Ueber

die Bestimmung des

Brechungs- und Zerstreuungs-Verhältnisses

verschiedener Medien.

Von

Steinheil und Seidel.

Ueber die

Bestimmung des

Brechungs- und Zerstreuungs-Verhältnisses

verschiedener Medien.

Die schöne Entdeckung der fixen Linien im Sonnenspectrum, durch welche allein eine scharfe Bestimmung des Brechungsverhältnisses jedes bestimmten Lichtstrahles möglich wird, hat im Allgemeinen weniger Anwendung gefunden, als die treffliche Arbeit *Fraunhofer*'s hatte erwarten lassen. Die Ursache hievon mag theils in den von ihm zu diesen Messungen angegebenen kostspieligen Apparaten, welche Wenige besitzen, theils darin zu suchen sein, dass *Fraunhofer* selbst auf eine Differenz aufmerksam macht zwischen dem aus diesen Beobachtungen abgeleiteten mittlern Zerstreuungsverhältniss, und demjenigen, mit dessen Zugrundelegung er die besten Effecte erhalten hat, — wodurch das theoretische Resultat zweifelhaft wird.

Obschon die *Fraunhofer*'schen Apparate zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses ihren Zweck völlig erreichen, wird es dennoch dem Beobachter nicht entgehn, dass die endliche Entfernung der Lichtquelle unbequeme Reductionen nöthig macht, und sehr grosse Localitäten erfordert. Wir wollen nun versuchen nachzuweisen, dass man mit einem gewöhnlichen terrestrischen Theodolithen, mit leicht anzubringenden kleinen Vorrichtungen, selbst in sehr beengter Localität und ohne jene Reductionen diese Bestimmungen vornehmen kann. Wir werden ferner zeigen, dass die oben angedeutete *Fraunhofer*'sche Wahrnehmung nicht gegen die Uebereinstimmung zwischen dem durch Theorie und Erfahrung abgeleiteten besten Zerstreuungsverhältniss spricht, sondern durch ein Versehen, das sich in seiner Rechnungsvorschrift eingeschlichen zu haben scheint, erklärt werden kann.

Die Ableitung des Brechungsverhältnisses setzt die Kenntniss des Prismenwinkels, sowie des Winkels zwischen dem in dasselbe eintretenden und dem austretenden Strahle voraus, wozu noch gehört, dass beide gegen ihre Brechungsflächen gleich geneigt seien.

Die Bestimmung des brechenden Winkels eines Prisma ergibt sich sehr leicht, wenn dasselbe centrisch und normal auf der Alhidade des Theodolithen befestigt und letztere so gedreht wird, dass das äussere von einer der brechenden Flächen erzeugte Reflexionsbild eines scharf begrenzten entfernten Objectes am Mittelfaden eines feststehenden gegen das Prisma gerichteten Fernrohrs erscheint. Sei nun der brechende Winkel des Prisma $= \psi$, so wird das Reflexbild der 2ten brechenden Fläche im Fernrohr erscheinen, wenn man die Alhidade um *plus* oder *minus* $180^0 - \psi$ dreht. Da nun Kreis und Alhidade in dieser Stellung verbunden und gemeinschaftlich in die erste Lage der Fläche *I* zurückgebracht werden können, so bestimmt sich ψ durch Repetition, und folglich einfacher und sicherer als mittelst des von *Fraunhofer* hiezu vorgeschlagenen Tangirungsfernrohrs.

Fraunhofer muss nun zur Bestimmung des Ablenkungswinkels eines Strahls den Theodolithen in bedeutender Entfernung von der Spalte, durch welche das Licht eintritt, aufstellen, theils wegen der erforderlichen Verlängerung des Fernrohres durch Ausziehen des Okulars, theils um kleine Reductionen des Winkels zu erhalten, — zu deren Ermittlung eine besondere kleine Triangulation nothwendig wird.

Es ist leicht zu sehen, dass man beiden Uebelständen begegnet und gar keiner Reduction der Winkel bedarf, wenn man die Lichtspalte im Brennpunct eines achromatischen Objectives erzeugt, wodurch ein unendlich entferntes Bild derselben hervorgebracht und eine Annäherung des Messinstrumentes bis an dieses Objectiv möglich wird.

Um demgemäss die, wie bei *Fraunhofer*, von einem Heliostatspiegel oder irgend einem andern Reflexionsapparat durch die schmale Vertikalöffnung eintretenden Lichtstrahlen unter sich parallel zu machen, mag etwa das Versicherungsfernrohr des Theodolithen dienen. Man löse es von dem letzteren, entferne das Okular, und bringe statt dessen zwei Platten mit scharfen geraden Rändern an, welche zwischen sich die Spalte lassen. Man verstelle nun die Okularröhre, bis die Spalte genau im Brennpuncte des Objectives ist. Dieser Apparat muss nun so aufgestellt werden, dass die vom Heliostaten kommenden Lichtstrahlen durch die vertikal gestellte Oeffnung fallen und durch das horizontale Rohr und das Objectiv unter sich parallel in das dunkle Zimmer eintreten. An die Objectivfassung dieses Rohres, das etwa am Fensterladen befestigt sein kann, wird nun, zum Aufstellen des Prisma, ein kleiner horizontaler Tisch angebracht, und zwar in solcher Höhe, dass das Licht aus dem Objectiv in die Mitte der Höhe des Prisma trifft. Dieses selbst kann ,auf dieser Fläche um seine vertikal gestellte Axe gedreht werden. Auf diese Art wird im Zimmer ein Spectrum von unendlich entfernter Lichtquelle erzeugt, und es ist nun die Aufgabe, den Theodolithen so einzurichten, dass die Winkel gefunden werden können zwischen dem durch das Objectiv direct gesehenen Bild der Vertikalöffnung und zwischen den verschieden gefärbten durch das Prisma abgelenkten Bildern. Denn hier vereinigen sich die Winkel nicht im Centrum des Theodolithen, sondern sie kehren demselben ihre Oeffnung zu. Der Zweck ist leicht zu erreichen, indem man das Fernrohr des Instrumentes anstatt seiner Horizontal-Axe mit einer cylindrischen Drehungsaxe von etwa der doppelten Länge versieht, und diese mit dem Fernrohr rechtwinklig verbindet. Der Theodolith wird nun vor das Objectiv des Licht bringenden Fernrohrs möglichst nahe an das Prisma aufgestellt, so dass sein Fernrohr in gleicher Höhe mit jenem steht, und in dieser Lage nivellirt.

Zur Messung des Ablenkungswinkels einer bestimmten fixen Linie wird das Fernrohr zwischen den Alhidadenlagern mit seiner Axe so viel auf die Seite geschoben, und die Alhidade so gedreht, dass das Bild der fixen Linie im Fernrohr erscheint. Wir wissen jetzt noch nicht, ob das Prisma diejenige Lage hat, bei welcher Ein- und Austrittswinkel des zu beobachtenden Strahls gleich sind. Man findet diese Lage bekanntlich dadurch, dass in ihr das Bild am meisten abgelenkt erscheint, was durch Drehung des Prisma um seine Vertikalaxe bewirkt wird. Dabei muss natürlich die Einstellung des Theodolithen nachfolgen. Ist in solcher Art genau auf die fixe Linie in ihrer grössten Digression eingestellt und der Kreis abgelesen, so dreht man das Prisma nahezu 180° um seine Vertikalaxe, so dass der Strahl nun auf die entgegengesetzte Seite abgelenkt wird, löst hierauf die Alhidade, und stellt wieder durch Verschieben des Fernrohrs mit seiner Axe in den Lagern und durch Drehung der Alhidade und berichtigende Stellung des Prismas auf die grösste Digression des nämlichen Strahles, ebenso wie wir es in der ersten Lage beschrieben haben. Der Unterschied der jetzigen Ablesung und der erstern ist der doppelte Ablenkungswinkel ($= 2\mu$ nach *Fraunhofer*), d. h. der doppelte Winkel des einfallenden Strahles mit dem austretenden, für gleiche Ein- und Austrittswinkel, und bedarf hiernach durchaus keiner weitern Correction mehr. Es versteht sich von selbst, dass diese Messung repetirt werden könne. Von der Willkühr des Beobachters hängt es nun allein ab, ob er den Brechungswinkel jeder andern fixen Linie ebenso bestimmen will, oder ob er es vorzieht, nur die Winkelunterschiede der einzelnen fixen Linien unter einander durch Repetition zu messen und mit dem gehörigen Zeichen dem gemessnen ganzen Winkel zuzulegen. Man ist genöthigt, stets von einer der grössern fixen Linien zur folgenden zu messen, weil für Eine Stellung des Okulars nicht Alle zugleich deutlich erscheinen, daher schon zur Messung des Abstandes je zweier consecutiven das Okular so gestellt werden muss, dass es beide möglichst deutlich zeigt, also nicht die vortheilhafteste Stellung für jede einzelne hat. Man würde Letzteres erreichen nach der von uns zuerst angegebenen Methode, nämlich durch Bestimmung des ganzen doppelten Ablenkungswinkels jeder für sich.

Bezeichnen wir nun, wie oben, den brechenden Winkel des Prisma's mit ψ, den Winkel des eintretenden Strahles mit dem austretenden mit μ, so ist nach dem *Fraunhofer*'schen Ausdruck, für den von uns gewählten Fall gleichen Ein- und Austrittswinkels, das Brechungsverhältniss für diese Linie:

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2} (\mu + \psi)}{\sin \frac{1}{2} \psi}$$

Nach diesem Ausdrucke wird man die Brechungsverhältnisse der Glasart, aus welcher das Prisma besteht, für jede der fixen Linien A, B, C. . . nach *Fraunhofer* erhalten. Wir wollen sie der Reihe nach mit

$$n_A,\ n_B,\ n_C,\ \ldots$$

bezeichnen.

Für eine andere Glasart wird man ebenso

$$n'_A \quad n'_B \quad n'_C \quad \ldots$$

erhalten. Bekanntlich setzt nun die Berechnung eines achromatischen Objectives die Kenntniss des Zerstreuungsverhältnisses der beiden angewandten Glasarten voraus, d. h. das Verhältniss der Differenzen der n' zu den Differenzen der n:

$$\frac{dn'}{dn}$$

Allein dieses Verhältniss ist den *Fraunhofer*'schen Erfahrungen gemäss nicht constant, sondern variirt für verschiedene Stellen des Spectrums. Es entsteht daher ein Zweifel darüber, in welcher Weise dasjenige Verhältniss angenommen werden soll, welches bei der Berechnung eines achromatischen Objectives den besten Effect herbeiführt. *Fraunhofer* hat sich dafür entschieden, aus den einzelnen Werthen des Zerstreuungsverhältnisses, welche von je einer fixen Linie zur nächsten gelten, nämlich aus den Werthen

$$\frac{n'_B - n'_A}{n_B - n_A}, \quad \frac{n'_C - n'_B}{n_C - n_B}, \quad \frac{n'_D - n'_C}{n_D - n_C}, \text{ etc.}$$

das Mittel mit Rücksicht auf die Intensität des entsprechenden Strahls zu nehmen. Durch practische Versuche fand er jedoch als den vortheilhaftesten einen Werth von $\frac{dn'}{dn}$, der von dem nach dieser Annahme berechneten nicht unbedeutend abweicht. Wir glauben, dass diese Abweichueg ihren Grund blos darin hat, dass seine Wahl der Rechnungsvorschrift sich nicht strenge rechtfertigen lässt. Denn die Unsicherheit über den vortheilhaftesten Werth von $\frac{dn'}{dn}$ wird nur entschieden werden können aus der Bedeutung, welche diese Grösse in den bei der Rechnung zu Grunde gelegten Formeln hat. In diesen stellt aber $\frac{dn'}{dn}$ einen wahren Differentialquotienten vor, dessen Einführung dazu dient, von einer bestimmten Stelle des Spectrums aus, für welche das Objectiv die gefoderten Bedingungen erfüllt, und der das angenommene n und n' zugehören, mit Annäherung auf jede andere überzugehen. Wollten wir Beispielsweise von einem Strahl R, dessen $n = n_R$ und $n' = n'_R$ in der Rechnung zu Grunde gelegt sind, nur übergehen auf den bestimmten Strahl C, so würden wir offenbar nehmen müssen

$$\frac{dn'}{dn} = \frac{n'_C - n'_R}{n_C - n_R};$$

ebenso, wenn wir übergehen wollten auf den Strahl D:

$$\frac{dn'}{dn} = \frac{n'_D - n'_R}{n_D - n_R};$$

dessgleichen für den Strahl E:

$$\frac{dn'}{dn} = \frac{n'_E - n'_R}{n_E - n_R},$$

u. s. w. Um daher für das ganze Spectrum gleichzeitig, so weit es möglich ist, der Bedingung zu entsprechen, wird man offenbar aus allen solchen Werthen den mittlern mit Berücksichtigung der verschiedenen Dichtigkeit der Strahlen zu nehmen haben. Nennen wir M den allgemeinen Index irgend einer Stelle des Spectrums (entsprechend dem $B, C \ldots$) und bezeichnet ζ die derselben zugehörige Intensität, so wird demnach der wahre Mittelwerth sein:

$$\text{I.} \qquad \frac{dn'}{dn} = \left(\int \zeta \, \frac{n'_M - n_R}{n_M - n_R} \, dM \right) : \int \zeta \, dM$$

$$= Z : N$$

wo die Integrale über das ganze Spectrum zu nehmen sind. Man kann sie natürlich nur annähernd, durch mechanische Quadratur, finden. Zerfällt man zu diesem Ende jedes von ihnen in die einzelnen Theile, welche der Reihe nach begränzt sind: durch das rothe Ende A des Spectrums und die erste fixe Linie B, durch die Linie B und Linie C, durch C und D, etc., endlich durch die letzte *Fraunhofer*'sche Linie H und durch das violete Ende I, so wird man mit ausreichender Näherung in jedem der Theile den Factor

$$\frac{n'_M - n'_R}{n_M - n_R}$$

constant und gleich dem arithmetischen Mittel der beiden an den Grenzen dieses Theils giltigen Werthe setzen können, — welche Werthe sich aus den Messungen ergeben und demnach bekannt sind. Der Zähler nimmt dadurch die Form an:

$$\text{II.}\quad Z = \tfrac{1}{2}\,(a_R + b_R) \int_A^B \zeta\, dM + \tfrac{1}{2}\,(b_R + c_R) \int_B^C \zeta\, dM$$
$$+ \tfrac{1}{2}\,(c_R + d_R) \int_C^D \zeta\, dM + \ldots + \tfrac{1}{2}\,(h_R + i_R) \int_H^I \zeta\, dM$$

wo zur Abkürzung, analog den *Fraunhofer*'schen Bezeichnungen gesetzt ist:

$$\text{III.}\quad \left\{\begin{aligned} a_R &= \frac{n'_A - n'_R}{n_A - n_R} \\[1ex] b_R &= \frac{n'_B - n'_R}{n_B - n_R} \end{aligned}\right.$$

$$\text{III.}\left\{\begin{aligned} c_R &= \frac{n'_C - n'_R}{n_C - n_R} \\ &\vdots \\ i_R &= \frac{n'_I - n'_R}{n_I - n_R} \end{aligned}\right.$$

Die Intregale, welche noch in II vorkommen, und deren Summe zugleich den Nenner in I bildet, sind nichts anderes als die Maase der Lichtmengen, welche sich im Spectrum zwischen A und B, B und C, . . . , H und I befinden. *Fraunhofer* hat diese aus photometrischer Messung der Intensitäten der Strahlen abgeleitet. Bezeichnen wir sie, ihm folgend, mit α, β, γ . . . , d. h. setzen wir

$$\int_A^B \zeta\, dM = \alpha;\ \int_B^C \zeta\, dM = \beta;\ \ldots\ \int_H^I \zeta\, dM = \vartheta$$

so ist nach seiner Bestimmung:

$$\text{IV.}\left\{\begin{aligned} \alpha &= 0{,}009 \\ \beta &= 0{,}021 \\ \gamma &= 0{,}299 \\ \delta &= 1{,}000 \\ \varepsilon &= 0{,}328 \\ \zeta &= 0{,}185 \\ \eta &= 0{,}035 \\ \vartheta &= 0{,}000 \end{aligned}\right.$$

und wir erhalten hiermit aus I. annähernd:

V.

$$\left(\frac{dn'}{dn}\right)_R = \frac{\frac{1}{2}(a_R+b_R)\alpha+\frac{1}{2}(b_R+c_R)\beta+\frac{1}{2}(c_R+d_R)\gamma+\dots+\frac{1}{2}(h_R+i_R)\vartheta}{\alpha+\beta+\gamma+\dots+\vartheta}.$$

Da die Grössen a_R, b_R, c_R,.. i_R ihrer Bedeutung nach (s. III) nicht blos von der Lage des Strahls *A, B, C, . . . I*, auf welchen sich jede bezieht, sondern auch von dem Strahle *R*, welchem das zu Grunde gelegte *n* und *n'* zugehören, abhängig sind, so wird der Mittelwerth $\frac{dn'}{dn}$ nothwendig ebenfalls Function von *R* werden, wesshalb wir ihm gleichfalls *R* zum Index gegeben haben.

Man sieht daraus, dass nicht nur der Werth der Brechungs-Verhältnisse *n* und *n'* abhängig ist von dem Strahle *R*, für welchen die Rechnung zunächst geführt wird, sondern dass sich auch der Mittelwerth des Zerstreuungsverhältnisses $\frac{dn'}{dn}$ bei denselben Glasarten je nach der Wahl von *R* verändert. Hierin besteht nun ein wesentlicher Unterschied zwischen der von uns abgeleiteten Rechnungsvorschrift (V.) und der von *Fraunhofer* gegebenen; denn in der seinigen kommen nur die Verhältnisse der Unterschiede der *n* je zweier auf einander folgenden fixen Linien vor, wodurch der (von ihm mit *x* bezeichnete) Mittelwerth von $\frac{dn'}{dn}$ ganz unabhängig wird von *R* oder derjenigen Stelle des Spectrums, für welche *n* und *n'* gelten. Nach *Fraunhofer* gibt es daher innerhalb der Grenzen des Spectrums zwar unendlich viele Paare von zusammengehörigen *n* und *n'* aber nur ein Einziges $\frac{dn'}{dn}$, d. h. er macht diesen Differentialquotienten constant für das ganze Spectrum, während seine vortheilhafteste Bestimmung der Natur der Sache nach abhängen muss von der Wahl der Stelle für welche er gelten soll.

Wir werden nun durch numerische Berechnung des von ihm gegebenen Falles nachweisen, dass die Abweichung seiner Rechnungsvorschrift von der unsrigen gross genug ist, um die Annahme zum Mindesten sehr möglich zu machen, dass der bemerkte Unterschied zwischen seiner Theorie und Erfahrung nur in dem eben erörterten Versehen seinen Grund habe.

Wir müssen, um nach unserer Formel $\left(\frac{dn'}{dn}\right)_R$ berechnen zu können, eine bestimmte Stelle im Spectrum (R) zu Grunde legen. *Fraunhofer* hat nicht angegeben, auf welchen Strahl sich n und n' beziehen, welche er bei der Berechnung der Objective angewandt hatte, an denen er seine Wahrnehmung über die bestmögliche Aufhebung der Farbenzerstreuung gemacht hat. Wir sind daher genöthigt, hierüber eine Voraussetzung zu machen, und werden demnach die Rechnung für die beiden Strahlen D und E führen, da diese die hellste Stelle des Spectrums, welche bei der Berechnung eines Objectives vor Allem berücksichtigt werden muss, zunächst einschliessen. Vorher müssen wir aber noch unsere Formel für den Fall specificiren, wo R mit einer der fixen Linien, z. B. D, zusammenfällt. Wollte man nämlich in V. unmittelbar $R = D$ setzen, so würde der Ausdruck unbestimmt werden, weil der darin vorkommende Coefficient d die Form $\frac{0}{0}$ annehmen würde. Die Zweideutigkeit wird leicht durch eine andere Zerlegung des im Zähler bei I. vorkommenden Integrals gehoben, welches man im gegenwärtigen Fall abtheilen müsste in die einzelnen, deren Grenzen sind: A bis B, B bis C, C bis E, E bis F, F bis G, G bis H, H bis I. Im Uebrigen bleibt die Entwicklung der obigen ganz analog, wesshalb wir nur das Resultat anführen:

VI.

$$\left(\frac{dn'}{dn}\right)_D = \frac{\frac{1}{2}(a_D+b_D)\alpha+\frac{1}{2}(b_D+c_D)\beta+\frac{1}{2}(c_D+e_D)\gamma+\frac{1}{2}(c_D+e_D)\delta+\frac{1}{2}(e_D+f_D)\varepsilon+\dots}{\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon+\dots}$$

Man ersieht aus dieser Formel, dass so oft R selbst eine der *Fraunhofer*'schen fixen Linien (D) ist, für das dadurch unbestimmt werdende Verhältniss (d_D) im ersten Gliede wo es vorkommt das nächstfolgende (e_D) und im zweiten das nächstvorhergehende bestimmte (c_D) genommen werden muss.

Die *Fraunhofer*'schen Bestimmungen, auf welche wir die Rechnung anwenden wollen, sind folgende für Crownglas Nr. 13 und Flintglas Nr. 30 giltigen:

	n	n'
B . . .	1,524312 . . .	1,623570
C . . .	1,525299 . . .	1,625477
D . . .	1,527982 . . .	1,630585
E . . .	1,531372 . . .	1,637356
F . . .	1,534337 . . .	1,643466
G . . .	1,539908 . . .	1,655406
H . . .	1,544684 . . .	1,666072

$n_B - n_D = -\ 3670$	$n'_B - n'_D = -\ 7015$
$n_C - n_D = -\ 2683$	$n'_C - n'_D = -\ 5108$
$n_E - n_D = +\ 3390$	$n'_E - n'_D = +\ 6771$
$n_F - n_D = +\ 6355$	$n'_F - n'_D = +\ 12881$
$n_G - n_D = +\ 11926$	$n'_G - n'_D = +\ 24821$
$n_H - n_D = +\ 16702$	$n'_H - n'_D = +\ 35487$

log. $n_B - n_D$ = 3,5647 n	*log.* $n'_B - n'_D$ = 3,8460 n
$n_C - n_D$ . . . 3,4286 n	$n'_C - n'_D$ . . . 3,7082 n
$n_E - n_D$ . . . 3,5302	$n'_E - n'_D$ . . . 3,8307
$n_F - n_D$ . . . 3,8032	$n'_F - n'_D$ . . . 4,1099
$n_G - n_D$ . . . 4,0764	$n'_G - n'_D$ . . . 4,3949
$n_H - n_D$ . . . 4,2227	$n'_H - n'_D$ . . . 4,5501

$\log. b_D = 0,2813$	$b_D = 1,911$	$\frac{1}{2}(b_D + c_D) = 1,907$
$c_D \ldots 0,2796$	$c_D = 1,904$	$\frac{1}{2}(c_D + e_D) = 1,906$
$e_D \ldots 0,2805$	$e_D = 1,908$	$\frac{1}{2}(e_D + f_D) = 1,967$
$f_D \ldots 0,3067$	$f_D = 2,026$	$\frac{1}{2}(f_D + g_D) = 2,054$
$g_D \ldots 0,3185$	$g_D = 2,082$	$\frac{1}{2}(g_D + h_D) = 2,104$
$h_D \ldots 0,3274$	$h_D = 2,125$	

$\log. \frac{1}{2}(b_D + c_D) = 0,2804$	$\log. \beta = 8,3222$
$\frac{1}{2}(c_D + e_D) \ldots 0,2801$	$\gamma \ldots 9,4757$
$\frac{1}{2}(c_D + e_D) \ldots 0,2801$	$\delta \ldots 0,0000$
$\frac{1}{2}(e_D + f_D) \ldots 0,2938$	$\varepsilon \ldots 9,5159$
$\frac{1}{2}(f_D + g_D) \ldots 0,3126$	$\zeta \ldots 9,2672$
$\frac{1}{2}(g_D + h_D) \ldots 0,3230$	$\eta \ldots 8,5441$

	Logar.	*Zahlen.*
$\frac{1}{2}(b_D + c_D).\beta$	8,6026	0,040
$\frac{1}{2}(c_D + e_D).\gamma$	9,7558	0,570
$\frac{1}{2}(c_D + e_D).\delta$	0,2801	1,906
$\frac{1}{2}(e_D + f_D).\varepsilon$	9,8097	0,645
$\frac{1}{2}(f_D + g_D).\zeta$	9,5798	0,380
$\frac{1}{2}(g_D + h_D).\eta$	8,8671	0,074

Zähler von $\left(\frac{dn'}{dn}\right)_D$ . . . . 3,615 $\log. = 0,5581$

Nenner $= \alpha + \beta + \gamma + \ldots + \vartheta = 1,868$ $\quad 0,2713$

$\log. \left(\frac{dn'}{dn}\right)_D$ 0,2868

$$\left(\frac{dn'}{dn}\right)_D = 1,935$$

Führt man in ganz gleicher Weise die Rechnung für die fixe Linie E ($R = E$) so findet sich:

$$\left(\frac{dn'}{dn}\right)_E = 2{,}028$$

Der nach *Fraunhofer*'s Erfahrung als der vortheilhafteste gefundene Werth

$$1{,}98$$

fällt genau in die Mitte zwischen unsere beiden Werthe, es ist daher kein Grund vorhanden, auf die *Fraunhofer*'sche Beobachtung einen Zweifel über die Uebereinstimmung zwischen der Erfahrung und der berichtigten Theorie zu gründen.

Schliesslich bemerken wir noch, dass wir zwar die Wahl von R (d. h. des n und zugehörigen n' welche der Rechnung zu Grunde gelegt werden) innerhalb der Grenze des Spectrums willkührlich gelassen haben, indem unsere Formeln V. und VI. den für jedes R vortheilhaftesten Werth von $\frac{dn'}{dn}$ geben: da aber doch immer die hellsten Strahlen bei jeder achromatischen Combination die wichtigsten bleiben, so würde es unpassend sein, R zu nahe an Eines der Enden des Spectrums zu verlegen, und man wird immer wohlthun, entweder von einer der beiden fixen Linien D und E selbst, oder von einer dazwischen liegenden auszugehn.

Wir behalten uns vor, bei anderer Gelegenheit noch eine andere Methode bekannt zu machen, durch welche man ohne Mess-Insrumente aus den bekannten Brechungs- und Zerstreuungskräften eines Prisma's die eines andern mit einer Genauigkeit findet, welche für die meisten Zwecke ausreicht.