

Sitzungsberichte

der

mathematisch-physikalischen Classe

der

k. b. Akademie der Wissenschaften

zu München.

Band XVII. Jahrgang 1887.



München.

Verlag der K. Akademie.

1888.

Commission bei G. Franz.

Ueber die Herstellung sehr grosser genau bekannter elektrischer Widerstandsverhältnisse und über eine Anordnung von Rheostatenwiderständen.

Von Friedrich Kohlrausch.

(Eingelaufen 5. Februar.)

In der Galvanometrie liegt oft die Aufgabe vor, einen Strom in zwei sehr verschiedene Teile zu verzweigen. Insbesondere wird dies z. B. oft bei der Zurückführung der Constante eines empfindlichen Multiplcators auf diejenige eines Normalgalvanometers verlangt, welche von Dorn auch für die absolute Widerstandsbestimmung vorgeschlagen worden ist. Mir lag zum Beispiel die Herstellung eines Zweigverhältnisses von etwa 1:1000 vor. Soll nun ein solches Verhältnis selbst auf seinen 10000^{ten} Teil sicher bekannt sein, so bietet die Anwendung eines gewöhnlichen Rheostaten grosse Schwierigkeiten. Es ist insbesondere fast unmöglich, das Verhältnis stets in kurzer Zeit mit der oben geforderten Genauigkeit zu controliren, was doch wegen der entwickelten Stromwärme und sonstiger Ursachen von Temperaturschwankungen gefordert sein kann.

Es gibt nun ein sehr einfaches Mittel, Widerstandsverhältnisse vom Betrag 16 81 256 625 1296 u. s. w., überhaupt vom Betrage n^4 , wenn n eine ganze Zahl ist, mit jeder Genauigkeit, welche uns überhaupt für Widerstandsvergleichenungen möglich ist, herzustellen und jederzeit durch eine einmalige Vergleichung zweier nahe gleicher Widerstände

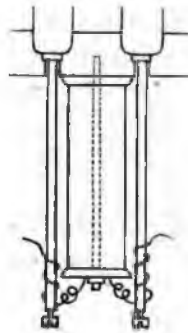
zu bestimmen. Es seien nämlich gegeben: erstens n gleiche Widerstände w ; zweitens n gleiche Widerstände W , und es sei W nahe gleich $n^2 \cdot w$. Schaltet man die w hintereinander, die W nebeneinander, so entstehen nahe gleiche Widerstände, nämlich $n \cdot w$ und W/n , die man nach einer der bekannten Methoden genau vergleichen kann. Man finde hierbei $\frac{W}{n} = n w (1 + \delta)$. Schaltet man alsdann die w nebeneinander und die W hintereinander, so hat man jetzt einerseits den Widerstand w/n , andererseits $n W = n^3 w (1 + \delta)$. Das Verhältnis beider zu einander ist $n^4 (1 + \delta)$.

Hierbei wird nicht etwa genaue Gleichheit aller Widerstände einer Gruppe verlangt, sondern die Unterschiede dürfen einige Promille betragen, ohne dass das Resultat für irgend einen noch so exacten Zweck merklich beeinträchtigt würde.

Die erforderliche einzige Vergleichung ist binnen einer Minute auszuführen, wenn sie instrumentell vorbereitet ist.

Ausser dieser einfachsten Weise lässt sich die Hintere- und Nebenschaltung von Widerständen natürlich sehr oft verwerten und ist jedenfalls schon oft angewendet worden. Zum Zwecke der Bequemlichkeit, Vielseitigkeit und Genauigkeit habe ich folgende Anordnung eines Rheostaten getroffen, dessen mechanische Ausführung Herr Siedentopf in Würzburg besorgt hat.

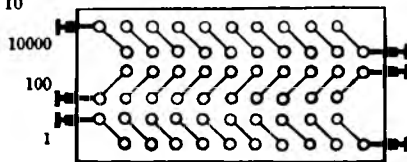
Je zehn Widerstände von je 1 Ohm, 100 Ohm und 10000 Ohm (Drahtstärke 1,2, 0,5 und 0,1 mm) sind in drei Reihen unter einer 2 cm dicken Hartkautschukplatte angebracht. Jeder Widerstand endet in zwei Quecksilbernäpfe, welche in die Platte gut eingepasst sind. Damit das Quecksilber sich nicht über die Ränder zieht, bestehen die Näpfe aus Stahl. Nachdem dieselben unterhalb und etwa bis zu $\frac{2}{3}$ Höhe innerhalb



dünn verzinnt sind, lassen sich die kupfernen Zuleitungsstifte (4 mm Durchmesser) mit ihren oben verbreiterten Endflächen sicher unterlöten und schliesslich die Näpfe innen gut amalgamiren und aussen lackiren.

Die Hartkautschukplatte sitzt wie bei dem Siemens'schen Rheostaten als Deckel auf einem Holzkasten.

Die Anordnung der Näpfe auf dem Deckel s. nebenstehend, wobei die schrägen Verbindungslinien die 30 Widerstände andeuten. Die Hinter- oder Nebenschaltung wird durch amalgamirte



Kupferbügel von 6 cm Länge und 5,5 mm Durchmesser bewirkt. Ein solcher Bügel hat etwa 0,00005 Ohm Widerstand. Diese Zahl lässt sich hinreichend genau ermitteln, da man eine grosse Zahl von Bügeln (60) hintereinanderschalten kann.

Es ist kaum nötig zu zeigen, wie man mit diesem Rheostaten sehr verschiedene Widerstandsverhältnisse herstellen kann. Selbst ein Verhältnis ungefähr $1:10^6$ (nämlich

$\left[\frac{1}{10}\right]:\Sigma 10000$) lässt sich in wenigen Minuten mit der vollen Genauigkeit controliren, welche überhaupt für Widerstandsvergleichen möglich ist, d. h. ohne Mühe auf 0,0000000001. (Ueber den Einfluss der Kupferbügel s. weiter unten.)

Als ein Beispiel will ich die Prüfung des Verhältnisses $1:1000$ ausführen, welches als $0,1:100$, $1:1000$, $10:10000$ oder $100:100000$ hergestellt werden kann. Ich will $10:10000$, d. h. die Hunderter nebeneinander zu einem der Zehntausender nehmen.

Um das wirkliche Verhältnis zu bestimmen vergleicht man die nebengeschalteten Zehntausender, $\left[\frac{10000}{10}\right]$ genannt,

mit den hintergeschalteten Hundertern $\Sigma[100]$ und sodann den zur Verwendung kommenden Zehntausender 10000_0 mit den übrigen $10000_1 \dots 10000_9$.

Die erstere Vergleichung ergebe

$$\left[\frac{10000}{10} \right] = \Sigma[100] + \mathcal{A}.$$

Dann ist $\Sigma[10000] = 10000 \cdot \left(1 + \frac{1}{1000} \mathcal{A} \right) \times \left[\frac{100}{10} \right]$.

Weiter sei gefunden

$$10000_1 = 10000_0 + \delta_1, \quad 10000_9 = 10000_0 + \delta_2 \dots$$

$$10000_9 = 10000_0 + \delta_9.$$

Wir setzen $\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_9 = \Sigma\delta$.

Dann ist offenbar

$$\Sigma[10000] = 10 \cdot 10000_0 + \Sigma\delta$$

oder $10000_0 = \frac{1}{10} \left(1 - \frac{1}{100000} \Sigma\delta \right) \times \Sigma[10000]$.

Für $\Sigma[10000]$ den oben gefundenen Wert gesetzt, erhält man

$$10000_0 = 1000 \left(1 + \frac{1}{1000} \mathcal{A} - \frac{1}{100000} \Sigma\delta \right) \times \left[\frac{100}{10} \right].$$

Das gesuchte Widerstandsverhältnis ist also

$$10000_0 : \left[\frac{100}{10} \right] = 1000 \left(1 + \frac{1}{1000} \mathcal{A} - \frac{1}{100000} \Sigma\delta \right).$$

Weiter wurde das Zweigverhältnis 1:900 verlangt. Man schaltete neun von den Zehntausendern hintereinander und nun diese Summe mit dem zehnten Zehntausender nebeneinander. Dies repräsentirt 9000 Ohm, welche gegen die nebengeschalteten Hunderter das gewünschte Verhältnis geben. Die Correctionen sind ähnlich wie oben.

Alle erforderlichen Vergleichen lassen sich mittels eines Interpolationsverfahrens in weniger als 5 Minuten ausführen. Dies ist für feine Messungen von Bedeutung, denn andernfalls lässt die unvermeidliche Temperaturänderung sich nicht genau controliren.

Auch für gewöhnliche Rheostatenzwecke leistet diese Anordnung mehr als es auf den ersten Blick scheinen wird. Aus 10 gleichen Widerständen lassen sich nämlich innerhalb des Intervalles 1 zu 100 94 verschiedene Widerstände durch geeignete Combination herstellen.¹⁾ Die Hinzunahme der anderen Gruppen in Hinter- oder Nebenschaltung vermehrt die Anzahl der Combinationen natürlich noch sehr vielfach, so dass man die meisten Widerstände genähert zur Verfügung hat. Eine übersichtliche Tabelle für die möglichen Combinationen ist leicht aufzustellen.

Es kann natürlich gar nicht die Rede davon sein, die bequeme Siemens'sche Anordnung für die gewöhnlichen Zwecke zu ersetzen; aber wenn die Genauigkeit sehr weit

1) Die Hunderter liefern z. B. unter Weglassung späterer Dezimalen

10,0	53,3	112	175	267	375	533
11,1	58,3	114	183	270	383	550
12,5	62,5	117	200	275	400	583
14,3	64,3	120	208	283	417	600
16,7	66,7	125	212	300	420	625
20,0	70,0	133	214	314	425	633
25,0	75,0	145	217	317	433	650
33,3	83,3	150	220	320	450	700
40,0	91,7	153	225	325	467	733
41,7	100,0	158	233	333	475	750
45,0	103,3	164	250	350	483	800
47,6	108,3	167	253	358	500	850
50,0	111,1	170	258	367	520	900
				370	525	1000.

Die Einer geben alle Hundertel hiervon, die Zehntausender die hundertfachen Beträge.

getrieben werden soll, so wird unsere Anordnung erheblich mehr leisten können.

Vorteile der Anordnung. Die Widerstandsvergleichung verfügt über Mittel, welche denen der Wägung an Genauigkeit mindestens ebenbürtig sind; Rheostaten lassen sich auch mit derselben Genauigkeit abgleichen wie Gewichtsätze. Trotzdem ist man praktisch selten in der Lage, mittels des Rheostaten eine auf $\frac{1}{10000}$ verbürgte Widerstandsbestimmung ausführen zu können. Die Ursachen davon liegen bekanntlich in folgenden Umständen.

- 1) Die Temperatur der Drahtrollen folgt der Lufttemperatur nur langsam. Selbst mit Anwendung eines Thermometers im Kasten ist man bei unseren wechselnden Verhältnissen der Zimmertemperatur oft um 1° oder mehr unsicher.
- 2) Dieser Nachteil wird bedeutend erschwert dadurch, dass Rollen verschiedener Dicke und sonstiger Beschaffenheit eine ungleiche Temperaturverzögerung erleiden.
- 3) Die Ströme erwärmen die Rollen. Gegen die Anwendung sehr dicker Drähte sprechen die Hindernisse 1 und 2.
- 4) Die kleinen und die grossen Widerstände werden nicht aus derselben Drahtsorte hergestellt und zeigen factisch oft Unterschiede der Temperaturcoefficienten von 0,0001. Hieraus entspringen, wenn man die Unterschiede nicht beachtet, leicht relative Fehler bis zu $\frac{1}{1000}$.
- 5) Der Widerstand der Rollen ändert sich mit der Zeit und jedenfalls bei verschiedenen Drahtsorten und Wickelungen ungleich stark.
- 6) Die Stöpselschaltung, die vorzüglich ist, wenn eine Genauigkeit auf 0,001 Ohm genügt, muss sehr sorgfältig behandelt werden, wenn man 0,0001 Ohm anstrebt. Schon die grosse Temperaturendeckung des Hartkautschuks, welche die Form der Löcher verändert, bedingt eine Fehlerquelle.
- 7) Hierzu kommen bei den älteren Anordnungen noch die unter Umständen beträchtlichen Fehler der Zuleitung durch gemeinsame Stifte, auf welche Dorn aufmerksam gemacht hat.

Die oben beschriebene Anordnung bietet offenbar folgende Vorzüge: Es gibt vor allem nur drei Gruppen verschiedener Rollen. In jeder Gruppe sind alle Rollen gleich beschaffen und dürfen bezüglich Temperaturverzögerung und Temperaturcoefficient als gleich betrachtet werden. Indem ferner für kleine Widerstände die Nebenschaltung verwendet wird, hat man den Vorteil einer grösseren Masse und trotzdem einer relativ grossen Oberfläche. Die Temperatur folgt der Umgebung rascher als bei Anwendung einzelner dicker Rollen, die Stromwärme ist vermindert.¹⁾

Dann aber kann man leichter als bei dem gewöhnlichen Rheostaten die Vergleichung der Widerstände untereinander ausführen. Ja, wenn der Rheostat einmal calibriert worden ist, so genügt, um die temporären Störungen durch den Temperaturwechsel zu eliminiren, eine gegenseitige Vergleichung der 3 Gruppen, welche auf nur zwei Untersuchungen gleicher Widerstände zurückkommt, um alles vergleichbar zu machen.

Als letzter Vorteil der Anordnung bietet sich noch die Verwendbarkeit aller Widerstände einzeln oder in beliebiger gegenseitiger Verbindung dar. Die modernen galvanischen Messungsmethoden benutzen sehr oft Verzweigungen. Die Aufgabe z. B., eine Säule durch einen grossen Widerstand zu schliessen und an einen genau bekannten Teil der Schliessung eine Abzweigung anzulegen, die selbst wieder einen bekannten Widerstand enthält, lässt sich mit einem gewöhn-

1) Z. B. ist das aus den Einern nebeneinander hergestellte Zehntel äquivalent einem solchen aus Draht von 10 qmm Querschnitt, den man als Ganzes überhaupt kaum verwenden könnte. Will man einen Einer von grossem Querschnitt haben, so kann man 9 Einer zu 3 Gruppen von je 3 verbinden. — Der aus den 10 Hundertern gebildete Zehner verträgt einen Strom von 0,2 Am eine Viertelstunde lang, ohne sich um mehr als $\frac{1}{10000}$ zu ändern.

getrieben werden soll, so wird unsere Anordnung erheblich mehr leisten können.

Vorteile der Anordnung. Die Widerstandsvergleichung verfügt über Mittel, welche denen der Wägung an Genauigkeit mindestens ebenbürtig sind; Rheostaten lassen sich auch mit derselben Genauigkeit abgleichen wie Gewichtsätze. Trotzdem ist man praktisch selten in der Lage, mittels des Rheostaten eine auf $\frac{1}{10000}$ verbürgte Widerstandsbestimmung ausführen zu können. Die Ursachen davon liegen bekanntlich in folgenden Umständen.

1) Die Temperatur der Drahtrollen folgt der Lufttemperatur nur langsam. Selbst mit Anwendung eines Thermometers im Kasten ist man bei unseren wechselnden Verhältnissen der Zimmertemperatur oft um 1° oder mehr unsicher. 2) Dieser Nachteil wird bedeutend erschwert dadurch, dass Rollen verschiedener Dicke und sonstiger Beschaffenheit eine ungleiche Temperaturverzögerung erleiden. 3) Die Ströme erwärmen die Rollen. Gegen die Anwendung sehr dicker Drähte sprechen die Hindernisse 1 und 2. 4) Die kleinen und die grossen Widerstände werden nicht aus derselben Drahtsorte hergestellt und zeigen factisch oft Unterschiede der Temperaturcoefficienten von 0,0001. Hieraus entspringen, wenn man die Unterschiede nicht beachtet, leicht relative Fehler bis zu $\frac{1}{1000}$. 5) Der Widerstand der Rollen ändert sich mit der Zeit und jedenfalls bei verschiedenen Drahtsorten und Wickelungen ungleich stark. 6) Die Stöpselschaltung, die vorzüglich ist, wenn eine Genauigkeit auf 0,001 Ohm genügt, muss sehr sorgfältig behandelt werden, wenn man 0,0001 Ohm anstrebt. Schon die grosse Temperaturexpansion des Hartkautschuks, welche die Form der Löcher verändert, bedingt eine Fehlerquelle. 7) Hierzu kommen bei den älteren Anordnungen noch die unter Umständen beträchtlichen Fehler der Zuleitung durch gemeinsame Stifte, auf welche Dorn aufmerksam gemacht hat.

Die oben beschriebene Anordnung bietet offenbar folgende Vorzüge: Es gibt vor allem nur drei Gruppen verschiedener Rollen. In jeder Gruppe sind alle Rollen gleich beschaffen und dürfen bezüglich Temperaturverzögerung und Temperaturcoefficient als gleich betrachtet werden. Indem ferner für kleine Widerstände die Nebenschaltung verwendet wird, hat man den Vorteil einer grösseren Masse und trotzdem einer relativ grossen Oberfläche. Die Temperatur folgt der Umgebung rascher als bei Anwendung einzelner dicker Rollen, die Stromwärme ist vermindert.¹⁾

Dann aber kann man leichter als bei dem gewöhnlichen Rheostaten die Vergleichung der Widerstände untereinander ausführen. Ja, wenn der Rheostat einmal calibriert worden ist, so genügt, um die temporären Störungen durch den Temperaturwechsel zu eliminiren, eine gegenseitige Vergleichung der 3 Gruppen, welche auf nur zwei Untersuchungen gleicher Widerstände zurückkommt, um alles vergleichbar zu machen.

Als letzter Vorteil der Anordnung bietet sich noch die Verwendbarkeit aller Widerstände einzeln oder in beliebiger gegenseitiger Verbindung dar. Die modernen galvanischen Messungsmethoden benutzen sehr oft Verzweigungen. Die Aufgabe z. B., eine Säule durch einen grossen Widerstand zu schliessen und an einen genau bekannten Teil der Schliessung eine Abzweigung anzulegen, die selbst wieder einen bekannten Widerstand enthält, lässt sich mit einem gewöhn-

1) Z. B. ist das aus den Einern nebeneinander hergestellte Zehntel äquivalent einem solchen aus Draht von 10 qmm Querschnitt, den man als Ganzes überhaupt kaum verwenden könnte. Will man einen Einer von grossem Querschnitt haben, so kann man 9 Einer zu 3 Gruppen von je 3 verbinden. — Der aus den 10 Hundertern gebildete Zehner verträgt einen Strom von 0,2 Am eine Viertelstunde lang, ohne sich um mehr als $\frac{1}{10000}$ zu ändern.

lichen Rheostaten nicht erfüllen,¹⁾ während bei unserer Anordnung eine ganz beliebige Combination möglich ist.

Auch Stöpsel kann man leicht ebenso anordnen; doch ist der Widerstand der Ueberleitung etwas grösser und unsicherer. Ich fand bei einem Siemens'schen Rheostaten den Widerstand eines Stöpsels etwa $= \frac{1}{8000}$, während derjenige eines amalgamirten Kupferbügels nur $\frac{1}{20000}$ Ohm betrug.

Formeln für Widerstände im Nebenschluss mit Rücksicht auf die Verbindungswiderstände.

Wenn auch die Bügelwiderstände sehr klein sind, so können sie bei der Verbindung kleiner Stücke doch merklich werden. Bei Hinterschaltung ist hierüber nichts zu bemerken, für Nebenschaltung will ich noch eine Formel geben, welche diesem Umstande Rechnung trägt.

Es mögen k gleiche Widerstände w im Nebenschluss verbunden sein. Jedes Verbindungsstück zwischen benachbarten Endpuncten habe den Widerstand γ , welcher gegen w klein sein soll. Die Zuleitung des Stromes geschehe am m^{ten} Widerstande von dem einen Ende des Systems gezählt, am m'^{ten} von dem anderen Ende gezählt.

Ebenso geschehe die Ableitung am n^{ten} bez. dem n'^{ten} Widerstande. Es ist also

$$m + m' = n + n' = k + 1.$$

Heisst allgemein das Potential an der Eintrittsstelle in einen der Zweigwiderstände V , an der Austrittsstelle P , so

1) Ich möchte in dieser Hinsicht eine kleine Aenderung der gebräuchlichen Anordnung vorschlagen, nämlich zwischen die einzelnen Dekaden (Zehntel und Einer, Einer und Hunderter u. s. w.) je eine Unterbrechung mit Stöpselloch einzuschieben und den anstossenden Klötzen besondere Klemmverbindungen zu geben. Die Rheostaten werden hierdurch viel ausgiebiger verwendbar.

ist die Stromstärke in diesem Zweige = $(V - P)/w$. Die ganze Stromstärke sei = J , so ist offenbar

$$J = \frac{1}{w} (\Sigma V - \Sigma P).$$

Nun bezeichne V_1 das Potential an der Eintrittsstelle des Hauptstromes in das System, P_1 dasjenige an der Austrittsstelle. Unter der Annahme, dass die Ueberleitungswiderstände γ als Correctionsgrößen behandelt werden können, werden die übrigen Potentiale an den Enden der nebengeschalteten Widerstände w leicht folgendermassen gefunden. Setzt man zur Abkürzung

$$i = \frac{J}{k},$$

so fliesst von der Eintrittsstelle V_1 aus nach derjenigen Seite, auf welcher noch $m-1$ Widerstände liegen, durch den nächsten Verbindungswiderstand γ ein Strom nahe gleich $(m-1)i$. Das Potential an der nächsten Eintrittsstelle in einen Widerstand w ist also $V_2 = V_1 - (m-1)i\gamma$. Von dort geht durch den zweiten Widerstand γ ein Strom nahe gleich $(m-2)i$. Das Potential an der zweitnächsten Eintrittsstelle in einen Zweigwiderstand ist also

$$V_3 = V_2 - (m-2)i\gamma = V_1 - [(m-1) + (m-2)]i\gamma$$

und so weiter bis zur letzten Stelle V_m . Man hat also

$$V_1 = V_1$$

$$V_2 = V_1 - (m-1)i\gamma$$

$$V_3 = V_1 - [(m-1) + (m-2)]i\gamma$$

$$V_{m-1} = V_1 - [(m-1) + (m-2) + \dots + 2]i\gamma$$

$$V_m = V_1 - [(m-1) + (m-2) + \dots + 2 + 1]i\gamma.$$

Die Summe ist also

$$\begin{aligned} & V_1 + V_2 + \dots + V_m = \\ & = m V_1 - [(m-1)^2 + (m-2)^2 + \dots + 2^2 + 1^2] i \gamma \\ & = m V_1 - \frac{m(m-1)(2m-1)}{6} i \gamma. \end{aligned}$$

Ebenso erhält man nach der anderen Seite der Eintrittsstelle V_1 bis zum Potential V_m .

$$V_1 + V_2 + \dots + V_m = m' V_1 - \frac{m'(m'-1)(2m'-1)}{6} i \gamma.$$

Die ganze Summe der Potentiale V wird, da

$$m + m' - 1 = k,$$

$$\Sigma V = k V_1 - \frac{m(m-1)(2m-1) + m'(m'-1)(2m'-1)}{6} i \gamma.$$

Gerade so erhält man auf der Austrittsseite des Stromes

$$\Sigma P = k P_1 - \frac{n(n-1)(2n-1) + n'(n'-1)(2n'-1)}{6} i \gamma.$$

Die Stromstärke J wird hiernach erhalten

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{w} (\Sigma V - \Sigma P) = \frac{k}{w} (V_1 - P_1) \\ &= \frac{m(m-1)(2m-1) + \dots + n(n-1)(2n-1) + \dots}{6w} i \gamma. \end{aligned}$$

Ersetzt man hierin i wieder durch J/k , so wird

$$\begin{aligned} J \left(\frac{w}{k} + \frac{\gamma}{6k^2} [m(m-1)(2m-1) + m'(m'-1)(2m'-1)] \right) \\ = V_1 - P_1. \end{aligned}$$

Bezeichnet man den Gesamtwiderstand des Systems mit W , so bedeutet dies die Beziehung

$$JW = V_1 - P_1.$$

Daher ist der Faktor von J in obiger Gleichung $= W$, also

$$W = \frac{w}{k} + \frac{\gamma}{6k^2} \left[m(m-1)(2m-1) + m'(m'-1)(2m'-1) \right. \\ \left. + n(n-1)(2n-1) + n'(n'-1)(2n'-1) \right].$$

Oder auch, weil $m + m' = n + n' = k + 1$ ist,

$$W = \frac{w}{k} + \gamma \frac{(k+1)(2k-3m-3n+1) + 3(m^2+n^2)}{3k}.$$

Da w/k den Widerstand des Ganzen ohne Rücksicht auf die Ueberleitungswiderstände bedeutet, so gibt das zweite Glied die von den letzteren herrührende Zunahme des Gesamtwiderstandes an.

In dem speciellen Falle, dass die Strom-Zuleitung und Ableitung in die äussersten Verzweigungsstellen erfolgt, und zwar gleichgiltig ob an demselben oder an entgegengesetzten Enden, ist $m = n = k$, $m' = n' = 1$ und man hat

$$W = \frac{w}{k} + \gamma \frac{(k-1)(2k-1)}{3k}.$$

Wird in der Mitte zu- und abgeleitet, so ist $m = m' = n = n' = \frac{1}{2}(k+1)$ und es wird

$$W = \frac{w}{k} + \gamma \frac{k^2-1}{6k}.$$

Für eine grosse Anzahl k von nebengeschalteten Widerständen ist das Correctionsglied also bei Zuleitung in der Mitte 4 mal kleiner als bei Zuleitung an den Enden.

Bei unserem Rheostaten wird, wenn man alle Widerstände nebeneinander verbindet, die Correction in ihrem grösstmöglichen Betrage = 0,00028 Ohm, kommt also bei den Einern allerdings noch in Betracht.
