

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

ABHANDLUNGEN · NEUE FOLGE, HEFT 112

MAX KNEISSL · KURT MARZAHN

Vorschläge und Schlußergebnisse
für die Ausglei chung des europäischen
Gravimeter-Eichsystems

Mit zwei Anlagen
Vorgelegt von Herrn Max Kneißl
am 6. Juli 1962

MÜNCHEN 1963

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI DER C.H.BECK'SCHEN VERLAGSBUCHHANDLUNG MÜNCHEN

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei, Nördlingen
Printed in Germany

INHALTSVERZEICHNIS

Kurt Marzahn: Vorschläge für den Gewichtsansatz und sein Einfluß auf die Ausgleichung des europäischen Gra- vimeter-Eichsystems	5
Max Kneißl und Kurt Marzahn: Abschlußbericht zur Ausgleichung 1962 des europäischen Gravimeter-Eich- systems, mit zwei Anlagen	17

VORSCHLÄGE FÜR DEN GEWICHTSANSATZ
UND SEIN EINFLUSS AUF DIE AUSGLEICHUNG
DES EUROPÄISCHEN GRAVIMETER-EICHSYSTEMS

VON

DR. KURT MARZAHN, HAMBURG

1. Die allgemeine Form der Fehlergleichungen für die gemeinsame Ausgleichung der Pendel- und Gravimetermessungen

Nachdem in dem Bericht [1] und den dazugehörigen Anlagen und Übersichten die Pendel- und Gravimetermessungen, die für die Festlegung des europäischen Gravimeter-Eichsystems in Frage kommen, in ihrer endgültigen Form vorliegen, sind vor Beginn der eigentlichen Rechenarbeit noch einige spezielle Probleme zu klären, die mit dem Ansatz der Gewichte zusammenhängen.

Zu diesem Zweck werden zunächst noch einmal die Fehlergleichungen in ihrer allgemeinen Form angegeben, die sich auf Grund der theoretischen Erörterungen von Dr. A. H. Cook [2] ergeben. Dabei wird auf die Bezeichnungen der Anlage 1 und der Übersicht 4 in [1] besondere Rücksicht genommen, da diese beiden Zusammenstellungen die Grundlage für die Aufstellung der Fehlergleichungen bilden sollen. Bezeichnen wir mit

$\Delta g_{i, AB}$ den mit dem Pendelapparat i gemessenen Schwereunterschied zwischen den Stationen A und B

$p_{i, AB}$ das Gewicht der Beobachtung $\Delta g_{i, AB}$

$V_{i, AB}$ die dazugehörige Verbesserung aus der Ausgleichung

x_A den ausgeglichenen Schwerewert g_A der Station A

so erhält man für die in [1], Anlage 1 zusammengestellten Pendelmessungen folgende Fehlergleichungen:

$$V_{i, AB} = -\Delta g_{i, AB} - x_A + x_B; \quad \text{Gewicht } p_{i, AB}. \quad (1)$$

Setzt man nun noch aus rechentechnischen Gründen $x_A = x_A^0 + \xi_A$, wobei x_A^0 ein Näherungswert der Unbekannten x_A ist, so wird

$$V_{i, AB} = -(\Delta g_{i, AB} + x_A^0 - x_B^0) - \xi_A + \xi_B; \quad \text{Gewicht } p_{i, AB}. \quad (2)$$

Der Index i bezieht sich auf die Spalte „Instr.“ in [1], Anlage 1. Die Stationsnummern sind vorzeichenrichtig in Spalte 1 dieser Anlage angegeben, so daß die Fehlergleichungen ohne weiteres aufgestellt werden können.

Bezeichnen wir weiter mit

$\Delta g_{\lambda, AB}$ den mit dem Gravimeter λ gemessenen Schwereunterschied zwischen den Stationen A und B

$p_{\lambda, AB}$ das Gewicht der Beobachtung $\Delta g_{\lambda, AB}$

$v_{\lambda, AB}$ die zugehörige Verbesserung aus der Ausgleichung

$1 + \gamma_\lambda$ den Eichfaktor für die Messungen mit dem Gravimeter λ , so gelten unter der Voraussetzung, daß die Nichtlinearität der Eichfunktionen der Gravimeter mit genügender Genauigkeit berücksichtigt worden ist, die Gleichungen

$$(1 + \gamma_\lambda) (\Delta g_{\lambda, AB} + v_{\lambda, AB}) = -x_A + x_B.$$

Unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung ergeben sich daraus die Fehlergleichungen

$$v_{\lambda, AB} = -\Delta g_{\lambda, AB} - x_A + x_B - \Delta g_{\lambda, AB} \cdot \gamma_\lambda; \quad \text{Gewicht } p_{\lambda, AB}. \quad (3)$$

Die Eichfaktoren der Ausgangswerte $\Delta g_{\lambda, AB}$ der Übersicht 4 in [1] sind bereits so gewählt, daß die Unbekannten γ_λ im Bereich von $\pm 10^{-3}$ liegen. Für die Unbekannten γ brauchen also keine Näherungswerte eingeführt werden. Mit den Näherungswerten x_A^0 für die Unbekannten x_A erhält man schließlich die Fehlergleichungen der Gravimetermessungen

$$v_{\lambda, AB} = -(\Delta g_{\lambda, AB} + x_A^0 - x_B^0) - \xi_A + \xi_B - \Delta g_{\lambda, AB} \cdot \gamma_\lambda; \quad \text{Gewicht } p_{\lambda, AB}. \quad (4)$$

An Hand von Übersicht 4 in [1] lassen sich danach die Fehlergleichungen im einzelnen direkt aufstellen. Jedem Δg -Wert der Übersicht entspricht eine Fehlergleichung. Die den Indizes A und B entsprechenden Stationsnummern sind in der zweiten und dritten Spalte der Übersicht aufgeführt; zu jeder der von 1 bis 9 durchnummerierten Spalten gehört ein eigener Eichfaktor $(1 + \gamma_\lambda)$. Die Koeffizienten der neun Unbekannten γ_λ in den Fehlergleichungen sind die in der Übersicht direkt aufgeführten Δg -Werte.

2. Bezugswert, Näherungswerte

Die Fehlergleichungen (2) und (4) sind gemeinsam unter Beachtung der Gewichte $p_{i, AB}$ bzw. $p_{\lambda, AB}$ auszugleichen, die in den folgenden Abschnitten noch ausführlicher zu diskutieren sind. Es ist zu beachten, daß der Schwerewert einer Station als fester Bezugswert in die Ausgleichung einzuführen ist. Gemäß der Empfehlung Nr. 6 der Internationalen Gravimetrischen Kommission von Paris 1959 (vgl. [3], S. 155) soll der Schwerewert der Station 7, Bad Harzburg,

$$g_7 = 981\,180,40 \text{ mGal}$$

als Bezugswert für die Ausgleichung des europäischen Gravimeter-Eichsystems benutzt werden. Die bei der Ausgleichung erhaltenen mittleren Fehler der Unbekannten ξ bzw. x gelten also für die Schwereunterschiede gegen die Bezugsstation Bad Harzburg. Benutzt man die in Tabelle 1 aufgeführten Näherungswerte x^0 , so werden die Unbekannten ξ im Bereich von $\pm 0,50 \text{ mGal}$ und die Unbekannten γ im Bereich von $\pm 10^{-3}$ liegen.

3. Mittlere Fehler und systematische Fehleranteile der Pendelmessungen

Auf Grund von kritischen Voruntersuchungen, die hier nicht im einzelnen mitgeteilt werden können, sollen nur die in [1], Anlage 1 aufgeführten Pendelmessungen in die Ausgleichung einbezogen werden. Für die einwandfreie Festlegung des europäischen Gravimetereichsystems muß vorausgesetzt werden, daß die mit vier verschiedenen Pendelappa-

raten gemessenen Schwereunterschiede weitgehend frei sind von systematischen Fehlereinflüssen, die durch die Meßinstrumente bzw. durch den Meßvorgang hervorgerufen worden sind. Außerdem sind die mittleren Fehler der verschiedenen Messungsergebnisse zu bestimmen. Da die aus den Schwingungszeiten auf den Stationen abgeleiteten mittleren Fehler nicht als repräsentativ für die tatsächliche äußere Genauigkeit der Schwereunterschiede angesehen werden können, wurden die Messungen mit den verschiedenen Apparaten zunächst als gleichgewichtig angenommen.

Tabelle 1. Näherungswerte x^0 für die Ausgleichung

Station	Nr.	x^0	mGal
Hammerfest	1	982	632,30
Bodö	2	2	387,30
Oslo	3	981	927,30
Edinburgh	4	1	583,80
Kopenhagen	5	1	557,80
Teddington	6	1	196,40
Bad Harzburg	7	1	180,40 (Bezugspunkt)
Paris	8	980	940,90
München	9	0	744,40
Mailand	10	0	565,10
Bagnères	11	0	287,30
Rom	12	0	364,20
Catania	13	0	046,80
Stockholm	14	981	845,60
Hamburg	15	1	389,70
Bremen	16	1	335,00
Amsterdam	17	1	288,10
Hannover	18	1	287,30
Berlin	19	1	281,60
Düsseldorf	20	1	199,00
Brüssel	21	1	156,30
Frankfurt	22	1	057,20
Zürich	23	980	687,00
Genf	24	0	581,10
Toulouse	25	0	442,70
Marseille	26	0	488,50
Piastra	27	0	521,10

Aus den Abweichungen der Einzelwerte von den in [1], Anlage 1, letzte Spalte angegebenen arithmetischen Mitteln ergibt sich bei 15 Freiheitsgraden ein mittlerer Fehler $m_1 = \pm 0,42$ mGal für einen mit einem Pendelapparat einmal gemessenen Schwereunterschied. Die Verteilung der Abweichungen selbst –

für den Cambridge-Apparat (9 Werte) zwischen $+0,68$ u. $-0,22$ mGal
für den Gulf-Apparat (7 Werte) zwischen $+0,08$ u. $-0,75$ mGal
für den italienischen Apparat (6 Werte) zwischen $+0,41$ u. $-0,71$ mGal
für den Askania-Apparat (3 Werte) zwischen $+0,28$ u. $-0,08$ mGal –

deutet darauf hin, daß die Annahme der Gleichgewichtigkeit aller Pendelmessungen zumindest in erster Näherung gerechtfertigt ist. Wird das Pendelnetz in sich ausgeglichen, wobei jede Messung wieder das gleiche Gewicht bekommt, so wird der mittlere Gewichtseinheitsfehler, der dem Wert m_1 vergleichbar ist, $m_2 = \pm 0,41$ mGal bei 22 Freiheitsgraden. Wird der mittlere Fehler nicht aus den Verbesserungen der Einzelmessungen, sondern aus den Verbesserungen der arithmetischen Mittel unter Berücksichtigung der Anzahl der Einzelmessungen als Gewicht berechnet, so ergibt sich bei 7 Freiheitsgraden $m_3 = \pm 0,39$ mGal. Die Verteilung der Verbesserungen ändert sich gegenüber den oben angegebenen Grenzen kaum. Die gute Übereinstimmung der mittleren Fehler m_1 , m_2 und m_3 rechtfertigt die Annahme der Gleichgewichtigkeit aller Pendelmessungen. Wegen der guten Übereinstimmung von m_2 und m_3 ist auch kaum mit wesentlichen systematischen Unterschieden zwischen den Ergebnissen der verschiedenen Pendelapparate zu rechnen.

Trotzdem wurde noch eine Ausgleichung durchgeführt, bei der als mathematisches Modell linear mit dem Schwereunterschied wachsende systematische Anteile für jeden Pendelapparat angenommen wurden; bezogen wurden diese Anteile in der Ausgleichung zunächst auf die Messungen mit dem Cambridge-Apparat. Für die Messungen mit diesem Apparat wurden also die Fehlergleichungen nach Gleichung (2), die für die übrigen drei Apparate nach Gleichung (4) gebildet. Die Unbekannten y geben die systematischen Unterschiede gegen den Cambridge-Apparat, die Differenzen zweier y -Werte die anderen Kombinationen. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler wird bei 19 Freiheitsgraden $m_4 = \pm 0,40$ mGal. Da sich dieser Wert nur sehr unwesentlich von dem Wert $m_2 = \pm 0,41$ mGal der normalen Pendelnetz-Ausgleichung unterscheidet, können die systematischen Anteile kaum reell sein. Im einzelnen sind die Koeffizienten y der systematischen Unterschiede $y \cdot \Delta g$ [in 10^{-4}]:

	y	m_y	$t = \frac{y}{m_y}$
zwischen dem Cambridge- und dem Gulf-Apparat	− 4,6	$\pm 3,9$	1,18
und dem italienischen Apparat	− 5,3	$\pm 4,8$	1,10
und dem Askania Apparat	+ 5,2	$\pm 5,1$	1,02
zwischen dem Gulf- und dem italienischen Apparat	− 0,7	$\pm 5,4$	0,13
und dem Askania-Apparat	− 9,8	$\pm 5,4$	1,81
zwischen dem italienischen und dem Askania-Apparat	−10,5	$\pm 6,5$	1,62

Ein Test mit der t -Verteilung zeigt, daß keiner der Quotienten $t = \frac{y}{m_y}$ den Wert $t = 2,09$ erreicht, der bei 19 Freiheitsgraden erst der Wahrscheinlichkeit $P = 0,05$ entspricht. Die systematischen Unterschiede sind also statistisch nicht gesichert; d. h. mit anderen Worten, daß der Ansatz der Fehlergleichungen nach Gleichung (2) für alle in [1], Anlage 1 zusammengestellten Pendelmessungen zutreffend ist. Der mittlere Fehler aller dort angegebenen Schwereunterschiede ist dann

$$m_2 = \pm 0,41 \text{ mGal};$$

die Gewichte der Pendelmessungen sind dementsprechend einheitlich

$$p_{i. \text{ AB}} = \frac{\text{const.}}{m_2^2}.$$

4. Mittlere Fehler der Gravimetermessungen

Wesentlich inhomogener als die Pendelmessungen sind die Gravimetermessungen, die für das europäische Gravimetereichsystem zur Verfügung stehen. Einen Überblick über die Verschiedenartigkeit der Messungen gibt der Abschnitt 3.2 in [1]. Es ist unmöglich, im Rahmen einer sehr detaillierten Fehlertheorie durch komplizierte Gewichtsansätze dieser Verschiedenartigkeit des Ausgangsmaterials Rechnung zu tragen, da für die einzelnen Vergleichsmöglichkeiten viel zu wenig Überbestimmungen vorliegen, um statistisch gesicherte Aussagen über die mittleren Fehler zu bekommen, die die tatsächliche äußere Genauigkeit der einzelnen Messungen bzw. Messungsgruppen repräsentieren. Darüberhinaus ist der Gewichtsansatz auch von untergeordneter Bedeutung, wie im folgenden Abschnitt noch gezeigt wird.

Wichtig ist dagegen, daß die nichtlinearen Anteile der Eichfunktionen bei den einzelnen Instrumenten gut erfaßt sind, damit die in die Ausgleichung einbezogenen Schwereunterschiede im Rahmen der Meßgenauigkeit nur noch lineare Maßstabsunterschiede enthalten, die durch Ansatz der Glieder $(1 + \gamma_\lambda) \cdot \Delta g_\lambda$ berücksichtigt werden. Für die Messungen der Spalten Nr. 1 bis 5 der Übersicht 4 in [1] ist diese Forderung erfüllt, wie Untersuchungen der Linienmessungen zwischen München und Catania ergeben haben. Für die anderen Messungen bestehen zu wenig Vergleichsmöglichkeiten. Gewisse Unsicherheiten müssen hierfür in Kauf genommen werden. Besonders kritisch sind die Messungen der Expéditions Polaires Françaises (EPF), die nicht einmal bestätigt werden konnten.

Um einen ersten Überblick über die Gesamtheit des in [1], Übersicht 4 zusammengestellten Gravimeternetzes zu bekommen, wurde eine Ausgleichung im Maßstab der Messungen der TH Hannover angesetzt; d. h. für die Messungen der Spalte Nr. 1 in Übersicht 4 wurden Fehlergleichungen von der Form der Gleichung (2) und für die übrigen Messungen Fehlergleichungen von der Form der Gleichung (4) angesetzt.

Allen Messungen wurde das gleiche Gewicht gegeben. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler dieser Ausgleichung ist bei 90 Freiheitsgraden $m_0 = \pm 0,13$ mGal. Die größten Verbesserungen $-0,63$ und $+0,34$ mGal treten bei den Messungen der EPF auf, während sie für alle anderen Messungen ziemlich einheitlich im Bereich von $\pm 0,28$ mGal bleiben.

Mit den Eichfaktoren γ dieser Ausgleichung wurden die Schwereunterschiede der Übersicht 4 in [1] auf einen einheitlichen Maßstab gebracht und die so maßstabskorrigierten Schwereunterschiede dann auf ihre mittleren Fehler untersucht.

Läßt man zunächst die Messungen der EPF außer Betracht, so erhält man aus den Abweichungen der übrigen Schwereunterschiede gegen ihre arithmetischen Mittel einen mittleren Fehler eines einzelnen Schwereunterschiedes der Übersicht 4 in [1]

$$m_0 = \pm 0,095 \text{ mGal}$$

bei 45 Freiheitsgraden. Wird der mittlere Fehler nur aus Linienmessungen berechnet, so ergibt sich bei 37 Freiheitsgraden ebenfalls $\pm 0,095$ mGal.

Vergleicht man nun die Messungen der EPF mit den Mitteln aus allen anderen Messungen, so zeigt sich im Rahmen der Vergleichsmöglichkeiten, daß auch dort nur die drei Messungen für den Schwereunterschied Edinburgh – Paris erheblich ungenauer sind als die anderen Messungen. Läßt man nur diese drei Messungen unberücksichtigt, so ergibt sich aus den Abweichungen aller übrigen Messungen gegen die zugehörigen arithmetischen Mittel der mittlere Fehler eines Schwereunterschiedes in [1], Übersicht 4

$$m_G = \pm 0,096 \text{ mGal}$$

bei 57 Freiheitsgraden. Für die drei Messungen Edinburgh – Paris der EPF ist der entsprechende mittlere Fehler

$$\bar{m}_G = \pm 0,47 \text{ mGal}$$

bei 2 Freiheitsgraden. Der Unterschied der Werte m_G und $\bar{m}_G$ ist statistisch gesichert, wie ein Test mit der F-Verteilung zeigt.

Für die Fluggravimetrierungen des Geodätischen Institutes der TH Hannover hat der Beobachter, Dipl.-Ing. Bettac in [4] unterschiedliche Gewichte angegeben, die aus der Anzahl der Hin- und Rückmessungen abgeleitet wurden. Diese Gewichtssetzung, die teilweise nicht einmal statistisch gesichert ist, ist auch insofern problematisch, als alle Messungen einer einheitlichen Gangkorrektur unterworfen worden sind. Die in [1] Übersicht 4, Spalte Nr. 1 zusammengestellten Schwereunterschiede sind also wesentlich stärker korreliert als die Linienmessungen der anderen Institute. Außerdem sind an die über große Strecken gemessenen Schwereunterschiede noch Zentrierungen auf die Knotenpunkte angebracht. Sie würden bei stark unterschiedlichen Gewichten unter Umständen genau wie nicht vollkommen getilgte Nichtlinearitäten der Eichfunktionen die Ausgleichungsergebnisse übermäßig beeinflussen. Aus all diesen Gründen erscheint es nicht sinnvoll, die von Bettac in [4] angegebenen Gewichte zu übernehmen. Statt dessen wird vorgeschlagen, mit Ausnahme der drei EPF-Messungen zwischen Edinburgh und Paris alle anderen Messungen zur gleichen Grundgesamtheit gehörig zu betrachten mit einem mittleren Fehler $m_0 = \pm 0,10 \text{ mGal}$. Jede der drei EPF-Messungen hat dagegen den mittleren Fehler $m_0 = \pm 0,47 \text{ mGal}$. Die Gewichte der Fehlergleichungen (4) sind dann dementsprechend

$$p_{\lambda \cdot AB} = \frac{\text{const.}}{m_0^2} \quad \text{bzw.} \quad p'_{\lambda \cdot AB} = \frac{\text{const.}}{m_0'^2}.$$

5. Einfluß des Gewichtsansatzes auf die Ausgleichungsergebnisse und auf ihre mittleren Fehler

Von verschiedenen Seiten wurde auf die Problematik des „richtigen“ Gewichtsansatzes bei der Ausgleichung nach Cook hingewiesen. Sicher ist es aber besser, wenigstens näherungsweise die tatsächlichen Gewichtsverhältnisse zu erfassen, als a priori zu verlangen, die Gravimetermessungen gegenüber den Pendelmessungen als fehlerfrei zu betrachten.

An einem Testnetz wurde in [5] bereits nachgewiesen, daß der Einfluß des Gewichtsansatzes auf die mittleren Fehler der Unbekannten nur klein ist.

Verhältnismäßig einfach lassen sich die Grenzen berechnen, in denen die Unbekannten x der Ausgleichung liegen müssen. Der erste Extremfall, der den tatsächlichen Verhältnissen allerdings am wenigsten entspricht, ist dann gegeben, wenn die Gravimetermessungen gegenüber den Pendelmessungen das Gewicht Null haben, d. h. wenn die Pendelmessungen in sich ohne Berücksichtigung der Gravimetermessungen ausgeglichen werden. Der zweite Extremfall, der den tatsächlichen Gegebenheiten nahekommt, liegt vor, wenn die Gravimetermessungen gegenüber den Pendelmessungen als fehlerfrei angenommen werden. Das Verfahren, das diesem Extremfall entspricht, wurde bereits in [5] zu Maßstabsbestimmungen benutzt. Zunächst wird dabei das Gravimeternetz in sich in einem beliebigen Maßstab unter Berücksichtigung der Gewichtsverhältnisse der endgültigen Ausgleichung ausgeglichen. Für die Pendelnetz-Ausgleichung werden dann die ausgeglichenen Schwereunterschiede $\Delta g_{G, AB}$ des Gravimeternetzes unter Berücksichtigung eines Maßstabsfak-

tors y für das ganze Gravimeternetz angehalten. Die Fehlergleichungen für diese Ausgleichung erhält man durch Einsetzen von Gleichung (3) in Gleichung (1)

$$V_{i,AB} = - \frac{(\Delta g_{i,AB} - \Delta g_{G,AB})}{1} + y \cdot \Delta g_{G,AB}. \quad (5)$$

Die einzige aus der Ausgleichung zu bestimmende Unbekannte ist

$$y = \frac{[\Delta g \cdot 1]}{[\Delta g^2]}. \quad (6)$$

Da das Gravimeternetz in sich ausgeglichen ist, sind durch die Ausgleichung auch die Schleifenwidersprüche des Pendelnetzes getilgt.

Der mittlere Fehler des Maßstabsfaktors y für das Gravimeternetz wird

$$m_y = m_0 \sqrt{\frac{1}{[\Delta g^2]}}$$

mit $[\Delta g^2]$ = Quadratsumme aller mit Pendelapparaten gemessenen Schwereunterschiede.

Da dieser Wert m_y unter der Voraussetzung gilt, daß die Gravimetermessungen in sich widerspruchsfrei sind, ist er der Minimalwert für den mittleren Fehler des Maßstabsfaktors überhaupt.

In den mittleren Fehlern $m_{\Delta g}$ beliebiger ausgeglichener Schwereunterschiede des Pendel- und Gravimeternetzes wirkt sich neben den reinen Messungsfehlern die Maßstabsunsicherheit in voller Größe aus (vgl. [5]); es muß also die Ungleichung gelten

$$m_{\Delta g} \geq \Delta g \cdot m_y = \Delta g \cdot m_0 \sqrt{\frac{1}{[\Delta g^2]}}.$$

Für das europäische Gravimetereichsystem wird mit $m_0 = \pm 0,41$ mGal und $[\Delta g^2] = 7698906$ [mGal²]

$$m_{\Delta g} \geq \pm 1,47 \cdot \Delta g \cdot 10^{-4}.$$

In Tabelle 2 sind die ausgeglichenen, auf Bad Harzburg bezogenen Schwerewerte x der Pendelstationen des europäischen Gravimetereichsystems für die beiden Extremfälle gegenübergestellt. Obgleich der erste Fall (nur Pendelnetz) den Realitäten sehr wenig entspricht, sind die Differenzen in den Ergebnissen kaum größer als die bei der endgültigen Ausgleichung zu erwartenden mittleren Fehler. Lediglich für Mailand ergibt sich eine große Differenz, die wohl auf die Pendelmessung München – Mailand mit dem italienischen Pendelapparat zurückzuführen ist, die bei der zweiten Ausgleichung eine sehr große Verbesserung bekommt.

Wenn aber eine Änderung des Gewichtsansatzes von 1 : 0 zu 1 : ∞ die ausgeglichenen Schwerewerte x nur in mäßigen Grenzen beeinflusst, so werden wesentlich kleinere Unsicherheiten im Gewichtsansatz praktisch ohne nennenswerten Einfluß auf die Ergebnisse bleiben.

Abschließend kann diese Feststellung noch durch einen interessanten Vergleich bestätigt werden, der außerdem zeigt, von wie untergeordneter Bedeutung die Festsetzung der

gegenseitigen Gewichtsverhältnisse der Gravimetermessungen ist. Bettac hat in [4] seine Großraumgravimetrierungen mit einem Askania-Gravimeter Gs 12 zusammen mit den Pendelmessungen des europäischen Gravimetereichsystems (allerdings noch unter Ein-schluß der inzwischen verworfenen kanadischen Pendelmessungen) nach dem Vorschlag von Cook streng ausgeglichen. Das Gewichtsverhältnis der Pendelmessungen zu einem einmal im Hin- und Rückgang mit dem Gravimeter gemessenen Schwereunterschied wurde 1 : 90 angenommen. Die Gewichte der Gravimetermessungen in sich schwanken erheblich zwischen 0,5 und 18,5. Als weitere Besonderheit gegenüber der Ausglei-chung des europäi-schen Gravimetereichsystems wurden alle Zentrierelemente zwischen den Flughafenpunk-ten und den Knotenpunkten des Eichsystems als Beobachtungen mit in die Ausglei-chung eingeführt. Die ausgeglichenen Schwerewerte x der Pendelstationen (wieder bezogen auf Bad Harzburg), die aus [4], Tabelle 14, Nr. IV entnommen sind, enthält ebenfalls Tabelle 2.

Tabelle 2

Nr.	Station	Pendelnetz- ausgleichung 1. Extremfall	Pendel- und ausgeglichenes Gravimeter- Netz 2. Extremfall	Strenge Ausgleichung Bettac			
		x_I mGal	x_{II} mGal	x_{III} mGal	$m_{x_{III}}$	$x_{II} - x_I$	$x_{III} - x_{II}$ $=$ $-2,6(x - x_2) \cdot 10^{-4}$
1	Hammerfest	982 632.28	982 632.40	—	—	+0.12	—
2	Bodö	982 386.86	982 387.33	982 387.59	± 0.30	+0.47	+0.26
3	Oslo	981 927.27	981 927.28	981 927.46	± 0.19	+0.01	+0.18
4	Edinburgh	981 583.72	981 583.85	981 583.98	± 0.12	+0.13	+0.13
5	Kopenhagen	981 557.94	981 557.91	981 558.03	± 0.11	—0.03	+0.12
6	Teddington	981 196.49	981 196.57	981 196.57	± 0.07	+0.08	± 0.00
7	Bad Harzburg	981 180.40	981 180.40	981 180.40	—	—	—
8	Paris	980 940.76	980 940.86	980 940.85	± 0.09	+0.10	—0.01
9	München	980 744.59	980 744.58	980 744.40	± 0.12	—0.01	—0.18
10	Mailand	980 564.68	980 565.39	980 565.09	± 0.17	+0.71	—0.30
12	Rom	980 364.11	980 364.40	980 364.15	± 0.21	+0.29	—0.25
13	Catania	980 046.79	980 047.13	980 046.84	± 0.28	+0.34	—0.29
							± 0.00

Die Differenzen dieser Werte gegen die entsprechenden Werte des zweiten Extremfalles, die auf ganz anderem Wege unter Einbeziehung aller als gleichgewichtig angenommenen Gravimetermessungen des Eichsystems entstanden sind, überschreiten kaum die mittleren Fehler der ausgeglichenen Schwerewerte x_{III} . Beseitigt man noch einen linearen Maßstabs-unterschied $-2,6 \cdot \Delta g \cdot 10^{-4}$, der auf die Mitverwendung der kanadischen Pendelmessun-gen bei der Ausglei-chung von Bettac zurückzuführen ist, so bleiben die in Tabelle 2, letzte Spalte angegebenen Differenzen Δ zwischen den Werten der Bettac'schen Ausglei-chung und dem zweiten Extremfall, der der strengen Ausglei-chung des europäischen Gra-vimetereichsystems nahe kommt; nur für die Station Mailand wird der mittlere Fehler $m_{x_{III}} = \pm 0,17$ mGal von dem entsprechenden Wert Δ fast erreicht; für alle anderen Sta-tionen liegen die Differenzen Δ weit innerhalb der mittleren Fehler $m_{x_{III}}$. Damit ist noch einmal bestätigt, wie wenig sich Änderungen im Gewichtsansatz auf die Ergebnisse der Ausglei-chung des europäischen Gravimetereichsystems auswirken werden.

6. Vorschlag für die Gewichte der Pendel- und Gravimetermessungen

Auf Grund der vorstehenden Untersuchungen wird vorgeschlagen, folgende Gewichte für die Fehlergleichungen (2) und (4) zu benutzen:

für alle in [1], Anlage 1 zusammengestellten Pendelmessungen

$$p_{i. AB} = \frac{100}{41^2} = 0,06;$$

für die in [1], Übersicht 4 zusammengestellten Gravimetermessungen (ohne Schwereunterschied 4-8, Edinburgh-Paris)

$$p_{\lambda. AB} = \frac{100}{10^2} = 1,00;$$

für die Messungen des Schwereunterschiedes 4-8, Edinburgh-Paris

$$p'_{\lambda. AB} = \frac{100}{47^2} = 0,05.$$

Der mittlere Gewichtseinheitsfehler müßte bei diesem Gewichtsansatz ca. ± 10 [mGal/100] werden. Führt man die Beobachtungen Δg in [mGal/100] und die Koeffizienten Δg der Unbekannten y in [100 mGal] in die Fehlergleichungen ein, so werden die Unbekannten x im Bereich von ± 50 [mGal/100], die Eichfaktoren im Bereich von $\pm 10 \cdot [10^{-4}]$ und die Gewichtskoeffizienten der unbestimmten Auflösung im Bereich von ± 50 liegen.

LITERATURANGABEN

- [1] Kneißl, M., Das europäische Gravimeter-Eichsystem, Unterlagen und Vorbericht zur einheitlichen internationalen Ausgleichung nach der Methode von Dr. A. H. Cook. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl. N.F. Heft 111, München 1963.
- [2] Cook, A. H., The Calibration of Gravity Meters by Comparison with Pendulums. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, Vol. I, no. 1, 1958.
- [3] Coron, S., Réunion de la Commission Gravimétrique Internationale, Bull. géod., Nouv. Série, Nr. 56, Paris 1960.
- [4] Bettac, W., Messungen großer Schwereunterschiede mit einem nicht astasierten Federgravimeter mit veränderbarer Masse. Veröff. d. DGK, Reihe C, Heft Nr. 55, München 1963.
- [5] Marzahn, K., Untersuchung der Pendel- und Gravimetermessungen auf dem europäischen Gravimetereichsystem. Veröff. der DGK, Reihe A, Heft Nr. 38, S. 93-113, München 1961.

DIE AUSGLEICHUNG 1962
DES EUROPÄISCHEN GRAVIMETEREICHSYSTEMS

ABSCHLUSSBERICHT

von

M. Kneißl und K. Marzahn

Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut

1. Die Messungsunterlagen, die Rechenstellen

Gemäß der in Helsinki im August 1960 von der Internationalen Assoziation für Geodäsie gefaßten Resolution Nr. 19 ([1], S. 423) wurden in [2] alle Pendel- und Gravimetermessungen zusammengestellt, die in die Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems einbezogen werden sollen. Vor der endgültigen Zusammenstellung hatten die Beobachter noch Gelegenheit, die Meßergebnisse im einzelnen zu überprüfen. Vorschläge für den Gewichtsansatz wurden in [3] gemacht. Dabei wurde gleichzeitig nachgewiesen, daß der Gewichtsansatz die Ergebnisse der Ausgleichung nur sehr wenig beeinflussen wird. Die Manuskripte der Arbeiten [2] und [3] wurden bis Januar 1962 an die in der Resolution Nr. 19 namentlich aufgeführten Institute mit der Bitte verteilt, die Ausgleichung nach dem international anerkannten Vorschlag von Dr. A. H. Cook durchzuführen und die Ergebnisse bis April 1962 mitzuteilen. Fristgerecht gingen die Ausgleichungsergebnisse von folgenden Rechenstellen ein:

1. von Herrn Prof. Bruins, Laboratorium voor Geodesie, Technische Hogeschool, Delft (2. 4. 1962);
2. von Herrn Dr. A. H. Cook, National Physical Laboratory, Teddington (13. 4. 1962);
3. von Herrn Dr. K. Marzahn, Geodätisches Institut der Technischen Hochschule München, [4] (11. 3. 1962).

Außerdem liegt ein kurzer Bericht von Herrn Prof. Solaini vom 28. 3. 1962 zur Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems vor. Da von der italienischen Rechenstelle aber lediglich eine Teiluntersuchung auf der Linie Flensburg – Bad Harzburg – München – Rom – Catania ausgeführt wurde, können diese Ergebnisse nicht mit den drei strengen Ausgleichungen verglichen werden. Auf Grund der italienischen Untersuchungen ist die italienische Geodätische Kommission zu einer Stellungnahme gekommen, die von den in internationaler Zusammenarbeit entstandenen Resolutionen und Empfehlungen der Internationalen Gravimetrischen Kommission und der Internationalen Assoziation für Geodäsie abweicht. Auf diese Stellungnahme soll in Abschnitt 4 im Anschluß an die Diskussion der Ergebnisse der strengen Ausgleichung näher eingegangen werden.

2. Die Ausgleichung des europäischen Gravimetereichsystems

2.1 Fehlergleichungen und Normalgleichungen

Die Rechenformeln, nach denen von den drei Rechenstellen einheitlich die Fehlergleichungen aufgestellt wurden, sind in [3] und [4] angegeben. Der Gewichtsansatz erfolgte bei den Rechenstellen 2 und 3 einheitlich nach dem Vorschlag in [3]. Unterschiede in den Ergebnissen der Rechenstellen 2 und 3 sind also ausschließlich auf Abrundungsungenauigkeiten

ten in den Normalgleichungen und in ihrer Reduktion zurückzuführen. Die Fehlergleichungen sind in Anlage I angegeben. In der Rechenstelle 1 wurden die Fehlergleichungen der verschiedenen Pendelmessungen für den gleichen Schwereunterschied unter entsprechender Berücksichtigung in den Gewichten zusammengefaßt. Dadurch ändert sich die Quadratsumme der Verbesserungen bei gleichzeitiger Änderung der Anzahl der Freiheitsgrade. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler sollte bei zutreffendem Gewichtsansatz aber mit dem mittleren Gewichtseinheitsfehler, der sich bei der Ausgleichung der nicht zusammengefaßten Fehlergleichungen ergibt, übereinstimmen. Auf die Schlußergebnisse hat die Zusammenfassung keinen Einfluß. Darüberhinaus ist Herr Prof. Bruins aber auch zu einer anderen Deutung der Genauigkeit der drei Gravimetermessungen der Expéditions Polaires Françaises zwischen Paris und Edinburgh gekommen als Dr. Marzahn. Während in [3] die drei Messungen als gleich genau, aber im Verhältnis zu allen anderen Gravimetermessungen als wesentlich ungenauer angesehen werden und der Gewichtsansatz $p = 0,05$ einer Streichung praktisch gleichkommt, hat Prof. Bruins nur eine der drei Messungen als grob falsch gestrichen und die anderen beiden Messungen als gleich genau mit allen anderen Gravimetern ($p = 1,00$) in der Ausgleichung berücksichtigt. In den Unterschieden der Ergebnisse der Rechenstelle 1 zu denen der beiden anderen Rechenstellen wirkt sich also der Einfluß des unterschiedlichen Gewichtsansatzes voll aus.

Die Unterschiede des Gewichtsansatzes bewirken natürlich auch kleine Unterschiede in den Normalgleichungskoeffizienten; in Anlage II sind die [4] entnommenen Normalgleichungskoeffizienten angegeben.

Zu den von den einzelnen Rechenstellen benutzten Reduktionsverfahren, deren Kenntnis in diesem Zusammenhang ohnehin keine Bedeutung hat, liegen keine näheren Angaben vor.

2.2 Mittlerer Gewichtseinheitsfehler

Die von den einzelnen Rechenstellen aus den Verbesserungen berechneten Fehlerquadratsummen $[pvv]$ und die mittleren Gewichtseinheitsfehler m_0 sind in der folgenden Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1

	Rechenstelle 1	2	3
$[pvv]$	1,2691	1,4547	1,4546
$n - u$	106	122	122
$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}}$	$\pm 0,109 \text{ mGal}$	$\pm 0,109 \text{ mGal}$	$\pm 0,109 \text{ mGal}$

Die mittleren Gewichtseinheitsfehler stimmen also für alle drei Ausgleichungen noch in 0,001 mGal vollkommen überein. In [4] wurde nachgewiesen, daß der Unterschied zwischen dem hier berechneten Wert $\pm 0,109 \text{ mGal}$ und dem auf Grund des Gewichtsansatzes theoretisch zu erwartenden Wert $\pm 0,100 \text{ mGal}$ nur unwesentlich ist.

2.3 Die Ergebnisse der Ausgleichungen

Die ausgeglichenen Schwerewerte, bezogen auf die Station Bad Harzburg, mit den zugehörigen mittleren Fehlern sind für die drei Rechenstellen getrennt auf Hundertstel Milligal abgerundet in Tabelle 2 gegenübergestellt.

Tabelle 2
Ausgeglichenne Schwerewerte gegen die Station Bad Harzburg

Sta- tions- Nr.	Station	Rechenstelle 1 (Bruins)		Rechenstelle 2 (Cook)		Rechenstelle 3 (Marzahn)		Endgültige Schwerewerte	
		g_1 [mGal]	$\pm m_{g_1}$ [mGal]	g_2 [mGal]	$\pm m_{g_2}$ [mGal]	g_3 [mGal]	$\pm m_{g_3}$ [mGal]	g [mGal]	m_g [mGal]
1	Hammerfest	982 632.36	± 0.26	... 2.36	± 0.26	... 2.36	± 0.26	982 632.36	± 0.26
2	Bodö	2 387.29	0.21	7.29	0.21	7.29	0.21	2 387.29	0.21
3	Oslo	1 927.29	0.14	7.29	0.14	7.29	0.14	1 927.29	0.14
4	Edinburgh	1 583.79	0.09	3.80	0.10	3.80	0.10	1 583.80	0.10
5	Kopenhagen	1 557.91	0.08	7.91	0.08	7.91	0.08	1 557.91	0.08
6	Teddington	1 196.57	0.06	6.57	0.06	6.57	0.06	1 196.57	0.06
7	Bad Harzburg	1 180.40	—	0.40	—	0.40	—	1 180.40	—
8	Paris	0 940.86	0.07	0.86	0.07	0.86	0.07	0 940.86	0.07
9	München	0 744.57	0.09	4.57	0.09	4.57	0.09	0 744.57	0.09
10	Milano	0 565.35	0.12	5.36	0.12	5.36	0.12	0 565.36	0.12
11	Bagnères	0 287.38	0.19	7.38	0.19	7.38	0.19	0 287.38	0.19
12	Rom	0 364.36	0.15	4.37	0.15	4.37	0.15	0 364.36	0.15
13	Catania	0 047.08	0.21	7.08	0.21	7.08	0.21	0 047.08	0.21
14	Stockholm	1 845.69	0.14	5.68	0.14	5.68	0.14	1 845.68	0.14
15	Hamburg	1 389.81	0.06	9.81	0.06	9.81	0.06	1 389.81	0.06
16	Bremen	1 335.20	0.08	5.20	0.08	5.20	0.08	1 335.20	0.08
17	Amsterdam	1 288.24	0.07	8.24	0.07	8.24	0.07	1 288.24	0.07
18	Hannover	1 287.32	0.04	7.32	0.04	7.32	0.04	1 287.32	0.04
19	Berlin	1 281.57	0.07	1.57	0.07	1.57	0.07	1 281.57	0.07
20	Düsseldorf	1 199.34	0.06	9.34	0.06	9.34	0.06	1 199.34	0.06
21	Brüssel	1 156.31	0.06	6.31	0.06	6.31	0.06	1 156.31	0.06
22	Frankfurt	1 057.32	0.05	7.32	0.05	7.32	0.05	1 057.32	0.05
23	Zürich	0 687.09	0.11	7.09	0.11	7.09	0.11	0 687.09	0.11
24	Genf	0 581.17	0.14	1.17	0.14	1.17	0.14	0 581.17	0.14
25	Toulouse	0 442.79	0.15	2.79	0.15	2.79	0.15	0 442.79	0.15
26	Marseille	0 488.61	0.14	8.61	0.14	8.61	0.14	0 488.61	0.14
27	Piastra	0 512.26	0.13	1.27	0.12	1.27	0.13	0 521.26	0.13

Die Unterschiede in den Schwerewerten und in ihren mittleren Fehlern sind trotz des unterschiedlichen Gewichtsansatzes maximal nur 0,01 mGal; sie überschreiten damit nicht einmal die Abrundungsungenauigkeiten der Ergebnisse. Als endgültige Schwerewerte bezogen auf die Station Bad Harzburg werden die in den letzten beiden Spalten der Tabelle 2 zusammengestellten Werte vorgeschlagen. Da die Ergebnisse der Rechenstellen 2 und 3 zu den gleichen Ausgangswerten gehören, wurde nicht generell gemittelt, sondern bei unterschiedlichen Schwerewerten wurde aus den Ergebnissen der einzelnen Rechenstellen der Schwerewert übernommen, der auf die gerade Ziffer endet; bei den mittleren Fehlern wurde grundsätzlich der größere Wert angegeben.

Die ausgeglichenen Maßstabsfaktoren mit ihren mittleren Fehlern enthält Tabelle 3. Auch hier ist die Übereinstimmung zwischen den einzelnen Meßreihen sehr gut. Die maximalen Unterschiede zwischen den Maßstabsfaktoren der einzelnen Rechenstellen sind mit $2 \cdot 10^{-5}$ bei zugehörigen mittleren Fehlern von $\pm 20 \cdot 10^{-5}$ genauso unbedeutend wie bei den Schwerewerten selbst. Bei den mittleren Fehlern tritt nur einmal ein Unterschied von $1 \cdot 10^{-4}$ auf.

Die endgültigen Maßstabsfaktoren wurden nach dem gleichen Prinzip wie die endgültigen Schwerewerte festgelegt. In Tabelle 3 sind schließlich die Maßstabsfaktoren $Y = 1 + y$, die für die Schwereunterschiede Δg in [2], Übersicht 4 gelten, und die Maßstabsfaktoren $\bar{Y} = Y + y^0$ für die Schwereunterschiede in [2], Anlage II ausgewiesen.

2.4 Verbesserungen

Die von den Rechenstellen 2 und 3 berechneten Verbesserungen unterscheiden sich maximal um 0,002 mGal. Gegen die Verbesserungen der 1. Rechenstelle treten für die drei Fehlergleichungen, deren Gewichte unterschiedlich angesetzt worden sind, Unterschiede von 0,035 mGal auf. Die [4] entnommenen Verbesserungen sind in Anlage I mitangegeben.

2.5 Gewichtskoeffizienten

Die Gewichtskoeffizienten, die zur Berechnung der mittleren Fehler der Schwerewerte gegen die Station Bad Harzburg und der Maßstabsfaktoren benutzt worden sind, unterscheiden sich ebenfalls wenig, wie die gute Übereinstimmung der mittleren Fehler zeigt. Die Gewichtskoeffizienten sind nach Rechenstellen getrennt auf 3 Dezimalen nach dem Komma in Tabelle 4 zusammengestellt.

Da $Q_{i \cdot k} = Q_{k \cdot i}$ ist, wurden nur die Koeffizienten aufgeführt, für die $i \leq k$ ist. Die Indizes i und k der Tabelle 3 stimmen mit den Nummern 1–27 der Knotenpunkte des Gravimetereichsystems überein. Die Indizes 28 ... i , k ... 36 beziehen sich auf die Maßstabsfaktoren in der Reihenfolge der Tabelle 3.

3. Diskussion der Ergebnisse

Der unterschiedliche Gewichtsansatz hat die Ergebnisse praktisch nicht beeinflußt. Es erübrigt sich deshalb darüber zu diskutieren, welchem Ansatz der Vorzug zu geben ist. Darüberhinaus hat Marzahn in [4] gezeigt, daß auch wesentlich größere Gewichtsveränderungen die Schwerewerte des Gravimetereichsystems im Verhältnis zu den zugehörigen mittleren Fehlern kaum beeinflussen können.

Tabelle 3. Ausgeglichenen Maßstabsfaktoren

Nr. (Hd. Nr.)	Institut	Rechenstelle 1 (Bruins)		Rechenstelle 2 (Cook)		Rechenstelle 3 (Marzahn)		Endgültige Werte		Eichfaktor der Δg -Werte in [2], Über- sicht 4	$y^0 \cdot 10^4$	Eichfaktor der Δg -Werte in [2], Anlage II $\bar{Y} = Y + y^0$
		$y \cdot 10^4$	$m_y \cdot 10^4$	$y \cdot 10^4$	$m_y \cdot 10^4$	$y \cdot 10^4$	$m_y \cdot 10^4$	$y \cdot 10^4$	$m_y \cdot 10^4$	$Y = 1 + y$		
1 (28)	Geod. Inst., TH Han- nover	-2.2	± 1.8	-2.2	± 1.8	-2.2	± 1.8	-2.2	± 1.8	0.99978	0	0.99978
2 (29)	Osservatorio Geof. Sper. Trieste	+0.7	± 1.9	+0.5	± 2.0	+0.6	± 1.9	+0.6	± 2.0	1.00006	0	1.00006
3 (30)	Inst. f. Angew. Geod. Frankfurt/M.	-0.6	± 2.2	-0.6	± 2.2	-0.6	± 2.2	-0.6	± 2.2	0.99994	0	0.99994
4 (31)	Geod. Inst. d. TH Aachen/DGFI, I. Abt. München	-2.3	± 3.1	-2.4	± 3.1	-2.4	± 3.1	-2.4	± 3.1	0.99976	+15.0	1.00126
5 (32)	Ist. di Geodesia, Politecnico Milano	-1.6	± 2.6	-1.7	± 2.6	-1.7	± 2.6	-1.6	± 2.6	0.99984	0	0.99984
6 (33)	Norges geogr. oppm.	+2.9	± 3.2	+2.9	± 3.2	+2.9	± 3.2	+2.9	± 3.2	1.00029	+10.0	1.00129
7 (34)	Dänisches Geod. Inst.	+2.3	± 3.2	+2.7	± 3.2	+2.7	± 3.2	+2.8	± 3.2	1.00028	+10.0	1.00128
8 (35)	Österr. Bundesamt	-8.5	± 4.5	-8.6	± 4.5	-8.6	± 4.5	-8.6	± 4.5	0.99914	0	0.99914
9 (36)	Expéditions Polaires Françaises	-1.6	± 1.9	-1.8	± 1.9	-1.8	± 1.9	-1.7	± 1.9	0.99983	+10.0	1.00083

Die mittleren Fehler der Schwerewerte sind ein Maß für die äußere Genauigkeit der Schwereunterschiede gegen die Station Bad Harzburg. In Abb. 1 sind die mittleren Fehler in Abhängigkeit von der Größe der Schwereunterschiede aufgetragen. Diese graphische Darstellung zeigt sehr deutlich, daß sich die mittleren Fehler in der Hauptsache aus einem konstanten Anteil (etwa $0,04 \text{ mGal}$) und einem linear mit dem gemessenen Schwereunterschied wachsenden Anteil (etwa $1,4 \cdot 10^{-4} \cdot |\Delta g|$) zusammensetzen.

Da die Station Bad Harzburg verhältnismäßig zentral gelegen ist, wurden die aus den Gewichtskoeffizienten berechneten mittleren Fehler der Schwereunterschiede gegen die nördlichste Station Hammerfest in gleicher Weise aufgetragen (Abb. 2). Die mittleren Fehler für die Schwereunterschiede gegen die extrem gelegene Station Hammerfest haben die gleichen Eigenschaften wie die mittleren Fehler der Schwereunterschiede gegen die Station Bad Harzburg.

Obgleich die Verteilung der Gravimetermessungen über das Eichsystem nicht homogen ist, sind die mittleren Fehler praktisch nur von der Größe der ausgeglichenen Schwereunterschiede, nicht aber von der Lage der betreffenden Stationen im Eichsystem abhängig, d. h. aber, daß die Genauigkeit der ausgeglichenen Schwerewerte im Gegensatz zu vielen Vermutungen und Befürchtungen recht homogen ist. Der mittlere Maßstabsfehler, der fast ausschließlich durch die Pendelmessungen bedingt ist, ist für das europäische Gravimeter-eichsystem in seiner jetzigen Form kleiner als $2 \cdot 10^{-4}$. Die in der Empfehlung Nr. 19 ([1]) angegebene Grenze für den mittleren Eichfehler von $3 \cdot 10^{-4}$ ist damit noch deutlich unterschritten..

4. Die italienische Stellungnahme

Zu der auf Grund der Internationalen Empfehlungen ausgeführten Ausgleichung nach dem Verfahren von Cook hat die italienische Geodätische Kommission mit folgendem Brief vom 27. 3. 1962 Stellung genommen (Übersetzung aus dem Englischen):

„Sehr geehrter Herr Professor Kneiβl!

Anläßlich der vor ein paar Tagen abgehaltenen Plenarsitzung der Italienischen Geodätischen Kommission hat Prof. Solaini namens der gravimetrischen Sub-Kommission über den Stand der Ausgleichung der europäischen Eichlinie referiert. Diese Ausgleichung führte das Istituto di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria der Technischen Hochschule Mailand und das Osservatorio Geofisico Sperimentale Triest durch.

Die Kommission hat mich unter Berücksichtigung des Standes der Messungen und der von Ihnen für das ganze europäische Netz vorgeschlagenen Ausgleichungsberechnungen beauftragt, Ihnen die Ansicht der Italienischen Geodätischen Kommission mitzuteilen.

Zunächst haben wir den großen Mangel an Homogenität in den mit Gravimetern entlang der Linie durchgeführten Messungen bemerkt. Tatsächlich existieren zwischen Catania und Bad Harzburg viele ausgezeichnete, von italienischen, deutschen und österreichischen Geodäten ausgeführte Messungen. Im Gegensatz dazu ist zwischen Flensburg und Hammerfest die Situation der Linie sehr schwierig.

Zweitens hat die Kommission die Ausgleichungsmethoden einer Überprüfung unterzogen. Die Einführung des komplexen Netzes mit dem Namen „Europäisches Gravimetereichsystem“ wird nicht für zweckmäßig angesehen, um die Genauigkeit und Einheitlichkeit zu erreichen, die für die beiden von der Linie zu erfüllenden Aufgaben not-

Abb.1

Mittlere Fehler $m_{\Delta g}$ der ausgeglichenen Schwereunterschiede Δg
gegen die Station Bad Harzburg

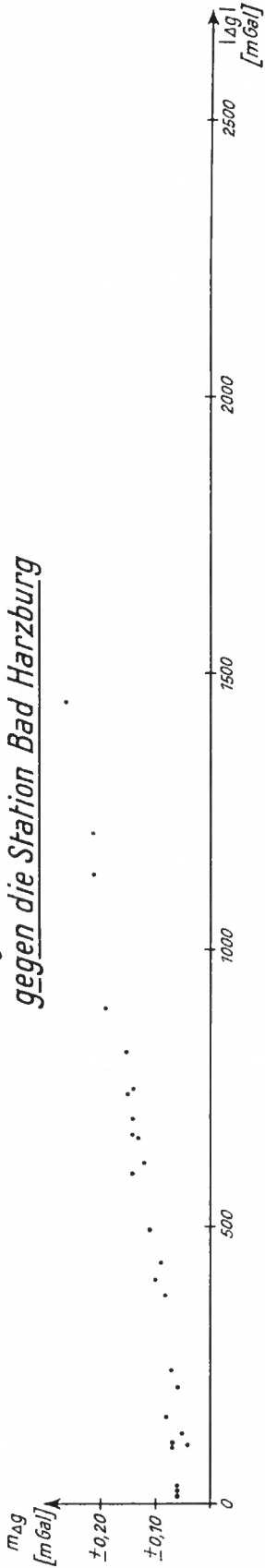
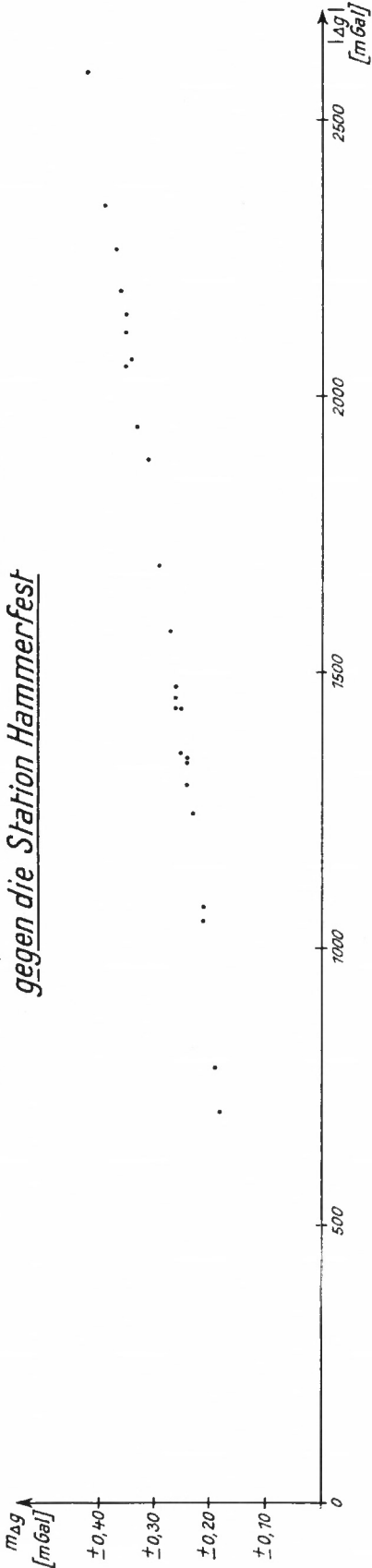


Abb.2

Mittlere Fehler $m_{\Delta g}$ der ausgeglichenen Schwereunterschiede Δg
gegen die Station Hammerfest



wendig sind, nämlich eine große Eichlinie und eine große Meridianlinie zu sein, was wichtig ist für die Einbeziehung in das Weltnetz I.O.

Die Italienische Geodätische Kommission glaubt daher, daß die an der Technischen Hochschule München durchgeführte Ausgleichung, die für die Aufstellung eines vorläufigen Systems von Schweredifferenzen im östlichen Europa sehr nützlich ist, nicht endgültig angenommen werden kann für die Aufstellung der g -Werte entlang der Eichlinie.

Die italienische Delegation wird diesen Gesichtspunkt bei der Tagung der Internationalen Gravimetrischen Kommission im nächsten September aufrecht erhalten.

Die Italienische Geodätische Kommission glaubt, daß es notwendig sei, weitere Messungen mit Gravimetern durchzuführen, mindestens zwischen Bad Harzburg und Bodö, und zwar mit den gleichen Methoden wie auf dem südlichen Teil der Linie. Außerdem sind weitere Pendelverbindungen, besonders zwischen Rom und Kopenhagen, erwünscht. Das Istituto di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria der Technischen Hochschule Mailand untersucht gegenwärtig die Möglichkeit der Durchführung dieser letzteren Messungen mit zwei Dreipendelapparaten, von denen einer kürzlich gebaut wurde.

Ich wäre sehr dankbar, wenn Sie mir Ihre Meinung zu dieser Sache mitteilen würden.

Mit besten Grüßen

Ihr sehr ergebener

DER PRÄSIDENT

gez. G. Cassinis“

U. E. ist es am wichtigsten, die Brauchbarkeit oder Unbrauchbarkeit einer Ausgleichung an Hand der Endergebnisse zu beurteilen, die den weiteren internationalen Arbeiten zugrunde gelegt werden sollen. Hier zeigt sich an Hand der in Abschnitt 3 mitgeteilten Untersuchungen, daß die aus den in der Tat unhomogenen Schweremessungen erhaltenen ausgeglichenen Schwerewerte durchaus homogen und als Grundlage für weitere internationale Arbeiten auch im Weltschwerenetz I. Ordnung geeignet sind.

Als Beispiel sei erwähnt, daß der Gesamtschwereunterschied zwischen Hammerfest und Catania $\Delta g = 2\,585,28$ mGal nur einen mittleren Fehler von $\pm 0,42$ mGal hat. Es bedarf sicher noch großer Anstrengungen, um das Weltschwerenetz I. Ordnung so homogen wie das jetzige europäische Gravimetereichsystem zu machen und seine Maßstabsgenauigkeit zu erreichen.

Selbstverständlich wird es möglich sein, durch weitere Messungen kleine, unbedeutende Verbesserungen am Eichsystem anzubringen, diese stehen aber in keinem Verhältnis zum Arbeitsaufwand. Das Ziel kann nicht sein, ein Eichsystem zu schaffen, das „so genau wie möglich“, sondern „so genau wie nötig“ ist; und die nötige Genauigkeit ist nach unserer Meinung jetzt erreicht, so daß wir vorschlagen, für die Arbeiten der nächsten Jahre die in Tabelle 2 angegebenen endgültigen Schwerewerte für verbindlich zu erklären. Sollte sich im Laufe der Jahre durch weitere genauere Messungen oder auch durch höhere Anforderungen in neuen Forschungsbereichen der Wunsch nach einer Verbesserung des jetzt vorgelegten Systems ergeben, so steht dem ja (genau wie jetzt bei der Verbesserung des Potsdamer Systems der Absolutwerte) nichts im Wege. Es geht aber nicht an, daß noch über Jahre hinaus verschiedene, sich im Grunde nur wenig unterscheidende nationale Maßstabssysteme benutzt werden.

Von der Festlegung der Schwerewerte der Knotenpunkte des Eichsystems ist grundsätzlich die Festlegung der Schwerewerte der zahlreichen Zwischenpunkte der

Tabelle 4. Gewichtungskoeffizienten Q_{ik}

i	k	Q_{ik}			i	k	Q_{ik}			i	k	Q_{ik}		
		R.St.1	R.St.2	R.St.3			R.St.1	R.St.2	R.St.3			R.St.1	R.St.2	R.St.3
1	1	+5.556	+5.558	+5.557	6	17	—0.683	—0.682	—0.682	8	8	+0.204	+0.204	+0.204
	2	+4.211	+4.208	+4.207		18	—0.854	—0.853	—0.853		9	+0.085	+0.085	+0.085
	3	+2.305	+2.303	+2.303		19	—1.081	—1.080	—1.080		10	+0.124	+0.124	+0.124
	4	+1.399	+1.396	+1.395		20	—1.003	—1.002	—1.002		11	+0.133	+0.133	+0.133
	5	+1.229	+1.229	+1.228		21	—0.972	—0.971	—0.971		12	+0.192	+0.192	+0.192
	6	+0.304	+0.304	+0.304		22	+0.172	+0.172	+0.172		13	+0.146	+0.146	+0.146
	8	—0.464	—0.462	—0.462		23	+0.167	+0.167	+0.166		14	+0.117	+0.116	+0.116
	9	—1.053	—1.052	—1.052		24	+0.156	+0.155	+0.155		15	+0.118	+0.117	+0.118
	10	—1.512	—1.510	—1.510		25	+0.170	+0.170	+0.170		16	+0.118	+0.117	+0.118
	11	—2.243	—2.242	—2.240		26	+0.151	+0.151	+0.151		17	+0.119	+0.119	+0.120
	12	—2.055	—2.053	—2.053		27	+0.101	+0.101	+0.101		18	+0.090	+0.089	+0.089
	13	—2.892	—2.890	—2.889		28	+0.101	+0.101	+0.101		19	+0.006	+0.006	+0.006
	14	+2.045	+2.045	+2.044		29	+0.160	+0.159	+0.159		20	+0.005	+0.005	+0.005
	15	+0.717	+0.716	+0.716		30	+0.177	+0.176	+0.176		21	—0.006	—0.006	—0.006
	16	+0.551	+0.551	+0.550		31	+0.734	+0.765	+0.765		22	+0.007	+0.008	+0.008
	17	+0.492	+0.492	+0.491		32	+0.565	+0.566	+0.566		23	—0.010	—0.009	—0.010
	18	+0.381	+0.380	+0.381		33	+0.234	+0.231	+0.231		24	+0.005	+0.005	+0.005
	19	+0.421	+0.421	+0.420		34	—0.036	—0.066	—0.066		25	+0.005	+0.005	+0.005
	20	+0.195	+0.196	+0.195		35	—0.315	—0.311	—0.311		26	—0.004	—0.004	—0.004
	21	+0.133	+0.133	+0.133		36	—0.460	—0.454	—0.454		27	+0.012	+0.013	+0.013
	22	—0.170	—0.169	—0.170			—0.722	—0.707	—0.706					
	23	—1.183	—1.182	—1.181			—0.650	—0.641	—0.640					
	24	—1.459	—1.458	—1.456			—0.944	—0.930	—0.929					
	25	—1.823	—1.821	—1.820			+0.870	+0.847	+0.847					
	26	—1.699	—1.698	—1.697			+0.351	+0.353	+0.353					
	27	—1.639	—1.638	—1.637			+0.274	+0.274	+0.274					
	28	+0.279	+0.279	+0.279			+0.286	+0.287	+0.286					
	29	+0.268	+0.268	+0.268			+0.189	+0.189	+0.189					
	30	+0.256	+0.256	+0.256			+0.222	+0.223	+0.223					
	31	+0.273	+0.272	+0.272			+0.155	+0.153	+0.153					
	32	+0.252	+0.252	+0.252			+0.157	+0.154	+0.154					
	33	+0.445	+0.444	+0.444			+0.030	+0.030	+0.030					
	34	+0.445	+0.444	+0.444			—0.336	—0.334	—0.334					
	35	+0.263	+0.263	+0.263			—0.434	—0.430	—0.429					
	36	+0.277	+0.277	+0.277			—0.567	—0.556	—0.556					
2	2	+3.616	+3.613	+3.612	8	27	—0.519	—0.513	—0.512	8	27	+0.219	+0.218	+0.219
	3	+2.129	+2.127	+2.127		28	—0.510	—0.503	—0.503		28	+0.458	+0.458	+0.458
	4	+1.203	+1.200	+1.200		29	+0.097	+0.097	+0.097		29	+0.542	+0.542	+0.542
	5	+1.128	+1.127	+1.126		30	+0.086	+0.085	+0.085		30	+0.618	+0.618	+0.618
2	6	+0.292	+0.293	+0.292	4	31	+0.099	+0.099	+0.098	4	31	+0.539	+0.536	+0.536
	8	—0.400	—0.398	—0.398								—0.058	—0.058	—0.058

2	9	—0.936	—0.935	—0.935	4	32	+0.082	+0.080	8	29	—0.064	—0.063	—0.063	—0.063
	10	+1.345	—1.344	—1.344	33	+0.059	+0.059	+0.059	30	—0.074	—0.073	—0.073	—0.073	
	11	—2.002	—2.001	—2.001	34	+0.059	+0.059	+0.059	31	—0.060	—0.060	—0.060	—0.060	
	12	+1.832	+1.830	+1.830	35	+0.088	+0.086	+0.086	32	—0.077	—0.077	—0.077	—0.077	
	13	—2.582	—2.580	—2.579	4	36	+0.108	+0.102	33	—0.035	—0.035	—0.035	—0.035	
	14	+1.871	+1.870	+1.870					34	—0.035	—0.035	—0.035	—0.035	
	15	+0.659	+0.658	+0.658	5	5	+0.596	+0.595	35	—0.072	—0.072	—0.072	—0.072	
	16	+0.507	+0.506	+0.506		6	+0.207	+0.207	36	—0.060	—0.060	—0.060	—0.060	
	17	+0.460	+0.460	+0.460		8	—0.063	—0.063						
	18	+0.350	+0.350	+0.350		9	—0.298	—0.297	9	+0.621	+0.621	+0.620	+0.620	
	19	+0.389	+0.389	+0.389		10	—0.433	—0.433	10	+0.798	+0.798	+0.797	+0.798	
	20	+0.188	+0.189	+0.188		11	—0.680	—0.679	11	+1.114	+1.114	+1.115	+1.115	
	21	+0.137	+0.137	+0.137		12	—0.610	—0.609	12	+1.009	+1.009	+1.008	+1.008	
	22	—0.138	—0.138	—0.138		13	—0.889	—0.888	13	+1.367	+1.367	+1.367	+1.367	
	23	—1.049	—1.048	—1.047		14	+0.833	+0.832	14	—0.589	—0.589	—0.591	—0.591	
	24	—1.296	—1.295	—1.294		15	+0.341	+0.341	15	—0.142	—0.142	—0.141	—0.141	
	25	—1.624	—1.622	—1.622		16	+0.265	+0.265	16	—0.091	—0.091	—0.091	—0.091	
	26	—1.513	—1.511	—1.510		17	+0.287	+0.287	17	—0.016	—0.016	—0.016	—0.016	
	27	—1.460	—1.458	—1.458		18	+0.183	+0.183	18	—0.062	—0.062	—0.062	—0.062	
	28	+0.251	+0.250	+0.250		19	+0.217	+0.217	19	—0.007	—0.007	—0.007	—0.007	
	29	+0.241	+0.241	+0.241		20	+0.149	+0.149	20	+0.067	+0.067	+0.067	+0.067	
	30	+0.229	+0.229	+0.229		21	+0.157	+0.157	21	+0.136	+0.136	+0.135	+0.135	
	31	+0.245	+0.245	+0.245		22	+0.035	+0.035	22	+0.241	+0.241	+0.240	+0.241	
	32	+0.225	+0.225	+0.225		23	—0.319	—0.318	23	+0.661	+0.661	+0.660	+0.660	
	33	+0.306	+0.305	+0.305		24	—0.412	—0.411	24	+0.782	+0.782	+0.782	+0.782	
	34	+0.306	+0.305	+0.305		25	—0.535	—0.534	25	+0.938	+0.938	+0.937	+0.938	
	35	+0.235	+0.235	+0.235		26	—0.493	—0.492	26	+0.888	+0.888	+0.888	+0.888	
	36	+0.250	+0.250	+0.250		27	—0.480	—0.479	27	+0.850	+0.850	+0.850	+0.850	
2						28	+0.094	+0.094	28	—0.106	—0.106	—0.106	—0.106	
	3	+1.625	+1.623	+1.623		29	+0.092	+0.092	29	—0.116	—0.116	—0.116	—0.116	
	4	+0.910	+0.910	+0.910		30	+0.082	+0.082	30	—0.128	—0.128	—0.128	—0.128	
	5	+0.848	+0.847	+0.847		31	+0.094	+0.094	31	—0.104	—0.104	—0.104	—0.104	
	6	+0.269	+0.269	+0.269		32	+0.077	+0.076	32	—0.126	—0.126	—0.126	—0.126	
	8	—0.226	—0.225	—0.225		33	+0.057	+0.056	33	—0.065	—0.065	—0.064	—0.064	
	9	—0.618	—0.617	—0.617		34	+0.057	+0.057	34	—0.065	—0.065	—0.064	—0.064	
	10	—0.891	—0.890	—0.890	5	35	+0.082	+0.082	35	—0.102	—0.102	—0.102	—0.102	
	11	—1.345	—1.344	—1.344		36	+0.097	+0.097	36	—0.109	—0.109	—0.110	—0.110	
	12	—1.225	—1.223	—1.223	6				10					
	13	—1.741	—1.739	—1.739	6	6	+0.295	+0.296	10	+1.236	+1.236	+1.236	+1.235	
	14	+1.389	+1.388	+1.388	8	8	+0.163	+0.164	11	+1.580	+1.580	+1.582	+1.581	
	15	+0.499	+0.499	+0.499	9	9	+0.079	+0.079	12	+1.433	+1.433	+1.433	+1.433	
	16	+0.386	+0.386	+0.386	10	10	+0.103	+0.102	13	+1.938	+1.938	+1.938	+1.938	
	17	+0.375	+0.375	+0.375	11	11	+0.108	+0.106	14	—0.853	—0.853	—0.856	—0.855	
	18	+0.267	+0.267	+0.267	12	12	+0.093	+0.093	15	—0.214	—0.214	—0.213	—0.213	
	19	+0.303	+0.303	+0.303	13	13	+0.086	+0.085	16	—0.140	—0.140	—0.140	—0.140	
	20	+0.170	+0.170	+0.170	14	14	+0.252	+0.254	17	—0.033	—0.033	—0.033	—0.033	
	21	+0.150	+0.150	+0.150	15	15	+0.145	+0.145	18	—0.098	—0.098	—0.097	—0.097	
3	22	—0.051	—0.050	—0.050	6	16	+0.124	+0.124	19	—0.042	—0.042	—0.042	—0.042	

Tabelle 4. Gewichtskoeffizienten Q_{ik} (Fortsetzung)

i	k	Q_{ik}			i	k	Q_{ik}			i	k	Q_{ik}		
		R.St. 1	R.St. 2	R.St. 3			R.St. 1	R.St. 2	R.St. 3			R.St. 1	R.St. 2	R.St. 3
10	20	+0.085	+0.084	+0.084	13	32	-0.319	-0.319	-0.319	17	32	+0.012	+0.012	+0.012
	21	+0.182	+0.181	+0.181		33	-0.170	-0.170	-0.170		33	+0.017	+0.017	+0.017
	22	+0.321	+0.321	+0.321		34	-0.170	-0.170	-0.170		34	+0.017	+0.017	+0.017
	23	+0.938	+0.937	+0.937		35	-0.313	-0.313	-0.313		35	+0.017	+0.017	+0.017
	24	+1.107	+1.107	+1.106		36	-0.285	-0.288	-0.288		36	+0.030	+0.030	+0.030
	25	+1.330	+1.330	+1.330	14	14	+1.576	+1.591	+1.590	18	18	+0.155	+0.155	+0.155
	26	+1.255	+1.254	+1.254		15	+0.483	+0.481	+0.481		19	+0.120	+0.120	+0.120
	27	+1.172	+1.172	+1.172		16	+0.372	+0.372	+0.372		20	+0.104	+0.104	+0.104
	28	-0.151	-0.151	-0.151		17	+0.364	+0.364	+0.364		21	+0.075	+0.075	+0.075
	29	-0.164	-0.164	-0.164		18	+0.257	+0.256	+0.257		22	+0.049	+0.049	+0.049
10	30	-0.171	-0.171	-0.171	15	19	+0.289	+0.288	+0.288	19	23	-0.062	-0.062	-0.062
	31	-0.156	-0.156	-0.156		20	+0.168	+0.169	+0.169		24	-0.088	-0.087	-0.087
	32	-0.173	-0.173	-0.173		21	+0.150	+0.153	+0.153		25	-0.121	-0.120	-0.120
	33	-0.092	-0.092	-0.092		22	-0.043	-0.042	-0.043		26	-0.110	-0.109	-0.109
	34	-0.092	-0.092	-0.092		23	-0.648	-0.649	-0.648		27	-0.113	-0.112	-0.112
	35	-0.167	-0.167	-0.167	16	24	-0.818	-0.821	-0.820	18	28	+0.028	+0.028	+0.028
	36	-0.157	-0.158	-0.158		25	-1.048	-1.054	-1.054		29	+0.025	+0.025	+0.025
	11	+2.979	+2.985	+2.983		26	-0.967	-0.971	-0.970		30	+0.021	+0.021	+0.021
	12	+2.021	+2.023	+2.023		27	-0.928	-0.932	-0.931		31	+0.030	+0.030	+0.030
	13	+2.770	+2.774	+2.772		28	+0.162	+0.162	+0.162		32	+0.019	+0.019	+0.019
11	14	-1.307	-1.317	-1.316	17	29	+0.161	+0.163	+0.163	19	33	+0.017	+0.017	+0.017
	15	-0.324	-0.341	-0.340		30	+0.149	+0.149	+0.149		34	+0.017	+0.017	+0.017
	16	-0.230	-0.230	-0.229		31	+0.163	+0.163	+0.163		35	+0.023	+0.023	+0.023
	17	-0.087	-0.088	-0.087		32	+0.144	+0.145	+0.145		36	+0.027	+0.027	+0.027
	18	-0.161	-0.160	-0.160		33	+0.097	+0.098	+0.097	20	19	+0.395	+0.395	+0.395
	19	-0.094	-0.094	-0.093	18	34	+0.097	+0.098	+0.097		20	+0.122	+0.122	+0.122
	20	+0.096	+0.095	+0.096		35	+0.152	+0.153	+0.153		21	+0.119	+0.119	+0.119
	21	+0.232	+0.230	+0.231		36	+0.178	+0.182	+0.182		22	+0.103	+0.103	+0.103
	22	+0.427	+0.426	+0.426		15	+0.307	+0.307	+0.307		23	-0.009	-0.009	-0.008
11	23	+1.306	+1.306	+1.305	19	15	+0.227	+0.227	+0.227	21	24	-0.030	-0.030	-0.030
	24	+1.637	+1.638	+1.637		16	+0.205	+0.205	+0.205		25	-0.059	-0.059	-0.059
	25	+2.261	+2.264	+2.264		17	+0.158	+0.158	+0.158		26	-0.049	-0.049	-0.049
	26	+1.934	+1.936	+1.935		18	+0.182	+0.182	+0.182		27	-0.056	-0.056	-0.056
	27	+1.650	+1.661	+1.661		19	+0.148	+0.148	+0.148		28	+0.028	+0.028	+0.028
	28	-0.219	-0.219	-0.219	15	20	+0.122	+0.122	+0.122	22	29	+0.021	+0.021	+0.021
	29	-0.254	-0.254	-0.254		21	+0.061	+0.061	+0.061		30	+0.013	+0.013	+0.013
	30	-0.243	-0.243	-0.243		22	-0.147	-0.146	-0.146		31	+0.029	+0.029	+0.029
	31	-0.229	-0.230	-0.230		23	-0.197	-0.196	-0.196		32	+0.011	+0.011	+0.011
	32	-0.247	-0.247	-0.247		24	-0.263	-0.262	-0.262		33	+0.017	+0.017	+0.017
11	33	-0.133	-0.133	-0.133	15	25	-0.240	-0.240	-0.240		34	+0.017	+0.017	+0.017
	34	-0.133	-0.133	-0.133		26	-0.240	-0.240	-0.240					

11	35	-0.240	-0.240	-0.240	-0.240	-0.241	19	35	+0.023	+0.023	+0.023	+0.023
11	36	-0.237	-0.240	-0.240	-0.240	+0.053	19	36	+0.025	+0.025	+0.025	+0.025
12	12	+1.892	+1.892	+1.892	+1.892	+0.049	20	20	+0.341	+0.341	+0.341	+0.341
13	13	+2.556	+2.557	+2.557	+2.557	+0.044	21	21	+0.134	+0.134	+0.134	+0.134
14	14	-1.168	-1.173	-1.173	-1.173	+0.058	22	22	+0.130	+0.130	+0.130	+0.130
15	15	-0.314	-0.313	-0.313	-0.313	+0.040	23	23	+0.095	+0.095	+0.095	+0.095
16	16	-0.216	-0.215	-0.215	-0.215	+0.032	24	24	+0.098	+0.098	+0.098	+0.098
17	17	-0.083	-0.083	-0.083	-0.083	+0.032	25	25	+0.101	+0.100	+0.100	+0.100
18	18	-0.150	-0.149	-0.149	-0.149	+0.045	26	26	+0.100	+0.099	+0.099	+0.100
19	19	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093	+0.054	27	27	+0.075	+0.074	+0.074	+0.074
20	20	+0.077	+0.076	+0.076	+0.076	+0.066	28	28	+0.066	+0.066	+0.066	+0.066
21	21	+0.196	+0.195	+0.195	+0.195	+0.164	29	29	+0.002	+0.002	+0.002	+0.002
22	22	+0.385	+0.384	+0.384	+0.384	+0.151	30	30	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005
23	23	+1.158	+1.157	+1.157	+1.157	+0.153	31	31	+0.008	+0.008	+0.008	+0.008
24	24	+1.392	+1.392	+1.392	+1.392	+0.200	32	32	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008
25	25	+1.694	+1.694	+1.694	+1.694	+0.108	33	33	+0.004	+0.004	+0.004	+0.004
26	26	+1.598	+1.598	+1.598	+1.598	+0.067	34	34	+0.004	+0.004	+0.004	+0.004
27	27	+1.525	+1.525	+1.525	+1.525	-0.090	35	35	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003
28	28	-0.202	-0.201	-0.201	-0.201	-0.126	36	36	+0.006	+0.006	+0.006	+0.006
29	29	-0.213	-0.214	-0.214	-0.214	-0.125	20	20	+0.316	+0.316	+0.316	+0.316
30	30	-0.221	-0.220	-0.220	-0.220	-0.172	21	21	+0.173	+0.173	+0.173	+0.173
31	31	-0.212	-0.211	-0.211	-0.211	-0.156	22	22	+0.180	+0.180	+0.180	+0.180
32	32	-0.226	-0.225	-0.225	-0.225	-0.163	23	23	+0.197	+0.197	+0.197	+0.197
33	33	-0.123	-0.123	-0.123	-0.123	+0.040	24	24	+0.220	+0.220	+0.220	+0.220
34	34	-0.123	-0.123	-0.123	-0.123	+0.036	25	25	+0.212	+0.212	+0.212	+0.212
35	35	-0.232	-0.232	-0.232	-0.232	+0.031	26	26	+0.173	+0.173	+0.173	+0.173
36	36	-0.206	-0.208	-0.208	-0.208	+0.027	27	27	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005
12	12	+3.618	+3.619	+3.619	+3.619	+0.024	28	28	-0.010	-0.010	-0.010	-0.010
13	13	-1.662	-1.669	-1.669	-1.669	+0.024	29	29	-0.018	-0.018	-0.018	-0.018
14	14	-0.469	-0.468	-0.468	-0.468	+0.033	30	30	-0.005	-0.005	-0.005	-0.005
15	15	-0.328	-0.328	-0.328	-0.328	+0.040	31	31	-0.022	-0.022	-0.022	-0.022
16	16	-0.157	-0.157	-0.157	-0.157	+0.425	32	32	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003
17	17	-0.227	-0.227	-0.227	-0.227	+0.114	33	33	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003
18	18	-0.161	-0.160	-0.160	-0.160	+0.150	34	34	-0.016	-0.016	-0.016	-0.016
19	19	+0.072	+0.072	+0.072	+0.072	+0.138	35	35	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003
20	20	+0.227	+0.227	+0.227	+0.227	+0.219	36	36	+0.249	+0.249	+0.249	+0.249
21	21	+0.493	+0.493	+0.493	+0.493	+0.117	22	22	+0.300	+0.300	+0.300	+0.300
22	22	+1.565	+1.564	+1.564	+1.564	+0.004	23	23	+0.332	+0.332	+0.332	+0.332
23	23	+1.891	+1.891	+1.891	+1.891	-0.017	24	24	+0.375	+0.375	+0.375	+0.375
24	24	+2.312	+2.312	+2.312	+2.312	-0.045	25	25	+0.360	+0.360	+0.360	+0.360
25	25	+2.178	+2.178	+2.178	+2.178	-0.036	26	26	+0.327	+0.327	+0.327	+0.327
26	26	+2.066	+2.066	+2.066	+2.066	-0.054	27	27	-0.029	-0.029	-0.029	-0.029
27	27	-0.279	-0.279	-0.279	-0.279	+0.028	28	28	-0.034	-0.034	-0.034	-0.034
28	28	-0.301	-0.301	-0.301	-0.301	+0.026	29	29	-0.043	-0.043	-0.043	-0.043
29	29	-0.307	-0.307	-0.307	-0.307	+0.016	30	30	-0.029	-0.029	-0.029	-0.029
30	30	-0.314	-0.314	-0.314	-0.314	+0.029	31	31	-0.029	-0.029	-0.029	-0.029
13	13	-0.314	-0.314	-0.314	-0.314	+0.030	22	22	+0.249	+0.249	+0.249	+0.249
						+0.030	23	23	+0.300	+0.300	+0.300	+0.300
						+0.030	24	24	+0.332	+0.332	+0.332	+0.332
						+0.030	25	25	+0.375	+0.375	+0.375	+0.375
						+0.030	26	26	+0.360	+0.360	+0.360	+0.360
						+0.030	27	27	+0.327	+0.327	+0.327	+0.327
						+0.030	28	28	-0.029	-0.029	-0.029	-0.029
						+0.030	29	29	-0.034	-0.034	-0.034	-0.034
						+0.030	30	30	-0.043	-0.043	-0.043	-0.043
						+0.030	31	31	-0.029	-0.029	-0.029	-0.029

Tabelle 4. Gewichtungskoeffizienten Q_{ik} (Fortsetzung)

i	k	Q_{ik}			i	k	Q_{ik}			i	k	Q_{ik}		
		R.St.1	R.St.2	R.St.3			R.St.1	R.St.2	R.St.3			R.St.1	R.St.2	R.St.3
22	32	-0.046	-0.046	-0.046	25	33	-0.110	-0.110	-0.110	29	33	+0.015	+0.015	+0.015
	33	-0.018	-0.018	-0.018		34	-0.110	-0.110	-0.110		34	+0.015	+0.015	+0.015
	34	-0.018	-0.018	-0.018		35	-0.200	-0.200	-0.200		35	+0.026	+0.026	+0.026
	35	-0.038	-0.038	-0.038		36	-0.195	-0.197	-0.197		36	+0.026	+0.026	+0.026
23	23	-0.029	-0.029	-0.029	26	26	+1.639	+1.638	+1.638	30	30	+0.040	+0.040	+0.040
	24	+0.990	+0.989	+0.989		27	+1.323	+1.323	+1.323		31	+0.026	+0.026	+0.026
	25	+1.031	+1.030	+1.030		28	-0.170	-0.169	-0.169		32	+0.028	+0.028	+0.028
	26	+1.106	+1.105	+1.105		29	-0.195	-0.195	-0.195		33	+0.015	+0.015	+0.015
24	27	+1.055	+1.054	+1.054	27	30	-0.191	-0.191	-0.191	31	31	+0.015	+0.015	+0.015
	28	+0.957	+0.956	+0.956		31	-0.178	-0.177	-0.178		32	+0.025	+0.025	+0.025
	29	-0.122	-0.121	-0.121		32	-0.195	-0.195	-0.195		33	+0.025	+0.025	+0.025
	30	-0.132	-0.132	-0.132		33	-0.103	-0.103	-0.103		34	+0.081	+0.081	+0.081
25	31	-0.139	-0.139	-0.139	28	34	-0.103	-0.103	-0.103	32	32	+0.027	+0.027	+0.027
	32	-0.123	-0.123	-0.123		35	-0.188	-0.188	-0.188		33	+0.015	+0.015	+0.015
	33	-0.141	-0.141	-0.141		36	-0.180	-0.182	-0.182		34	+0.015	+0.015	+0.015
	34	-0.074	-0.074	-0.074		29	+1.320	+1.319	+1.319		35	+0.028	+0.028	+0.028
26	35	-0.131	-0.131	-0.131	27	27	-0.162	-0.162	-0.162	33	33	+0.056	+0.056	+0.056
	36	-0.124	-0.124	-0.124		28	-0.174	-0.174	-0.174		34	+0.015	+0.015	+0.015
						29	-0.183	-0.183	-0.183		35	+0.026	+0.026	+0.026
						30	-0.170	-0.170	-0.170		36	+0.025	+0.025	+0.025
27	24	+1.706	+1.706	+1.706	28	31	+1.386	+1.386	+1.386	34	34	+0.084	+0.084	+0.084
	25	+1.387	+1.386	+1.386		32	+1.359	+1.359	+1.359		35	+0.047	+0.047	+0.047
	26	+1.359	+1.359	+1.359		33	+1.151	+1.151	+1.151		36	+0.015	+0.015	+0.015
	27	+1.151	+1.151	+1.151		34	-0.147	-0.147	-0.147					
28	28	-0.147	-0.147	-0.147	27	35	-0.166	-0.166	-0.166	33	33	+0.084	+0.084	+0.084
	29	-0.165	-0.165	-0.165		36	-0.167	-0.167	-0.167		34	+0.047	+0.047	+0.047
	30	-0.167	-0.167	-0.167			-0.152	-0.152	-0.152		35	+0.015	+0.015	+0.015
	31	-0.152	-0.152	-0.152			-0.170	-0.170	-0.170		36	+0.015	+0.015	+0.015
29	32	-0.090	-0.090	-0.090	28	28	-0.089	-0.089	-0.089	33	33	+0.084	+0.084	+0.084
	33	-0.090	-0.090	-0.090		29	-0.161	-0.161	-0.161		34	+0.015	+0.015	+0.015
	34	-0.161	-0.161	-0.161		30	-0.155	-0.155	-0.155		35	+0.015	+0.015	+0.015
	35	-0.154	-0.154	-0.154		31	+1.947	+1.947	+1.947		36	+0.169	+0.169	+0.169
30	36	+1.946	+1.947	+1.947	29	32	+1.640	+1.640	+1.640	34	34	+0.026	+0.026	+0.026
	25	+1.640	+1.640	+1.640		33	+1.394	+1.394	+1.394					
	26	+1.394	+1.394	+1.394		34	-0.181	-0.181	-0.181					
	27	-0.181	-0.181	-0.181		35	-0.208	-0.208	-0.208					
31	28	-0.207	-0.207	-0.207	28	36	-0.202	-0.202	-0.202	35	35	+0.169	+0.169	+0.169
	29	-0.203	-0.203	-0.203		29	-0.189	-0.189	-0.189		36	+0.026	+0.026	+0.026
	30	-0.189	-0.189	-0.189		30	-0.207	-0.207	-0.207					
	31	-0.206	-0.206	-0.206		31	-0.207	-0.207	-0.207					
32	32	-0.206	-0.206	-0.206	29	32	-0.032	-0.032	-0.032	36	36	+0.029	+0.029	+0.029
						29	+0.032	+0.032	+0.032					
						30	+0.026	+0.026	+0.026					
						31	+0.026	+0.026	+0.026					

Linie Hammerfest – Catania zu unterscheiden. Die Knotenpunkte bilden auf Grund ihrer hohen Maßstabsgenauigkeit, die sie auch aus den Pendelmessungen außerhalb der Linie Hammerfest–Catania beziehen, den übergeordneten Rahmen, in den die Linienmessungen eingepaßt werden sollten. Wir stimmen in dem Punkt mit der italienischen Kommission vollständig überein, daß es für die Festlegung der Schwerewerte der Zwischenpunkte im nördlichen Abschnitt von Bad Harzburg bis Hammerfest wünschenswert wäre, wenn alle Unterabschnitte mit mehreren Gravimetern nachgemessen würden. Diese Messungen und die Festlegung der Zwischenwerte ergeben jedoch nur Vergleichsmöglichkeiten für die nichtlinearen Anteile in den Gravimeteereichfunktionen. Die lineare Maßstabsgenauigkeit aber, die durch das Eichsystem gesichert werden soll, bleibt davon praktisch unberührt. – Hier würden nur weitere ausgedehnte Pendelmessungen Genauigkeitssteigerungen bringen. Wie gering aber der Nutzeffekt weiterer Pendelmessungen ist, zeigt die folgende Abschätzung: Der Minimalwert des mittleren Maßstabsfehlers (d.i. der mittlere Maßstabsfehler, der erreicht wird, wenn die Gravimetermessungen fehlerfrei sind) ist z. Z. bei einem mittleren Fehler einer Pendelmessung von

$$m_0 = \pm 0,42 \text{ mGal (vgl. [4])}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{[\Delta g^2]}} = \frac{0,42}{\sqrt{7700000}} = \pm 1,51 \cdot 10^{-4}.$$

Würde man nun noch zusätzlich, wie in dem oben mitgeteilten Brief vorgeschlagen, den Schwereunterschied Rom–Kopenhagen $\Delta g' = 1200 \text{ mGal}$ direkt mit der gleichen Genauigkeit messen, so wäre der Minimalwert des mittleren Maßstabsfehlers

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{[\Delta g^2] + \Delta g'^2}} = \pm 1,39 \cdot 10^{-4}.$$

Würde man dagegen, wie ja auch schon vorgeschlagen wurde, alle Pendelmessungen außerhalb der Linie Hammerfest – Catania verwerfen, so würde der Minimalwert des mittleren Maßstabsfehlers, der dem Wert $m = \pm 1,51 \cdot 10^{-4}$ entspricht,

$$m'' = \frac{0,42}{\sqrt{3240000}} = \pm 2,33 \cdot 10^{-4}.$$

Aus diesem Vergleich sieht man, wie wichtig gerade auch die Pendelmessungen des westlichen Teils des Eichsystems für die Maßstabsfestlegung sind.

Da sich nun andererseits der tatsächlich erhaltene mittlere Maßstabsfehler z. B. für den Gesamtschwereunterschied Hammerfest–Catania

$$\pm \frac{0,42}{2585} = \pm 1,63 \cdot 10^{-4}$$

kaum von dem Minimalwert $\pm 1,51 \cdot 10^{-4}$ unterscheidet, läßt sich die äußere Genauigkeit im Eichsystem durch die Einbeziehung neuer Gravimetermessungen praktisch kaum noch steigern.

Auf Grund all dieser Überlegungen können wir die Bedenken der Italienischen Geodätischen Kommission nicht teilen und schlagen nochmals vor, die in Tabelle 2, vorletzte Spalte angegebenen Schwerewerte, bezogen auf die Station Bad Harzburg, als endgültig anzuerkennen. Die Möglichkeit oder die Notwendigkeit einer späteren Verbesserung dieses Systems bleibt davon natürlich unberührt. Man sollte an eine Verbesserung aber erst denken, wenn sich statistisch gesicherte Korrekturen nachweisen lassen.

LITERATUR

- [1] Resolutionen der Internationalen Assoziation für Geodäsie. Bull. géod. Nr. 58, Paris 1. 12. 1960.
- [2] Kneißl, M., Das europäische Gravimeter-Eichsystem, Unterlagen und Vorbericht zur einheitlichen internationalen Ausgleichung nach der Methode von Dr. A. H. Cook. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl. N.F. Heft 111, München 1963.
- [3] Marzahn, K., Vorschläge für den Gewichtsansatz und sein Einfluß auf die Ausgleichung des europäischen Gravimeter-Eichsystems. Erster Teil dieser Abhandlung.
- [4] Marzahn, K., Die Ausgleichung der Pendel- und Gravimetermessungen des europäischen Gravimeter-eichsystems. Veröff. d. DGK, Reihe C, Heft Nr. 59, München 1963.

Bezugswert: $g_{\text{Bad Harzburg}} = 981\,180,40 \text{ mGal}$

$$m_0 = \sqrt{\frac{14546}{157-35}} = \pm 10,9 \left[\frac{\text{mGal}}{100} \right] [p v v] = 14546$$

Anlage II

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	+ [iI]	
+2.18	−2.12	.	.	.	−0.06	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	− 2.45	− 2.45	.	.	+ 0.32	
	+5.30	−3.18	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	− 4.60	.	.	.	.	− 2.15	− 2.15	.	.	− 15.48	
		+7.60	−1.06	− 1.18	−1.18	.	.	.	.	.	.	−1.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	−10.66	.	.	.	.	+ 4.60	+ 4.60	.	.	+ 2.76
			+5.33	− 2.00	−1.12	− 0.15	.	.	.	.	.	.	− 1.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	− 2.63	− 0.26	.	.	.	.	.	.	− 0.965	− 41.70
				+13.36	−1.00	.	.	.	.	− 1.00	.	−2.00	− 3.00	.	− 1.00	.	.	.	−1.00	− 1.00	.	.	.	.	.	.	−15.41	− 5.44	− 1.68	.	.	.	.	.	+ 0.18	+ 72.58
					+9.66	− 3.12	− 0.06	.	.	.	.	.	.	.	− 1.00	.	.	.	−1.00	− 1.00	.	.	.	.	.	.	+11.76	− 0.40	.	.	.	.	.	.	− 5.12	+119.04
						+20.33	− 1.06	−2.00	.	− 3.00	.	−1.00	.	.	.	.	.	−1.00	−2.00	− 1.00	−1.00	.	−2.00	−3.00	.	− 1.43	−18.16	.	.	.	.	.	.	− 7.495	−364.44	
							+20.42	−2.06	.	− 1.06	.	.	.	.	.	.	−1.00	.	.	− 2.00	−1.00	.	.	.	− 6.00	+ 2.64	+ 7.26	+10.84	− 2.23	+ 2.13	.	.	−2.23	.	+157.22	
								+8.12	.	− 3.06	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	−1.00	.	.	.	.	− 0.22	+ 2.74	.	.	.	.	.	.	+ 3.75	+177.36	
									+3.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	−3.00	.	.	.	+ 3.10	.	.	.	.	.	.	+ 1.55	− 4.00	
										+24.30	−8.12	.	.	.	.	.	.	.	.	− 1.00	.	.	.	.	.	− 7.00	+25.68	− 2.35	− 1.60	− 1.60	− 1.60	.	.	+1.57	+11.54	−128.20
											+8.12	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+ 6.34	+ 9.51	+ 3.17	+ 3.17	+ 3.17	.	.	.	.	+ 69.02
												+4.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	− 2.06	.	.	.	.	.	.	.	−11.93	+ 41.00
													+14.00	−1.00	− 1.00	− 5.00	−1.00	−1.00	.	− 1.00	.	.	.	.	.	− 4.27	+ 0.66	− 1.38	− 1.02	.	.	.	.	.	+ 51.00	
														+3.00	.	− 1.00	.	−1.00	.	.	.	.	.	.	.	.	− 1.29	.	.	.	.	.	.	.	+ 77.00	
															+ 5.00	.	.	.	−2.00	.	.	.	.	.	.	.	+ 0.10	− 1.32	.	.	.	.	.	+ 1.38	+ 24.00	
																+15.00	−1.00	−1.00	.	− 1.00	.	.	.	.	.	.	− 3.77	− 0.11	− 0.15	− 0.05	.	.	.	.	− 84.00	
																	+4.00	.	.	− 1.00	.	.	.	.	.	.	− 6.53	+ 0.06	.	.	.	.	.	.	− 37.00	
																		+5.00	.	− 1.00	.	.	.	.	.	.	+ 0.15	.	.	.	.	.	.	.	+127.00	
																			+8.00	− 2.00	.	.	.	.	.	.	− 0.99	+ 2.60	.	.	.	.	.	.	− 58.00	
																				+13.00	−1.00	.	.	.	.	.	+ 1.76	− 2.14	.	.	.	.	.	.	+ 16.00	
																					+5.00	−1.00	.	.	.	.	+ 3.70	+ 0.83	.	.	.	.	.	.	− 19.00	
																						+2.00	.	−1.00	.	.	+ 0.13	.	.	.	.	.	.	.	− 6.00	
																							+7.00	−2.00	.	.	+ 2.34	.	.	.	.	.	.	+ 3.89	+ 20.00	
																								+7.00	− 1.00	.	+ 9.84	.	.	.	.	.	.	+ 4.06	+ 47.00	
																									+14.00	+ 0.66	− 1.24	+ 0.67	+ 0.66	+ 0.66	.	.	+0.66	.	− 9.00	
																										549.93	.	.	.	.	.	.	.	.	−539.54	
																											223.00	.	.	.	.	.	.	.	.	+668.67
																												+83.94	.	.	.	.	.	.	.	+169.73
																													+19.67	.	.	.	.	.	.	− 21.86
																														+36.50	.	.	.	.	.	+ 47.18
																															+27.16	.	.	.	.	+ 59.80
																																+27.16	.	.	.	+ 55.80
																																	+7.44	.	.	− 63.78
																																		+251.70	−204.38	
																																			[pII]=	33196.22

Normalgleichungskoeffizienten
(abgekürzte Schreibweise; $[i\,k] = [k\,i]$)