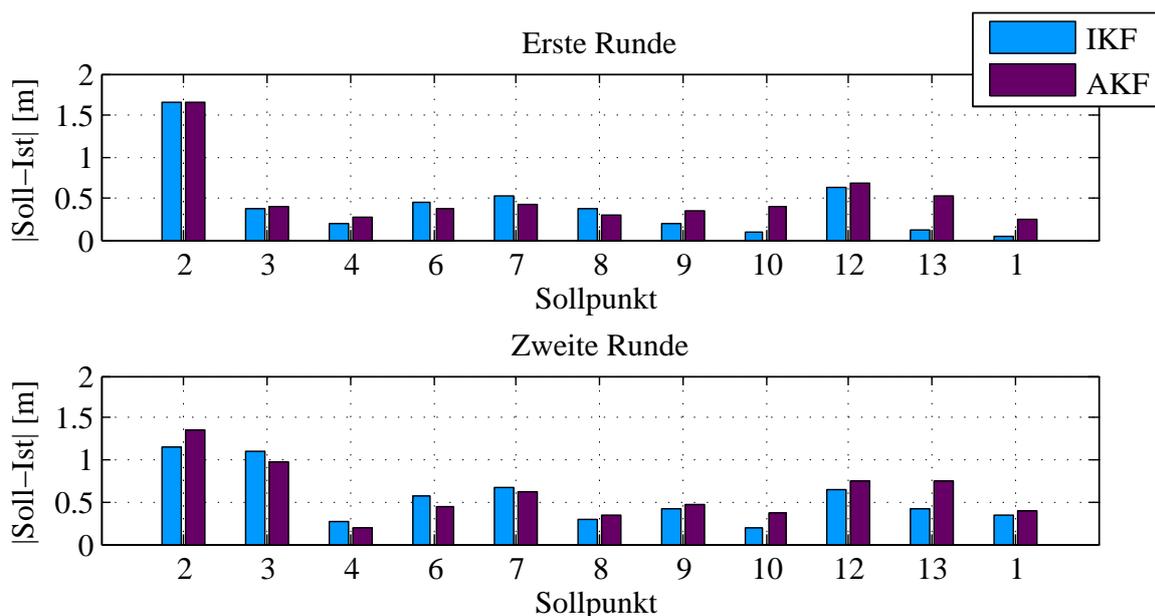
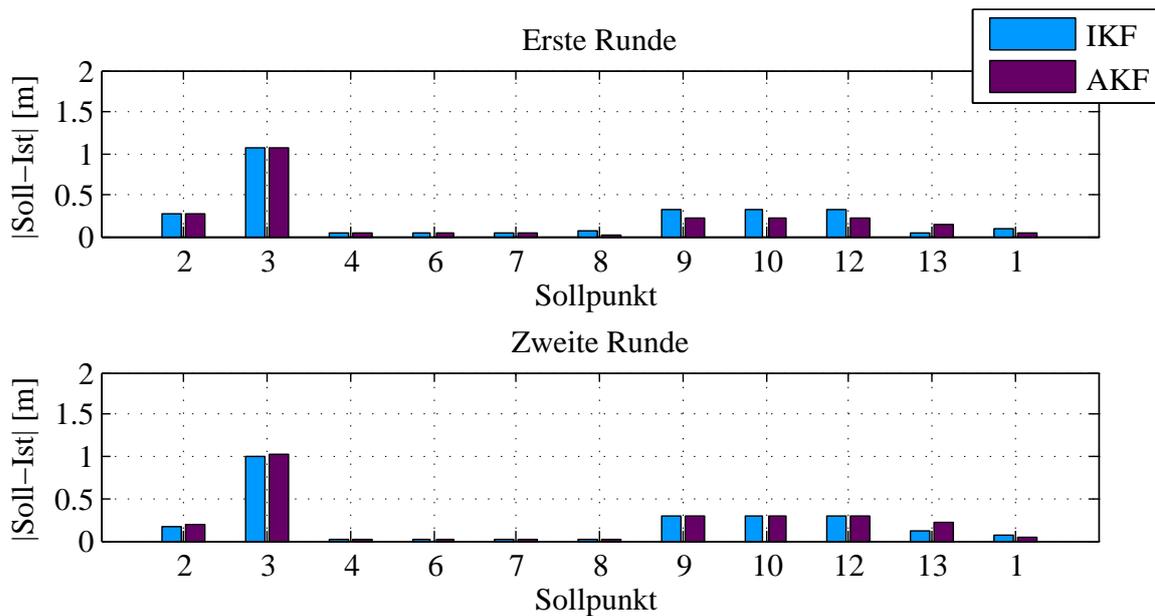


Abbildung 7.23.: Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Trajektorie 1 (IMU/MILPS)

Dieser Abschnitt zeigt einen Vergleich beider Filterungsabwandlungen auf Basis der vorliegenden Trajektorien. Die adaptive Regewichtung wird dabei auf die Kofaktormatrix der absoluten Messungen  $Q_{II}$  angewendet, da sich diese im Fall von MILPS lediglich auf Varianzabschätzungen stützt. Der entsprechende Skalierungsfaktor  $\lambda_Q$  in (6.11) realisiert somit eine Anpassung im Beobachtungsraum. Die sich dabei ergebenden Trajektorienverläufe unterscheiden sich nicht wesentlich von den in Abschnitt 7.3.5 gezeigten Lösungen, sodass im Folgenden ausschließlich die resultierenden Soll-Ist-Vergleiche herangezogen werden. Dabei erfolgt eine Trennung von Lage und Höhe. Auf die luftdruckbehaftete Höhe wird aufgrund der Dominanz des Barometers verzichtet.

Abbildung 7.23 zeigt die äußeren Genauigkeiten für den Hinweg im ersten Streckenlayout in der  $xy$ -Ebene. Die ähnlichen Beträge jeglicher Soll-Ist-Differenzenpaare zeigen, dass durch die Gewichtsanzpassung innerhalb der Kalman Filterung keine signifikante Verbesserung im Vergleich zum klassischen Fall eintritt.



**Abbildung 7.24.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 1 (IMU/MILPS)

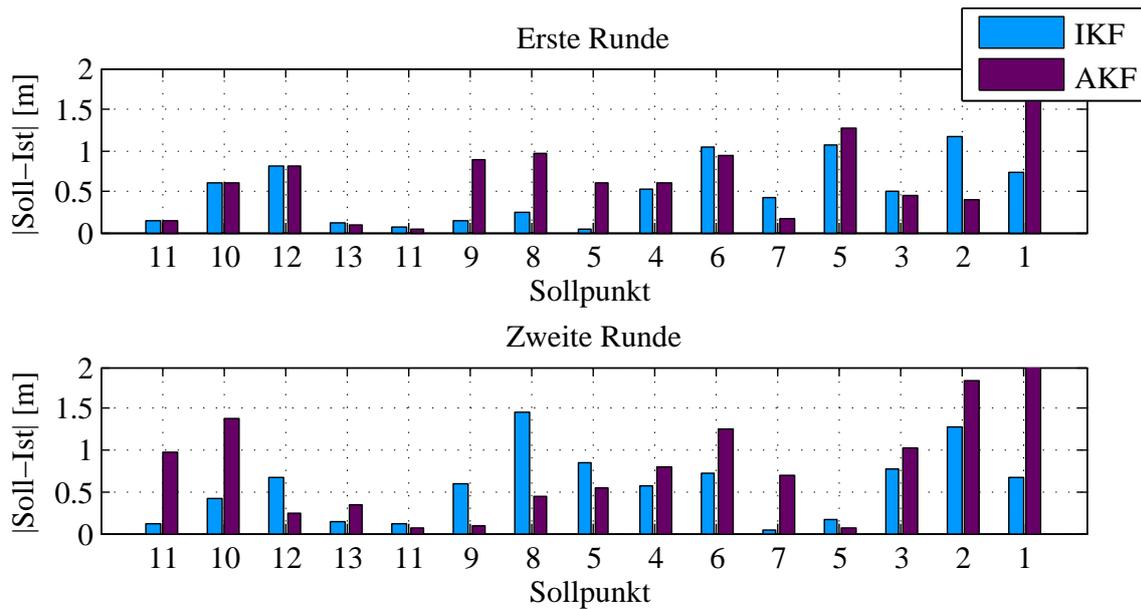
Zu beobachten ist dies auch bei den ermittelten  $z$ -Koordinaten. Die Lösungen für sämtliche Ist-Höhen sind für beide Versionen der Kalman Filterung nahezu identisch. Mit Ausnahme von Punkt  $p_3$  verlaufen jegliche Abweichungen im Dezimeterbereich. Tabelle 7.10 zeigt für eine Zusammenfassung der Balkendiagramme die Gegenüberstellung der resultierenden MQA.

		IKF	AKF
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	0,62	0,66
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z)	0,36	0,36

**Tabelle 7.10.:** Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 1 (IMU/MILPS)

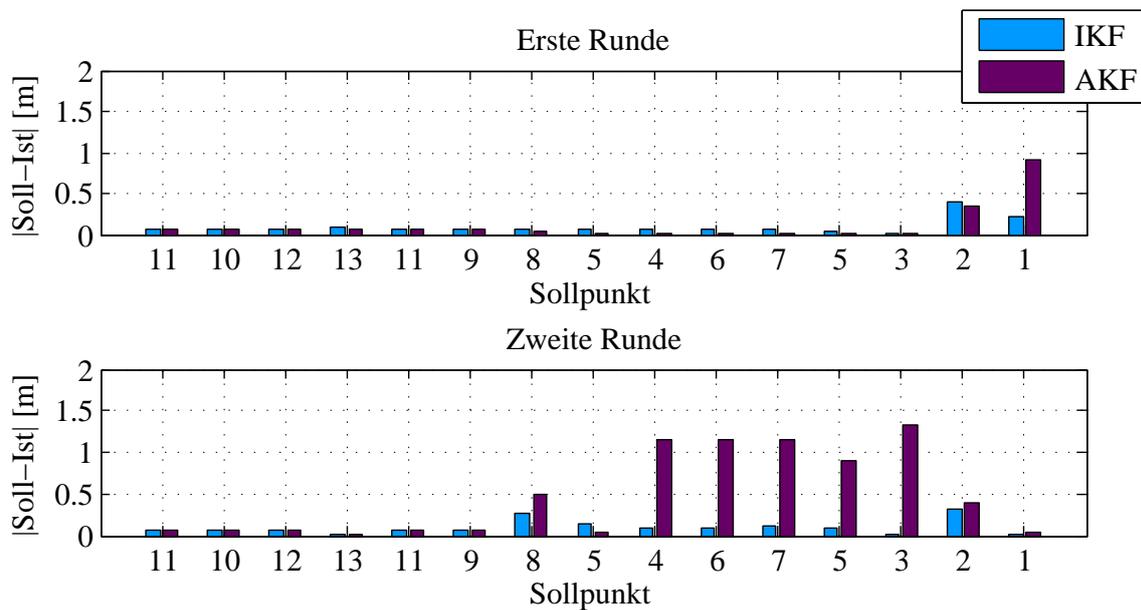
Die anhand der klassischen IKF-Methode erreichten Genauigkeiten werden bei der Adaptiven Kalman Filterung bestätigt. Es tritt demnach keine Steigerung der Positionsgenauigkeit durch die Gewichtsanzpassung ein.

Des Weiteren zeigen die Abbildungen 7.25 und 7.26 entsprechende Soll-Ist-Differenzen für das zweite Streckenlayout. Im beidseitigen Vergleich resultieren durch die AKF-Methode allgemein größere Abweichungen. Zwar sind an einigen Stellen Ausnahmen zu beobachten, in der Regel erhöhen sich die Be-



**Abbildung 7.25.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Trajektorie 2 (IMU/MILPS)

träge der Soll-Ist-Diskrepanzen jedoch durch den Ansatz der  $\lambda_Q$ -Skalierung. Eine erhoffte Steigerung der Repräsentanz für die angenommenen MILPS-Varianzen (nach Tabelle 7.5 also die Kubikwurzel von zugrundeliegender Strecke zum Spulenzentrum) wird hier demnach nicht erreicht.



**Abbildung 7.26.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 2 (IMU/MILPS)

Diese Schlussfolgerung wird durch die Betrachtung der Höhe bestätigt. Während sich alle Soll-Ist-Differenzen bei der klassischen IKF-Auswertung unterhalb von  $0,5\text{ m}$  befinden, lässt sich auf Basis des AKF ein deutlicher Genauigkeitsverlust beobachten. Besonders gegen Fahrtende treten Abweichungen von über einem Meter auf. Die Gewichts Anpassung hat in diesem Fall einen eher verschmierenden Effekt. Tabelle 7.11 fasst dies anhand der MQA zusammen. Sowohl bei der Lage- als auch der Höhenbestimmung werden durch den AKF deutlich schlechtere Ergebnisse erzielt. Während sich die mittlere Höhenabweichung beim Ansatz der Regewichtung noch im Bereich von einem halben Meter befindet,

		<b>IKF</b>	<b>AKF</b>
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	0,67	1,10
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z)	0,13	0,51

**Tabelle 7.11.:** Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 2 (IMU/MILPS)

wird bei der Lage die Ein-Meter-Marke überstiegen.

Zur Ergänzung der Trajektorienhinwege zeigen die Tabellen 7.12 und 7.13 den Vergleich der ermittelten mittleren Abweichungen für die errechneten Rückwege. Die entsprechenden Balkendiagramme sind wiederum in Anhang A.3 zu finden. Auch bei diesen Messfahrten ist keine Qualitätssteigerung durch den

		<b>IKF</b>	<b>AKF</b>
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	0,73	0,75
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z)	0,34	0,82

**Tabelle 7.12.:** Mittlere Quadratische Abweichung Rückweg Trajektorie 1 (IMU/MILPS)

AKF-Ansatz zu beobachten. Während die gegenseitigen Genauigkeiten in der  $xy$ -Ebene für beide Rückwege nahezu identisch sind, ergibt sich für die Höhe im ersten Kurslayout eine etwa doppelt so hohe mittlere Abweichung. Signifikante Genauigkeitssteigerungen durch eine Skalierung der Beobachtungskofaktormatrix bleiben somit aus. Die AKF-Methodik hat für diese Aufgabenstellung demnach keinen positiven Effekt.

		<b>IKF</b>	<b>AKF</b>
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	0,91	0,92
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(z)	0,35	0,35

**Tabelle 7.13.:** Mittlere Quadratische Abweichung Rückweg Trajektorie 2 (IMU/MILPS)

In diesem Abschnitt wurde das Verfahren des Adaptiven Kalman Filters bezüglich einer Qualitätssteigerung der IMU/MILPS-Positionierung untersucht. Über eine aus den letzten 10 Innovationsvektoren hervorgehende empirische Kofaktormatrix resultiert in jedem Filterungsschritt ein Skalierungsfaktor, der nicht repräsentativen Genauigkeitsannahmen der absoluten Beobachtungen begegnen soll. Die Resultate der aufgezeigten Analysen zeigen jedoch, dass durch den AKF-Ansatz keine signifikante Verbesserung eintritt. Bei keiner der vier betrachteten Trajektorien konnte eine Qualitätssteigerung erreicht werden. In wenigen Fällen treten im Vergleich zum IKF sogar höhere Abweichungen zum Soll auf. Grund dafür ist die Tatsache, dass die empirische Kofaktormatrix der Innovation in (6.10) durch die letzten Filterungsschritte geringer repräsentativ erscheint als die vordefinierten Genauigkeitsannahmen. Der resultierende Faktor  $\lambda_{\mathcal{Q}}$ , welcher nach der Theorie zu optimistisch oder zu pessimistisch angesetzte Varianzen in  $\mathcal{Q}_{II}$  skalieren soll, hat dabei einen eher verzerrenden Effekt.

---

## 7.4 Stützung der Orientierung

---

Die bisher dargelegten Analysen zielen auf einen allgemeinen Vergleich der Kopplungsansätze von IMU/UWB und IMU/MILPS ab. Die Beobachtungen der absoluten Geometrie münden dabei in einer Zustandsunterstützung von den durch die Inertialmesseinheit hochfrequent gelieferten Prädiktionen. Dabei werden über die mathematischen Zusammenhänge von AoA-, TDoA- und Signalstärkemessungen

bezüglich eines einzelnen Neupunktes ausschließlich direkte Stützungen der Position realisiert. Aktualisierungen von Geschwindigkeit und Orientierung erfolgen lediglich auf Grundlage von in den Kofaktormatrizen angenommenen Korrelationen. Die dabei angewendeten Beobachtungsgleichungen basieren auf Streckendifferenzen und Winkelmessungen beim UWB-System sowie direkt erfasster Raumvektoren bei MILPS. Ausgangspunkt der Magnetfeldmodellierung bilden die physikalischen Eigenschaften von gewickelten Stromleitern (Abbildung 3.8). Dabei wird ausgenutzt, dass das triaxial erfasste Vektorfeld über (3.3) bis (3.5) auf die lokalen  $x$ -,  $y$ -, und  $z$ -Koordinaten führt, wobei für einen Übergang des Body Systems in das lokale Koordinatensystem nach (7.1) zu jedem Stützungszeitpunkt die Orientierung des Inertialsensors bekannt sein muss. Die erarbeiteten Aussagen bezüglich der Gyroskope untermauern, dass bei der alleinigen Berücksichtigung von Inertialdaten zwar Positionsunsicherheiten auftreten, die Form der Solltrajektorien jedoch in der Regel erhalten bleibt. Für die in dieser Arbeit angesetzten Messzeiträume treten Orientierungsdrifts somit nur unwesentlich in Erscheinung. Bei Positionsbestimmungen über längere Zeiträume (nach Abschnitt 3.3.3 für die hier eingesetzten Kreisel nach etwa 20 Minuten) können hingegen systematische Effekte wesentlichen Einfluss erhalten, was neben den statistischen Unsicherheiten innerhalb der Drehratensensoren deutliche Orientierungsdrifts zur Folge haben kann. Einschränkungen beim Einsatz der einzelnen Magnetfeldkomponenten sowie wachsende Abweichungen in den Prädiktionen sind dann die Folge. Für eine Reduzierung des Orientierungsdriftes erfolgt daher in der Praxis eine Zustandsermittlung über die Verwendung von Basislinien. Nach Abbildung 4.5 definieren sich diese über den Einsatz mehrerer Beobachtungspunkte und einer daraus abgeleiteten Richtungsbestimmung.

In diesem Abschnitt wird eine von der Positionsstützung entkoppelte Untersuchung der Orientierungsermittlung diskutiert. Da dies eine von der IMU unabhängige Bestimmung mehrerer Koordinaten voraussetzt und die dabei notwendigen Konfigurationen im vorliegenden Testareal (Sichten zu mehreren Referenzpunkten) lediglich durch die Sensoren  $u_1$  bis  $u_{10}$  bedient werden, beschränkt sich die folgende Analyse auf die IMU/UWB-Fusion. Dazu wird über vier UWB-Tags an den Plattformecken eine bekannte Geometrie definiert (Abbildung 7.1). Die nachfolgende Auswertung gründet auf einer restriktionsbehafteten Koordinatenbestimmung der vier Eckpunkte sowie einer anschließenden Ableitung des Richtungsvektors in Fahrzeuginnenachse inklusive Varianz nach Abschnitt 4.3. Die funktionalen Zusammenhänge mit dem zugrundeliegenden Orientierungsquaternion (4.48) bis (4.50) bilden dabei das Beobachtungsmodell im IKF. Da die bereits gezeigten UWB-Ergebnisse große Unsicherheiten in der  $z$ -Koordinate nach sich ziehen, erfolgt im Weiteren eine Beschränkung auf die  $xy$ -Ebene. Dabei wird ausschließlich der Einfluss von erfassten Basislinien auf den Systemzustand betrachtet, sodass eine direkte Stützung der Position vermieden wird.

---

#### 7.4.1 Solltrajektorie und Datenaufnahme

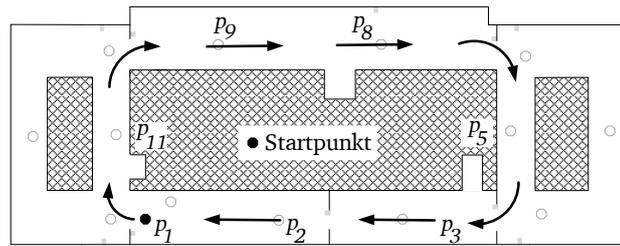
---

Nachfolgend wird das Areal aus Abbildung 7.2 für eine empirische Untersuchung auf ein 2D-Szenario beschränkt, indem die Demontage aller Rampen, sowie eine Übertragung der Höhenpunkte  $p_2$  und  $p_8$  auf den Boden erfolgte. Es ergeben sich die neuen Koordinaten:

Punkt	x [m]	y [m]	z [m]	Punkt	x [m]	y [m]	z [m]
$p_2$	15,548	2,00	0,00	$u_8$	23,985	11,093	0,00

**Tabelle 7.14.:** Neue Sollpunktkoordinaten für ein 2D-Szenario

Das Layout des Kurses ist dabei so angelegt, dass zu jedem Zeitpunkt direkte Sichtverbindung zu einer möglichst hohen Anzahl von UWB-Sensoren sichergestellt ist. Die Koordinatenschätzung mit Restriktionen setzt dabei eine gleichzeitige Beobachtung von AoA und TDoA aller vier Eckpunkte voraus. Da eine simultane Messung mit dem hier verwendeten System jedoch nicht unterstützt ist, wurde die minimal mögliche Tag-Umschaltzeit von 0,027 s gewählt. Die daraus resultierende Beobachtungsdauer von etwa



**Abbildung 7.27.: Trajektorie 3**

0,1 s bezüglich einer kompletten 4-Tag-Messung hat bei den angesetzten Geschwindigkeiten vernachlässigbaren Charakter. Näherungswerte für das in Abschnitt 4.3.1 beschriebene Verfahren ergeben sich durch die jeweilig aktuelle Prädiktion.

Abbildung 7.28 zeigt den Rundkurs, welcher wie schon im obigen Fall durch zweimaliges Umrunden eine vollständige Messfahrt beschreibt, skizzenhaft. Dabei werden nacheinander die folgenden Punkte abgefahren:

Sollpunkte pro Runde der dritten Trajektorie
$p_1 - p_{11} - p_9 - p_8 - p_5 - p_3 - p_2 - p_1$

Neben der inertialen Datenaufnahme durch die IMU mit  $f_{IMU} = 200 \text{ Hz}$  wird eine sekundliche Beobachtung aller vier Eckpunkte zur Ermittlung der Basislinien inklusive Varianz-Kovarianz-Matrix angesetzt.

---

#### 7.4.2 Statistische Annahmen

---

Die Auswertung anhand des Gauß-Markoff-Modells mit Restriktionen erfolgt je Beobachtungsquartett durch die Winkel- und Streckendifferenzmessungen der einzelnen Tags zu den UWB-Sensoren. Sämtliche angenommenen Genauigkeiten beziehen sich dabei wiederum auf die Angaben aus Tabelle 7.5. Da hier eine zweidimensionale Bewegung zugrunde liegt, wird die  $z$ -Koordinate für alle Eckpunkte über dem gesamten Zeitraum als konstant angesehen. Die Beobachtungen für das Orientierungsquaternion im Fusionsalgorithmus inklusive VKM ergeben sich letztendlich durch die Koordinatendifferenzen nach Abschnitt 4.3.2, sodass sich grobe Fehler unabhängig von dem in Abbildung 7.10 gezeigten Abstand zwischen Sensor und Tag aufdecken lassen. Somit erfolgt diesem Fall ein statistischer Ausreißertest nach Abschnitt 6.2.2. Für die Irrtumswahrscheinlichkeit des benötigten Chi-Quadrat-Quantils wird  $\alpha = 1 \%$  gesetzt. Dieses Vorgehen stellt eine stochastisch begründete Eliminierung von grob falschen Basislinien sicher, welche aufgrund der Koordinatenunsicherheiten in Kombination der kleinen Tag-Abstände auf der Sensorplattform (die Längsachse beträgt etwa  $30 \text{ cm}$ ) in durchschnittlich über  $50 \%$  der Beobachtungen auftreten.

---

#### 7.4.3 2D-Trajektorien

---

Für eine realistische Untersuchung auf Grundlage der hier angesetzten Messzeiträume wird zur Erzeugung eines signifikanten Kreiseldriftes das  $\hat{\varphi}_z$ -Signal mit Rauschen überlagert, sodass die folgenden Analysen auf einer IMU/UWB-Fusion bei verfälschtem Dead Reckoning abzielen. Eine Anpassung der Drehratenvarianz innerhalb der Bewegungsmodellierung wurde vorgenommen. Da gezeigt wurde, dass die reinen Kreiselmessungen keinen signifikanten Drift aufweisen, wird nachfolgend die daraus berechnete Orientierung als Soll angesehen. Sämtliche abgeleiteten absoluten Genauigkeiten beziehen sich auf diesen Sollwert für einen Vergleich der Orientierung sowie auf die überfahrenen Sollpunkte für einen Soll-Ist-Vergleich der Lagekoordinaten.

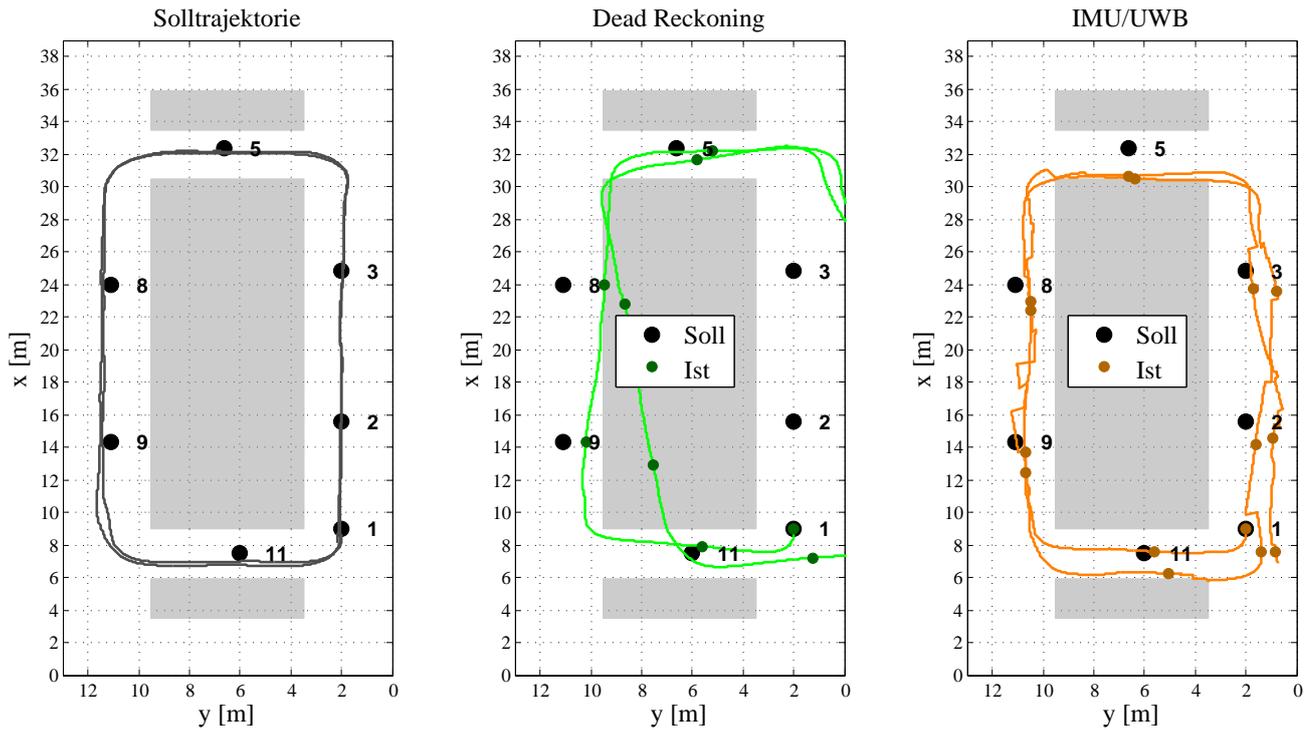


Abbildung 7.28.: Trajektorie 3 im Grundriss

Der linke Plot in Abbildung 7.28 zeigt die zugrundeliegende Solltrajektorie. Während die Bewegungsform für diese Untersuchung anhand der  $z$ -Kreismessungen hinreichend beschrieben wird, erfolgte für die Anpassung der Position eine manuelle Beschleunigungsskalierung. Im mittleren Plot ist die durch verunsicherten  $z$ -Kreisel resultierende Trajektorie gezeigt. Während in den vorherigen Auswertungen lediglich Abweichungen bezüglich Position und Geschwindigkeit zu beobachten war, wird nun eine Trajektorienverdrehung erzwungen, was hier vor Allem Unsicherheiten in der Orientierung nach sich zieht. Eine

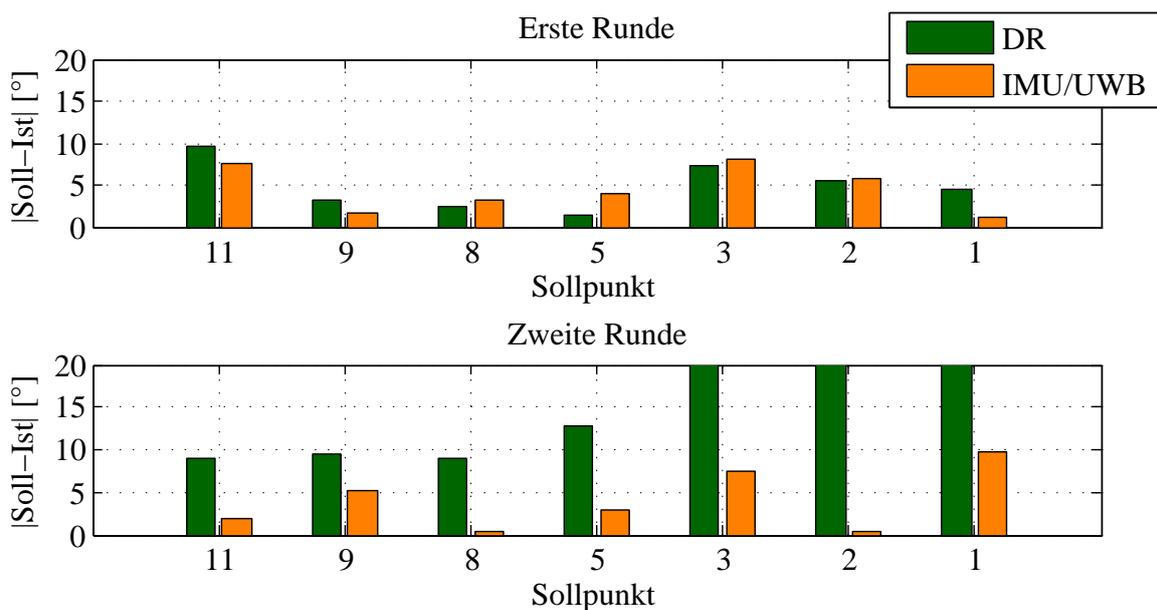


Abbildung 7.29.: Soll-Ist-Vergleich des  $yaw$ -Winkels Trajektorie 3

dazu signifikante Genauigkeitssteigerung des Systemzustandes durch die Berücksichtigung der Basislini-  
 enmessung wird durch den rechten Plot gezeigt. Speziell die zweite Runde liegt deutlich näher am Soll  
 als die verrauschte Trajektorie. Dabei ist an einigen Stellen neben der Orientierungsstützung auch eine  
 Aktualisierungen der Lagekoordinaten zu beobachten (Gerade zwischen den Punkten  $p_8$  und  $p_9$ ), was  
 durch die in der Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{xx}$  angenommenen Korrelationen zwischen Position und Orientierung  
 erklärt werden kann. Im Rahmen der Kalman Filterung ist somit über den hier durchgeführten Ansatz  
 ein Update des gesamten Zustandsvektors möglich.

Abbildung 7.29 visualisiert die resultierenden Soll-Ist-Vergleiche in der Orientierung von verrauschtem  
 Dead Reckoning und gestützter Trajektorie in Altgrad. Durch den Übergang des Orientierungsquater-  
 nions in Euler-Winkel nach (4.18) und (4.9) wird eine anschauliche Darstellung erreicht, welche für  
 dieses zweidimensionale Szenario zu den Zeitpunkten der Sollpunktüberfahrten in den zugrundelie-  
 genden  $yaw$ -Drehungen mündet. Signifikante Objektrotationen bezüglich  $pitch$  und  $roll$  treten an der  
 Plattform nicht auf. Während die Abweichungen zur Sollorientierung innerhalb der ersten Runde für  
 beide Berechnungen noch ähnliche Größenordnungen zeigen, ist über die gesamte zweite Runde eine  
 deutliche Genauigkeitssteigerung zu beobachten. Das dem  $z$ -Kreisel überlagerte Rauschen bewirkt  
 an diesen Stellen Abweichungen zum Soll von bis zu  $20^\circ$ , welche durch die IMU/UWB-Kombination  
 grundsätzlich unter  $10^\circ$  gehalten werden können.

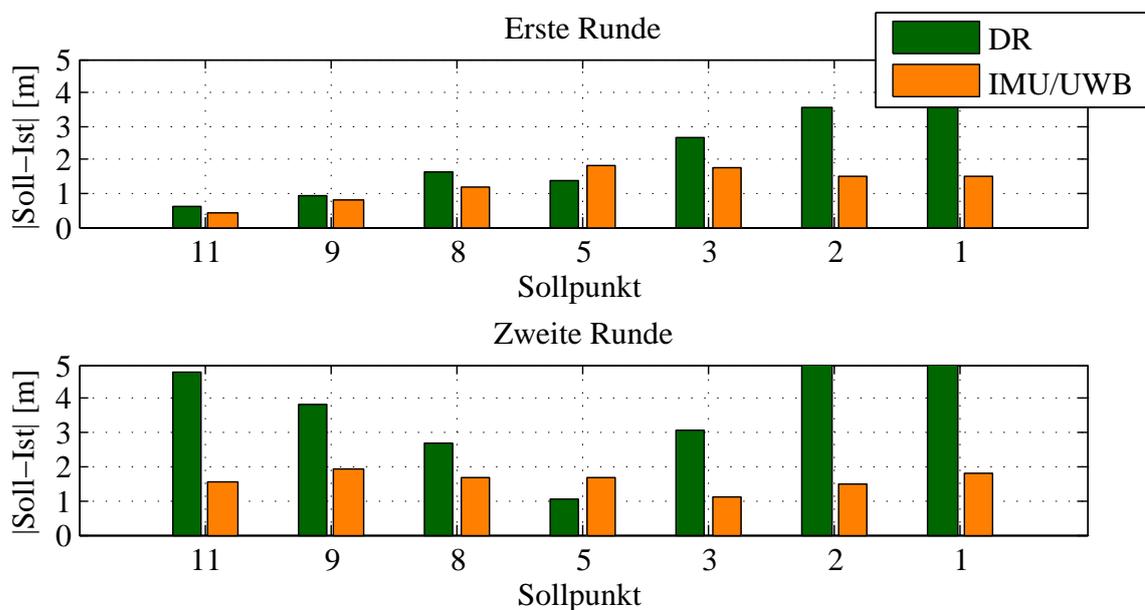


Abbildung 7.30.: Soll-Ist-Vergleich in  $xy$ -Ebene Trajektorie 3

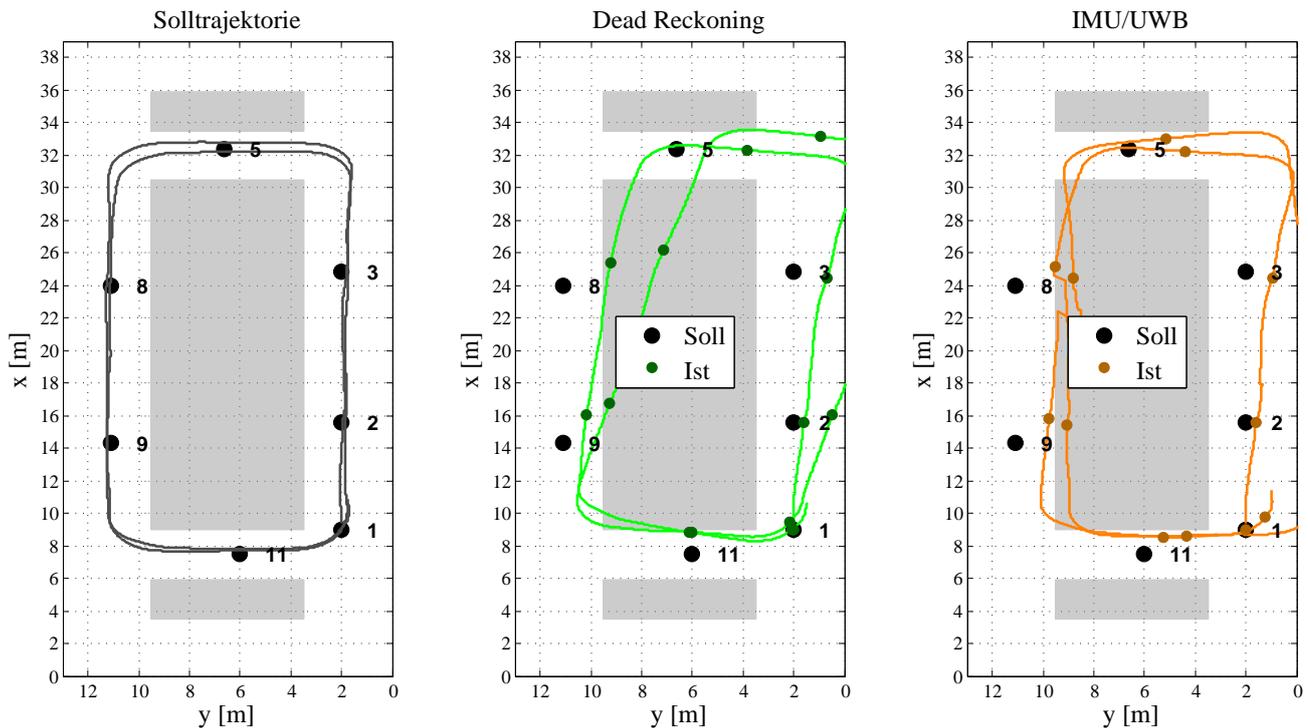
Abbildung 7.30 stellt die Soll-Ist-Differenzen in der Position zusammen. Die aus den Lageplots bereits  
 vermutete Reduzierung der äußeren Abweichung wird hier deutlich. Während das verrauschte Dead  
 Reckoning vor Allem in der zweiten Runde Peaks von bis zu über fünf Metern aufweist, wird bei der  
 fusionierten Lösung eine Schranke von zwei Metern nicht überschritten. Unterstützend wirkt dabei auch  
 die korrelierte Positionsstützung innerhalb der Kalman Filterung.

Für eine globale Beurteilung der Genauigkeit zeigt Tabelle 7.15 eine Gegenüberstellung der Mittleren  
 Quadratischen Abweichungen von  $yaw$ -Orientierung und Position. In beiden Fällen sind Qualitätssteige-  
 rungen um etwa den Faktor 3 zu beobachten. Dies bestätigt die erhebliche Reduzierung eines in diesem  
 Fall durch weißes Rauschen erzwungenen Orientierungsdrifts. Aufgrund der hohen Ausreißerquote ist  
 dabei jedoch ein auf idealerweise statistischer Basis durchgeführter Hypothesentest für die Eliminierung  
 grob falscher Basislinien notwendig.

		DR	IMU/UWB
$\sigma_{\bar{p}}$ [°]	(yaw)	14,29	5,20
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	4,24	1,50

**Tabelle 7.15.:** Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 3

Des Weiteren visualisiert Abbildung 7.31 den entsprechenden Rückweg. Auch hier erfolgt durch die Sensorfusion eine sichtbare Anpassung an die Solltrajektorie. Zwar ist eine scheinbare Verschiebung der gesamten Form ist zu beobachten, jedoch lassen sich äußere Abweichungen in ähnlicher Größenordnung wie im Hinweg erreichen. Dies wird durch die MQA in Tabelle 7.16 bestätigt. Die detaillierten Säulendiagramme für den Rückweg werden aus Übersichtsgründen in Anhang A.3 gezeigt.



**Abbildung 7.31.:** Trajektorie 3 im Grundriss (Rückweg)

Für die Position tritt in diesem Fall keine erhebliche Verbesserung im Vergleich zur DR-Lösung ein. Die im Hinweg erreichte mittlere Genauigkeit kann jedoch annähernd bestätigt werden. Dies gilt mit einem  $\sigma_{\bar{p}}$  von etwa 5° auch für die Orientierung. Im Bezug zum verrauschten Dead Reckoning liegt dabei eine Qualitätssteigerung um ungefähr den Faktor 2 zugrunde.

		DR	IMU/UWB
$\sigma_{\bar{p}}$ [°]	(yaw)	10,67	4,75
$\sigma_{\bar{p}}$ [m]	(xy)	2,72	2,03

**Tabelle 7.16.:** Mittlere Quadratische Abweichung Trajektorie 3

Im vorliegenden Kapitel erfolgte eine ausführliche Beschreibung der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen. Dazu wurde die praktische Tauglichkeit des entwickelten Positionierungsalgorithmus am Beispiel von zwei Fusionierungsansätzen durch aussagekräftige empirische Erprobungen analysiert und validiert. Grundlage bildete eine mobile Sensorplattform, welche neben der Inertialdatenerfassung,

---

über breitbandige elektromagnetische Signale sowie dem Umgebungsmagnetfeld absolute geometrische Zusammenhänge beobachtet. Durch die verschiedenen Verfahren der Kalman Filterung konnte dabei eine Sensorkopplung mittels varianzbasierender Gewichtung sämtlicher Daten realisiert werden. Sowohl durch die IMU-Kopplung mit UWB als auch mit MILPS wurden dabei äußere Positionsgenauigkeiten von im Mittel unter einem Meter erreicht. Die Hinzunahme des Umgebungsluftdrucks ermöglichte außerdem eine Bestimmung der  $z$ -Koordinate im Genauigkeitsbereich weniger Dezimeter. Voraussetzung für den Einsatz atmosphärischer Beobachtungen ist jedoch die Bezugnahme des an einer bekannten Station erfassten Referenzsignals, wobei sich die Anwendung der adaptiven Signalfilterung als ideale Auswertemethode für eine erwartungstreue Höhenschätzung erweist. Die gewonnenen Ergebnisse wurden letztendlich in übersichtlichen Vergleichen dargelegt und in graphischen Darstellungen veranschaulicht. Im Folgekapitel werden die erreichten Resultate zusammengefasst und hinsichtlich des Forschungsziels bewertet. Außerdem erfolgt ein Ausblick auf zukünftige Forschungsschwerpunkte.



## 8 Fazit

Seit dem Aufkommen von handlicher Sensorik zur Beobachtung der Umgebung steigt das Bestreben nach Anwendung für die Objektpositionierung innerhalb überbauter Areale kontinuierlich. Applikationsgebiete dieser Indoor-Positionierung bilden neben der Erstellung von Gebäudeinformationssystemen autonom handelnde Industriepattformen oder Roboter in Rettungseinsätzen. Die aktuell auf dem Markt erhältlichen Systeme liefern jedoch keine geschlossene Lösung für allgemeine Anwendungen. Gegenstand der vorliegenden Arbeit war somit die Entwicklung eines vollständigen echtzeitfähigen Positionierungsalgorithmus für mobile Plattformen in NLoS-Szenarien. Die praktischen Untersuchungen beruhten auf dem Einsatz einer MEMS-Inertialmesseinheit gekoppelt mit zwei externen Positionierungssystemen auf Grundlage unterschiedlicher Informationsübertragung. Über die Validierung der entwickelten Auswertemethodik zielte die Arbeit auf eine Tauglichkeitsanalyse beider Fusionsarten bezüglich der erwähnten Anwendungsgebiete ab. Das auf Ultra-wideband basierende System der Firma Ubisense ist dabei üblicherweise auf eine Verwendung in Lagerhallen mit freien Sichten von bis zu 50 m ausgelegt und wird im Rahmen dieser Untersuchung innerhalb eng verbauter Areale eingesetzt. Die MILPS-Technologie besitzt dagegen eine wesentlich geringere Reichweite, profitiert jedoch von der Eigenschaft, keine direkte Sichtverbindung zwischen Sender und Empfangsteil vorauszusetzen. Im folgenden Abschnitt sind die erreichten Ergebnisse zusammengefasst, bevor ein Ausblick auf mögliche Weiterentwicklungen gegeben wird.

### 8.1 Zusammenfassung

Die dreidimensionale Zustandsermittlung von Position, Geschwindigkeit und Orientierung beruht in dieser Arbeit auf zwei verschiedenen Ansätzen der Sensorkopplung bezüglich einer auf MEMS-Technologie basierenden Inertialmesseinheit. Das Echtzeitpositionierungssystem der Firma Ubisense sowie die Methode auf Grundlage künstlich erzeugter Magnetfelder beobachten dafür geometrische Zusammenhänge in einem absoluten Koordinatenrahmen. Basis der empirischen Untersuchungen bildete ein dreidimensionales Testfeld innerhalb eines Institutsgebäudes der Technischen Universität Darmstadt. Über eine manuell steuerbare Sensorplattform erfolgte die Datenerfassung anhand der unterschiedlichen Technologien innerhalb vordefinierter Streckenlayouts. Diese wurden mittels der entwickelten Auswertemethoden rechnerisch rekonstruiert. Mathematisch wird dabei eine varianzbasierte Zustandsstützung von hochfrequenten Prädiktionen (nach Hellmers u. a. [2014] hat sich eine Abtastfrequenz des Inertialsensors von 200 Hz als ideal erwiesen) durch die niederfrequenten AoA-, TDoA- und Signalstärkebeobachtungen

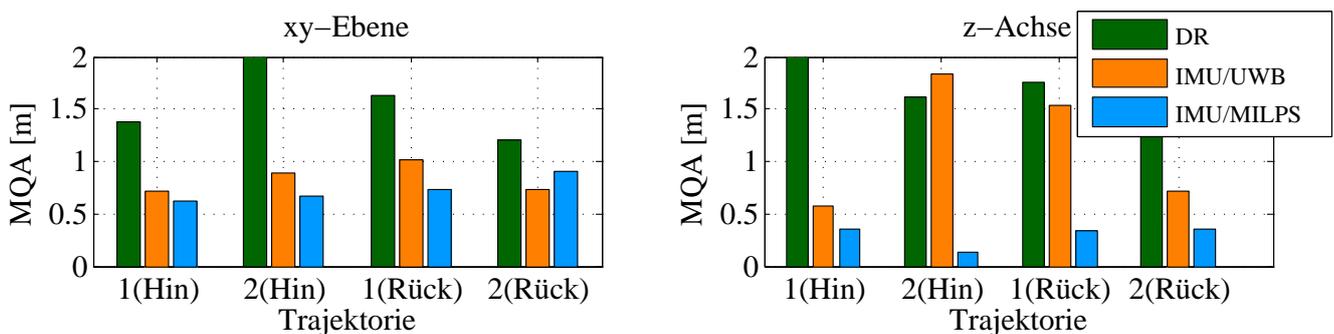


Abbildung 8.1.: MQA der untersuchten Messfahrten

realisiert. Der Film einer Smartphonekamera ermöglichte außerdem die zeitliche Registrierung von Bewegungen über koordinatenmäßig bekannte Punkte, was zu einer Berechnung der äußeren Genauigkeit führte. Aus der Gesamtheit sämtlicher Soll-Ist-Differenzen an den entsprechenden Sollstellen folgte mit der Mittleren Quadratischen Abweichung ein zusammengefasster Parameter für die globale Genauigkeit pro Messfahrt. Diese sind in Abbildung 8.1 für die Hin- und Rückwege beider Streckenlayouts aufgezeigt. Bezüglich der DR-Trajektorien wurden für Lage und Höhe in jeweils drei von vier Messfahrten mittlere Abweichungen von unter 2 Metern erreicht. Anhand der durchgeführten Inertialdatenverarbeitung erfolgt demnach eine erhebliche Driftverminderung zu den bei MEMS-Sensoren erfahrungsgemäß auftretenden Abweichungen von einigen Metern nach wenigen Sekunden. Eine Steigerung dieser äußeren Genauigkeit lässt sich des Weiteren durch beide Verfahren der Sensorfusion erwirken. Sowohl aus der Zustandsstützung über UWB als auch mit MILPS resultieren für jede Messfahrt mittlere Abweichungen in der  $xy$ -Ebene von unter einem Meter. Die Kopplung auf Basis der Elektromagneten schneidet dabei im Allgemeinen etwas besser ab. Diese Schlussfolgerung gilt auch für die Höhenbestimmung, bei welcher der Einfluss von Konfiguration und Art der Messung signifikant wird. Während die Ermittlung der  $z$ -Koordinate durch MILPS eine reproduzierbare äußere Genauigkeit von etwa drei Dezimetern aufweist, ergeben sich durch das Ubisense-System zeitweise Diskrepanzen im Meterbereich (in einem Fall ist die mittlere Abweichung sogar höher als beim reinen DR). Zu erklären ist dies mit der numerischen Unsicherheit, welche durch die ungünstige Geometrie bei den AoA-Messungen hervorgerufen wird. Sämtliche UWB-Referenzpunkte befinden sich auf nahezu dem selben Höhenniveau innerhalb schmaler Korridore, sodass die aus den Winkelbeobachtungen resultierenden Geraden zwangsläufig schleifende Schnitte produzieren. Äquivalent zur satellitengestützten Höhenbestimmung wirkt sich dies besonders auf die  $z$ -Koordinate aus. Da die mathematische Modellierung von Magnetfeldern (Abschnitt 3.2.1) hingegen konfigurationsunabhängig eindeutige Objektkoordinaten liefert, treten in den zugrundeliegenden Gleichungssystemen keine Mehrdeutigkeiten und damit nur selten schlecht konditionierte Matrizen auf. Diesem auf den vektoriellen Eigenschaften beruhenden Privileg ist die MILPS-Technologie dem Nachteil ausgesetzt, dass zu den Zeitpunkten der Kalman Filterung Information über die Orientierung vorliegen muss. Dafür konnte jedoch gezeigt werden, dass innerhalb der in dieser Arbeit betrachteten Messzeiträume diesbezüglich keine signifikanten Abweichungen eintreten. Schlussendlich lässt sich festhalten, dass im Allgemeinen beide Fusionierungsansätze die angestrebte Genauigkeit erreichen und somit einen Beitrag für die Anwendungsgebiete der Industrie- und Rettungsrobotik leisten können. Die reproduzierbare Dezimetergenauigkeit in Lage und Höhe festigt dabei den klaren Vorteil der MILPS-Technologie. Für eine Genauigkeitssteigerung in den Zentimeterbereich, welche bei BIM notwendig ist, empfiehlt sich hingegen die Ergänzung durch weitere Sensorik (z.B. optische Systeme). Dies umfasst auch eine Berücksichtigung des differentiellen Luftdrucks zur hochfrequenten Ermittlung der  $z$ -Koordinate.

In einer weiteren Untersuchung der Fusionsalgorithmik erfolgte die Anwendung einer vom Standardfall abgewandelten Form der Kalman Filterung. Motiviert wird dieser auf einer angepassten Regewichtung basierende Ansatz durch die Tatsache, dass die MILPS-Genauigkeiten innerhalb des IKF auf manuellen

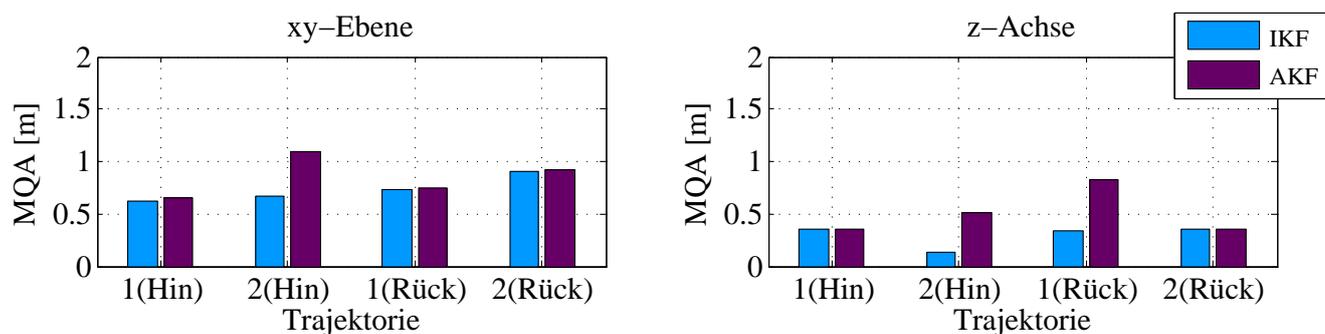
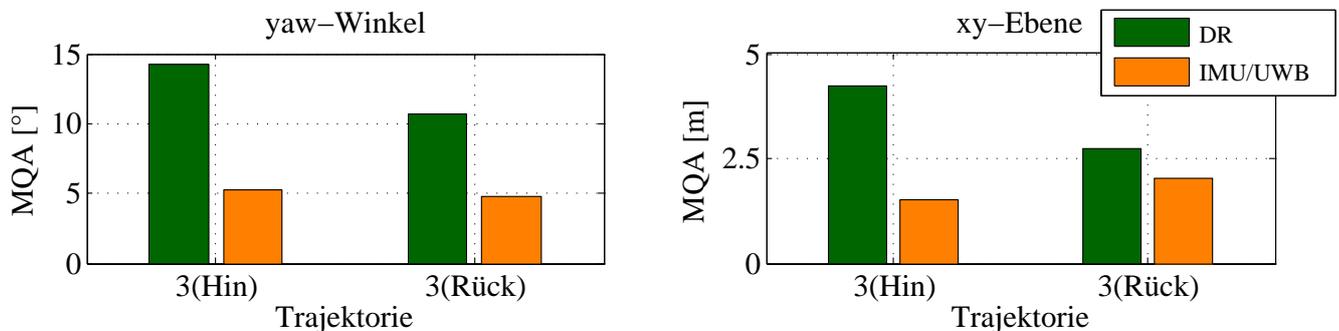


Abbildung 8.2.: MQA der untersuchten Trajektorien bezüglich IMU/MILPS

Annahmen anstatt empirischer Auswertungen beruhen. Zwar lassen sich über statische Langzeitmessungen entsprechende Abschätzungen verfeinern, das kinematische Messverfahren sowie die zugrundeliegende Objektgeschwindigkeit erwirken jedoch eine negative Einflussnahme auf die Repräsentanz. Innerhalb der AKF-Methode wird dazu eine Aktualisierung der Kofaktormatrizen auf Grundlage vergangener Zustände durchgeführt. Die in Abbildung 8.2 gezeigten globalen Trajektoriengenauigkeiten verdeutlichen jedoch, dass eine Qualitätssteigerung durch die skalierten Gewichtungsfaktoren nicht erreicht wird. Sowohl für die Lage- als auch die Höhengenaugigkeit erfolgt im besten Fall eine Bestätigung. Grund dafür ist wohl die in diesem Fall nicht repräsentative Annahme, dass die aus den Innovationsvektoren empirisch ermittelte Kofaktormatrix in (6.10) geeignete Information für ein Gewichtungsupdate liefert. Eine zeitunabhängige Varianz, wie sie nach Tabelle 7.5 über die Strecke zwischen Plattform und Referenzpunkt abgeschätzt wird, erscheint in diesem Fall wohl realitätsnäher.

Eine letzte Untersuchung bezog sich auf die Stützung der Orientierung mittels Basislinien. Diese ergaben sich aus Koordinatendifferenzen von mehreren, in bekannter Geometrie angeordneter Punkte. Über die Restriktionen der UWB-Tags wurden die Eckpunkte der Plattformoberfläche geschätzt, um anschließend den Raumvektor in Fahrtrichtung zu ermitteln. Die in (4.48) bis (4.50) hergeleiteten Zusammenhänge führten dabei zum Orientierungsquaternion, was in der durchgeführten Kalman Filterung als funktionales Modell diente.



**Abbildung 8.3.:** MQA der untersuchten Trajektorien bei der Orientierungsstützung

Abbildung 8.3 veranschaulicht die erreichten mittleren Abweichungen beider Lagetrajektorien. Dabei erwirkt die Sensorfusion eine Genauigkeitssteigerung sowohl in der Orientierung als auch der Position. Während sich die Abweichung des *yaw*-Winkels von  $20^\circ$  bzw.  $10^\circ$  auf  $5^\circ$  reduziert, wird in der Position eine mittlere Abweichung von etwa  $2\text{ m}$  bestätigt. Dabei dienen auch die in der Kofaktormatrix des Zustandsvektors definierten Korrelationen zwischen Orientierung und Lagekoordinaten.

Als abschließendes Fazit lässt sich festhalten, dass eine zuverlässige, hochfrequente Zustandsbestimmung in komplexen Indoor-Umgebungen nach dem derzeitigen Forschungsstand ausschließlich durch die Verfahren der Sensorfusion erreicht werden kann. Eine isolierte Ansetzung existierender Technologien liefert lediglich Positionslösungen, die zeitweise lückenhaft sind (aufgrund schlechter geometrischer Konfiguration) oder über längere Zeiträume von der wahren Lösung abdriften. Abhilfe schafft der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Auswertalgorithmus, welcher durch Anwendung auf die gezeigten Fusionsansätze einen Beitrag zur präzisen Positionsbestimmung innerhalb NLoS-Szenarien leistet. Das Verfahren der Iterativen Kalman Filterung hat sich dabei als ideale Basis erwiesen. In diesem Kontext konnte gezeigt werden, dass die MILPS-Technologie eine zuverlässige Alternative zu den bereits auf dem Markt befindlichen Systemen darstellt. Zwar ist deren Reichweite in Abhängigkeit des Spulenaufbaus sowie der Stromversorgung begrenzt, jedoch wird auf eine komplexe Infrastruktur (Verkabelung und Kommunikation einzelner Komponenten) verzichtet, was eine im Gegensatz zum gezeigten UWB-System kostengünstigere Verwendung ermöglicht. Für einen kommerziellen Einsatz ist jedoch das in der Praxis auftretende Problem der Überhitzung mechanischer Bauteile zu lösen. In einer weiteren Analyse wird die Tauglichkeit von kleinen Basislinien (wenige Dezimeter) für eine Orientierungsstützung

---

nachgewiesen. Aufgrund der hohen Ausreißerquote ist dabei jedoch eine Fehlereliminierung notwendig, welche zweckdienlich auf statistischer Grundlage beruht. Ein Ausblick auf zukünftige Forschungsansätze im Kontext der NLoS-Positionsbestimmung ist im nächsten Abschnitt gegeben.

---

## 8.2 Ausblick

---

Die erreichten Ergebnisse haben gezeigt, dass die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Inertialdatenmodellierung hinreichend genaue Prädiktionen für eine Weiterverarbeitung innerhalb der Kalman Filterung liefert. Die anhand der Peakdetektion extrahierte Information führt somit zu einer über mehrere Sekunden stabil bleibenden Dead Reckoning-Lösung. Ausgenutzt wird dabei die signifikante Abgrenzung des Nutzsignals vom Restrauschen. Besonders bei den Beschleunigungsdaten liegt diese Voraussetzung jedoch nicht immer vor. Aufgrund der Sensibilität bezüglich statischen Beschleunigungsfeldern werden deterministische Überlagerungen durch die Erdschwere erfasst, was die Signalqualität herabsetzt. Geschwindigkeitsänderungen sind somit nur durch deutliche Peaks innerhalb der Zeitreihe zu erkennen. In dieser Anwendung bilden Anfahrten aus dem Stillstand oder Übergänge auf schräge Ebenen Beispiele. Kleine Beschleunigungen werden hingegen in der Regeln nicht detektiert, was trotz Bewegungsmodellierung zu unsicheren Prädiktionen für Geschwindigkeit und Position führt. Notwendig bei komplexen Bewegungsänderungen sind somit Verfeinerungen der inertialen Datenverarbeitung, wie z.B. eine dynamische Anpassungen der Parameter  $\varepsilon$  und  $\Delta t_\varepsilon$  an die momentane Geschwindigkeit.

Aus der durchgeführten Stabilitätsuntersuchung geht hervor, dass die verwendeten MEMS-Sensoren innerhalb des betrachteten Messintervalls keinen beeinflussenden Bias aufweisen. In der industriellen Anwendung jedoch erfolgt die Positionierung für längerfristige Zeiträume, welche nach Abschnitt 3.3.3 durch eine steigende Allan-Abweichung und somit durch Systematiken gekennzeichnet sind. Zugrundeliegende Auswirkungen auf die Bewegungsfortschreibung müssen dann berücksichtigt werden. Für eine Betrachtung dieser Sensordrifts lassen sich entsprechende Korrekturparameter innerhalb des Fusionierungsalgorithmus mitbestimmen. Diese Problemstellung liefert in zukünftigen Arbeiten Raum für eine Modellierung und Schätzung von Kreisel- und Beschleunigungsbiase innerhalb der Kalman Filterung.

Des Weiteren wird gezeigt, dass die MILPS-Technologie einen gleichwertigen Ersatz für die auf dem Markt befindlichen Sensorsysteme darstellt. Die Beobachtung des erzeugten Magnetfeldes ist jedoch im Gegensatz zu den breitbandigen UWB-Impulsen nicht auf einen fixen Zeitpunkt begrenzt, sondern ergibt sich in Abhängigkeit einer zeitlichen Umschaltung. Dies hat zur Folge, dass die Signalqualität durch Variationen im überlagerten Erdmagnetfeld beeinflusst wird. Vor Allem bei Änderungen in der Objektorientierung können nichtlineare Interferenzen bezüglich der drei Achsen auftreten. Die Trendbereinigung nach Abschnitt 3.2.2 ist dann für eine Ermittlung der einzelnen Komponenten gegebenenfalls unzureichend. Weitere Forschungsansätze sollten sich daher mit einer Erweiterung der Magnetsignalverarbeitung beschäftigen, welche in Abhängigkeit von Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung entsprechende Veränderungen im beobachteten Erdmagnetfeld berücksichtigt. Außerdem setzt das triaxiale Magnetfeld die Kenntnis der genauen Magnetometerorientierung voraus. Zwar treten in den hier betrachteten Messintervallen diesbezüglich keine signifikanten Abweichungen auf, dauerhaft lassen sich entsprechende Drifts hingegen nicht vermeiden. Dadurch erfolgt eine Einschränkung beim Übergang in das lokale Koordinatensystem, sodass eine Umrechnung der drei Komponenten in Raumstrecke und Elevationswinkel nach (3.7) und (3.8) für eine orientierungsunabhängige Darstellung erfolgen muss. Die angesprochenen Vorteile der Konfiguration werden dadurch jedoch aufgegeben. Zukünftige Arbeiten sollten daher diesen in Hellmers u. a. [2016a] bereits thematisierten Ansatz der MILPS-Stützung nicht außer Acht lassen.

Das wohl größte Hindernis für einen kommerziellen Einsatz von Elektromagneten stellen die Probleme der verwendeten Hardware dar. Die kontinuierliche Umschaltung der Stromrichtung sowie die hohe Stromstärke von in diesem Fall 15 A führen schon nach etwa 20 Minuten zu hohen Temperaturen des gewickelten Kupferdrahtes. Sich ändernde Eigenschaften des induzierten Magnetfeldes sowie Materialschädigungen sind die Folge. Der Bedarf liegt daher in einer Berücksichtigung von geregelter Materialkühlung, welche den längerfristigen Einsatz von MILPS ermöglicht.

---

Letztendlich ist zu erwähnen, dass die in dieser Arbeit durchgeführte Datenerfassung separat von der Auswertung erfolgt und somit ausschließlich Postprocessing angewendet wird. Ein echtzeitfähiger Einsatz der entwickelten Algorithmik wird jedoch angestrebt. Zwar bietet sowohl die digitale Signalverarbeitung als auch das Verfahren der Kalman Filterung die Möglichkeit einer ressourcenschonenden Auswertung, jedoch stellt vor allem die Echtzeitsynchronisierung der verschiedenen Sensoren ein noch nicht vollständig gelöstes Problem für praktische Anwendungen dar. Wichtiger Ansatz für weitere Forschungsaufgaben besteht somit in der Installation eines globalen Zeitmessers, welcher eine einheitliche Zeitvorgabe ohne komplexe Infrastruktur realisiert.



---

# Literaturverzeichnis

- [Alarifi u. a. 2016] ALARIFI, Abdulrahman ; AL-SALMAN, AbdulMalik ; ALSALEH, Mansour ; ALNAFESSAH, Ahmad ; AL-HADHRAMI, Suheer ; AL-AMMAR, Mai A. ; AL-KHALIFA, Hend S.: Ultra Wideband Indoor Positioning Technologies: Analysis and Recent Advances. In: *Sensors (Basel)* 16 (2016), Mai, Nr. 5, S. 36. – ISSN 1424-8220
- [Allan 1966] ALLAN, D. W.: Statistics of atomic frequency standards. In: *Proceedings of the IEEE* 54 (1966), Februar, Nr. 2, S. 221–230. – ISSN 0018-9219
- [Analog Devices 2012] ANALOG DEVICES, Inc.: *Ten Degree of Freedom Inertial Sensor with Dynamic Orientation Outputs - Datasheet ADIS 16480*. 2012
- [Apple 2017] APPLE: *iPhone 3GS - Technische Daten*. 2017. – URL [https://support.apple.com/kb/SP565?viewlocale=de\\_DE&locale=de\\_DE](https://support.apple.com/kb/SP565?viewlocale=de_DE&locale=de_DE). – Zugriffsdatum: 2017-01-30
- [Arslan u. a. 2006] ARSLAN, Huseyin ; CHEN, Zhi N. ; BENEDETTO, Maria-Gabriella D.: *Ultra Wideband Wireless Communication*. 1. Hoboken, N.J : John Wiley & Sons, 2006. – ISBN 978-0-471-71521-4
- [Audoin 2008] AUDOIN, Claude: *The Measurement of Time: Time, Frequency and the Atomic Clock*. Cambridge ; New York : Cambridge University Press, Januar 2008. – ISBN 978-0-521-00397-1
- [Baarda 1968] BAARDA, W.: A testing procedure for use in geodetic networks. In: *Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy Bd. 2*. Delft, Netherlands, 1968. – ISBN 978 90 6132 209
- [Bell und Cathey 1993] BELL, B. M. ; CATHEY, F. W.: The iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 38 (1993), Februar, Nr. 2, S. 294–297. – ISSN 0018-9286
- [Benning 2011] BENNING, Wilhelm: *Statistik in Geodäsie, Geoinformation und Bauwesen*. 4., überarb. u. erweiterte Auflage. Berlin : Wichmann Herbert, 2011. – ISBN 978-3-87907-512-6
- [Blankenbach und Norrdine 2015] BLANKENBACH, J. ; NORRDINE, A.: Magnetic Indoor Local Positioning System. In: *Hassan A. Karimi: Indoor Wayfinding and Navigation*. Boca Raton : CRC Press, 2015, S. 53–80. – ISBN 978-1-4822-3085-7
- [Blankenbach u. a. 2011] BLANKENBACH, J. ; NORRDINE, A. ; HELLMERS, H.: Adaptive Signal Processing for a Magnetic Indoor Positioning System. In: *2011 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*. Guamãres, Portugal, September 2011
- [Blankenbach u. a. 2012] BLANKENBACH, J. ; NORRDINE, A. ; HELLMERS, H.: A robust and precise 3D indoor positioning system for harsh environments. In: *2012 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*. Sydney, Australia, November 2012, S. 1–8
- [Blankenbach u. a. 2007] BLANKENBACH, J. ; NORRDINE, A. ; SCHLEMMER, H. ; WILLERT, V.: Indoor-Positionierung auf Basis von Ultra Wide Band. In: *Allgemeine Vermessungsnachrichten Heft 5* (2007), S. 169–178
- [Blankenbach u. a. 2015] BLANKENBACH, J. ; STERNBERG, H. ; TILCH, S.: Indoor-Positionierung. In: *W. Freeden, R. Rummel: Handbuch der Geodäsie, Ingenieurgeodäsie*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2015

- 
- [Borre und Strang 2012] BORRE, Kai ; STRANG, Gilbert: *Algorithms for Global Positioning*. Cambridge, UK ; New York : Wellesley-Cambridge Press, 2012. – ISBN 978-0-521-76572-5
- [Borrmann u. a. 2015] BORRMANN, André ; KÖNIG, Markus ; KOCH, Christian ; BEETZ, Jakob: *Building Information Modeling: Technologische Grundlagen und industrielle Praxis*. 2015. Springer Vieweg, August 2015. – ISBN 978-3-658-05605-6
- [Brannon 2002] BRANNON, Rebecca M.: *ROTATION: A review of useful theorems involving proper orthogonal matrices referenced to threedimensional physical space*. Albuquerque, NM : Computational Physics and Mechanics; Sandia National Laboratories, September 2002
- [Brown und Hwang 2012] BROWN, Robert G. ; HWANG, Patrick Y. C.: *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering with Matlab Exercises*. 4. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, Februar 2012. – ISBN 978-0-470-60969-9
- [Buffa 2013] BUFFA, Cesare: *DESIGN OF MEMS MAGNETIC FIELD SENSORS AND READOUT ELECTRONICS (Doctorial Dissertation)*. POLITECNICO DI MILANO DEPARTMENT OF ELECTRONICS AND INFORMATION DOCTORAL PROGRAMME IN INFORMATION TECHNOLOGY, 2013
- [Büttner 2011] BÜTTNER, Wolf-Ewald: *Grundlagen der Elektrotechnik 1*. 3. De Gruyter Oldenbourg, September 2011. – ISBN 978-3-486-70706-9
- [Casper und Murphy 2003] CASPER, J. ; MURPHY, R. R.: Human-robot interactions during the robot-assisted urban search and rescue response at the World Trade Center. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* 33 (2003), Juni, Nr. 3, S. 367–385. – ISSN 1083-4419
- [Chui 1992] CHUI, Charles K.: *An Introduction to Wavelets*. Boston : Academic Pr Inc, Januar 1992. – ISBN 978-0-12-174584-4
- [Diebel 2006] DIEBEL, James: *Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors*. Stanford, California : Stanford University, 2006
- [Diefenbach 2014] DIEFENBACH, Nicolas: *Direkte Georeferenzierung einer Multi-Sensor-Plattform für Mobile Mapping Anwendungen*. Darmstadt, Institut für Geodäsie der Technischen Universität Darmstadt, Masterthesis (unveröffentlicht), 2014
- [Edwards u. a. 2016] EDWARDS, A. ; MAHGOUB, I. ; RATHOD, M.: Investigation of RFID based localization for SmartDrive vehicular network testbed. In: *2016 IEEE 7th Annual Ubiquitous Computing, Electronics Mobile Communication Conference (UEMCON)*, Oktober 2016, S. 1–6
- [Ehrlich und Blankenbach 2014] EHRLICH, Catia R. ; BLANKENBACH, Jörg: *Innenraumpositionierung für Fußgänger unter Verwendung eines Smartphones In: Kolbe/Bill/Donauer (Hrsg.): Geoinformationssysteme 2014: Beiträge zur 1. Münchner GI-Runde*. Berlin : Wichmann, Februar 2014
- [Eichhorn 2005] EICHHORN, Andreas: *Ein Beitrag zur Identifikation von dynamischen Strukturmodellen mit Methoden der adaptiven KALMAN-Filterung*. 1. München : Bayerische Akademie der Wissenschaften, Juli 2005. – ISBN 978-3-7696-5024-2
- [El-Sheimy u. a. 2008] EL-SHEIMY, N. ; HOU, H. ; NIU, X.: Analysis and Modeling of Inertial Sensors Using Allan Variance. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 57 (2008), Januar, Nr. 1, S. 140–149. – ISSN 0018-9456
- [Farrell 2008] FARRELL, Jay: *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*. New York : Mcgraw Hill Book Co, 2008. – ISBN 978-0-07-149329-1

- 
- [Finckenstein u. a. 2004] FINCKENSTEIN, Karl ; LEHN, Jürgen ; SCHELLHAAS, Helmut ; WEGMANN, Helmut: *Arbeitsbuch Mathematik für Ingenieure: Band I: Analysis und Lineare Algebra*. 3. Aufl. 2004. Stuttgart u.a. : Vieweg+Teubner Verlag, November 2004. – ISBN 978-3-519-22966-7
- [Finckenstein u. a. 2006] FINCKENSTEIN, Karl ; LEHN, Jürgen ; SCHELLHAAS, Helmut ; WEGMANN, Helmut: *Arbeitsbuch Mathematik für Ingenieure, Band II: Differentialgleichungen, Funktionentheorie, Numerik und Statistik*. 3. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2006. – ISBN 978-3-8351-0030-5
- [Fixounet 2017] FIXOUNET: *Avidemux - Main Page*. 2017. – URL <http://fixounet.free.fr/avidemux/>. – Zugriffsdatum: 2017-01-30
- [Gelb 1974] GELB, Arthur: *Applied Optimal Estimation*. Cambridge, Mass : MIT Press, Juli 1974. – ISBN 978-0-262-20027-1
- [Gezici und Poor 2009] GEZICI, S. ; POOR, H. V.: Position Estimation via Ultra-Wide-Band Signals. In: *Proceedings of the IEEE 97* (2009), Februar, Nr. 2, S. 386–403. – ISSN 0018-9219
- [Gorostiza u. a. 2011] GOROSTIZA, Ernesto M. ; GALILEA, José Luis L. ; MECA, Francisco Javier M. ; MONZÚ, David S. ; ZAPATA, Felipe E. ; PUERTO, Luis P.: Infrared sensor system for mobile-robot positioning in intelligent spaces. In: *Sensors (Basel)* 11 (2011), Nr. 5, S. 5416–5438. – ISSN 1424-8220
- [Groves 2013] GROVES, Paul D.: *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. 2 Rev ed. Boston : Artech House Publishers, 2013. – ISBN 978-1-60807-005-3
- [von Grünigen 2008] GRÜNIGEN, Daniel C. von: *Digitale Signalverarbeitung: mit einer Einführung in die kontinuierlichen Signale und Systeme*. 4. München : Carl Hanser Verlag GmbH & Co. KG, Oktober 2008. – ISBN 978-3-446-41463-1
- [Guizzo 2008] GUIZZO, E.: Three Engineers, Hundreds of Robots, One Warehouse. In: *IEEE Spectrum* 45 (2008), Juli, Nr. 7, S. 26–34. – ISSN 0018-9235
- [Händler 2012] HÄNDLER, Verena: *Konzeption eines bildbasierten Sensorsystems zur 3D-Indoorpositionierung sowie Analyse möglicher Anwendungen*. Darmstadt : Dissertation im FB Bauingenieurwesen und Geodäsie, FG Geodätische Messsysteme und Sensorik, Technische Universität Darmstadt, November 2012. – ISBN 978-3-935631-25-9
- [Hänsler 2001] HÄNSLER, Eberhard: *Statistische Signale: Grundlagen und Anwendungen*. 3. Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hongkong; London; Mailand; Paris; Singapur; Tokio : Springer, 2001. – ISBN 978-3-540-41644-9
- [Hanson 2005] HANSON, Andrew J.: *Visualizing Quaternions*. San Francisco, CA : Amsterdam ; Boston : Elsevier Ltd, Oxford, September 2005. – ISBN 978-0-12-088400-1
- [Hellmers u. a. 2014] HELLMERS, H. ; EICHHORN, A. ; NORRDINE, A. ; BLANKENBACH, J.: Indoor localisation for wheeled platforms based on IMU and artificially generated magnetic field. In: *Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service (UPINLBS), 2014*. Corpus Christi, TX (USA), November 2014, S. 255–264
- [Hellmers u. a. 2016a] HELLMERS, H. ; EICHHORN, A. ; NORRDINE, A. ; BLANKENBACH, J.: IMU/magnetometer based 3D indoor positioning for wheeled platforms in NLoS scenarios. In: *2016 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*. Alcalá de Henares, Madrid, Spain, Oktober 2016, S. 1–8
- [Hellmers u. a. 2013] HELLMERS, H. ; NORRDINE, A. ; BLANKENBACH, J. ; EICHHORN, A.: An IMU/magnetometer-based Indoor positioning system using Kalman filtering. In: *International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*. Montbeliard-Belfort, France, Oktober 2013, S. 1–9

- 
- [Hellmers 2011] HELLMERS, Hendrik: *Signalverarbeitung für ein Indoor-Positionierungssystem auf Basis künstlich erzeugter Magnetfelder*. Darmstadt, Geodätisches Institut der Technischen Universität Darmstadt, Diplomarbeit (unveröffentlicht), September 2011
- [Hellmers u. a. 2016b] HELLMERS, Hendrik ; DIEFENBACH, Nicolas ; EICHHORN, Andreas: IMU/UWB Sensorfusion für die Indoor-Positionierung von bewegten Plattformen. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen Heft 6* (2016), Dezember, S. 407–415
- [Henin 2005] HENIN, Steve R.: *Kalman-Filterung und Glättung bei dynamischen Modellen: Effiziente numerische Implementierung unter Berücksichtigung erweiterter statistischer Prüfmethode*n. Bonn, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, März 2005
- [Heunecke 1995] HEUNECKE, Otto: *Zur Identifikation und Verifikation von Deformationsprozessen mittels adaptiver KALMAN-Filterung (Hannoversches Filter)*. Hannover : Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Juni 1995 (208)
- [Hofmann-Wellenhof u. a. 2013] HOFMANN-WELLENHOF, Bernhard ; LEGAT, Klaus ; WIESER, Manfred: *Navigation: Principles Of Positioning And Guidance*. Softcover reprint of the original 1st ed. 2003. Wien; New York : Springer, 2013. – ISBN 978-3-211-00828-7
- [Hübner 2011] HÜBNER, Ralph: *Rotationen - Der Unterschied zwischen keiner Drehung und einer Drehung um  $2\pi$* . Wesel, Abhandlung zu einer sci.physics.research Newsgroup, Februar 2011
- [Jekeli 2001] JEKELI, Christopher: *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*. Berlin, New York : Walter de Gruyter, 2001. – ISBN 978-3-11-015903-5
- [Jia u. a. 2010] JIA, Zhanbiao ; CHEN, Hong ; CAI, Xiaoxia ; CHEN, Xiaobo: A novel pulse design based on sinusoid Gaussian function for UWB communication. In: *2010 3rd IEEE International Conference on Broadband Network and Multimedia Technology (IC-BNMT)*, Oktober 2010, S. 1240–1244
- [Jiménez und Seco 2016] JIMÉNEZ, A. R. ; SECO, F.: Comparing Decawave and Bespoon UWB location systems: Indoor/outdoor performance analysis. In: *2016 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*. Alcalá de Henares, Madrid, Spain, Oktober 2016, S. 1–8
- [Jin u. a. 2007] JIN, Ming-Hui ; YU, Chih-Hao ; LAI, Hung-Ren ; FENG, Ming-Whei: Zigbee Positioning System for Smart Home Application. In: *Frontiers of High Performance Computing and Networking ISPA 2007 Workshops*, Springer, Berlin, Heidelberg, August 2007, S. 183–192. – DOI: 10.1007/978-3-540-74767-3\_20
- [Julier und Uhlmann 1997] JULIER, Simon J. ; UHLMANN, Jeffrey K.: New extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In: KADAR, Ivan (Hrsg.): *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, Juli 1997, S. 182
- [Jwo u. a. 2010] JWO, Dah-Jing ; CHUNG, Fong-Chi ; WENG, Tsu-Pin: Adaptive Kalman Filter for Navigation Sensor Fusion. In: *Thomas Ciza: Sensor Fusion and its Applications*. InTech, August 2010, S. 494. – ISBN 978-953-307-101-5
- [Kahmen 1993] KAHMEN, Heribert: *Vermessungskunde*. 18. Berlin; New York : De Gruyter, 1993. – ISBN 3-11-013732-1
- [Kalman 1960] KALMAN, R. E.: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. In: *J. Basic Eng* 82 (1960), März, Nr. 1, S. 35–45. – ISSN 0098-2202
- [Kern 2005] KERN, Christian: *Anwendung von RFID-Systemen*. 1., Aufl. Berlin; New York : Springer, September 2005. – ISBN 978-3-540-27725-5

- 
- [Kleusberg 1994] KLEUSBERG, A.: Die direkte Lösung des räumlichen Hyperbelschnitts. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen Heft 4* (1994), S. 188–192
- [Klingbeil und Romanovas 2014] KLINGBEIL, Lasse ; ROMANOVAS, Michailas: *Hybride Verfahren zur Indoor-Lokalisierung*, In: *Kolbe/Bill/Donauer (Hrsg.): Geoinformationssysteme 2014: Beiträge zur 1. Münchner GI-Runde*, S. 85-96. Berlin : Wichmann Verlag, Februar 2014
- [Koch 2004] KOCH, Karl-Rudolf: *Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen*. Vierte, bearbeitete Auflage. Bonn : Ferd. Dümmlers Verlag, 2004
- [Koyuncu und Hua Yang 2010] KOYUNCU, Hakan ; HUA YANG, Shuang: A Survey of Indoor Positioning and Object Locating Systems. In: *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security* 10 (2010), Mai, S. 121–128
- [Kreiß 2006] KREISS, Jens-Peter: *Einführung in die Zeitreihenanalyse*. Berlin; New York : Springer, 2006. – ISBN 978-3-540-25628-1
- [Kuipers 2002] KUIPERS, Jack B.: *Quaternions and Rotation Sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality*. Reprint. Princeton, N.J. : Princeton Univers. Press, August 2002. – ISBN 978-0-691-10298-6
- [Lenz und Edelstein 2006] LENZ, J. ; EDELSTEIN, S.: Magnetic sensors and their applications. In: *IEEE Sensors Journal* 6 (2006), Juni, Nr. 3, S. 631–649. – ISSN 1530-437X
- [Mautz 2012] MAUTZ, Rainer: *Indoor Positioning Technologies: A Survey*. Saarbrücken : Südwestdeutscher Verlag für Hochschulschriften, 2012. – ISBN 978-3-8381-3537-3
- [Medina u. a. 2012] MEDINA, C. ; SEGURA, J. C. ; HOLM, S.: Feasibility of ultrasound positioning based on signal strength. In: *2012 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*. Sydney, Australia, November 2012, S. 1–9
- [van der Merwe und Wan 2004] MERWE, Rudolph van der ; WAN, Eric A.: Sigma-Point Kalman Filters for Integrated Navigation. In: *Proceedings of the 60th Annual Meeting of The Institute of Navigation (2004)*. Dayton, OH, Juni 2004, S. 641 – 654
- [Meschede und Gerthsen 2010] MESCHEDÉ, Dieter ; GERTHSEN, Christian: *Gerthsen Physik*. 24., überarb. Aufl. 2010. Berlin u.a. : Springer, September 2010. – ISBN 978-3-642-12893-6
- [Meyer 2014] MEYER, Martin: *Signalverarbeitung*. Wiesbaden : Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014. – ISBN 978-3-658-02611-0
- [Millner 1987] MILLNER, Rudolf: *Ultraschalltechnik. Grundlagen und Anwendung*. Weinheim : Physik Verlag, 1987. – ISBN 978-3-87664-106-5
- [Mohamed und Schwarz 1999] MOHAMED, A. H. ; SCHWARZ, K. P.: Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS. In: *Journal of Geodesy* 73 (1999), Mai, Nr. 4, S. 193–203
- [Moretto u. a. 2013] MORETTO, Alain ; COLIN, Elizabeth ; HAYOZ, Marc: Optimal RFID Beacons Configuration for Accurate Location Techniques within a Corridor Environment. In: *International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*. Montbeliard-Belfort, France, Oktober 2013
- [Moschytz und Hofbauer 2000] MOSCHYTZ, George S. ; HOFBAUER, Markus: *Adaptive Filter*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2000. – ISBN 978-3-540-67651-5
- [Müller u. a. 2014] MÜLLER, P. ; RAITOHARJU, M. ; PICHÉ, R.: A field test of parametric WLAN-fingerprint-positioning methods. In: *17th International Conference on Information Fusion (FUSION)*, Juli 2014, S. 1–8

- 
- [Neu 2004] NEU, Jonathan M.: *A Tightly-Coupled INS/GPS Integration using a MEMS IMU*. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, Departement of the Air Force Air University, Air Force Institute of Technology, Master-Thesis, September 2004
- [Niemeier 2008] NIEMEIER, Wolfgang: *Ausgleichsrechnung: Statistische Auswertemethoden*. 2. Berlin u.a. : De Gruyter, 2008. – ISBN 978-3-11-019055-7
- [Norr dine 2009] NORRDINE, A.: *Präzise Positionierung und Orientierung innerhalb von Gebäuden*. Darmstadt : Dissertation im FB Bauingenieurwesen und Geodäsie, Technische Universität Darmstadt, 2009. – ISBN 978-3-935631-18-1
- [Ohm und Lüke 2010] OHM, Jens-Rainer ; LÜKE, Hans D.: *Signalübertragung*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2010 (Springer-Lehrbuch). – ISBN 978-3-642-10199-1
- [Paffenholz 2012] PAFFENHOLZ, Jens-André: *Direct geo-referencing of 3D point clouds with 3D positioning sensors*. München : Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Verlag C.H. Beck, 2012. – ISBN 978-3-7696-5105-0
- [Pearson 1900] PEARSON, Karl: On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. In: *Philosophical Magazine Series 5* 50 (1900), Juli, Nr. 302, S. 157–175. – ISSN 1941-5982
- [Percival und Walden 2010] PERCIVAL, Donald B. ; WALDEN, Andrew T.: *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. New Ed. Cambridge; New York : Cambridge University Press, 2010. – ISBN 978-0-521-68508-5
- [Prigge 2004] PRIGGE, E. A.: *A Positioning System with no Line-of-Sight Restrictions for cluttered environments*. Stanford : Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, August 2004
- [Rappaport u. a. 1996] RAPPAPORT, T. S. ; REED, J. H. ; WOERNER, B. D.: Position location using wireless communications on highways of the future. In: *IEEE Communications Magazine* 34 (1996), Oktober, Nr. 10, S. 33–41. – ISSN 0163-6804
- [Rooch 2014] ROOCH, Aeneas: *Statistik für Ingenieure: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Datenauswertung endlich verständlich*. 2014. Berlin u.a. : Springer Spektrum, August 2014. – ISBN 978-3-642-54856-7
- [Schlemmer 1996] SCHLEMMER, Harald: *Grundlagen der Sensorik: Eine Instrumentenkunde für Vermessungsingenieure*. 1. Aufl. Heidelberg : Wichmann, H, 1996. – ISBN 978-3-87907-278-1
- [Shin und El-Sheimy 2002] SHIN, Eun-Hwan ; EL-SHEIMY, Naser: A New Calibration Method for Strap-down Inertial Navigation Systems. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen Heft 1* (2002), S. 41–50
- [Singer u. a. 1993] SINGER, P ; STRÖBEL, D. ; HÖRDT, R. ; BAHNDORF, J. ; LINKWITZ, K.: Direkte Lösung des räumlichen Bogenschnitts. In: *Zeitschrift für Vermessungswesen Heft 1* (1993), S. 20–24
- [Spring 2009] SPRING, Eckhard: *Elektrische Maschinen: Eine Einführung*. 3. Berlin; Heidelberg : Springer, Juli 2009. – ISBN 978-3-642-00884-9
- [Stolz 2005] STOLZ, Werner: *Starthilfe Physik*. 4., durchges. u. erw. Aufl. 2005. Vieweg+Teubner, Januar 2005
- [Tamiya 2017] TAMIYA: *1:10 RC Rock Socker CR-01*. 2017. – URL <http://www.tamiya.de/de/produkte/rcmodellautos/bausatzelektro/produktetails.htm?sArtNr=300058592>. – Zugriffsdatum: 2017-01-30

- 
- [Thrun u. a. 2005] THRUN, Sebastian ; BURGARD, Wolfram ; FOX, Dieter: *Probabilistic Robotics*. Cambridge, Mass : The Mit Press, September 2005. – ISBN 978-0-262-20162-9
- [TimeDomain 2017] TIMEDOMAIN: *TimeDomain*. 2017. – URL <http://www.timedomain.com/>. – Zugriffsdatum: 2017-05-30
- [Timmermann 2010] TIMMERMANN, Jens: *Systemanalyse und Optimierung der Ultrabreitband-Übertragung*. Karlsruhe : KIT Scientific Publishing, 2010 (58). – ISBN 978-3-86644-460-7
- [Ubisense 2012] UBISENSE: *Training material for Ubisense Precise Real-time Location*. 2012
- [Ubisense 2017] UBISENSE: *Ubisense*. 2017. – URL <https://ubisense.net/en>. – Zugriffsdatum: 2017-05-30
- [VIA Technologies 2017] VIA TECHNOLOGIES: *EPIA-P910*. 2017. – URL <http://www.viatech.com/en/boards/pico-itx/epia-p910/>. – Zugriffsdatum: 2017-01-30
- [Wagner u. a. 2014] WAGNER, Jenny ; TIPLER, Paul A. ; MOSCA, Gene ; KOMMER, Christoph: *Physik: für Wissenschaftler und Ingenieure*. 7. Berlin : Springer Spektrum, 2014. – ISBN 978-3-642-54165-0
- [Wan und van der Merwe 2000] WAN, Eric A. ; MERWE, Rudolph van der: The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation. In: *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000* Bd. 153-158, Februar 2000, S. 153–158
- [Wang u. a. 2016] WANG, J. ; WANG, Y. ; GUAN, X.: An indoor localization system based on backscatter RFID tag. In: *2016 IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, April 2016, S. 1–6
- [Wang 2012] WANG, Quiang: *Entwicklung eines MEMS Drucksensor-Prozessmoduls für die Post-CMOS Integration*. Duisburg : Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften Abteilung Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Duisburg-Essen genehmigte Dissertation, Februar 2012
- [Want u. a. 1992] WANT, Roy ; HOPPER, Andy ; FALCÃO, Veronica ; GIBBONS, Jonathan: The Active Badge Location System. In: *ACM Trans. Inf. Syst.* 10 (1992), Januar, Nr. 1, S. 91–102. – ISSN 1046-8188
- [Wendel 2011] WENDEL, Jan: *Integrierte Navigationssysteme: Sensordatenfusion, GPS und Inertiale Navigation*. überarbeitete Auflage. München : Oldenbourg Wissenschaftsverlag, Februar 2011
- [Willemsen 2016] WILLEMSSEN, Thomas: *Fusionsalgorithmus zur autonomen Positionsschätzung im Gebäude, basierend auf MEMS-Inertialsensoren im Smartphone*. Hamburg, HafenCity Universität Hamburg, Dissertation, 2016
- [Witte und Sparla 2015] WITTE, Bertold ; SPARLA, Peter: *Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen*. 8., neu bearb. u. erw. Aufl. Wichmann, H, Juli 2015. – ISBN 978-3-87907-552-2
- [Wolfschmidt 2009] WOLFSCHMIDT, Gudrun: *Sterne weisen den Weg - Geschichte der Navigation: Katalog zur Ausstellung in Hamburg und Nürnberg 2008-2010, zusammengestellt von Gudrun Wolfschmidt ... zur Geschichte der Naturwissenschaften*. 1. Hamburg; Nürnberg : Books on Demand, Juli 2009. – ISBN 978-3-8370-3969-6
- [Wong u. a. 2008] WONG, C. ; KLUKAS, R. ; MESSIER, G. G.: Using WLAN Infrastructure for Angle-of-Arrival Indoor User Location. In: *2008 IEEE 68th Vehicular Technology Conference*, September 2008, S. 1–5
- [Wu u. a. 2016] WU, Z. ; FU, K. ; JEDARI, E. ; SHUVRA, S. R. ; RASHIDZADEH, R. ; SAIF, M.: A Fast and Resource Efficient Method for Indoor Positioning Using Received Signal Strength. In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 65 (2016), Dezember, Nr. 12, S. 9747–9758. – ISSN 0018-9545

---

[Yamasaki u. a. 2005] YAMASAKI, R. ; OGINO, A. ; TAMAKI, T. ; UTA, T. ; MATSUZAWA, N. ; KATO, T.: TDOA location system for IEEE 802.11b WLAN. In: *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2005* Bd. 4, März 2005, S. 2338–2343 Vol. 4

[Ziegler 1996] ZIEGLER, Christian: *Entwicklung und Erprobung eines Positionierungssystems für den lokalen Anwendungsbereich*. Verlag der Bayrischen Akademie der Wissenschaften in Kommission bei der C.H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München, TU Darmstadt, Dissertation, Januar 1996

# A Anhang

Der Anhang dient ergänzend zu den im Haupttext gemachten Ausführungen. Neben einer weiteren, in der Praxis angewendeten Modifikation der Kalman Filterung sowie einer tabellarischen Auflistung zur Sensorkonfiguration, sind die übrigen Soll-Ist-Vergleiche der Trajektorien-Rückwege gezeigt.

## A.1 Unscented Kalman Filter

Zu den in Abschnitt 6.1 genannten Verfahren der Sensorfusion stellt der sogenannte *Unscented Kalman Filter* (UKF) eine Abwandlung der Methodik für nichtlineare Problemstellungen dar. Im Gegensatz zum IKF werden dabei entsprechende Auswirkungen in der Zustandsbeschreibung über einen statistischen Ansatz behandelt. Da Nichtlinearitäten sowohl im Beobachtungsmodell  $f^{FK}$ , als auch in der Bewegungsfortschreibung  $f_x$  auftreten können, werden im UKF Prädiktions- und Filterungsschritt getrennt voneinander betrachtet. Beide Teile können kombiniert oder einzeln angewendet werden [Wendel, 2011].

### A.1.1 Prädiktionsschritt

Der  $u$ -dimensionale Systemzustand ist aufgrund Sensor- und Modellunsicherheiten durch zufällige Fehler gekennzeichnet und wird deshalb im statistischen Sinne als Zufallsvektor mit entsprechendem Erwartungswert und Varianz-Kovarianz-Matrix angesehen. Obwohl in der Literatur oft die VKM  $\Sigma_{xx}$  statistische Information über einen zugrundeliegenden Zufallsvektor liefert, wird hier - für eine Betrachtung der äußeren Genauigkeit - die bereits skalierte Kofaktormatrix  $Q_{xx}$  genutzt. Die Notation  $x$  für den Systemzustand bezeichnet in diesem Sinne den statistischen Erwartungswert  $E(x)$ .

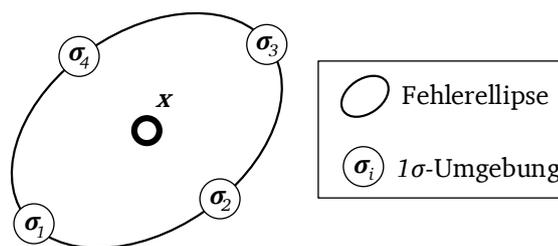
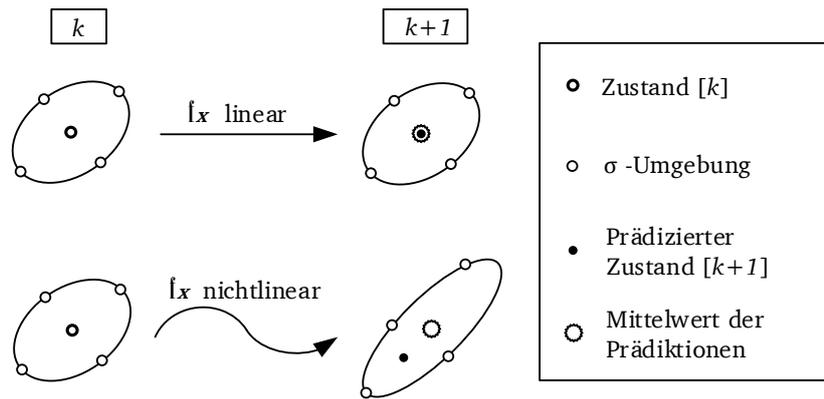


Abbildung A.1.:  $1\sigma$ -Umgebung für einen zweidimensionalen Zufallsvektor

Da der Zustandsvektor zum Zeitpunkt  $k$  statistisch nur eine Realisierung einer Stichprobe beschreibt, befinden sich auf Grundlage einer bestimmten Wahrscheinlichkeit weitere Realisierungen innerhalb einer Umgebung, welche durch ein  $u$ -dimensionales Fehlerellipsoid auf Basis der Kofaktormatrix gekennzeichnet ist. Ausgewählte Punkte auf dem Rand dieses Ellipsoides (im Folgenden  $\sigma$ -Punkte) bilden dabei eine sogenannte  $1\sigma$ -Umgebung, was in Abbildung A.1 beispielhaft für einen zweidimensionalen Zufallsvektor gezeigt ist. Bei normalverteilten Zufallsvektoren liegen demnach etwa 68 % aller Realisierungen innerhalb dieses Radius, was die Standardabweichung widerspiegelt [Borre und Strang, 2012].



**Abbildung A.2.:** Nichtlineare Bewegungsfortschreibung

Werden bei der Bewegungsfortschreibung nicht nur der Erwartungswert  $\mathbf{x}$ , sondern eine Menge aller möglichen Realisierungen der Stichprobe betrachtet, hat dies genau dann Auswirkungen auf den prädizierten Zustand und dessen Kofaktormatrix, wenn innerhalb des Bewegungsmodells  $f_{\mathbf{x}}$  die Elemente von  $\mathbf{x}$  in nichtlinearer Form auftreten. In diesem Fall entspricht der prädizierte Systemzustand am Zeitpunkt  $k + 1$  nicht mehr unbedingt dem Mittelwert aller prädizierten  $\sigma$ -Punkte und weicht somit eventuell von einer erwartungstreuen Schätzung ab. Dies ist in Abbildung A.2 an einem Beispiel verdeutlicht. Während die Kofaktormatrix bei einer linearen Fortschreibung die zugrundeliegende Statistik weiterhin repräsentiert (prädizierter Zustand entspricht dem Erwartungswert aller prädizierten  $\sigma$ -Punkte), ist im nichtlinearen Fall eine Verzerrung zu beobachten. Die Prädiktion widerspricht somit der Erwartungstreue [Julier und Uhlmann, 1997].

Dieser Auswirkung wird beim UKF anhand einer Bewegungsfortschreibung von mehreren Realisierungen der Stichprobe begegnet. In der Praxis wird dazu zunächst eine repräsentative  $\sigma$ -Umgebung durch rechts- und linksseitiges Addieren des  $1\sigma$ -Bereiches an den Systemzustand  $\mathbf{x}_k$  abgeschätzt. Dieser Bereich ergibt sich anhand der Kofaktormatrix zum Zeitpunkt  $k$ , welche die Varianz der zugrunde gelegten Stichprobe beschreibt. Durch die Berechnung der Quadratwurzel wird dann auf die einfache Standardabweichung des  $u$ -dimensionalen Zufallsvektors geschlossen, wobei die Eigenschaft genutzt wird, dass jede positiv definite Matrix  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{u \times u}$  als ein Produkt

$$\mathbf{Q} = \sqrt{\mathbf{Q}}^T \cdot \sqrt{\mathbf{Q}} \quad (\text{A.1})$$

geschrieben werden kann. Die Quadratwurzel  $\sqrt{\mathbf{Q}}$  stellt dabei eine untere Dreiecksmatrix<sup>1</sup> dar, welche nach Finckenstein u. a. [2006] über die sogenannte *Cholesky-Zerlegung*<sup>2</sup> ermittelt wird.

Im Bezug auf den momentanen Systemzustand erfolgen dann Additionen und Subtraktionen der einzelnen Zeilen dieser  $u \times u$ -Matrix, sodass sich insgesamt  $2u + 1$  Sigmapunkte ergeben. Eine statistische Situation wird somit durch die Realisierung einer deterministischen Stichprobe beschrieben. Für die einzelnen Sigmapunkte  $\sigma_{k,i}$ ,  $i = \{1, \dots, 2u + 1\}$  zum Zeitpunkt  $k$  gelten nach Julier und Uhlmann [1997]:

$$\sigma_{k,0} = \mathbf{x}_k, \quad (\text{A.2})$$

$$\sigma_{k,i} = \mathbf{x}_k + \zeta \cdot \sqrt{(\mathbf{Q}_{\mathbf{x}\mathbf{x}})_{k,i}}^T, \quad i = \{1, \dots, u\}, \quad (\text{A.3})$$

$$\sigma_{k,i} = \mathbf{x}_k - \zeta \cdot \sqrt{(\mathbf{Q}_{\mathbf{x}\mathbf{x}})_{k,i-u}}^T, \quad i = \{u + 1, \dots, 2u\}. \quad (\text{A.4})$$

<sup>1</sup> Die Matrix beinhaltet nur Einträge unterhalb der Hauptdiagonalen ungleich null

<sup>2</sup> André-Louis Cholesky (1875 bis 1918)

Dabei ist  $\sqrt{(\mathbf{Q}_{xx})_{k,i}}^T$  die  $i$ -te transponierte Zeile von  $\sqrt{(\mathbf{Q}_{xx})_k}$  und  $\zeta$  ein Skalierungsfaktor für die  $1\sigma$ -Umgebung, welcher den Abstand der  $\sigma$ -Punkte vom Erwartungswert definiert [Wendel, 2011]. Er ist abhängig von der Applikation und beruht in der Regel auf Erfahrungswerten.

Im eigentlichen Prädiktionsschritt des UKF werden dann jegliche  $\sigma$ -Punkte durch eine nichtlineare Bewegungsgleichung  $f_x$  von  $k$  nach  $k + 1$  prädiziert [Julier und Uhlmann, 1997]:

$$\sigma_{k+1,i} = f_x(\sigma_{k,i}). \quad (\text{A.5})$$

Aus Erwartungswert und Varianz wird anschließend der prädizierte Mittelwert und die entsprechende Kofaktormatrix für den Zeitpunkt  $k + 1$  errechnet:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \sum_{i=0}^{2u} \omega_i \cdot \sigma_{k+1,i}, \quad (\text{A.6})$$

$$(\mathbf{Q}_{xx})_{k+1} = \sum_{i=0}^{2u} \omega_i \cdot (\sigma_{k+1,i} - \mathbf{x}_{k+1}) \cdot (\sigma_{k+1,i} - \mathbf{x}_{k+1})^T. \quad (\text{A.7})$$

Auch hier werden für entsprechende Skalierungen Gewichte  $\omega_i$  eingeführt.

Der Prädiktionsschritt des Unscented Kalman Filter behandelt also eine mögliche verzerrte Bewegungsfortschreibung, bei der Elemente des Systemzustandes in nichtlinearer Form auftreten. Auf Grundlage der Statistik wird eine repräsentative Stichprobe erzeugt, welche in ihrer Gesamtheit prädiziert wird. Eine erwartungstreue Schätzung wird dann durch die gewichtete Mittelbildung und Ermittlung der Kofaktormatrix nach (A.6) und (A.7) realisiert. Dieser Ansatz einer Betrachtung von mehreren Sigma-Punkten wird im Folgenden auf den Fall eines Filterungsschrittes mit nichtlinearen Beobachtungsgleichungen übertragen.

---

### A.1.2 Filterungsschritt

---

Linearisierungsprobleme während des Filterungsschrittes treten bei nichtlinearen Transformationen  $f^{KF}(\mathbf{x})$  des aktuellen Systemzustandes in den Beobachtungsraum auf. Während entsprechende Effekte beim IKF durch eine iterative Ausführung der eigentlichen Filterung berücksichtigt sind, wird in diesem Ansatz wieder eine Menge von möglichen Realisierungen betrachtet. Aus Gründen der Übersicht wird im Folgenden auf den zeitlichen Index  $k$  verzichtet. Ergibt sich der Übergang vom aktuellen Systemzustand  $E(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$  in den Beobachtungsraum

$$f(\mathbf{x})^{KF} = \mathbf{l} - \mathbf{v} \quad (\text{A.8})$$

über nichtlineare Gleichungen  $f^{KF}$ , werden in diesem Fall zunächst - analog zum Prädiktionsschritt - sämtliche Realisierungen der  $1\sigma$ -Umgebung transformiert. Für die Transformation dieser  $2u + 1$  Sigma-Punkte zum Filterungszeitpunkt gilt nach Julier und Uhlmann [1997]

$$\mathbf{l}_i^0 = f^{KF}(\sigma_i), \quad i = \{0, \dots, 2 \cdot u\}, \quad (\text{A.9})$$

wobei  $\mathbf{l}_i^0$  den Vektor des  $i$ -ten Sigma-Punktes im Beobachtungsraum bezeichnet. Basierend auf der Menge aller transformierten  $\sigma$ -Punkte ergibt sich der entsprechende Mittelwert  $\mathbf{l}^0$  zu

$$\mathbf{l}^0 = \sum_{i=0}^{2 \cdot u} \omega_i \cdot \mathbf{l}_i^0 \quad (\text{A.10})$$

und die Kovarianzmatrix der Innovation zu

$$\mathbf{Q}_{vv} = \sum_{i=0}^{2 \cdot u} \omega_i \cdot (\mathbf{l}_i^0 - \mathbf{l}^0) \cdot (\mathbf{l}_i^0 - \mathbf{l}^0)^T + \mathbf{Q}_{\parallel}. \quad (\text{A.11})$$

In diesem Zusammenhang beschreibt  $\mathbf{Q}_{II}$  die Kofaktormatrix der absoluten Beobachtungen. Des Weiteren gilt nach den Zusammenhängen der Statistik für die Kreuzkorrelation von  $\mathbf{I}$  und  $\mathbf{x}$  [Wendel, 2011]:

$$\mathbf{Q}_{xI} = \sum_{i=0}^{2-u} \omega_i \cdot (\boldsymbol{\sigma}_i - \mathbf{x}) \cdot (\mathbf{I}_i^0 - \mathbf{I}^0)^T. \quad (\text{A.12})$$

Die Gewichte  $\omega_i$  basieren dabei wiederum auf Erfahrungswerten.

Analog zu (6.6) folgt nach Julier und Uhlmann [1997] für die Kalman Matrix als Innovationsgewichtung

$$\mathbf{K} = \mathbf{Q}_{xI} \cdot \mathbf{Q}_{vv}^{-1}, \quad (\text{A.13})$$

was letztlich zum geschätzten Systemzustand

$$\mathbf{x}^+ = \mathbf{x} + \mathbf{K} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{I}^0) \quad (\text{A.14})$$

und der entsprechenden Kofaktormatrix

$$\mathbf{Q}_{xx}^+ = \mathbf{Q}_{xx}^- - \mathbf{K} \cdot \mathbf{Q}_{vv} \cdot \mathbf{K}^T \quad (\text{A.15})$$

führt.

Der Filterungsschritt des Unscented Kalman Filter berücksichtigt demnach äquivalent zum Prädiktions-schritt Nichtlinearitäten anhand des Übergangs einer statistischen Information in eine deterministische Formulierung. Über die zugrundeliegende Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{xx}$  wird eine Anzahl von Realisierungen der Gesamtstichprobe erstellt, welche anhand des nichtlinearen Beobachtungsmodells  $\mathbf{f}^{KF}$  und den zugrun-deliegenden Messungen  $\mathbf{I}$  gestützt werden. Eine erwartungstreue Schätzung ergibt sich dann aus der Bildung des Mittelwertes (A.10) sowie den entsprechenden Kovarianzmatrizen (A.11) und (A.12).

Vorteil dieses Verfahrens ist das Umgehen eines iteratives Annäherns an die finale Lösung (Abschnitt 6.1.1) über eine Taylor-Reihenentwicklung erster Ordnung. Dadurch werden im UKF auch Restglieder höherer Ordnung berücksichtigt. Nachteil der Methode ist jedoch der erheblich größere Rechenaufwand und die Anfälligkeit numerischer Probleme, speziell durch das Bilden der Cholesky-Zerlegung in (A.1). Je nach Grad der Linearität ist bei vorliegenden Filteraufgaben abzuwägen, ob ein UKF notwendig ist. Bei linearen Anwendungen, was in dieser Arbeit für das Bewegungsmodell zutrifft, führen Iterativer und Unscented Kalman Filter zum selben Ergebnis. Aufgrund der klaren Trennung von Prädiktions- und Filterungsschritt lassen sich außerdem verschiedene Abwandlungen der Kalman Filterung willkürlich miteinander kombinieren [Wendel, 2011]. Weitere Untersuchungen des Unscented Kalman Filter sind in Wan und van der Merwe [2000] und van der Merwe und Wan [2004] gegeben. Eine praktische Anwendung für die IMU/GNSS-Integration zeigt darüber hinaus Diefenbach [2014].

## A.2 Yaw-Konfiguration der UWB-Sensoren

Die Tabelle zeigt in Ergänzung zu den in Abschnitt 7.1 gelisteten Koordinaten der Referenzpunkte eine Übersicht der *yaw*-Winkel sämtlicher UWB-Sensoren.

Punkt	yaw [°]	Punkt	yaw [°]
$u_1$	0,7	$u_6$	-176,0
$u_2$	176,7	$u_7$	165,8
$u_3$	176,5	$u_8$	-1,1
$u_4$	89,8	$u_9$	-79,0
$u_5$	-94,6	$u_{10}$	84,8

Tabelle A.1.: Yaw-Winkel der UWB-Sensoren

## A.3 Äußere Genauigkeiten der Trajektorien-Rückwege

Im Folgenden sind die Balkendiagramme der Soll-Ist-Abweichungen für die Rückwege aufgeführt, auf die aus Übersichtsgründen im Haupttext verzichtet wurden.

### A.3.1 Rückweg Trajektorie 1 (IKF)

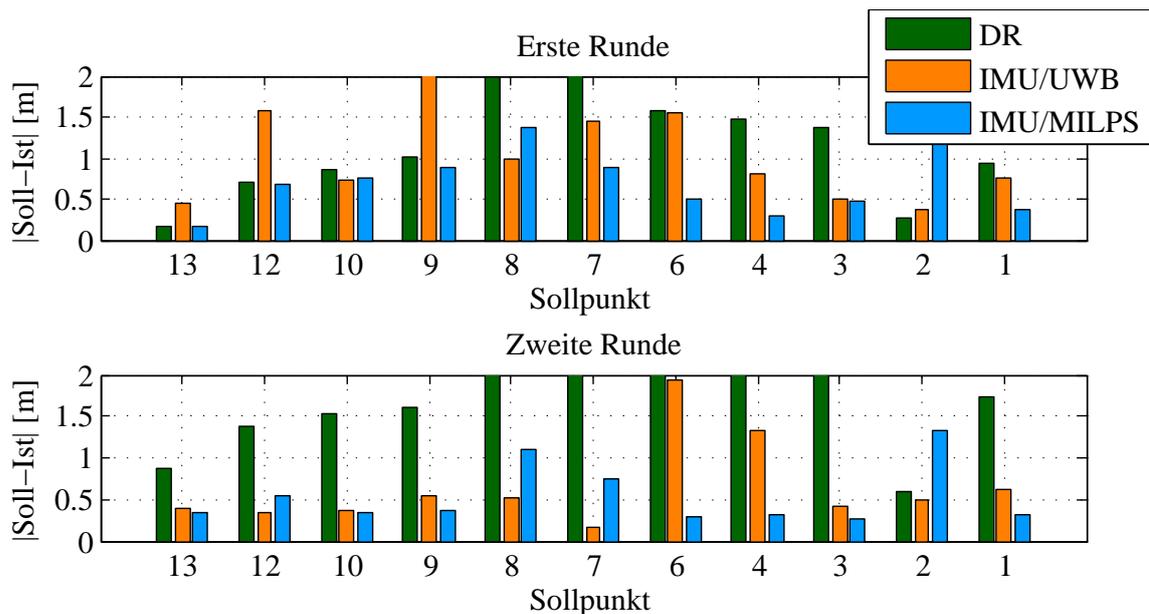
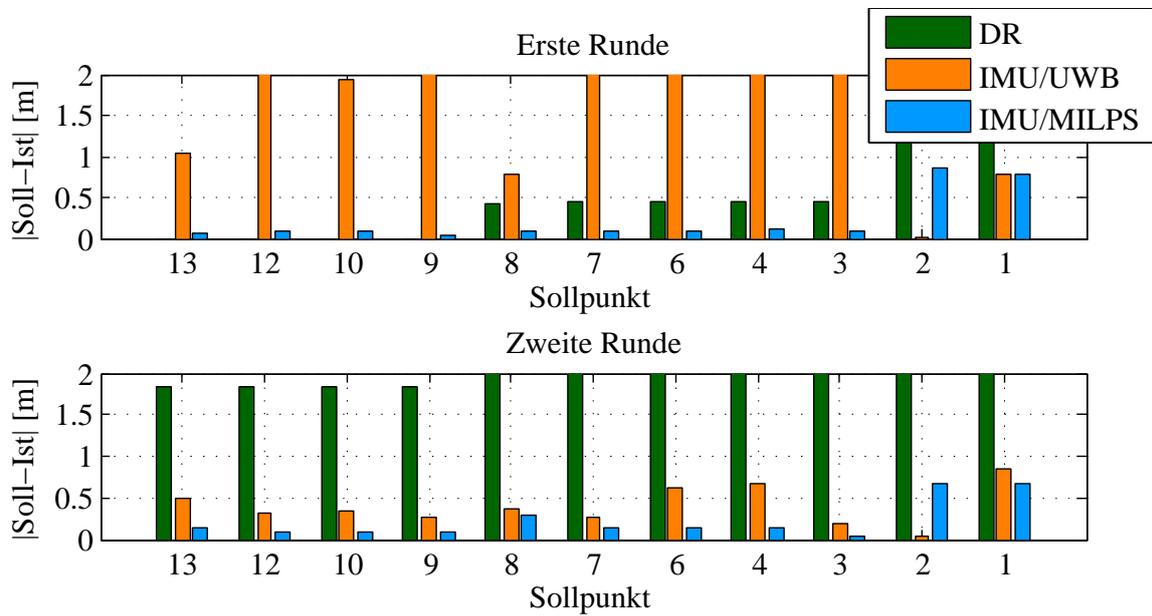
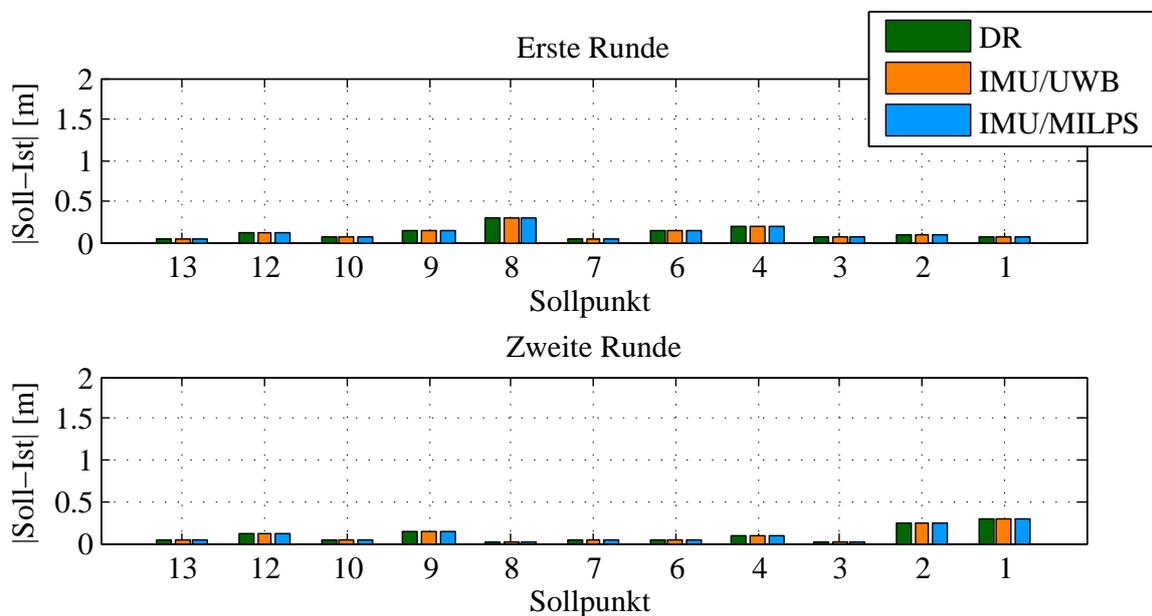


Abbildung A.3.: Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Trajektorie 1 (Rückweg)



**Abbildung A.4.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 1 (Rückweg)



**Abbildung A.5.:** Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 1 mit Barometer (Rückweg)

### A.3.2 Rückweg Trajektorie 2 (IKF)

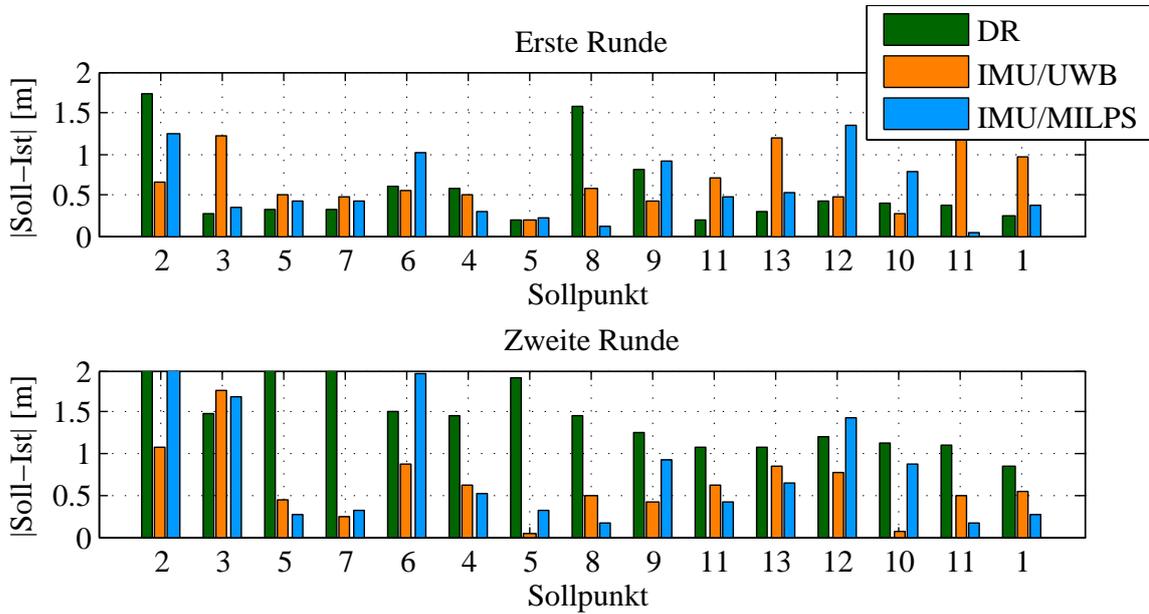


Abbildung A.6.: Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Trajektorie 2 (Rückweg)

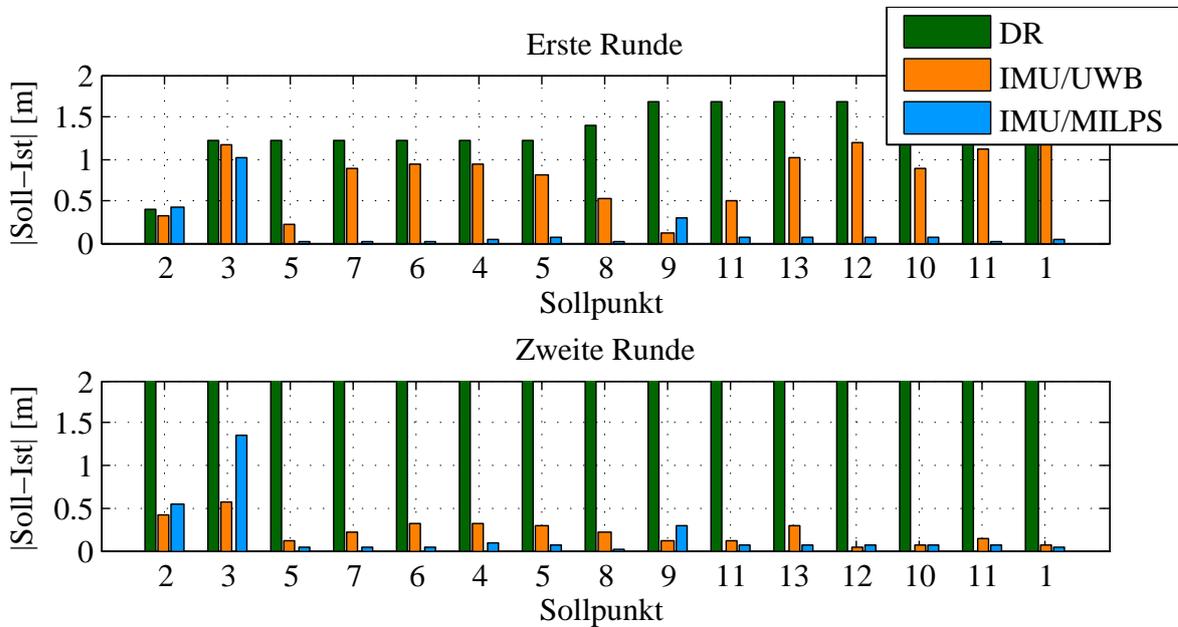


Abbildung A.7.: Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 2 (Rückweg)

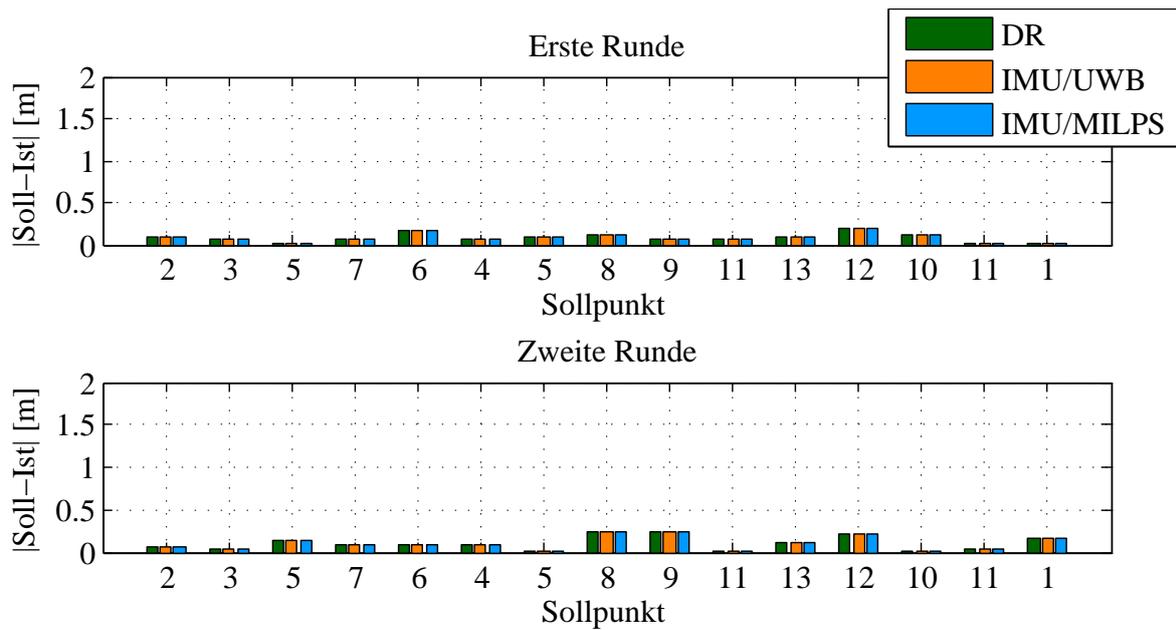


Abbildung A.8.: Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Trajektorie 2 mit Barometer (Rückweg)

### A.3.3 Rückweg Trajektorie 1 (AKF)

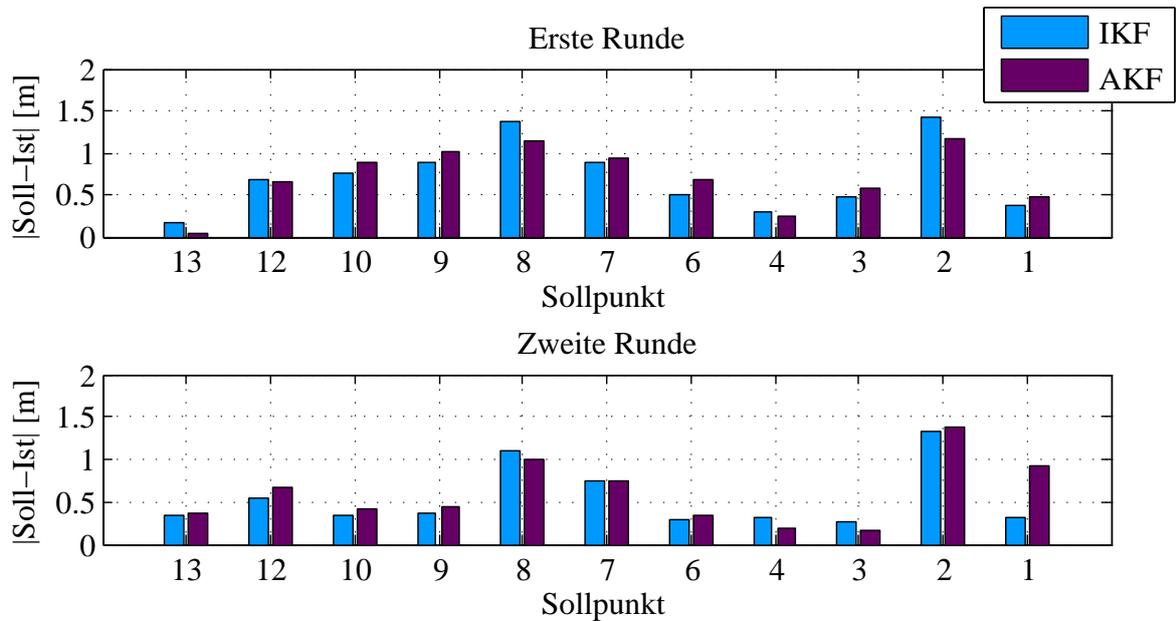


Abbildung A.9.: Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Rückweg Trajektorie 1 (IMU/MILPS)

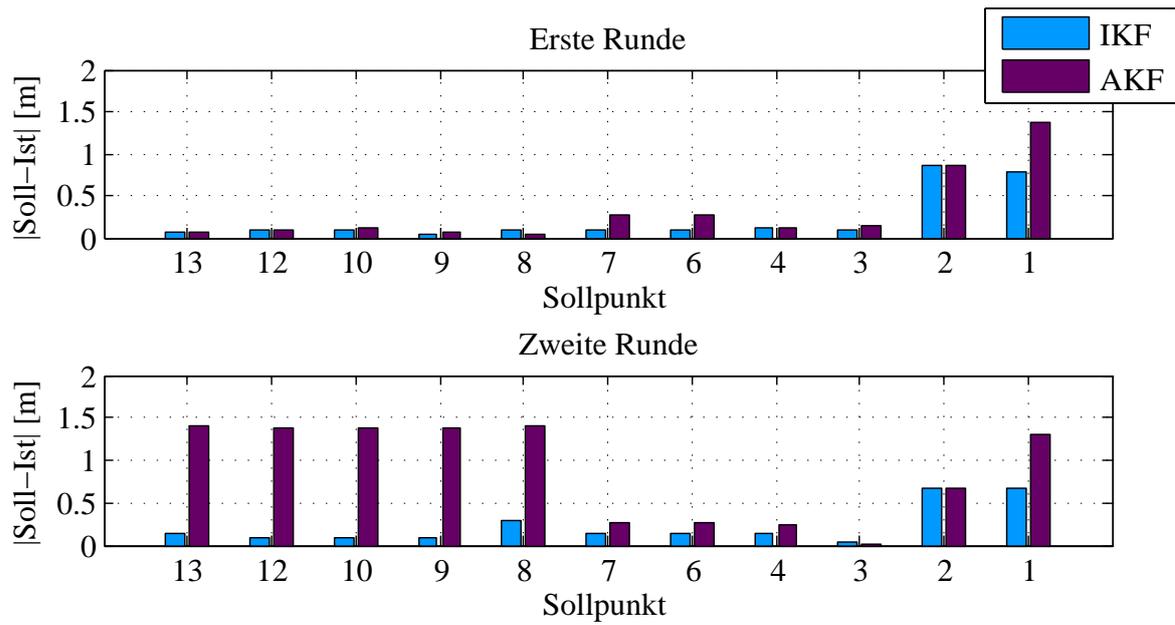


Abbildung A.10.: Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Rückweg Trajektorie 1 (IMU/MILPS)

### A.3.4 Rückweg Trajektorie 2 (AKF)

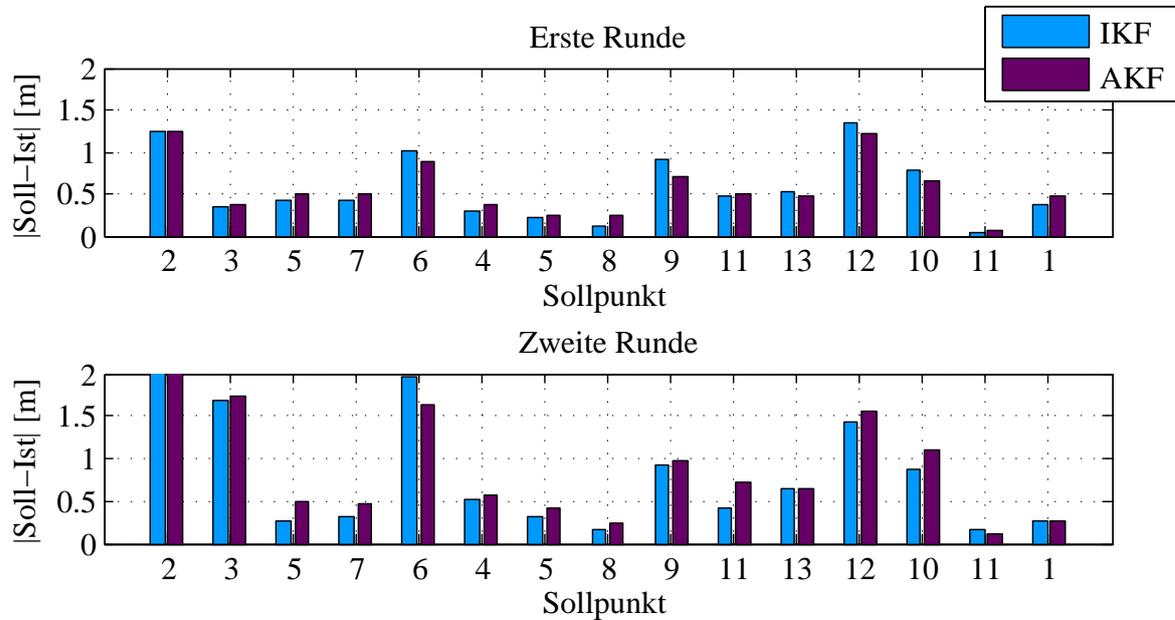


Abbildung A.11.: Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Rückweg Trajektorie 2 (IMU/MILPS)

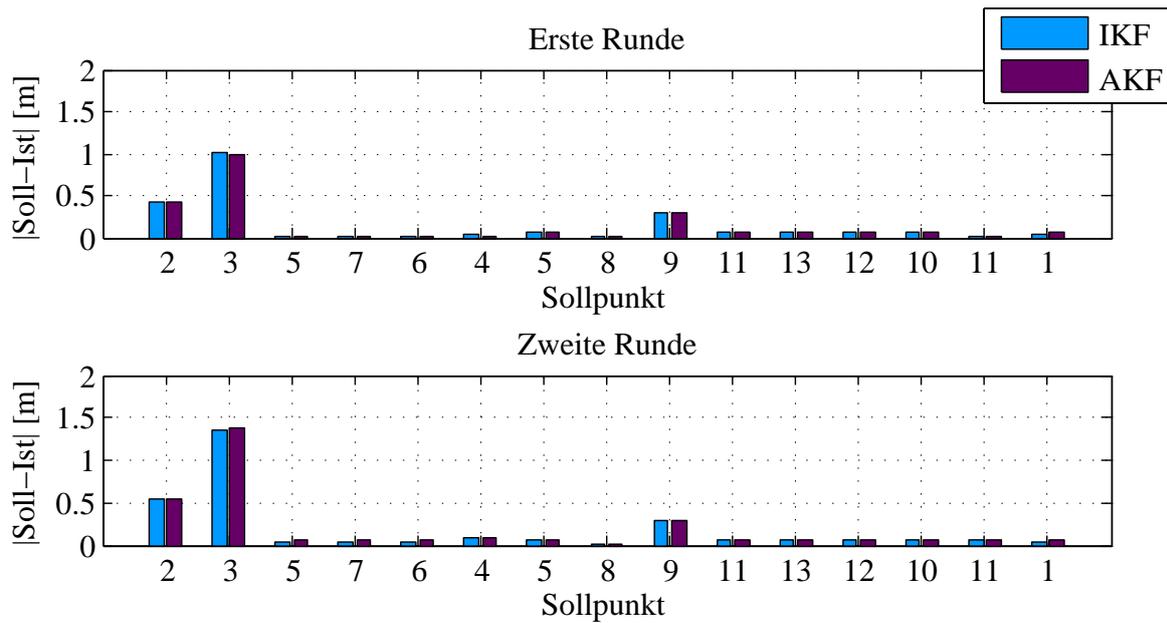


Abbildung A.12.: Soll-Ist-Vergleich in der  $z$ -Koordinate Rückweg Trajektorie 2 (IMU/MILPS)

### A.3.5 Rückweg Trajektorie 3

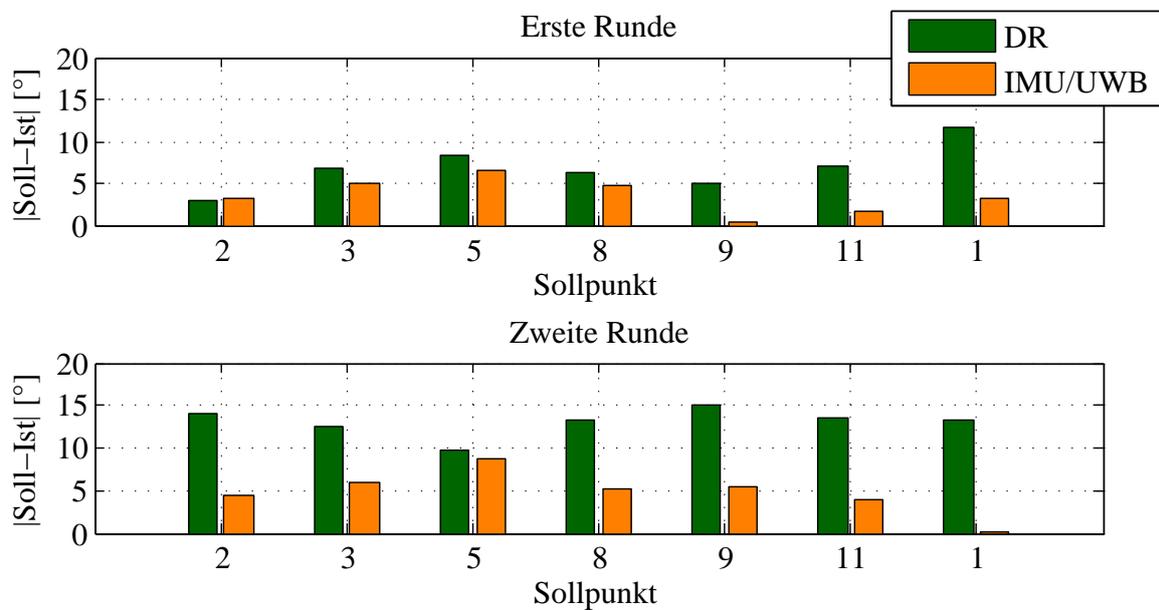


Abbildung A.13.: Soll-Ist-Vergleich des  $yaw$ -Winkels Rückweg Trajektorie 3

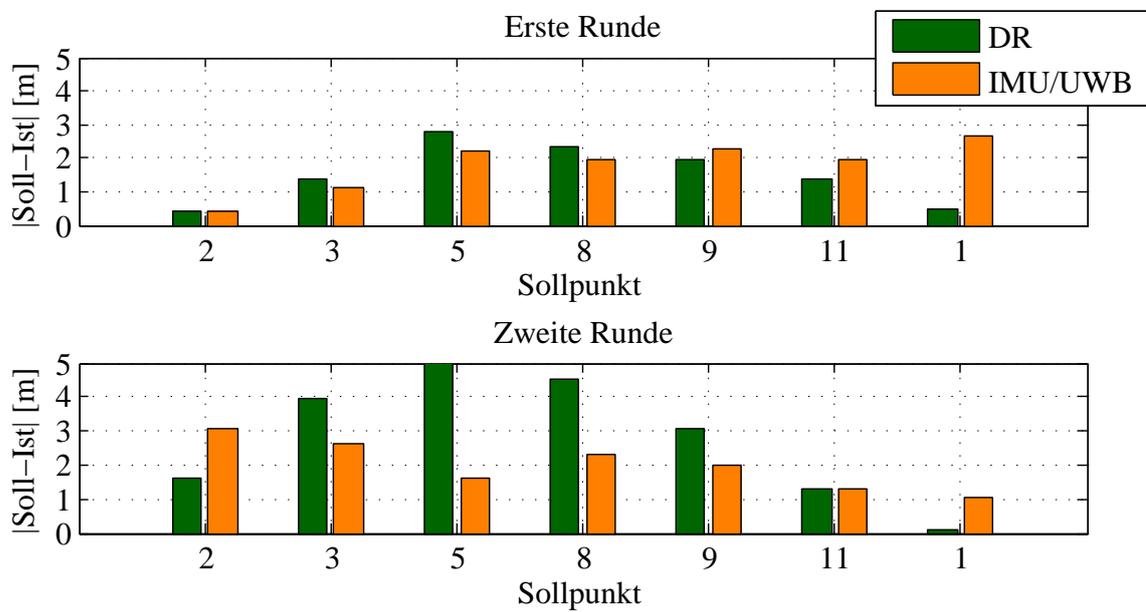


Abbildung A.14.: Soll-Ist-Vergleich in der  $xy$ -Ebene Rückweg Trajektorie 3



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich recht herzlich bei Prof. Dr.-Ing. Andreas Eichhorn bedanken, der mir am Institut für Geodäsie der TU Darmstadt die Bearbeitung dieser Dissertation ermöglicht hat. Des Weiteren bedanke ich mich bei Herrn Joachim Winter für seine tatkräftige Unterstützung bei jeglichen handwerklichen Arbeiten.

Mein besonderer Dank gilt außerdem Prof. Dr.-Ing. Jörg Blankenbach für seine reibungslose Zusammenarbeit mit dem Geodätischen Institut der RWTH Aachen. Insbesondere richtet sich dabei mein Dank an Dr.-Ing. Abdelmoumen Norrdine sowie Dipl.-Ing. Zakaria Kasmi für ihre fachkräftige Unterstützung bei der Instandsetzung der MILPS-Technologie.



# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name: Hendrik Hellmers

Geburtstag: 15. September 1985 in Frankfurt am Main

Nationalität: deutsch

## Ausbildung

1996-2005: Gymnasium in Frankfurt am Main mit Abschluss Abitur

2005-2011: Studium der Geodäsie an der TU Darmstadt mit Abschluss Diplom

2012-2017: Promotion an der TU Darmstadt

## Arbeitstätigkeit

2009-2012: Studentische Hilfskraft am Institut für Geodäsie, TU Darmstadt

2012-2017: Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Geodäsie, TU Darmstadt

Seit 10/2017: Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Bundesamt für Kartographie und Geodäsie