

Sitzungsberichte
der
mathematisch-naturwissenschaftlichen
Klasse
der
Bayerischen Akademie der Wissenschaften
zu München

Jahrgang 1947

München 1949
Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
In Kommission beim Biederstein Verlag München

Über die Kongruenz $2^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$.

Von Rudolf Steuerwald in München.

Vorgelegt von Herrn O. Perron am 5. Dezember 1947.

Satz 1. Besteht für eine natürliche Zahl n_0 die Kongruenz

$$(1) \quad 2^{n_0-1} \equiv 1 \pmod{n_0},$$

dann besteht auch für die Zahl $n_1 = 2^{n_0} - 1$ die Kongruenz

$$2^{n_1-1} \equiv 1 \pmod{n_1}.$$

Beweis: Ist $2^{n_0-1} - 1 = q n_0$, so ist $\frac{2^{n_1-1} - 1}{n_1} = \frac{2^{2q n_0} - 1}{2^{n_0} - 1}$ ganz rational.

Man kann also aus einer beliebig gewählten Zahl $n_0 > 1$ mit der Eigenschaft (1) eine unendliche Folge $n_{k+1} = 2^{n_k} - 1$ verschiedener solcher Zahlen rekursiv herleiten. Ist nun n_0 zusammengesetzt (und solche Zahlen kennt man; die kleinste ist $341 = 11 \cdot 31$), so sind auch alle Zahlen der Folge zusammengesetzt. So erhält man wieder den bekannten

Satz 2. Es gibt unendlich viele zusammengesetzte natürliche Zahlen n , für welche die Kongruenz $2^{n-1} \equiv 1 \pmod{n}$ gilt.

Zusatz bei der Korrektur:

Satz 1 verallgemeinert ein Ergebnis von E. Malo (vgl. Dickson, History I, S. 93).