BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

ABHANDLUNGEN · NEUE FOLGE, HEFT 98

M. KNEISSL UND G. EICHHORN

Ergebnisse der Interferenzmessungen 1958 mit dem „Väisälä"-Komparator auf der Münchener Normalstrecke

Mit 14 Abbildungen im Text und auf drei Tafeln

Vorgelegt am 7. November 1958

MÜNCHEN 1959

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI DER C. H. BECK'SCHEN VERLAGSBUCHHANDLUNG MÜNCHEN

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei Nördlingen
Printed in Germany

INHALTSVERZEICHNIS

1. Die Eichung der Invardrähte 5
2. Die Grundgedanken der Väisälä-Methode und des Interferenzkomparators 7
3. Die Einrichtung des Väisälä-Interferenz-Komparators 9
4. Zeitplan für die Messungen 1958 auf der Münchner Normalstrecke 11
5. Ausführung der Beobachtungen (Beispiel einer Aufschreibung) 12
6. Berechnung der Refraktion 17
7. Auswertung der Interferenzmessung 20
8. Auswertung der Interferenzmessung der Südhälfte der Münchner Normalstrecke 30
9. Übertragungsmessung 36
10. Berechnung der Abstände der unterirdischen Festlegungen . . . 45
11. Zusammenstellung der Ergebnisse für die Beobachtung der Nordhälfte des Münchner Normalkilometers 46
12. Berechnung der Gesamtlänge des Münchner Normalkilometers und Diskussion der Ergebnisse 51

Literaturhinweise 52

1. DIE EICHUNG DER INVARDRÄHTE

Basis- oder Grundlinienmessungen zur Bestimmung des Maßstabs von Hauptdreiecksnetzen wurden während der letzten fünfzig Jahre in Europa fast ausschließlich nach einem von Prof. JÄDERIN (Stockholm) um die Jahrhundertwende eingeführten Verfahren der Messung mit freihängenden Invardrähten durchgeführt. Das Invar, eine rund 36% Nickel und 64% Stahl enthaltende Legierung, wurde im Jahre 1897 von BÉNOIT und GUILLAUME im Bureau International des Poids et Mesures in Sèvres bei Paris entdeckt. Es besitzt die Eigenschaft, daß sein Wärmeausdehnungskoeffizient nahezu gleich Null ist und daß auch Drähte mit negativen Ausdehnungskoeffizienten hergestellt werden können. Die hohe Bedeutung des Invars für die Jäderinmessung wurde bald erkannt. Allerdings zeigten sich im Laufe der Zeit mancherlei Schwierigkeiten, die die Leistungsfähigkeit der Invardrähte sehr beeinträchtigten. Einmal waren es plötzliche Längenänderungen der Drähte infolge von Erschütterungen und beim Aufwickeln für den Transport, andererseits traten zeitliche Längenänderungen und zeitliche Änderungen des Ausdehnungskoeffizienten auf. Es wurden daher im Bureau International des Poids et Mesures in Paris in den folgenden Jahrzehnten umfassende Versuche unternommen, und es ist den vielen Bemühungen gelungen, die Invardrähte so herzustellen, daß die genannten Mängel in erheblichem Maße vermindert waren. Hiermit war die Bahn für die Weiterentwicklung des Jäderinschen Basismessungsverfahrens frei.

Der Jäderinsche Basisapparat besteht aus den Meßdrähten, die für den Transport auf eine Trommel aufgewickelt werden, den Spannvorrichtungen für die Drähte und den Markenstativen, sowie aus Hilfsgeräten für die Lotung, die Höhenmessung und das Alignement.

Die Meßdrähte sind Invardrähte in der Regel von 24 m Länge mit einem kreisrunden Querschnitt von 1,65 mm Durchmesser. An den Enden tragen sie Invarskalen von 8 cm Länge mit Millimeterteilung, deren Teilungskanten in der Drahtachse liegen (Fig. 1).

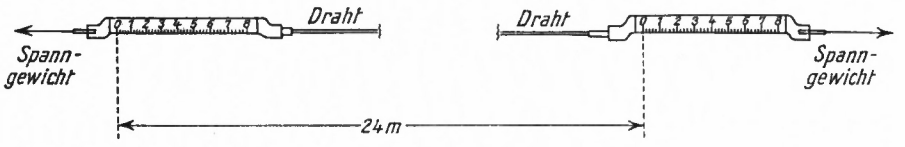

Fig. 1

Die Drahtenden sind in die Skalenstücke eingeschraubt und mit diesen fest verlötet oder vernietet.

Zwischen dem Drahtbügel an der Skala und dem Haken der Spannschnur oder des Spannseils wird noch ein Zwischenstück mit einem Karabinerhaken eingeschaltet (Fig. 2),

der an seinem Ende einen als Gelenk ausgebildeten Doppelring oder einen in Kugellagern laufenden Ring hält. Um das Gelenk oder Kugellager kann sich der Meßdraht frei um seine Längsachse drehen, so daß Torsionsspannungen vermieden werden.

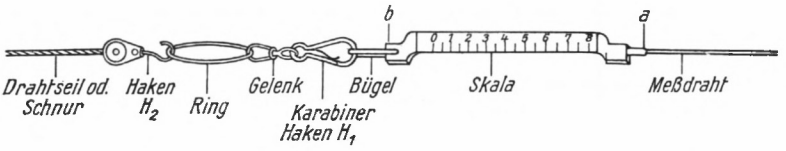

Fig. 2

Die sprunghaften und zeitlichen Längenänderungen sowie die Instabilität des Ausdehnungskoeffizienten der Invardrähte erfordern eine sorgfältige Eichung und eine laufende Überwachung der Meßdrähte. Die Invardrähte müssen in der Regel vor und nach der Messung geeicht werden. Dabei werden unterschieden:

1. Laboratoriumseichungen,
2. Eichungen durch Messung von Vergleichsstrecken.

Mit den Laboratoriumseichungen werden regelmäßig auch die Ausdehnungskoeffizienten bestimmt.

Für die Eichung von Invardrähten wurde schon 1903 durch das Geodätische Institut in Potsdam eine Vergleichsgrundlinie von 240 m angelegt und durch unterirdische Fundamente in Abständen von 80 m versichert. Durch Vergleichsmessungen einer solchen Normalstrecke mit den zu eichenden Drähten kann aus der vorbestimmten Normallänge der Strecke die Länge der Drähte abgeleitet werden. Diese Eichungen sind sehr zuverlässig, weil die Eichmessungen unter denselben Verhältnissen wie die Feldmessungen stattfinden. Weitere Normalstrecken wurden 1920 in Feldmoching bei München mit 1248 m (= 52 Drahtlagen) Länge und 1931 in Potsdam mit 960 m (= 40 Drahtlagen) Länge eingerichtet. Dabei hat vor allem die Potsdamer Vergleichsstrecke als deutscher Normalkilometer bis 1945 für die Messung zahlreicher Grundlinien große Bedeutung erlangt. Die Vergleichsstrecke stellt ein großes, kaum veränderliches Naturmaß dar. Mißt man vor und nach jeder Basismessung die Vergleichsstrecke mit demselben Drahtapparat wie die Basis durch, und stimmen die beiden Eichmessungen genügend genau überein, so kann man aus dem Verhältnis der neuen Basislänge zur Länge der Vergleichsstrecke die Länge der neuen Basismessung bestimmen. Werden zudem die Drähte noch vor und nach der Vergleichsmessung im Laboratorium geeicht, so können mit Hilfe der Vergleichsmessungen die Absolutlänge der Vergleichsstrecke mit immer größer werdender Sicherheit und etwaige Veränderungen der Festlegungen bestimmt werden. Doch auch diese Methode konnte auf die Dauer nicht befriedigen.

Im Jahre 1923 legte Y. VÄISÄLÄ, Finnland, eine neue, auf der Benutzung der Interferenz weißen Lichtes beruhende Methode zur Vervielfachung von Längen dar und zeigte, daß es möglich ist, mit dieser Methode Abstände bis zu mehreren hundert Metern mit großer Genauigkeit (10^{-7}) zu messen [1], [2], [3]. In der Geodäsie wurde die Methode zunächst zur Eichung der Invar-Drähte, später auch zur Messung der Länge von mehrere hundert Meter langen Vergleichsgrundlinien angewandt. Auf internationalen Geodätenkongressen (Brüssel 1951, Rom 1954, Indien 1955) wurde empfohlen, derartige mit

der Interferenzmethode zu messende Vergleichsgrundlinien in verschiedenen Ländern anzulegen, um damit die Länge der Invardrähte unter denselben Verhältnissen zu bestimmen, wie sie bei der Messung von Grundlinien im Freien beim Jäderinverfahren herrschen. Dadurch könnten auch die Maßstäbe der Dreiecksnetze verschiedener Länder vereinheitlicht werden. Die längste bis heute mit der Interferenzmethode gemessene Strecke ist die 864 m lange Nummela-Vergleichsgrundlinie des Finnischen Geodätischen Instituts, deren Länge zum erstenmal 1947 bestimmt wurde [4].

2. DIE GRUNDGEDANKEN DER VÄISÄLÄ-METHODE UND DES INTERFERENZKOMPARATORS

Als Ausgangsmaß bei dem Väisälä-Interferenz-Verfahren wird ein aus Quarzgut und Quarzglas hergestelltes Endmeter mit sphärischen Endflächen benutzt, mit dem unter Zuhilfenahme der Newtonschen Farbringe der Abstand zweier paralleler Planspiegel gemessen wird, die etwa 1 Meter voneinander entfernt sind. Der Abstand dieser Spiegel wird mit der Interferenzmethode (Multiplikationsmethode) 6-fach vervielfältigt, wodurch die Lage eines 6 m vom ersten Spiegel entfernten Spiegels bestimmt wird; dieser Abstand wird dann 4-fach vervielfältigt usw. Auf kürzeren Abständen kann sogar 10-fach vervielfältigt werden, meistens wird aber auch bei der ersten Vervielfältigung nur mit 6 multipliziert. Die Länge der Vergleichslinie wird derart geplant, daß auf größeren Abständen nur eine Verdreifachung und auf dem längsten Abstand nur eine Verdoppelung nötig ist. Im folgenden werden die von dem Spiegel (0) gemessenen Abstände der Spiegel auf einigen Grundlinien angegeben (Meterangaben):

Turku 1926: 0, 1, 6, 24, 48, 96, 192 (später 384); die neuere Basis Turku-Tuorla (1950) ist ebenfalls 192 m lang; Nummela 1947: 0, 1, 6, 24, 72, 216, 432, 864. In München ist die gesamte Länge der Grundlinie 864 m, sie wurde aber in zwei Teilen, von beiden Enden ausgehend, gemessen, und zwar in den Abständen: 0, 1, 6, 24, 72, 216, 432 m. Es kann auch die ganze Grundlinie auf einmal, von einem Ende ausgehend, gemessen werden. In München können außerdem die Abstände 0, 1, 5, 25, 50, 100, 300, 600 m zur Eichung von Bändern gemessen werden.

Bei den für die Basismessung hergestellten Interferenzapparaten wird das Multiplikationsverfahren benutzt, bei dem die Beobachtung in einfacher Weise symmetrisch ausgeführt werden kann (Fig. 3).

Die beiden weißen Lichtstrahlenbündel L und L′ laufen parallel. Das eine Strahlenbündel L geht durch das in B befindliche Loch nach der Mitte des Spiegels C, wird von diesem reflektiert und dringt durch das andere, in B befindliche Loch und durch die Blende Bl in das Beobachtungsfernrohr ein. Das andere Lichtstrahlenbündel L′, das abwechselnd oberhalb oder unterhalb des vorigen gewählt werden kann, wird mehrmals vom Spiegel B zu A und zurück reflektiert, geht durch die Blende in das Fernrohr und bildet dort mit dem Lichtstrahlenbündel L ein gemeinsames Beugungsbild. Wenn die Interferenzstreifen sichtbar werden, ist der Abstand AC ein ganzzahliges Vielfaches von AB (im Bilde das Dreifache).

Es ist selbstverständlich, daß das Aufsuchen der Interferenzstreifen durch Verschieben der Spiegel bei großen Distanzen zeitraubend und infolge der Luftunruhe sehr schwierig

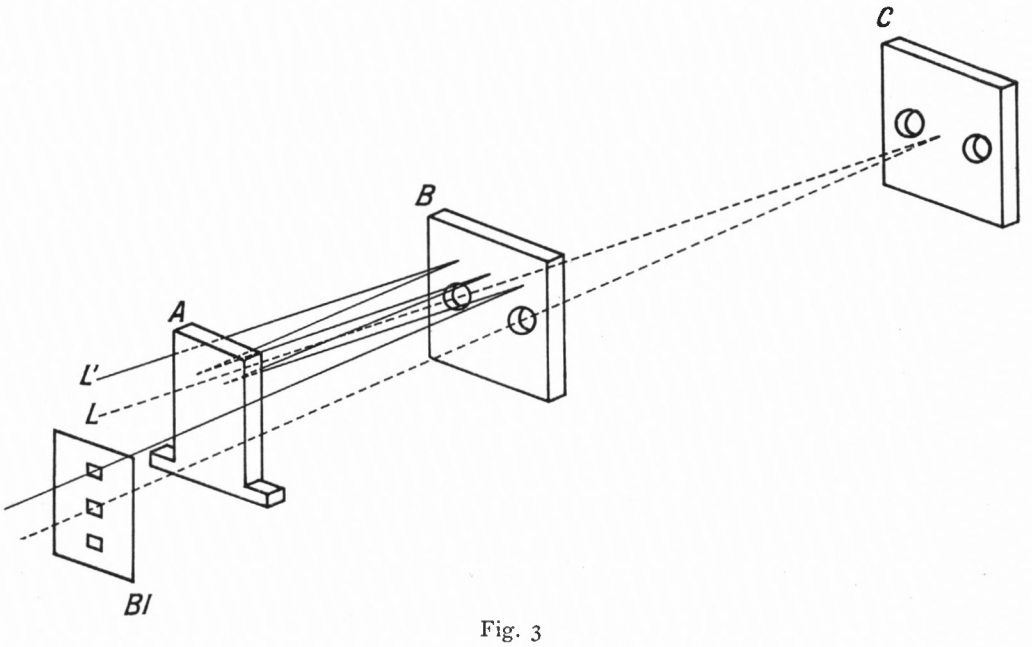

Fig. 3

und unsicher würde. Man kann aber den Sichtbarkeitsbereich der Interferenzstreifen auf folgende Weise vergrößern:

Man setzt vor das Okular ein geradsichtiges Prisma (Fig. 4), ein Okularspektroskop, und zerlegt dadurch das Beugungsbild der beiden Lichtstrahlenbündel in ein Spektrum. Die Interferenzstreifen erscheinen dann im Spektrum, und man kann den letzten Spiegel sogar einige zehn Mikron auf einmal verschieben und findet die Interferenzstreifen im Spektrum, nötigenfalls durch Herumdrehen des Prismas.

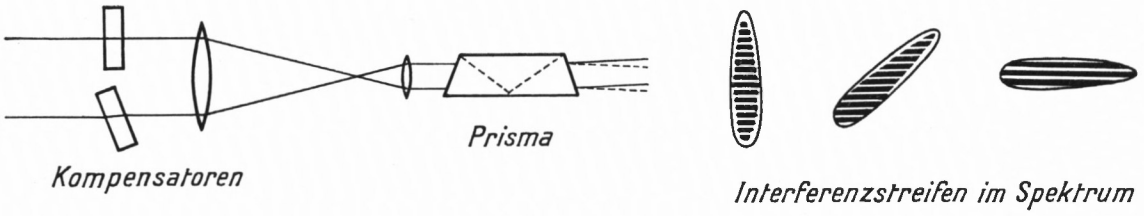

Fig. 4

Noch mehr, bis auf einen Millimeter, kann man auf einmal den letzten Spiegel verschieben, wenn man Drehkompensatoren zu Hilfe nimmt. Die Kompensatoren sind zwei gleichdicke planparallele drehbare Glasplatten (Fig. 4), die in die Wege der Lichtstrahlenbündel L und L' eingeschaltet werden. Wird der Kompensator aus der senkrechten Stellung um einen Winkel gedreht, so verlängert sich der entsprechende Lichtweg um einen Betrag, der vom Drehwinkel abhängig ist.

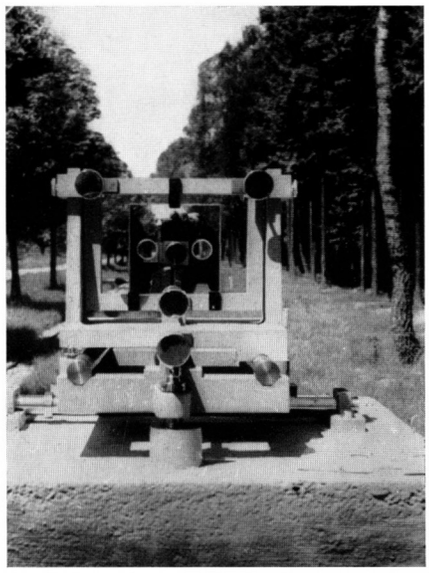

Fig. 5 Zwischenspiegel

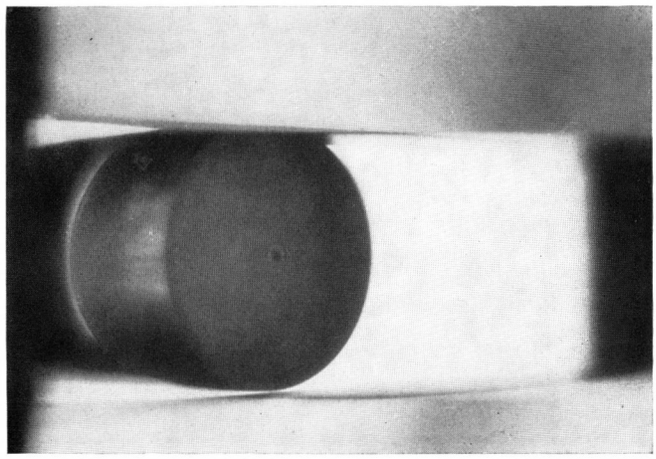

Fig. 6 Optischer Kontakt: 0-m-Spiegel – Quarzstab

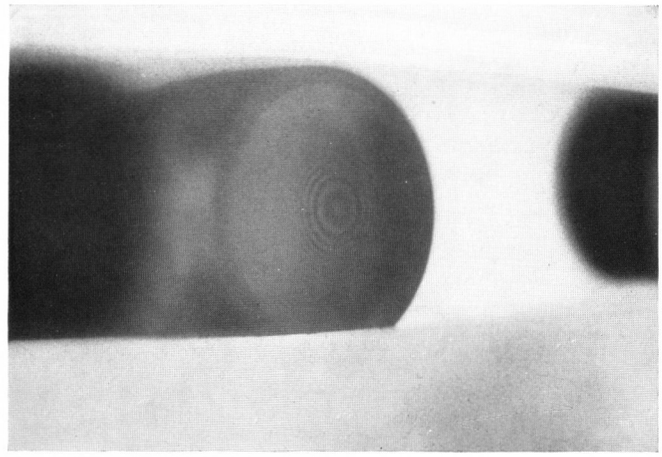

Fig. 7. NEWTONsche Ringe, zwischen Quarzstab und 1-m-Spiegel

Fig. 8 Einrichtung des Pfeilertisches (0–1) m.

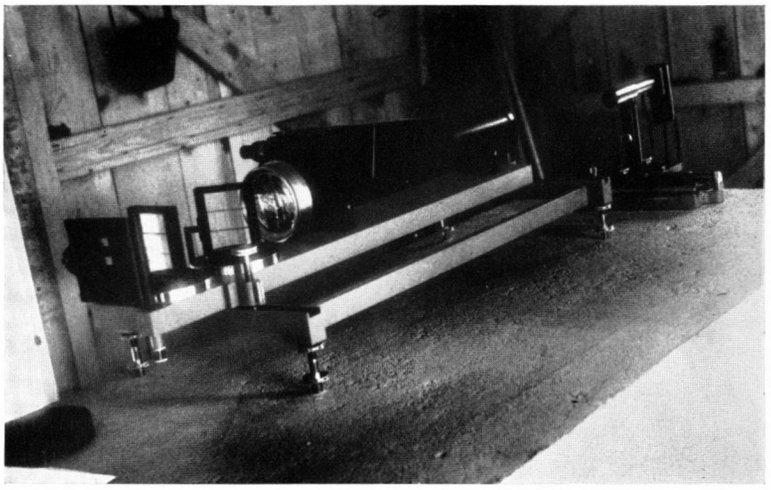

Fig. 10. Lichtquelle und Meßfernrohr

Fig. 11. Unterirdische Festlegungen. JÄDERIN-Interferenzpfeiler

Mit Kompensatoren und dem Okularspektroskop erfolgt das Aufsuchen der Interferenzstreifen auf folgende Weise. Man dreht das Okularprisma, bis das Spektrum ungefähr lotrecht erscheint, stellt die Kompensatorplatten senkrecht gegen das betreffende Lichtstrahlenbündel und beginnt die eine Platte ruckweise zu drehen. Das Drehen wird fortgesetzt, bis sich die Interferenzstreifen im Spektrum zeigen. Ebenso wird, wenn nötig, mit dem anderen Kompensator verfahren, während der erste sich in seiner Nullstellung befindet. Wenn die Interferenzstreifen noch nicht hervortreten, wird ein Spiegel, gewöhnlich der letzte, um ½ bis 1 mm verschoben, die Kompensatoren werden wiederholt wie vorher gedreht usw., bis die Streifen sichtbar werden. Je genauer die provisorische Messung der Spiegelabstände war, desto schneller werden die Interferenzstreifen gefunden.

Nach Auffindung der Interferenzerscheinung kann man durch Verschieben der Spiegel die Phasendifferenz auf Null bringen, so daß die Interferenzstreifen auch ohne Kompensatoren und ohne Prisma sichtbar werden. Die genaue Ausführung ist aber nicht nötig, denn man kann mit den Kompensatoren kleine Wegdifferenzen genau messen.

3. DIE EINRICHTUNG DES VÄISÄLÄ-INTERFERENZ-KOMPARATORS

Bei der Messung mit dem VÄISÄLÄ-Interferenz-Komparator wird weißes Licht verwendet. Als Lichtquelle wird eine 5 Volt-Auto-Scheinwerferlampe benutzt, bei der die Leuchtspirale sehr dünn ist. Durch ein optisches System wird die Längenausdehnung der Spirale so begrenzt, daß das austretende Licht einer nahezu punktförmigen Lichtquelle entspricht. Die Lampe wird im Brennpunkt einer Kollimatorlinse aufgestellt, und dadurch werden die Lichtstrahlen, die auf die Spiegel treffen, parallel gerichtet.

Mit Ausnahme des 0-m-Spiegels haben die Spiegel gleiche Größe und gleiche Form. Sie sind ungefähr 100 × 100 × 20 mm groß und besitzen in halber Höhe in einem horizontalen Abstand von 60 mm zwei gleichgroße Durchbohrungen von 20 mm Durchmesser (Fig. 5). Der im Vakuum aufgedampfte Spiegelbelag hat gleichmäßige Dicke, die bei den einzelnen Spiegeln zwischen 0,03 μ und 0,08 μ differiert und genau ausgemessen werden kann. Als Spiegelbelag verwendet VÄISÄLÄ Silber oder Aluminium. Silber reflektiert besser, Aluminium ist gegenüber Witterungseinflüssen widerstandsfähiger. Die Versilberung wird beim 0-m- und 1-m-Spiegel – zur Ausmessung des Abstands der beiden Spiegel mit einem Quarzendstab – in der Mitte ausgespart. – Prof. VÄISÄLÄ hat auch eine eigene Interferenzeinrichtung gebaut, mit der er Quarzendstäbe auf etwa $\pm$ 0,01 μ genau vergleichen kann. – Quarzstäbe sind besonders gut für diese Abstandsbestimmung geeignet (kleiner Ausdehnungskoeffizient, hohe Beständigkeit gegenüber äußeren Einflüssen und gegenüber dem sogenannten Altern). Zur Ausmessung des Abstandes des 0-m- und 1-m-Spiegels mit Hilfe des Quarzmeters sind die Endflächen des Quarzstabes sphärisch geschliffen. Die sphärische Endfläche des Quarzstabes, die an den 0-m-Spiegel angelegt wird, hat einen Radius von etwa 1 m. Der Quarzstab wird bei der Messung so an den 0-m-Spiegel herangeschoben, daß man optisch den Kontakt beobachten kann (Fig. 6). Am anderen Ende besitzt das sphärische Ende des Quarzstabes einen Radius von ungefähr 5 m. Der 1-m-Spiegel wird bis auf einige μ an den Stab herangeschoben und die Dicke des verbleibenden Luftkissens mit Hilfe der NEWTONschen Interferenzringe ausgemessen. Auf diese Weise wird ein Pressen des Quarzstabs vermieden (Fig. 7).

Zur Abzählung der NEWTONschen Ringe wird eine Bogeneinrichtung und ein Interferenzfilter verwendet, das nur monochromatisches Licht bekannter Wellenlänge durchläßt. Die gegenseitige Anordnung von Kollimatorlinse, o-m- und 1-m-Spiegel, Bogeneinrichtung und Quarzstab auf dem Pfeilertisch zeigt Figur 8.

Die Lichtquelle wird nun der Lage und der Höhe nach so ausgerichtet, daß ein Teil der parallelen Lichtstrahlen durch die linke Öffnung des 1-m-Spiegels hindurch auf die Mitte des 6-m-Spiegels trifft, dort reflektiert und durch die rechte Öffnung des 1-m-Spiegels hindurch zurückgeschickt wird. Dazu ist eine sehr genaue Ausrichtung des 6-m-Spiegels erforderlich.[1] Der andere Teil der parallelen Lichtstrahlen trifft auf die Oberfläche des 1-m-Spiegels, wird dort reflektiert, trifft bei paralleler Lage dieses Spiegels zum 6-m-Spiegel auf die Versilberung des o-m-Spiegels und wird bei richtiger Lage des Spiegels reflektiert. Je nach Anzahl der erforderlichen Reflexionen wird dieser Vorgang wiederholt, bis schließlich beide Lichtstrahlenteile im gleichen Abstand am o-m-Spiegel vorbeigehen. Wegen des nicht versilberten Mittelteils am o-m-Spiegel können die mehrfach reflektierten Lichtstrahlen nur im oberen und im unteren Teil des Spiegels auftreten, während im Mittelteil die einfach reflektierten Strahlen vom 6-m-Spiegel liegen müssen. Der seitliche Abstand der Lichtstrahlen von der Achse des o-m-Spiegels läßt sich für jede gewünschte Meßentfernung berechnen und durch zusätzliche Blenden, die unmittelbar vor den o-m-Spiegel gesetzt werden können, läßt sich kontrollieren, ob das einfach reflektierte Licht auch genau an der richtigen Stelle erscheint. Die drei Lichtstrahlenteile treffen schließlich hinter dem o-m-Spiegel auf das Objektiv des Meßfernrohrs. Vorher gehen sie noch

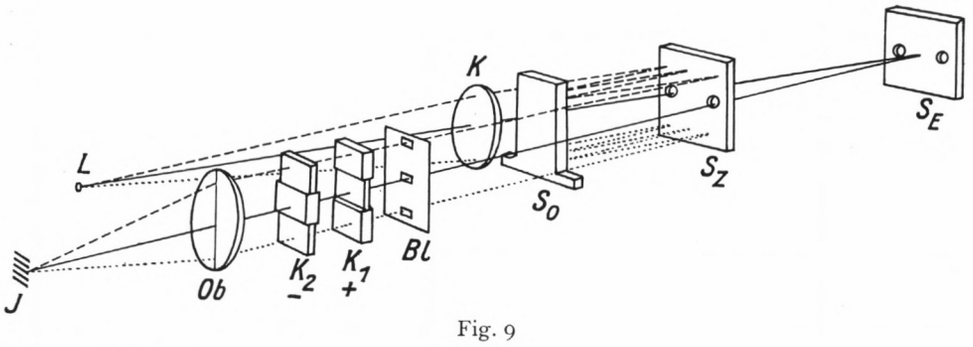

Fig. 9

Hierin bedeuten:

L = Lichtquelle
K = Kollimatorlinse
S_0, S_Z, S_E = Nullspiegel, Zwischenspiegel, Endspiegel
Bl = Blende
K_1, K_2 = Kompensatoren („+" bedeutet: Bei einer Drehung dieses Kompensators ist S_E weiter entfernt als das Vielfache $S_0 - S_z$)
Ob = Objektiv des Beobachtungsfernrohrs
J = Interferenzerscheinung in der Brennweite des Objektivs

---

[1] Bei der nächsten Vervielfachung des Abstandes übernimmt der 6-m-Spiegel die Aufgabe des 1-m-Spiegels und ein Spiegel in 24 m Entfernung die Aufgabe des 6-m-Spiegels. Der o-m-Spiegel bleibt stets unverändert. In der Meßanwendung kann daher allgemein bei der ersten Vervielfachung vom o-m-Spiegel, Zwischenspiegel und Endspiegel gesprochen werden, die der Reihe nach folgende Abstände haben:

o m – 1 m – 6 m,
o m – 6 m – 24 m,
o m – 24 m – 72 m usw.

durch eine Blende, mit deren Hilfe die in der Mitte liegenden Lichtstrahlen – die vom 6-m-Spiegel herkommen – und die oberen bzw. unteren Lichtstrahlen – die vom 1-m-Spiegel herkommen – getrennt beobachtet und abgeblendet werden können. Vor dem Objektiv des Fernrohrs befinden sich noch zwei achromatische planparallele Glasplatten (Kompensatoren) (Fig. 9). Die Kompensatoren können um ihre senkrechte Achse auf einer Kreisskala gedreht werden. Sie bewirken eine Verlängerung entweder des einfach reflektierten oder des mehrfach reflektierten Lichtstrahls und gestatten somit die Interferenzerscheinung auch dann zu finden, wenn die Spiegel in Meßrichtung untereinander um kleine Beträge von der Soll-Lage verschieden sind. Schließlich treffen die Strahlen auf das Fernrohr, in welchem die parallelen Lichtstrahlen vereinigt werden und die Interferenzerscheinung beobachtet werden kann (Fig. 10).

Die Interferenzmessung beansprucht nur wenig Zeit, wenn die ganze Apparatur sorgfältig ausgerichtet und aufgestellt ist. Diese Vorbereitungen sind aber mitunter sehr zeitraubend. Die genaue gegenseitige Ausrichtung von Lichtquelle und Kollimatorlinse, die Parallelstellung der Spiegel und das erste Aufsuchen der Interferenzen erfordern Geschick und viel Geduld. Auf Grund der langjährigen Erfahrungen wurden in Finnland einige Zusatzgeräte entwickelt, die die vorbereitenden Arbeiten erleichtern (vergleiche hierzu [6]).

4. ZEITPLAN FÜR DIE MESSUNGEN 1958 AUF DER MÜNCHNER NORMALSTRECKE

Der Münchener Komparator wurde von Prof. Dr. VÄISÄLÄ gebaut und im Frühjahr 1958 geliefert. Die Kosten hierfür wurden von der Deutschen Forschungsgemeinschaft übernommen.

Die erste Aufstellung und Einrichtung des VÄISÄLÄ-Interferenz-Komparators auf der Münchener Normalstrecke wurde im Mai 1958 von Prof. Dr. VÄISÄLÄ und Prof. Dr. HONKASALO vorgenommen, wobei schon in den ersten Tagen die Interferenzmessungen für die Strecken 0 m, 6 m und 24 m durchgeführt werden konnten. Da die finnischen Geodäten nur eine Woche in München bleiben konnten, mußten weitere Messungen zurückgestellt und die zur Verfügung stehende Zeit zur Einweisung der Münchener Beobachter und für Vorlesungen und Vorführungen ausgenutzt werden. Die weiteren Messungen wurden von Assistenten des Geodätischen Instituts der Technischen Hochschule München, insbesondere von meinem Konservator Dr.-Ing. G. EICHHORN und von Dipl.-Ing. HILLEBRAND durchgeführt. Nach einigen Schwierigkeiten gelang es diesen, Interferenzmessungen über die Strecken 0 – 24 – 72 und 0 – 72 – 216 bis zu 0 – 216 – 432 m durchzuführen. Die Messungen erfolgten in der Zeit vom 30. 6. bis 3. 7. 1958, wobei an 4 Abenden sechsmal die Strecke von 0 m bis 432 m mit einem mittleren Fehler von $\pm 66\,\mu$ ausgemessen werden konnte. Die Messungen waren durch ungünstige Witterungsbedingungen sehr erschwert. So änderte sich an einigen Abenden z. B. die Lufttemperatur innerhalb von etwa 2 Stunden um über 7° C. Hierdurch wurden die Erfassung der Refraktion sehr erschwert und sicher auch kleinere Pfeilerbewegungen verursacht. Die Erfassung der Temperatur im Augenblick der Messung ist eine der Hauptfehlerquellen der Interferenzmessung. Der Quarzstab hat zwar nur einen kleinen Ausdehnungskoeffizienten von etwa 0,4 μ pro Meter und Grad der Temperaturänderung; bei einer Vergrößerung auf 432 m bewirkt aber eine falsche Erfassung der Quarztemperatur um 1° C immerhin schon eine fehlerhafte Messung um 173 μ. Ande-

rerseits bedingt beispielsweise eine fehlerhafte Bestimmung des Temperaturgradienten auf der Interferenzstrecke (0–1–6) m um 1° C einen Längenfehler von etwa 5 μ auf 6 m. Bei der notwendigen 72fachen Vervielfachung zur Erreichung der Strecke von 432 m würde diese bereits um 360 μ verfälscht. Neben der Beobachtung der Interferenzerscheinung ist also auf die richtige Temperaturerfassung besonderes Gewicht zu legen. Mit Rücksicht auf die saisonbedingten Schwierigkeiten in den Sommermonaten mußten die Beobachtungen zunächst abgebrochen und konnten erst im Spätherbst fortgesetzt werden.

Im Oktober 1958 wurde der Interferenzkomparator zur Messung der Strecke 432 m bis 864 m auf der Südhälfte der Normalstrecke aufgebaut. Für diese Messungen konnte wiederum Prof. Dr. HONKASALO gewonnen werden. Vor seinem Eintreffen wurde der Komparator aufgestellt, sämtliche Spiegel bis zur vorgesehenen Meßentfernung von 432 m eingerichtet und die Interferenzen sichtbar gemacht, so daß die gesamte Apparatur nur noch geringfügiger Korrekturen für die eigentliche Messung bedurfte. Prof. HONKASALO führte in der Zeit vom 6. bis 9. 10. 1958 eine vollständige Beobachtungsreihe durch. An 4 Meßtagen wurde die Entfernung zwischen dem 864-m- und 432-m-Spiegel durch Lichtinterferenzmessung insgesamt sechsmal bestimmt. Eine Beobachtung der Gesamtdistanz von 864 m war wegen der herrschenden Wetterverhältnisse und aus Zeitmangel leider nicht möglich und soll im Jahre 1959 versucht werden.

5. AUSFÜHRUNG DER BEOBACHTUNGEN (BEISPIEL EINER AUFSCHREIBUNG)

Die meßgerechte Aufstellung des Interferenzkomparators ist dann beendet, wenn Lichtquelle (Lampe) und Kollimatorlinse das richtige Abstandsverhältnis besitzen, die einzelnen Spiegel untereinander möglichst genau parallel und in solchen Entfernungen stehen, daß im Fernrohr die Interferenzerscheinung im weißen Licht beobachtet werden kann. Dazu muß die jeweilige Lampenlage in der Querrichtung und die Stellung der Kompensatoren bei Beobachtung der Interferenzen im weißen Licht notiert werden. Die Stellung der einzelnen Spiegel auf den Pfeilern wird durch eine Mikrometerschraube in Verbindung mit einer empfindlichen Libelle gegenüber einer einbetonierten Zentrierstange festgelegt und kann jederzeit kontrolliert werden. Zur Erfassung der Temperaturgradienten werden eine Reihe von Normalthermometern (mit $^1/_{10}$° C-Teilung) entlang der Meßstrecke möglichst nahe am Lichtstrahlverlauf aufgehängt. Sichtbehinderungen sind zu vermeiden. Zur Abschattung der direkten Sonneneinstrahlung auf das Glas der Thermometer ist jedes Thermometer mit einem Sonnenschirm abzudecken.

Zur Messung selbst werden mindestens 3 Beobachter benötigt. Der Hauptbeobachter sucht mit Hilfe des Beobachtungsfernrohrs die Interferenzen auf, notiert Uhrzeit und Stand der Kompensatoren. Die beiden anderen Beobachter führen Ablesungen der über die Meßstrecke verteilten Thermometer auf $^1/_{100}$° C genau aus. Dabei beginnt der eine Beobachter die Ablesungen beim Nullspiegel, der andere am Endspiegel der jeweils zu messenden Distanz. Die Thermometer werden von jedem Beobachter während der Interferenzmessung in einem Hin- und Rückgang abgelesen und aufgeschrieben. Es ist empfehlenswert, die Interferenzen solange unter wechselseitiger Verwendung von Blenden und Kompensatoreinstellung aufzusuchen, bis beide Thermometerableser auf ihre Ausgangspunkte zurückgekehrt sind. Normalerweise werden die Interferenzen in zwei oder meh-

reren Vierergruppen beobachtet, d. h. man sucht die Interferenzen bei Blende „oben" und bei Blende „unten" jeweils in den beiden Symmetrielagen der Kompensatorstellung auf. Bei günstigen Meßbedingungen beginnt man mit dem Aufsuchen der Interferenzen auf der größten Distanz, in unserem Fall mit der Interferenzerscheinung über (o – 216 – 432) m. Dann nähert man sich über die Distanzen (o – 72 – 216) m, (o – 24 – 72) m und (o – 6 – 24) m dem ersten Intervall (o – 1 – 6) m, bei dem auch das (o – 1)-m-Intervall mit Hilfe des Quarzstabs ausgemessen werden muß. Im Anschluß hieran erfolgt die Rückmessung, wenn möglich bis zu den Strecken (o – 216 – 432) m. Nachdem sich ein Fehler in der Ausmessung der Interferenzen bei (o – 1 – 6) m und (o – 6 – 24) m auf die Gesamtentfernungen wegen der Vervielfachungen besonders stark auswirkt, werden zweckmäßig diese beiden Interferenzen von einem zweiten Beobachter unabhängig beobachtet, bevor die Rückmessung über (o – 24 – 72) m, (o – 72 – 216) m nach (o – 216 – 432) m erfolgt. Während bei der Messung von 432 m bis 6 m die Spiegel auf den Pfeilern stehen bleiben, müssen sie bei der Rückmessung von 6 m bis 432 m teilweise entfernt werden. Dabei ist vor jedem Absetzen der Spiegel die genaue Spiegellage gegenüber der Zentrierstange zu bestimmen (Zentrierablesung). Bei günstigen Wetterverhältnissen und bei rascher Beobachtung werden Spiegel und Pfeiler zwischen Hin- und Rückmessung keine Feinbewegungen ausführen. Die Lichter der einzelnen Spiegel im Gesichtsfeld des Fernrohrs bleiben zusammen und die Interferenzen können beobachtet werden.

Bedingen äußere Einflüsse jedoch ein Nachstellen eines Spiegels zwischen Hin- und Rückmessung, so muß vor und nach dem Verstellen die Zentrierablesung ausgeführt werden.

Als Beispiel für die Aufschreibung einer Interferenzmessung mit Hin- und Rückgang sei hier die Beobachtung vom 6. 10. 1958 angegeben:

Tabelle 1. Meßprotokoll vom 6. 10. 1958

Uhrzeit:	Blenden-öffnung:	Kompensator-ablesung:	Mittelwert:
1. Interferenz: (432 – 216 – o) m. Beobachter: HONKASALO			
$19^h01{,}5^m$	o	320,5°	
3,5	o	38,8	
4,0	u	38,9	
4,9	u	320,4	
5,6	u	320,3	
6,1	u	39,0	
6,5	o	38,7	
7,4	o	320,3	
8,5	o	320,2	
9,2	o	39,1	
9,5	u	39,0	
10 2	u	320,0	
10,7	u	319,9	
11,0	u	39,2	
11,5	o	39,4	
13,3	o	319,8	— 39,42° [1]

[1] Das Vorzeichen Minus bedeutet, daß der einfach reflektierte Strahl verlängert werden muß, damit er den gleichen optischen Weg zurücklegt, wie der mehrfach reflektierte; der Endspiegel steht also zu nahe.

Uhrzeit:	Blenden-öffnung:	Kompensator-ablesung:	Mittelwert:
2. Interferenz (216 – 72 – 0) m. Beobachter: HONKASALO			
$19^h 29{,}8^m$	o	159,3°	
31,7	o	198,6	
32,2	u	198,7	
32,8	u	159,4	
33,4	u	158,7	
34,7	u	198,9	
35,9	o	198,0	
36,9	o	160,0	+ 19,60°
3. Interferenz: (72 – 24 – 0) m. Beobachter: HONKASALO			
$19^h 43{,}7^m$	o	154,2°	
45,2	o	205,0	
45,7	u	204,1	
46,4	u	153,7	
46,8	u	154,1	
47,2	u	203,9	
47,9	o	204,4	
48,4	o	153,9	+ 25,19°
4. Interferenz: (24 – 6 – 0) m. Beobachter: HONKASALO			
$20^h 02{,}8^m$	o	348,6°	
03,6	o	11,0	
04,0	u	10,6	
04,6	u	348,2	
05,0	u	347,8	
05,5	u	11,1	
05,9	o	12,3	
06,2	o	347,1	— 11,65°
5. Interferenz: (6 – 1 – 0) m. Beobachter: HONKASALO			
Quarzstab: Bezeichnung AB oben[1]			
o-Spiegel: ms (= mittelschwarz)			
$20^h 23{,}0^m$ $t_a = 11{,}38°C$ $t_i = 11{,}42°C$[2]			
Bogenablesung: 36, 57, 77, 93, gw (= großweiß)[3]			
$20^h 25{,}6^m$	u	168,0°	
26,1	u	189,6	
26,6	o	190,6	
27,0	o	169,5	+ 10,68°
Bogenablesung: gw, 94, 74, 54, 36, 18.			
$20^h 29{,}0^m$ $t_a = 11{,}34°C$ $t_i = 11{,}36°C$			
o-Spiegel: ks (= kleinschwarz)			
Barometerablesung B = 718,7 mm Hg			

[1] Man dreht den Quarzstab bei den beiden Messungen (6–1–0) m und (0–1–6) m um seine Längsachse, um einen etwaigen systematischen Fehlereinfluß zu eliminieren.

[2] Zur Erfassung der Temperatur des Quarzstabes wird je ein Thermometer an die Außen- und Innenwand einer Quarzröhre angelegt, die das gleiche Querprofil wie der Endstab besitzt. Die Ablesungen erfolgen unmittelbar vor und nach den Bogenablesungen.

[3] Die Bogenintervalle werden abgelesen, wenn bei Bewegung der Ableselupe auf dem Bogen im Zentrum der NEWTONschen Interferenzringe jeweils ein schwarzer Kern erscheint. Die Endablesung, z. B. gw, bezeichnet das Bild der NEWTONschen Ringe bei direkter Draufsicht; die Tabelle für diese Bezeichnungen befindet sich auf S. 24.

Uhrzeit:	Blenden-öffnung:	Kompensator-ablesung:	Mittelwert:

6. Interferenz: (o–1–6) m. Beobachter: HONKASALO

Quarzstab: AB unten
o-Spiegel: ms
$20^h31{,}5^m$ $t_a = 11{,}30\,°C$ $t_i = 11{,}32\,°C$

Bogenablesung: 26, 40, 55, 69, 83, 95, gw.

$20^h33{,}2^m$	o	168,9°	
33,9	o	189,7	
34,4	u	189,4	
35,0	u	168,8	+ 10,35°

Bogenablesung: gw, 95, 80, 66, 52, 39, 26, 13.
$20^h36{,}3^m$ $t_a = 11{,}26\,°C$ $t_i = 11{,}32\,°C$
o-Spiegel: ms

7. Interferenz: (o–6–24) m. Beobachter: HONKASALO

$20^h41{,}0^m$	o	347,9°	
41,6	o	13,1	
42,4	u	12,2	
43,1	u	347,8	
43,8	u	346,2	
44,0	u	13,6	
44,6	o	13,0	
45,3	o	346,4	— 12,95°

8. Interferenz: (24–6–o) m. Beobachter: EICHHORN

$20^h47{,}6^m$	o	348,1°	
48,2	o	12,1	
48,8	u	12,7	
49,5	u	347,9	
50,1	u	347,3	
50,6	u	12,0	
50,9	o	12,1	
51,6	o	348,1	— 12,19°

9. Interferenz: (6–1–o) m. Beobachter: EICHHORN

Quarzstab: AB unten
o-Spiegel: ms
$20^h51{,}1^m$ $t_a = +\,10{,}80\,°C$ $t_i = +\,10{,}88\,°C$

Bogenablesung: 87,4 – ks

	o	193,7°	
	o	165,2	
	u	165,0	
$20^h58{,}4^m$	u	193,0	+ 14,12°

Bogenablesung: ms
$21^h00{,}0^m$ $t_a = +\,10{,}72\,°C$ $t_i = +\,10{,}82\,°C$
o-Spiegel: ms

Uhrzeit:	Blenden-öffnung:	Kompensator-ablesung:	Mittelwert:

10. Interferenz: (o–1–6) m. Beobachter: EICHHORN

Quarzstab: AB oben
o-Spiegel: ms
$21^h05{,}8^m$ $t_a = +10{,}72\,°\,C$ $t_i = +10{,}80\,°\,C$
Bogenablesung: 21, 28, 35, 42, 48, 55, 62, 68, 75, 81, 87, 93, 99, ms.

	u	178,0°	
$21^h09{,}2^m$	u	1,0	
	o	3,0	
	o	359,3	— 0,7°

Bogenablesung: gs, 96, 87, 81, 74, 68, 61, 54, 47, 41, 34, 27, 20, 14
$21^h11{,}8^m$ $t_a = 10{,}58\,°\,C$ $t_i = 10{,}72\,°\,C$
o-Spiegel: ms

11. Interferenz: (o–6–24) m. Beobachter: EICHHORN

$21^h15{,}6^m$	o	13,5°	
16,3	o	345,5	
16,7	u	345,8	
17,2	u	13,2	
18,0	u	11,6	
19,0	u	348,1	
19,4	o	347,1	
20,2	o	13,0	— 13,10°

Zentrierablesungen: $Z_0 = 36{,}292$
36,291
$Z_6 = 31{,}493$
31,493

12. Interferenz: (o–24–72) m. Beobachter: HONKASALO

$21^h29{,}3^m$	o	154,3°	
30,1	o	203,9	
30,5	u	204,4	
30,9	u	153,8	
31,5	u	153,3	
31,9	u	204,7	
32,2	o	204,9	
33,3	o	153,5	+ 25,38°

Zentrierablesung: $Z_{24} = 28{,}762$
28,760

13. Interferenz: (o–72–216) m. Beobachter: HONKASALO

$21^h42{,}0^m$	o	158,8°	
42,7	o	201,0	
43,7	u	200,0	
44,7	u	158,1	
45,3	u	157,6	
45,6	u	201,2	
46,3	o	200,3	
46,7	o	158,2	
47,9	o	157,3	
48,9	o	200,4	
49,6	u	201,4	
50,1	u	157,1	+ 21,48°

Zentrierablesung: $Z_{72} = 37{,}503$
37,503

14. Interferenz: (0–216–432) m

Die Ausstrahlung des Bodens verursacht eine Luftunruhe, die keine Interferenzerscheinung mehr beobachten läßt.

Zentrierablesung: $Z_{216} = 22{,}249$
22,247
$Z_{432} = 31{,}604$
31,602

6. BERECHNUNG DER REFRAKTION

KUKKAMÄKI hat nachgewiesen [7], daß die Refraktion oder die Lichtbrechung in der freien Luft in erster Linie vom Temperaturgradienten abhängt. Aus dieser Arbeit entnehmen wir die Gleichung

$$dn = -(0{,}000000933 - 0{,}000000064\,[t_m - 20°])\,\frac{B}{760}\,dt,$$

die die relative Abhängigkeit zwischen der Temperaturänderung dt und der Refraktionsänderung dn angibt.

Nachdem das Brechungsverhältnis n dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Lichtwellen in den beiden verschiedenen Medien gleichzusetzen ist, steht die Änderung der Refraktion dn mit der Änderung der Lichtgeschwindigkeit im direkten Zusammenhang.

Ist nun die Lufttemperatur im Bereich zwischen dem o.m-Spiegel und dem Zwischenspiegel von der Lufttemperatur zwischen dem Zwischen- und dem Endspiegel verschieden, dann wird der mehrfach reflektierte Lichtweg in einer anderen Lichtgeschwindigkeit zurückgelegt als der einfach reflektierte. Die daraus resultierende Längenänderung $r_{\Delta t}$ errechnet sich aus

$$r_{\Delta t} = \Delta t \cdot s \cdot \frac{dn}{dt}, \quad \text{wobei } \Delta t = \frac{m-1}{m} \cdot (t - t').$$

In dieser Gleichung bedeuten:

t_m mittlere Temperatur für die Beobachtungszeit,

B mittlerer Barometerstand,

s Entfernung o-Spiegel – Endspiegel,

m Vervielfachungszahl,

t mittlere Temperatur zwischen dem o-Spiegel und dem Zwischenspiegel,

t' mittlere Temperatur zwischen dem Zwischenspiegel und dem Endspiegel,

Δt Temperaturdifferenz zwischen o-Spiegel und Zwischenspiegel einerseits und Zwischenspiegel und Endspiegel andererseits unter Berücksichtigung der Längen der beiden Teilstrecken.

Zur besseren Anschaulichkeit sei die Formel für Δt am Beispiel der Interferenzstrecke (o – 1 – 6) m erläutert.

Die mittlere Temperatur auf der ganzen Strecke 0 – 6 (für den einfach reflektierten Strahl) ist: $^1/_6\ (t_{0.1} + 5\ t_{1.6})$. Die mittlere Temperatur auf der Strecke 0 – 1 (für den mehrfach reflektierten Strahl) ist: $t_{0.1}$.

Die Differenz der beiden Werte ergibt dann:

$$\Delta t = t_{0.1} - \frac{1}{6}\ (t_{0.1} + 5\ t_{1.6}) = {}^5/_6\ (t_{0.1} - t_{1.6})$$

oder allgemein

$$t = \frac{m-1}{m}\ (t - t').$$

Man berechnet nun je nach der Wetterlage für eine ganze Beobachtungsreihe, eine Hin- und Rückmessung oder gar für jede einzelne Interferenzmessung die Werte $\frac{dn}{dt}$ und $r_{\Delta t}$ für einen Temperaturunterschied von 1° C. Die so erhaltenen Koeffizienten müssen dann mit den tatsächlichen Unterschieden der Temperaturmittelwerte multipliziert werden, um den wirksamen Einfluß der Temperaturänderung auf die Länge der Interferenzstrecke zu erhalten.

Tabelle 2. Lage der Thermometer bei der Interferenzmessung der Südhälfte der Münchner Normalstrecke

Entfernung vom o-Spiegel	Entfernung vom o-Punkt der Normalstrecke	Temperaturablesungen bei (0–6) m	(0–24) m	(0–72) m	(0–216) m	(0–432) m	Thermometer Nr.	Verbesserung in $^1/_{100}$ °C
0	864	×	×	×	×	×	21	0
1	863	×	×				17	+ 5
3	861	×	×				7	— 8
6	858	×	×	×	×		16	+ 2
12	852		×	×	×	×	19	— 2
24	840		×	×	×		3	+ 3
40	824			×		×	1	0
56	808			×			5	0
72	792			×	×	×	2	— 2
120	744				×	×	6	— 1
168	696				×	×	8	— 3
216	648				×	×	4	— 8
264	600					×	18	+ 1
312	552					×	14	— 1
360	504					×	13	+ 2
384	480					×	9	— 4
408	456					×	11	+ 3
428	436					×	15	0
432	432					×	10	+ 8
Quarzst. innen							12	+ 1
Quarzst. außen							20	— 2

Zur Bestimmung der Mittelwerte t–t', die ja den tatsächlichen Verhältnissen möglichst gerecht werden sollen, stellt man die Thermometer in Entfernungen auf, die die zu erwartenden Brechpunkte in einem linearen Temperaturverlauf längs der Interferenzstrecke kennzeichnen. Als Beispiel hierfür gilt die Tabelle für die Wahl der Thermometerabstände auf der Südhälfte des Münchner Normalkilometers (Tabelle 2). Auf dieser Strecke war die Thermometeranordnung besonders einfach. – Die Interferenzstrecke verläuft von 864 m bis 480 m parallel zu einem Weg und ist beidseitig von Wald begrenzt. Bei 480 m beginnt im Westen eine Lichtung, die am Spätnachmittag größere Temperaturänderungen zulassen kann. Schließlich ist über dem Pfeiler 432 eine Holzhütte aufgestellt, in der während der Abkühlungszeit immer eine höhere Temperatur als im Freien herrscht. Der Einfluß dieser Hütte dürfte sich bis auf 436 m auswirken. – Die Thermometeranordnung ist von den Boden- und Geländeverhältnissen und dem Geschick des Beobachters abhängig.

Für die Berechnung der Temperaturmittelwerte nimmt man allgemein einen linearen Verlauf des Temperaturgefälles von Thermometer zu Thermometer an. Auf diese Weise erhält man alle notwendigen Temperaturgleichungen. Sie sind für den Südteil der Strecke in Tabelle 3 zusammengestellt.

Tabelle 3. Aufstellung der Temperaturgleichungen

1. Für die Interferenz: (0 – 1 – 6) m

$$(0\text{–}1): \frac{1}{2}(t_0 + t_1)$$

$$(1\text{–}6): \frac{1}{5}\left(2\,\frac{t_1 + t_3}{2} + 3 \cdot \frac{t_3 + t_6}{2}\right) = \frac{1}{10}(2\,t_1 + 5\,t_3 + 3\,t_6) = 0{,}200\,t_1 + 0{,}500\,t_3 + 0{,}300\,t_6$$

2. Für die Interferenz: (0 – 6 – 24) m

$$(0\text{–}6): \frac{1}{12}\left\{(t_0 + t_1) + 2\,(t_1 + t_3) + 3\,(t_3 + t_6)\right\} = \frac{1}{12}(t_0 + 3t_1 + 5\,t_3 + 3t_6) = 0{,}083\,t_0 + 0{,}250\,t_1 + 0{,}417\,t_3 + 0{,}250\,t_6$$

$$(0\text{–}24): \frac{1}{36}\left(6(t_6 + t_{12}) + 12\,(t_{12} + t_{24})\right) = \frac{1}{36}(6\,t_6 + 18t_{12} + 12t_{24}) = 0{,}167\,t_6 + 0{,}500\,t_{12} + 0{,}333\,t_{24}$$

3. Für die Interferenz: (0 – 24 – 72) m

$$(0\text{–}24): \frac{1}{48}\left(6\,(t_0 + t_6) + 6\,(t_6 + t_{12}) + 12\,(t_{12} + t_{24})\right) =$$

$$= \frac{1}{48}(6\,t_0 + 12\,t_6 + 18\,t_{12} + 12\,t_{24}) = 0{,}125\,t_0 + 0{,}250\,t_6 + 0{,}375\,t_{12} + 0{,}250\,t_{24}$$

$$(24\text{–}72): \frac{1}{96}\left\{16(t_{24} + t_{40}) + 16\,(t_{40} + t_{56}) + 16\,(t_{56} + t_{72})\right\} =$$

$$= \frac{1}{96}(16\,t_{24} + 32\,t_{40} + 32\,t_{56} + 16\,t_{72}) = 0{,}167\,t_{24} + 0{,}333\,t_{40} + 0{,}333\,t_{56} + 0{,}167\,t_{72}$$

4. Für die Interferenz: (0 – 72 – 216) m

$$(0\text{–}72): \frac{1}{144}\{6(t_0 + t_6) + 6\,(t_6 + t_{12}) + 12\,(t_{12} + t_{24}) + 16\,(t_{24} + t_{40}) + 32\,(t_{40} + t_{72})\} =$$

$$= \frac{1}{144}\{6\,t_0 + 12\,t_6 + 18\,t_{12} + 28\,t_{24} + 48\,t_{40} + 32\,t_{72}\} =$$

$$= 0{,}042\,t_0 + 0{,}083\,t_6 + 0{,}125\,t_{12} + 0{,}195\,t_{24} + 0{,}333\,t_{40} + 0{,}222\,t_{72}.$$

$$(72\text{–}216): \frac{1}{288}\{48(t_{72} + t_{120}) + 48\,(t_{120} + t_{168}) + 48\,(t_{168} + t_{216})\} =$$

$$= \frac{1}{288}(48\,t_{72} + 96\,t_{120} + 96\,t_{168} + 48\,t_{216}) =$$

$$= 0{,}167\,t_{72} + 0{,}333\,t_{120} + 0{,}333\,t_{168} + 0{,}167\,t_{216}.$$

5. Für die Interferenz: (0 – 216 – 432) m

$$(0\text{–}216): \frac{1}{432}\{12\,(t_0 + t_{12}) + 28\,(t_{12} + t_{40}) + 32\,(t_{40} + t_{72}) + 48\,(t_{72} + t_{120}) +$$

$$+ 48\,(t_{120} + t_{168}) + 48\,(t_{168} + t_{216})\}$$

$$= \frac{1}{432}(12\,t_0 + 40\,t_{12} + 60\,t_{40} + 80\,t_{72} + 96\,t_{120} + 96\,t_{168} + 48\,t_{216})$$

$$= 0{,}028\,t_0 + 0{,}093\,t_{12} + 0{,}139\,t_{40} + 0{,}185\,t_{72} + 0{,}222\,t_{120} + 0{,}222\,t_{168} + 0{,}111\,t_{216}$$

$$(216\text{–}432): \frac{1}{432}\{48\,(t_{216} + t_{264}) + 48\,(t_{264} + t_{312}) + 48\,(t_{312} + t_{360}) +$$

$$+ 24\,(t_{360} + t_{384}) + 24\,(t_{384} + t_{408}) + 20\,(t_{408} + t_{428}) + 4\,(t_{428} + t_{432})\} =$$

$$= \frac{1}{432}(48\,t_{216} + 96\,t_{264} + 96\,t_{312} + 72\,t_{360} + 48\,t_{384} + 44\,t_{408} + 24\,t_{428} + 4\,t_{432})$$

$$= 0{,}111\,t_{216} + 0{,}222\,t_{264} + 0{,}222\,t_{312} + 0{,}167\,t_{360} + 0{,}111\,t_{384} + 0{,}102\,t_{408} +$$

$$+ 0{,}056\,t_{428} + 0{,}009\,t_{432}.$$

7. AUSWERTUNG DER INTERFERENZMESSUNG

Bevor man mit der Ausmessung der reinen Interferenzmessung beginnt, empfiehlt es sich, zunächst den Refraktionseinfluß für jede einzelne Interferenzstrecke nach den angegebenen Gleichungen zu berechnen. Als Beispiel (Tabelle 4) möge wiederum die Auswertung der Temperaturablesungen vom 6. 10. 1958 gelten.

Die Tabelle 4 enthält in Spalte 1: die jeweilige Thermometerstellung, in Spalte 2: die Mittelwerte aus den insgesamt 4 Ablesungen der beiden Ableser, die auf Grund einer Eichung der Thermometer kleine Verbesserungen (Spalte 3) erhalten. Spalte 4 enthält die korrigierten Temperaturen, Spalte 5 die relative Abhängigkeit zwischen der Temperaturänderung dt und der Refraktionsänderung dn, die Längenänderung $r_{\Delta t}$ für 1° C, sowie die Mittelwerte für die einzelnen Teilstrecken, nach den angegebenen Temperaturgleichungen berechnet, und die Temperaturgradienten. In Spalte 6 stehen die der Temperaturänderung entsprechenden Längenverbesserungen für die einzelnen Interferenzmessungen.

Tabelle 4. Berechnung des Refraktionseinflusses

Therm.-Stellg. 1	Mittel aus 4 Abl. °C 2	Verb. $\frac{1}{100}$ °C 3	Korr. Temp. °C 4	Berechnung 5	Refraktionsverbesserung 6
			(0–216–432) m	19^{01}–19^{14} (Uhrzeit)	
0	11,75	0	11,75	$t = 10{,}8\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
12	10,88	— 2	10,86	$\frac{dn}{dt} = -[933 \cdot 10^{-9} - 6{,}4 \cdot 10^{-9}\,(t - 20)]\,\frac{B}{760}$	
40	10,49	0	10,49		
72	10,77	— 2	10,75	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000938$	
120	10,50	— 1	10,49		
168	10,46	— 3	10,43	$r_{\Delta t} = \Delta t \cdot s \cdot \frac{dn}{dt}$; $\Delta t = \frac{m-1}{m}(t - t')$	
216	11,07	— 8	10,99		
264	10,81	+ 1	10,82	$r_{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot 432\,(-0{,}938) = -202{,}61\,\mu$	
312	10,76	— 1	10,75		
360	10,66	+ 2	10,68	$(0 - 216) = 10{,}650$	
384	10,71	— 4	10,67	$(216 - 432) = 10{,}744$	
408	10,41	+ 3	10,44		
428	10,70	0	10,70	$t - t' = -0{,}094$	+ 19,00 μ
432	11,43	+ 8	11,51		
			(0–72–216) m	19^{30}–19^{37} (Uhrzeit)	
0	11,53	0	11,53	$t = 10{,}8\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
6	11,48	+ 2	11,50	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000938$	
12	10,73	— 2	10,71		
24	10,81	+ 3	10,84	$r_{\Delta t} = \frac{2}{3} \cdot 1\,° \cdot 216\,(-0{,}938) = -135{,}07\,\mu$	
40	10,43	0	10,43		
72	10,82	— 2	10,80	$(0–72) = 10{,}761$	
120	10,29	— 1	10,28	$(72–216) = 10{,}437$	
168	10,30	— 3	10,27	$t - t' = +0{,}324$	— 43,76 μ
216	10,80	— 8	10,72		
			(0–24–72) m	19^{43}–19^{49} (Uhrzeit)	
0	11,70	0	11,70	$t = 10{,}7\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
6	11,32	+ 2	11,34	$\frac{dn}{dt} = -0{,}0000009386$	
12	10,59	— 2	10,57		
24	10,60	+ 3	10,63	$r_{\Delta t} = \frac{2}{3} \cdot 1° \cdot 72\,(-0{,}9386) = -45{,}05\,\mu$	
40	10,24	0	10,24		
56	10,13	0	10,13	$(0–24) = 10{,}919$	
72	10,54	— 2	10,52	$(24–72) = 10{,}315$	
				$t - t' = +0{,}604$	— 27,21 μ
			(0–6–24) m	20^{02}–20^{06} (Uhrzeit)	
0	11,30	0	11,30	$t = 11{,}0\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
1	11,33	+ 5	11,38	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000937$	
3	11,12	— 8	11,04		
6	11,07	+ 2	11,09	$r_{\Delta t} = \frac{3}{4} \cdot 1\,° \cdot 24\,(-0{,}937) = -16{,}866\,\mu$	
12	10,38	— 2	10,36		
24	10,78	+ 3	10,81	$(0–6) = 11{,}159$	
				$(6–24) = 10{,}632$	
				$t - t' = +0{,}527$	— 8,89 μ

Tabelle 4. (Fortsetzung)

Therm.-Stellg.	Mittel aus 4 Abl. °C	Verb. $\frac{1}{100}$ °C	Korr. Temp. °C	Berechnung	Refraktionsverbesserung
1	2	3	4	5	6
			(0–1–6) m	20^{25}–20^{28} (Uhrzeit)	
0	11,20	0	11,20	$t = 10{,}8\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
1	11,14	+ 5	11,19	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000938$	
3	10,80	— 8	10,72		
6	10,53	+ 2	10,55	$r_{\Delta t} = \frac{5}{6} \cdot 1\,° \cdot 6\,(-0{,}938) = -4{,}690\,\mu$	
				(0–1) = 11,195	
				(1–6) = 10,763	
				$t - t' = +\ 0{,}432$	— 2,03 μ
			(0–1–6) m	20^{33}–20^{36} (Uhrzeit)	
0	11,05	0	11,05	$t = 10{,}75\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
1	11,04	+ 5	11,09	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000938$	
3	10,50	— 8	10,42		
6	10,43	+ 2	10,45	$r_{\Delta t} = \frac{5}{6} \cdot 1\,° \cdot 6\,(-0{,}938) = -4{,}690\,\mu$	
				(0 — 1) = 11,070	
				(1 — 6) = 10,563	
				$t - t' = +\ 0{,}507$	— 2,378 μ
			(0–6–24) m	40^{40}–20^{44} (Uhrzeit)	
0	10,87	0	10,87	$t = 10{,}2\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
1	10,59	+ 5	10,64	$\frac{dn}{dt} = -0{,}0000009416$	
3	10,17	— 8	10,09		
6	10,10	+ 2	10,12	$r_{\Delta t} = \frac{3}{4} \cdot 1\,° \cdot 24\,(-0{,}9416) = -16{,}949\,\mu$	
12	9,22	— 2	9,20		
24	9,96	+ 3	9,99	(0– 6) = 10,300	
				(6–24) = 9,617	
				$t - t' = +\ 0{,}683$	— 11,576 μ
			(0–6–24) m	20^{48}–20^{52} (Uhrzeit)	
0	10,77	0	10,77	$t = 10{,}1\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
1	10,52	+ 5	10,57	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000942$	
3	10,07	— 8	9,99		
6	10,04	+ 2	10,06	$r_{\Delta t} = \frac{3}{4} \cdot 1\,° \cdot 24\,(-0{,}942) = -16{,}960\,\mu$	
12	9,18	— 2	9,16		
24	9,82	+ 3	9,85	(0– 6) = 10,217	
				(6–24) = 9,540	
				$t - t' = +\ 0{,}677$	— 11,482 μ
			(0–1–6) m	20^{58}–21^{01} (Uhrzeit)	
0	10,59	0	10,59	$t = 10{,}3\,°\mathrm{C}$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
1	10,40	+ 5	10,45	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000941$	
3	9,97	— 8	9,89		
6	10,14	+ 2	10,16	$r_{\Delta t} = \frac{5}{6} \cdot 1\,° \cdot 6\,(-0{,}941) = -4{,}705\,\mu$	
				(0–1) = 10,520	
				(1–6) = 10,083	
				$t - t' = +\ 0{,}437$	— 2,056 μ

Tabelle 4. (Fortsetzung)

Therm.-Stellg.	Mittel aus 4 Abl. °C	Verb. $\frac{1}{100}$ °C	Korr. Temp. °C	Berechnung	Refraktionsverbesserung
1	2	3	4	5	6
			(0–1–6) m	21^{07}–21^{09} (Uhrzeit)	
0	10,52	0	10,52	$t = 10{,}1\,°C$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
1	10,22	+ 5	10,27	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000942$	
3	9,88	— 8	9,80		
6	9,92	+ 2	9,94	$r_{\Delta t} = \frac{5}{6} \cdot 1° \cdot 6\,(-0{,}942) = -4{,}710\,\mu$	
				(0–1) = 10,395	
				(1–6) = 9,936	
				$t-t'$ = + 0,459	— 2,162 μ
			(0–6–24) m	21^{15}–21^{20} (Uhrzeit)	
0	10,08	0	10,08	$t = 9{,}5\,°C$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
1	10,00	+ 5	10,05	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000944$	
3	9,55	— 8	9,47		
6	9,61	+ 2	9,63	$r_{\Delta t} = \frac{3}{4} \cdot 1° \cdot 24\,(-0{,}944) = -17{,}025\,\mu$	
12	8,62	— 2	8,60		
24	9,15	+ 3	9,18	(0– 6) = 9,706	
				(6–24) = 8,965	
				$t-t'$ = + 0,741	— 12,616 μ
			(0–24–72) m	21^{29}–21^{35} (Uhrzeit)	
0	9,87	0	9,87	$t = 8{,}8\,°C$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
6	9,62	+ 2	9,64	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000950$	
12	8,48	— 2	8,46		
24	9,09	+ 3	9,12	$r_{\Delta t} = \frac{2}{3} \cdot 1° \cdot 72\,(-0{,}950) = -45{,}605\,\mu$	
40	8,07	0	8,07		
56	7,89	0	7,89	(0–24) = 9,096	
72	8,59	— 2	8,57	(24–72) = 8,268	
				$t-t'$ = + 0,828	— 37,76 μ
			(0–72–216) m	21^{42}–21^{53} (Uhrzeit)	
0	9,71	0	9,71	$t = 8{,}5\,°C$; $B = 718{,}7$ mm Hg	
6	9,35	+ 2	9,37	$\frac{dn}{dt} = -0{,}000000952$	
12	8,39	— 2	8,37		
24	8,73	+ 3	8,76	$r_{\Delta t} = \frac{2}{3} \cdot 1° \cdot 216\,(-0{,}952) = -137{,}074\,\mu$	
40	7,87	0	7,87		
72	8,37	— 2	8,35	(0–72) = 8,413	
120	7,78	— 1	7,77	(72–216) = 7,972	
168	7,65	— 3	7,62	$t-t'$ = + 0,441	
216	8,78	— 8	8,70		— 60,45 μ

Die Reihenfolge der Berechnung der Interferenzmessung eines Tages weicht von der zeitlichen Anordnung der Beobachtungen ab. Bei der Beobachtung beginnt und endet man mit den Interferenzen über große Entfernungen und nimmt die Beobachtungen (0 – 1 – 6) m und (0 – 6 – 24) m möglichst in die Mitte. Bei der Berechnung wird mit der

Bestimmung des Abstandes der beiden Spiegel 0 und 1 m begonnen. Hierauf erfolgt die Berechnung der Interferenzstrecke (0 – 1 – 6) m usw. Nachdem an jedem Abend die Interferenzen (0 – 1 – 6) m und (0 – 6 – 24) m von 2 Beobachtern unabhängig bestimmt werden, bildet man am besten aus allen Werten für die Entfernung (0 – 24) m einen Mittelwert und behält diesen als Ausgangswert für die weiteren Berechnungen bei. Man wird dabei die Hin- und Rückmessung eines Tages als Einheit auffassen und die beiden Meßergebnisse für Hin- und Rückmessung für eine bestimmte Entfernung mitteln, bevor man die nächste Entfernung berechnet. Nach dieser Annahme sind die Berechnungen der Interferenzmessung auf dem Münchner Normalkilometer zusammengefaßt worden. Bevor das Beispiel der Berechnung der Interferenzmessung vom 6. 10. 1958 angegeben wird, soll noch auf folgendes hingewiesen werden:

a) Bei der Berechnung des Abstandes des 0-m-Spiegels vom 1-m-Spiegel ergibt sich das Restintervall zwischen dem freien Quarzende und dem 1-m-Spiegel, das mit Hilfe der NEWTONSCHEN Ringe ausgemessen wird, nach der Formel $d = (m + \varepsilon) \cdot \lambda \frac{1}{2} \cdot$ In dieser Gleichung bedeutet m die Ordnungszahl. Sie ist gleich der Anzahl der schwarzen Kerne in den NEWTONschen Ringen bei den Ablesungen am Bogen. ε bestimmt sich nach dem Aussehen des mittleren Teils der NEWTONschen Ringe bei senkrechter Draufsicht nach folgendem Schema:

Aussehen:	Abkürzung:	Bruchteile der Ordnungszahl
Mittelschwarz	ms	0,0
Schwarzgrau od. Kleinschwarz	ks	0,2
Blendendweiß od. Großweiß	gw	0,3
Mittelweiß	mw	0,5
Weißgrau od. Kleinweiß	kw	0,7
Tiefschwarz od. Großschwarz	gs	0,8

λ schließlich ist die Wellenlänge des bei der Beobachtung verwendeten Interferenzfilters.

b) Die Kompensatoren des Münchner Interferenzkomparators hat Prof. VÄISÄLÄ achromatisiert, d. h. er hat zwei Kompensatorplatten so konstruiert, daß jeder Lichtstrahl (einfach und mehrfach reflektiert) nacheinander durch eine Kronglasplatte und eine Flintglasplatte hindurch muß. Durch Einschalten der Kompensatoren will man ein kleines Restintervall in der gegenseitigen Abstandsstellung der drei Spiegel S_O, S_Z, S_E überbrükken. Die Lichtstrahlen müssen dabei nach Durchgang durch die Kompensatoren untereinander in gleicher Phasendifferenz bleiben. Wenn ein großer Drehbereich der Kompensatoren zugelassen werden soll, müssen die Glasplatten so berechnet werden, daß das austretende weiße Licht für mindestens drei verschiedene Wellenlängen die gleiche Phasendifferenz beibehält. Diese Apochromasiebedingung berechnete VÄISÄLÄ [5] mit drei verschiedenen Wellenlängen nach folgender Gleichung:

$$[(\lambda_3 - \lambda_2)\,\psi_1 - (\lambda_3 - \lambda_1)\,\psi_2 + (\lambda_2 - \lambda_1)\,\psi_3]\,e = [(\lambda_3 - \lambda_2)\,\psi_1' - (\lambda_3 - \lambda_1)\,\psi'_2 + (\lambda_2 - \lambda_1)\,\psi'_3]\,e'.$$

Das aus dieser Gleichung zu bestimmende Verhältnis von $e : e'$ dient dann für die Dimensionierung der aus Kronglas und Flintglas bestehenden planparallelen Platten. VÄISÄLÄ wählte für Kronglas $e = 10{,}032$ mm und folglich für Flintglas $b = 5{,}020$ mm. In obiger Gleichung bedeutet ψ die Hilfsfunktion: $\psi = \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - n + 1 - \cos\alpha$.

Nachdem nun e und e' bestimmt waren, konnte VÄISÄLÄ auch die Gleichung für die optische Wegdifferenz berechnen:

$$s = \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1}[(\lambda_3\psi_1 - \lambda_1\psi_3)e - (\lambda_3\psi'_1 - \lambda_1\psi'_3)e'].$$

Für λ_3 nahm er die Wellenlänge der roten FRAUNHOFERschen Linie C: $\lambda_3 = 0{,}6563\,\mu$ und für λ_1 die Wellenlänge der FRAUNHOFERschen Linie F : $\lambda_1 = 0{,}4861\,\mu$. Diesen beiden Wellenlängen entsprechen im Kronglas die Brechungszahlen $n_C = 1{,}51485$ bzw. $n_F = 1{,}52288$ und im Flintglas $n'_C = 1{,}60911$ bzw. $n'_F = 1{,}62562$. Mit diesen Ausgangsdaten kann man zunächst ψ_1, ψ_3, ψ'_1 und ψ'_3 für jeden Einfallswinkel α berechnen und durch Einsetzen in die Gleichung für die optische Wegdifferenz s selbst bestimmen. Der einfach

Tabelle 5. Kompensatortabelle

α	$\frac{1}{2}s$	Δ_1	α	$\frac{1}{2}s$	Δ_1	α	$\frac{1}{2}s$	Δ_1	α	$\frac{1}{2}s$	Δ_1
0°	0,00	0,12	20°	47,61	5,03	40°	206,32	11,61	60°	528,02	21,83
1	0,12	0,34	21	52,64	5,30	41	217,93	12,02	61	549,85	22,46
2	0,46	0,58	22	57,94	5,58	42	229,95	12,44	62	572,31	23,12
3	1,04	0,82	23	63,52	5,86	43	242,39	12,86	63	595,43	23,77
4	1,86	1,04	24	69,38	6,14	44	255,25	13,30	64	619,20	24,45
5	2,90	1,28	25	75,52	6,45	45	268,55	13,75	65	643,65	25,13
6	4,18	1,52	26	81,97	6,74	46	282,30	14,21	66	668,78	25,83
7	5,70	1,75	27	88,71	7,04	47	296,51	14,67	67	694,61	26,53
8	7,45	1,99	28	95,75	7,36	48	311,18	15,15	68	721,14	27,25
9	9,44	2,23	29	103,11	7,66	49	326,33	15,65	69	748,39	27,97
10	11,67	2,47	30	110,77	8,00	50	341,98	16,15	70	776,36	28,71
11	14,14	2,71	31	118,77	8,31	51	358,13	16,66	71	805,07	29,46
12	16,85	2,96	32	127,08	8,66	52	374,79	17,18	72	834,53	30,21
13	19,81	3,20	33	135,74	9,00	53	391,97	17,73	73	864,74	30,97
14	23,01	3,46	34	144,74	9,34	54	409,70	18,27	74	895,71	31,74
15	26,47	3,71	35	154,08	9,70	55	427,97	18,84	75	927,45	32,51
16	30,18	3,97	36	163,78	10,07	56	446,81	19,41	76	959,96	33,29
17	34,15	4,22	37	173,85	10,44	57	466,22	19,99	77	993,25	34,08
18	38,37	4,49	38	184,29	10,82	58	486,21	20,60	78	1027,33	34,86
19	42,86	4,75	39	195,11	11,21	59	506,81	21,21	79	1062,19	35,65
20	47,61		40	206,32		60	528,02		80	1097,84	

reflektierte Strahl muß die Gesamtstrecke zweimal durchlaufen. Infolgedessen erhält man die Längsabweichung des Endspiegels gegenüber dem Vielfachen des Abstands o-Spiegel vom Zwischenspiegel zu $\frac{1}{2}s$. Für die Berechnung der halben Wegdifferenz $\frac{s}{2}$ bei der Drehung einer Kompensatorplatte um 10° gilt z. B. $\psi_1 = 0{,}005259$, $\psi_3 = 0{,}005206$, $\psi_1' = 0{,}005891$, $\psi'_3 = 0{,}005795$. Durch Einsetzen dieser Werte in die Gleichung für s erhält man $s = 23{,}328$ und $\frac{s}{2}$ wird 11,664. Prof. VÄISÄLÄ hat nun für den ganzen Drehbereich der Kompensatoren von 1° zu 1° eine Tabelle berechnet, aus der man die Werte für $\frac{s}{2}$ für jede Kompensatorstellung notfalls durch Interpolation entnehmen kann (Tabelle 5). Die in der Tabelle mitangegebenen ersten Differenzen zeigen starke Änderungen. Es emp-

fiehlt sich deshalb, bei der Auswertung einer Interferenzbeobachtung die zweiten Differenzen mitzuberücksichtigen nach der Formel

$$d_2 = -z \cdot \frac{1-z}{2} \cdot \Delta_2,$$

wobei z = Wert der Kompensatorablesung, der in Tabelle 5 interpoliert werden soll,

Δ_2 = Differenz des in Tabelle 5 angegebenen Wertes für Δ_1 und des darauf folgenden Wertes.

Selbst bei der Verwendung der Achromaten ist es jedoch zweckmäßig, die genaue Messung erst dann zu beginnen, wenn die Spiegel so in Längsrichtung zueinander eingestellt sind, daß die Interferenzerscheinung im weißen Licht bei Kompensatorstellungen von möglichst weniger als 30° sichtbar wird. Nach diesen Vorbemerkungen bringen wir in Tabelle 6 die vollständige Berechnung der Interferenzmessung vom 6. 10. 1958.

Tabelle: 6 Berechnung der Interferenzmessung v. 6. 10. 1958

1. **(0–1) m:** AB oben! Beobachter: Dr. Honkasalo

Gleichung des Quarzstabes Nr. 31[1]:

$$1\text{ m} + 43{,}77\ \mu + 0{,}421(t-20°C)\ \mu + 0{,}00\ 159(t-20)^2\ \mu - 0{,}000\ 99(B-760)\ \mu.$$

Die Wellenlänge des Filters für die Bestimmung des Abstandes Quarzstab – 1-m-Spiegel beträgt $\lambda = 0{,}583\ \mu$.

Hinsichtlich des Münchener Interferenzapparates gibt Herr Prof. VÄISÄLÄ folgende Konstanten an:

Spiegel	Nr.	Dicke	Dicke der Versilberung
(0)	82	20,024 mm	A 0,05 μ B 0,03 μ
(1)	81	20,049	A 0,04
	65	20,029	A 0,04
	63	19,996	A 0,08
	67	20,043	A 0,06
	75	20,006	B 0,04
	70	20,045	B 0,03
	74	20,047	AB 0,04

[1] Zur Länge des Quarzmeters teilte Prof. VÄISÄLÄ mit Schreiben vom 12. 12. 1958 folgendes mit:

„Betr. die Länge des von mir Ihrem Institut gelieferten Quarzmeters möchte ich folgendes mitteilen. Alle heutigen Werte der Längen meines Quarzmetersystems gründen sich auf die in Sèvres 1953 gemachte Vergleichung der Maßstäbe VIII und XI mit der Wellenlänge der grünen Linie des Quecksilberisotops Hg 198. Die Längendifferenz VIII–XI stimmt bis auf wenige 0,01 μ zusammen mit unseren relativen Vergleichungen.

Mehrere Quarzmeter wurden 1953 und laufend später miteinander und speziell mit den genannten zwei Quarzmetern verglichen. Genauigkeit bei diesen Vergleichungen $\pm$ 0,01 μ oder genauer. Als Temperatur- und Druckkoeffizient sind die Werte der Abhandlung von Kukkamäki betr. die Quarzmeter benutzt worden. Von der absoluten Genauigkeit der in Sèvres gemachten Vergleichungen kann ich keine bestimmten Zahlen angeben. Ich vermute aber, daß der Fehler unter $\pm$ 0,1 μ steht. Bekanntlich wird ja die Meterdefinition nun aus der Länge der rotgelben Linie von Isotop Kr 86 sich begründen, die Hg 198 ist aber auch sehr scharf.

Wir werden uns bemühen, um die Längen und Koeffizienten unserer Quarzmeter mit größter möglichen Genauigkeit gemäß der neuen Definition des Meters zu bestimmen. Ich bin dabei in Zusammenarbeit besonders mit PTB in Braunschweig. Wir haben nun die Apparatur zur Erzeugung der genannten Kr-Linie und wir werden in nächster Zeit neue Maßstäbe aus geschmolzenem Quarz, auch solche von ½ und ¼ Meter Länge herstellen und durch diese aus der Kr 86 direkt in Quarzmeter übergehen. Vermutlich jedoch noch schneller werden unsere neuen Endmaße von der PTB und möglicherweise in Sèvres etalloniert werden."

Dicken der Kompensatorplatten: Kron 10,032, Flint 5,020. Die Länge des Quarzmeters in + 20 °C und 760 mm Hg

$$L_0 = 1 \text{ Meter} + 43{,}77 \text{ Mikronen}$$

und in der Temperatur t und Druck B mm Hg:

$$L_0 + 0{,}421\,(t - 20) + 0{,}00159\,(t - 20)^2 - 0{,}00099\,(B - 760) \text{ Mikronen.}$$

Koeffizienten aus der Abhandlung von KUKKAMÄKI.

a) Länge des Quarzstabes (Maßstabskorrektion): = 1 m + 43,77 μ

Die Temperatur des Quarzes betrug
am Anfang der Messung:
um 20^h23^m 11,40 °C
und am Ende der Messung:
um 20^h29^m 11,35 °C.

Die Interferenzmessung erfolgte um $20^h26{,}3^m$. Diesem Zeitpunkt entspricht eine Quarztemperatur von 11,37 °C.

b) Lineare Temperaturverbesserung + 0,421 (11,37−20,00)	=	—	3,633
c) Quadratische Temperaturverbesserung 0,00159 (· 8,63²)	=	+	0,118
d) Verbesserung wegen des Barometerstandes — 0,00099 · (718,7−760)	=	+	0,041
e) Abstand: Quarzmeterende – 1 m Spiegel: Bogenmessung. Am Bogen wurde vor und nach der Interferenzmessung 5 × mittelschwarz eingestellt, am Ende war jeweils großweiß. Also: $m = 5;\ \varepsilon = 0{,}3;\ d = (m + \varepsilon)\frac{\lambda}{2} = 5{,}3 \cdot \frac{0{,}583}{2}$	=	+	1,545
f) Am Anfang der Messung war das Bild am 0-Spiegel mittelschwarz 0,0; am Ende kleinschwarz 0,2. Die Wellenlänge des weißen Lichtes ist mit 0,556 μ anzunehmen. Als Mittelwert gilt also: $\frac{0 + 0{,}2}{2} \cdot \frac{0{,}556}{2}$	=	+	0,028
Damit ergibt sich der Abstand (0–1)-m-Spiegel	=	1 m +	41,869 μ

2. (6–0) m:

a) Der (0–1)-m-Abstand wird versechsfacht:	=	6 m +	$251{,}21_4$ μ
b) Die Ablesungen am Kompensator lauteten im Mittel + 10,68 – s. S. 14 – Unter Berücksichtigung der zweiten Differenzen (Formel $d_Z = -z \cdot \frac{1-z}{2} \cdot \Delta_2$) entspricht dies (11,67 + 1,680 — 0,026)	=	+	$13{,}32_4$
c) Die Refraktionskorrektion (S. 22) ergab sich zu		—	$2{,}03_0$
Abstand: (6–0) m	=	6 m +	$262{,}50_8$ μ

3. (24–0) m:

a) Der (0–6)-m-Abstand wird vervierfacht:	=	24 m +	1050,032 μ
b) Mittel der Kompensatorablesungen: = — 11,65 (S. 14) 14,14 + $1{,}76_2$ — $0{,}02_8$		—	$15{,}87_4$ μ
c) Refraktionskorrektion (S. 21)		—	$8{,}89_0$
Abstand: $(24-0)m_H$	=	24 m +	1025,268 μ

1. (0–1) m: AB unten! Beobachter: HONKASALO

a) Maßstabskorrektion		=	1 m +	43,77 μ
b) Temperatur:	$20^h31{,}5^m$: 11,31 °C			
	$20^h37{,}0^m$: 11,29 °C			
Interferenzmessung:	$20^h34{,}1^m$: 11,30 °C			
lineare Temperat.Verb.:	— 0,421 · 8,70		—	3,663
c) quadrat. Temperat.Verb.:	0,00159 · $8{,}70^2$		+	0,120
d) Barometer:			+	0,041
e) Bogenablesung: vorher 7,3, nachher 7,3	$7{,}3 \cdot \frac{0.583}{2}$		+	2,128
(0–1) m		=	1 m +	42,396 μ

2. (0–6) m:

a) 6 · (0–1) m:	=	6 m +	254,376 μ
b) Kompensator: Mittelwert + 10,35 → 11,67 + 0,864 — 0,027		+	12,507
c) Refraktion:		—	2,378
(0–6) m	=	6 m +	264,505 μ

3. (0–24) m:

a) 4 · (0–6) m:	=	24 m +	1058,020 μ
b) Kompensator: Mittelwert – 12,95 → 16,85 + 2,812 — 0,006		—	$19{,}65_6$
c) Refraktion:		—	$11{,}57_6$
(0–24) m_H	=	24 m +	1026,788 μ

1. (0–1) m: AB unten! Beobachter: EICHHORN

a) Maßstabskorrektion		=	1 m +	43,77 μ
b) Temperatur:	$20^h51{,}1^m$ 10,84 °C			
	$21^h00{,}0^m$ 10,77 °C			
Interferenzmessung:	$20^h58{,}4^m$ 10,78 °C			
lineare Temperaturverb.:	(0,421 · 9,22)		—	3,882
c) quadrat. Temperaturverb.:	(0,00159 · $9{,}22^2$)		+	0,135
d) Barometer:	(0,00099 · 41,3)		+	0,041
e) Bogen: vorher: 1,2, nachher 1,0	1,1 · 0,2915		+	0,321
(0–1) m		=	1 m +	40,385 μ

2. (6–0) m:

a) 6 · (0–1) m:	=	6 m +	242,310 μ
b) Kompensator: Mittelwert: + $14{,}12_5$ (23,01 + 0,432 — 0,014)		+	23,428
c) Refraktion:		—	2,056
(6–0) m	=	6 m +	263,682 μ

3. (24–0) m:

a) 4 · (6–0) m:	=	24 m +	1054,728 μ
b) Kompensator: Mittelwert: — 12,19 (16,85 + 0,562 — 0,018)		—	17,394
c) Refraktion:		—	$11{,}48_2$
(24–0) m_E	=	24 m +	1025,852 μ

1. **(0–1) m:** AB oben! Beobachter: EICHHORN

a) Maßstabskorrektion:			= 1 m +	43,77 μ
b) Temperatur:	$21^h05{,}8^m$	10,76 °C		
	$21^h11{,}8^m$	10,65 °C		
Interferenzmessung:	$21^h09{,}2^m$	10,70 °C		
lineare Temperaturverb.:	(— 0,421 · 9,30)		—	3,915
c) quadrat. Temperaturverb.:	(0,00159 · $9{,}31^2$)		+	0,138
d) Barometerverb.:			+	0,041
e) Bogenablesung: vorher 15,0 / nachher 14,8	14,9 · 0,2915		+	4,343
(0–1) m			= 1 m +	44,377 μ

2. **(0–6) m:**

a) 6 · (0–1) m:		= 6 m +	266,262 μ
b) Kompensator: Mittelwert — 0,7 (0,00 + 0,084 — 0,023)		—	$0{,}06_1$
c) Refraktion:		—	2,162
(0–6) m		= 6 m +	264,039 μ

3. **(0–24) m:**

a) 4 · (0–6) m:		= 24 m +	1056,156 μ
b) Kompensator: Mittelwert (19,81 + 0,320 — $0{,}01_2$)	— 13,10	—	20,118
c) Refraktion:		—	$12{,}61_6$
(0–24) m_E		= 24 m +	1023,422 μ

Auswertung durch Zusammenfassung der Hin- und Rückmessung

Die Einzelmessungen für die Interferenz (0–24 m) ergaben:

Beobachter	Strecke	Entfernung	v	vv
HONKASALO	(24–0)	24 m + 1025,268 μ	+ 0,1 μ	0,01 μ^2
HONKASALO	(0–24)	24 m + 1026,788 μ	— 1,5 μ	2,25 μ^2
EICHHORN	(24–0)	24 m + 1025,852 μ	— 0,5 μ	0,25 μ^2
EICHHORN	(0–24)	24 m + 1023,422 μ	+ 1,9 μ	3,61 μ^2
	$(0–24)_M$	24 m + 1025,332 μ ± 0,715 μ	0,0 μ	6,12 μ^2

4a) **(72–0) m:**

a) 3 · $(0–24)_M$		= 72 m +	3076,00 μ
b) Kompensatormittelwert: 75,52 + 1,22 — 0,02	+ 25,19	+	76,72
c) Refraktion		—	27,21
(72–0) m		= 72 m +	3125,51 μ

4b) **(0–72) m:**		
a) $3 \cdot (0-24)_M$		= 72 m + 3076,00 μ
b) Kompensatormittelwert: + 25,375		
75,52 + 2,42 — 0,03		+ 77,91
c) Refraktion		— 37,76
	(0–72) m	= 72 m + 3116,15 μ
4c) Mittelwert:	(0–72) m	= 72 m + 3120,83 μ
5a) **(216–0) m:**		
a) $3 \cdot (0-72)_M$:		= 216 m + 9362,49 μ
b) Kompensator: Mittelwert + 19,60		
42,86 + 2,85 — 0,03		+ 45,68
c) Refraktion:		— 43,76
	(216–0) m	= 216 m + 9364,41 μ
5b) **(0–216) m:**		
a) $3 \cdot (0-72)_M$:		= 216 m + 9362,49 μ
b) Kompensator: Mittelwert + 21,48		
52,64 + 2,54 — 0,03		+ 55,15
c) Refraktion:		— 60,45
	(0–216) m	= 216 m + 9357,19 μ
5c) Mittelwert:	(0–216) m	= 216 m + 9360,80 μ
6. **(432–0) m:**		
a) $2 \cdot (0-216)_M$:		= 432 m + 18721,60 μ
b) Kompensator: Mittelwert — 39,42		
195,11 + 4,71 — 0,05		— 199,77
c) Refraktion:		+ 19,05
	(0–432) m	= 432 m + 18540,88 μ

8. AUSWERTUNG DER INTERFERENZMESSUNG DER SÜDHÄLFTE DER MÜNCHNER NORMALSTRECKE

In gleicher Weise wie das eben angegebene Beispiel wurden die Interferenzmessungen für sämtliche Beobachtungstage berechnet. Für die Endauswertung wurden alle Interferenzmessungen auf feste Punkte (Zentrierstangen) auf den einzelnen Pfeilern bezogen. Mit Hilfe des Zentrierapparates (= Mikrometerschraube in fester Verbindung mit einer genauen Röhrenlibelle) kann die jeweilige Spiegellage auf die Zentrierstange bezogen werden. Diese Zentrierablesungen sind bei jeder Interferenzmessung vorgenommen worden. Nach Berücksichtigung dieser Spiegelzentrierungen ist es möglich, die Ergebnisse der Interferenzmessung der einzelnen Tage zu vergleichen. Befindet sich die Zentrierstange in Meß-

richtung immer auf ein und derselben Spiegelseite, dann gehen lediglich die Differenzen der Ablesungen an der Mikrometerschraube in das Meßergebnis ein und die Lage des Nullpunktes des Zentrierapparates und die Spiegeldicke spielen keine Rolle. Nachdem am o-m-Spiegel die eine Seite für die Herstellung des optischen Kontakts mit dem Quarzstab frei bleiben muß, ordnet man im allgemeinen die Zentrierstange vor dem Spiegel in Meßrichtung an.

Auf dem Münchener Normalkilometer konnte dieses Prinzip nicht immer berücksichtigt werden, weil die Gesamtstrecke in zwei Teilen (Nord- und Südhälfte) gemessen werden sollte. Somit ist in der Mitte bei 432 m einmal die Zentrierstange in Messungsrichtung vor dem Spiegel (bei der Messung der Nordhälfte) und einmal hinter dem Spiegel (bei der Messung der Südhälfte). Würde der Münchener Normalkilometer in seiner Gesamtlänge auf einmal interferometrisch bestimmt, dann befände sich beim Spiegel 864 die Zentrierstange hinter dem Spiegel. Bei einer derartigen Situation sind die Zentrierablesungen auf ganz bestimmte Ausgangsdaten zu beziehen. Als Beispiel bringen wir hierzu die Zentrierablesungen für die o- und 432-m-Spiegel zum Zeitpunkt der großen Schlußlotungen. In Tabelle 7 sind die Mittelwerte und ihre Unsicherheiten nach dem einfachen arithmetischen Mittel, d. h. gleichgewichtig bestimmt. Den vorliegenden Beobachtungen entspricht diese Annahme völlig. Im allgemeinen empfiehlt es sich aber, bei der Berechnung der Gesamtentfernung Gewichte für die einzelnen Meßtage einzuführen.

Bei der Gewichtsfestsetzung werden hauptsächlich zwei Gesichtspunkte berücksichtigt. Zum einen besitzt ein Meßtag dann ein höheres Gewicht, wenn die Messungen vollständig hin und zurück ausgeführt wurden, zum anderen, wenn die Temperatur während der eigentlichen Interferenzmessung möglichst konstant geblieben ist. Für die Berechnung des Gewichts gilt deshalb die Annahme $p = \frac{n}{[\Delta t]}$, wobei n die Anzahl der gemessenen Interferenzstrecken und $[\Delta t]$ die Summe der maximalen Temperaturabweichungen je Interferenzstrecke bezeichnen. Nach dieser Gewichtsannahme wird dann das allgemeine arithmetische Mittel berechnet (Tabelle 8).

Der Vergleich zwischen dem einfachen arithmetischen Mittel und dem allgemeinen arithmetischen Mittel zeigt, daß der Unterschied der Mittelwerte nur 4 μ beträgt und somit innerhalb des berechneten mittleren Fehlers von $\pm$ 20 μ liegt.

Werden Hin- und Rückgang der Interferenzmessung als zwei getrennte Beobachtungen aufgefaßt, so erhält man die Ergebnisse der Tabelle 9. Auf diese Weise ergeben sich bei gleicher Anzahl der Beobachtungen nahezu dieselben Mittelwerte wie beim ersten Verfahren. Das zweite Berechnungsverfahren hat den prinzipiellen Nachteil, daß es nur die bis zum Endintervall ausgeführten Messungen berücksichtigt. Gelingt es nicht, die Hin- und Rückmessung bis zur gleichen Entfernung auszuführen, gehen für die Distanzen, die nur einmal gemessen werden konnten, die Werte der nicht zu Ende geführten Gegenbeobachtungen nicht in die Rechnung ein.

In Tabelle 7 bedeuten:

(o.i) = Meßentfernung o-m-Spiegel–Endspiegel in Entfernung i;

1. Beobachter: Der Beobachter, der die Interferenzen von der größten Distanz bis nach (o–6) m und wieder zurück nach Möglichkeit bis zur größten Distanz aufsucht und die entsprechenden Kompensatorstellungen angibt.

2. Beobachter: Der Beobachter, der zur Erhöhung der Genauigkeit die Interferenzen (o–6–24) m und (o–1–6) m einschließlich der Ablesungen am Quarzstab hin und zurück unabhängig vom 1. Beobachter ausführt.

J = reine Interferenzmessung

Z_o = Zentrierablesung am o-m-Spiegel

Z_i = Zentrierablesung am i-m-Spiegel

Tabelle 7. Zusammenstellung der Ergebnisse der Interferenzmessung auf der Südhälfte des Münchener Normalkilometers

Tag		(0.6)	(0.24)	(0.72)	(0.216)	(0.432)	
		Beobachter: 1. HONKASALO; 2. EICHHORN					
6. 10.	J	+ 264	+ 1025	+ 3121	+ 9361	+ 18541	+ 18541
	Z_o	36292	36292	36292	36292	36292	— 20
	Z_i	31493	28761	37503	22248	— 31603	+ 9
	$\Delta Z = Z_i - Z_o$	— 4799	— 7531	+ 1211	— 14044		+ 29
	$J - \Delta Z$	+ 5063	+ 8556	+ 1910	+ 23405		+ 18512
	v	+ 15	+ 22,5	+ 7	+ 34		+ 24
	vv	225	506	49	1156		576
		Beobachter: 1. HONKASALO; 2. EICHHORN					
7. 10.	J	+ 263	+ 1015	+ 3125	+ 9368	+ 18539	+ 18539
	Z_o	36307	36307	36307	36307	36307	— 5
	Z_i	31488	28735	37519	22226	— 31579	+ 33
	ΔZ	— 4819	— 7572	+ 1212	— 14081		+ 38
	$J - \Delta Z$	+ 5082	+ 8587	+ 1913	+ 23449		+ 18501
	v	— 4	— 8,5	+ 4	— 10		+ 35
	vv	16	72	16	100		1225
		Beobachter: 1. EICHHORN; 2. HONKASALO					
8. 10.	J	+ 258	+ 1032	+ 3120	+ 9399	+ 18611	+ 18611
	Z_o	36300	36300	36300	36300	36300	— 12
	Z_i	31476	28758	37504	22237	— 31590	+ 22
	ΔZ	— 4824	— 7542	+ 1204	— 14063		+ 34
	$J - \Delta Z$	+ 5082	+ 8574	+ 1916	+ 23462		+ 18577
	v	— 4	+ 4,5	+ 1	— 23		— 41
	vv	16	20	1	529		1681
		Beobachter: 1. HONKASALO; 2. EICHHORN					
9. 10.	J	+ 267	+ 1043	+ 3140	+ 9372	+ 18551	+ 18551
	Z_o	36312	36312	36312	36312	36312	0
	Z_i	31494	28758	37523	22243	— 31616	— 4
	ΔZ	— 4818	— 7554	+ 1211	— 14069		— 4
	$J - \Delta Z$	+ 5085	+ 8597	+ 1929	+ 23441		+ 18555
	v	— 7	— 18,5	— 12	— 2		— 19
	vv	49	343	144	4		361
Einf. Mittel		+ 5078	+ 8578,5	+ 1917	+ 23439		+ 18536
m		± 5,1	± 8,9	± 4,2	± 12,2		± 17,9
$[vv]$		306	941	210	1789		3843

Von (0.6) bis (0.216) beziehen sich die Werte $J - \Delta Z$ auf die Abstände der Zentrierstangen, bei (0.432) auf die Zentrierablesungen bei 0: 36312 bzw. bei 432: 31612.

Alle Zahlenangaben mit Ausnahme der Werte für vv haben die Dimension μ.

Tabelle 8a. Berechnung der Gewichte für (864–432) m

	6. 10.	7. 10.	8. 10.	9. 10.
(0.6)	0,72	0,50	0,35	0,43
(0.24)	1,67	0,67	0,73	1,22
(0.72)	1,98	0,59	0,52	1,13
(0.216)	2,09	0,47	0,39	1,15
(0.432)	1,32	0,52	0,48	1,53
$[\Delta t]$	7,78	2,75	2,47	5,46
n	9	10	10	9
$p = \frac{n}{[\Delta t]}$	1,16	3,64	4,05	1,65

n = Anzahl der gemessenen Interferenzintervalle.

Tabelle 8b. Allgemeines arithmetisches Mittel für (864–432) m

Nr.	l	Δl	p	$p \cdot \Delta l$	v	pv	pvv
1	+ 18512	+ 12	1,16	+ 13,9	+ 28	+ 32,5	910
2	18501	+ 1	3,64	+ 3,6	+ 39	+ 142,0	5538
3	18577	+ 77	4,05	+ 311,8	— 37	— 149,8	5543
4	18555	+ 55	1,65	+ 90,8	— 15	— 24,8	372
	+ 18540		10,50	+ 420,1		— 0,1	12363

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{12363}{3}} = \pm 64{,}0\,\mu \qquad m_x = \pm \sqrt{\frac{64{,}0}{10{,}50}} = \pm 19{,}8\,\mu$$

Tabelle 9. Auswertung der Beobachtungen; Hin- und Rückmessung getrennt:

1. Entfernung: (0–6) m

Nr.	Tag	Beob.	Interferenz J	Zentrierung z	$J + Z$	v	vv
1	6. 10.	H	264	+ 4799	5063	+ 15	225
2	6. 10.	E	264	+ 4799	5063	+ 15	225
3	7. 10.	H	263	+ 4819	5082	— 4	16
4	7. 10.	E	263	+ 4819	5082	— 4	16
5	8. 10.	E	259	+ 4824	5083	— 5	25
6	8. 10.	H	257	+ 4824	5081	— 3	9
7	9. 10.	H	267	+ 4818	5085	— 7	49
8	9. 10.	E	267	+ 4818	5085	— 7	49
							614

Mittel: (0–6) m = 6 m + 5078 μ

m = ± 3,3 μ

Tabelle 9. (Fortsetzung)

2. Entfernung: (0–24) m

Nr.	Tag	Beob.	Interferenz J	Zentrierung z	$J + z$	v	vv
1	6. 10.	H	1026	+ 7531	8557	+ 21	441
2	6. 10.	E	1025	+ 7531	8556	+ 22	484
3	7. 10.	H	1016	+ 7572	8588	— 10	100
4	7. 10.	E	1015	+ 7572	8587	— 9	81
5	8. 10.	E	1036	+ 7542	8578	0	0
6	8. 10.	H	1028	+ 7542	8570	+ 8	64
7	9. 10.	H	1044	+ 7554	8598	— 20	400
8	9. 10.	E	1039	+ 7554	8593	— 15	225
							1795

Mittel: (0–24) m = 24 m + 8578 μ
m = ± 5,7 μ

3. Entfernung: (0–72) m Beobachter: HONKASALO

Nr.	Tag	Interferenz J	Zentrierung z	$J + z$	v	vv
1	6. 10.	3128	— 1211	1917	— 1	1
2	6. 10.	3114	— 1211	1903	+ 13	169
3	7. 10.	3126	— 1212	1914	+ 2	4
4	7. 10.	3124	— 1212	1912	+ 4	16
5	8. 10.	3131	— 1204	1927	— 11	121
6	8. 10.	3108	— 1204	1904	+ 12	144
7	9. 10.	3141	— 1211	1930	— 14	196
8	9. 10.	3130	— 1211	1919	— 3	9
						660

Mittel: (0–72) m = 72 m + 1916 μ ± 3,4 μ

4. Entfernung: (0–216) m Beobachter: HONKASALO

Nr.	Tag	Interferenz J	Zentrierung z	$J + z$	v	vv
1	6. 10.	9384	+ 14044	23428	+ 7	49
2	6. 10.	9337	14044	381	+ 54	2916
3	7. 10.	9374	14081	455	— 20	400
4	7. 10.	9360	14081	441	— 6	36
5	8. 10.	9436	14063	499	— 64	4096
6	8. 10.	9361	14063	424	+ 11	121
7	9. 10.	9372	14069	441	— 6	36
8	9. 10.	9345	14069	414	+ 21	441
						8095

Mittel: (0–216) m = 216 m + 23435 μ
± 12,0 μ

Tabelle 9. (Fortsetzung)

5. Entfernung: (0–432) m Beobachter: HONKASALO

Nr.	Tag	Interferenz J	Zentrierung z	$J + z$	v	vv
1	6. 10.	18589	— 29	18560	— 24	576
2	7. 10.	18548	— 38	510	+ 26	676
3	7. 10.	18527	— 38	489	+ 47	2209
4	8. 10.	18684	— 34	650	— 114	12996
5	8. 10.	18538	— 34	504	+ 32	1024
6	9. 10.	18498	+ 4	502	+ 34	1156
						18637

Mittel: (0–432) m = 432 m + 18536 μ
$\pm$ 18 μ

Als endgültiges Ergebnis der reinen Interferenzmessung der südlichen Hälfte des Münchener Normalkilometers gilt deshalb:

$$432018540\,\mu \pm 20\,\mu.$$

Dieses Ergebnis soll auf den Abstand von Spiegelmitte 0 zu Spiegelmitte 432 bezogen werden. Zur Überführung der reinen Interferenzergebnisse auf diesen Abstand berechnet man folgende Korrektionen:

a) Die reine Interferenzmessung bezieht sich auf den Abstand der einander zugekehrten Spiegelseiten des 0-m-Spiegels und des Spiegels bei 432 m. Infolgedessen sind die Hälften der Spiegeldicken beider Spiegel zum Meßergebnis zu addieren. Nach Mitteilung von Professor VÄISÄLÄ beträgt die Hälfte der Spiegeldicke des 0-m-Spiegels – Spiegel Nr. 82 – 10012 μ. Die Hälfte der Spiegeldicke des Spiegels bei 432 m – Spiegel Nr. 74 – beträgt 10023 μ

b) Der Abstand (0–1) wurde mit Quarzstab und NEWTONschen Ringen in den Mitten beider Spiegel beobachtet, in denen kein Spiegelbelag vorhanden ist, während für die Interferenzen der Abstand von Oberfläche (Spiegelbelag beim 0-m-Spiegel) zu Oberfläche (Spiegelbelag beim 1-m-Spiegel) gilt. Die bisherige Vernachlässigung der Dicke des Spiegelbelages bewirkt einen systematischen Fehler, der alle gemessenen Entfernungen zu groß angibt. Nach VÄISÄLÄ beträgt die Dicke der Versilberung beim 0-m-Spiegel 0,03 μ, beim 1-m-Spiegel 0,04 μ. Für die Vergrößerung des 1-m-Intervalls auf 432 m bedingt dies eine Verbesserung von $-0{,}07 \cdot 432 = -30{,}2\,\mu$.

c) Bei der Berechnung des Refraktionseinflusses hatten wir bisher nur den Temperaturgradienten innerhalb der unmittelbaren Meßzeit berücksichtigt und stillschweigend angenommen, daß sich auf der Interferenzstrecke während der Beobachtung der Luftdruck nicht wesentlich ändert. Diese Annahme trifft bei einer horizontalen Interferenzstrecke durchaus zu. Beim Münchener Normalkilometer liegt aber der Spiegel bei 864 m um 2,017 m höher als der Spiegel bei 432 m. Dieser Höhenunterschied bedingt wegen des damit verbundenen Luftdruckunterschiedes einen systematischen Fehler. Der Einfluß des Luftdruckunterschiedes auf die Refraktion berechnet sich nach der Formel von Kukkamäki:

$$dn = (0{,}000\,000\,385 - 0{,}000\,000\,0014\,t)\,dB.$$

Diese Refraktionsänderung bewirkt eine Längenänderung von $r_{dB} = s \cdot dn$. dB bestimmt sich in dieser Gleichung auf Grund der barometrischen Höhenstufe, die bei $t = 11°$ C und $B = 720$ mm 11,59 m beträgt, zu $dB = -0{,}087$. (Das gilt für den mittleren Höhenunterschied von — 1,008 m).

Somit erhält man $r_{dB} = (0{,}385 - 0{,}0014 \cdot 11) \cdot (-0{,}087) \cdot 432 = -13{,}9\,\mu$.

Der Abstand der Spiegelmitte 864–432 ergibt sich nunmehr zu:

1.	Ergebnisse der reinen Interferenzmessung:	+ 432018540 μ ± 20 μ
2.	Hälfte der Spiegeldicke des 864-m-Spiegels	+ 10012
	Hälfte der Spiegeldicke des 432-m-Spiegels	+ 10023
3.	Korrektion wegen der Dicke des Spiegelbelags am 0-m- und 1-m-Spiegel	— 30
4.	Korrektion wegen des Luftdruckunterschiedes längs des Lichtwegs	— 14

Abstand: Spiegelmitte 864–Spiegelmitte 432 = 432038531 μ ± 20 μ

9. ÜBERTRAGUNGSMESSUNG

Die Beobachtung und Berechnung der Lichtinterferenzen und des Abstandes zweier Spiegel ist jedoch nur ein Teil der gestellten Aufgabe. Um von einer Vergleichsstrecke sprechen zu können, ist es notwendig, andere Meßgeräte, im vorliegenden Fall 24 m lange Invardrähte, mit der Interferenzmessung in Verbindung zu bringen. Dabei wird es nur selten möglich sein, Interferenzmessung und Drahtmessung zeitlich zusammenhängend auszuführen. Man muß also die Ergebnisse der Interferenzmessung auf unterirdische Festlegungen beziehen, von denen man annimmt, daß sie sich möglichst wenig ändern. Andererseits sollen diese Festlegungen ohne allzugroße Schwierigkeiten in die Drahtmessung einbezogen werden können. Sie wurden daher unter die Endpunkte und den Mittelpunkt (432 m) der Invardrahtstrecke verlegt. Sie sind bei der Münchener Normalstrecke in der gleichen Weise ausgeführt wie die Festlegungen für die End- und Zwischenpunkte einer Grundlinie (Fig. 11). Die Lage der JÄDERINzapfen über den unterirdischen Festlegungen, an die die Drahtmessungen angeschlossen werden, wird nach dem bekannten Verfahren der großen Lotung (BESSELsche Lotung) bestimmt. Die unterirdischen Festlegungen wurden senkrecht zur Richtung der Interferenzstrecke in einem Abstand von etwa 2,5 m verlegt. Höhenmäßig liegen sie etwa 2,0–2,5 m, beim Pfeiler 432 sogar etwa 4 m, unter dem Lichtstrahlenbündel der Interferenzmessung. Eine direkte Sichtverbindung zwischen unterirdischer Festlegung und Spiegelmitte ist nicht gegeben. Die zu treffende Beobachtungsanordnung für die Übertragungsmessung richtet sich nun in erster Linie nach den vorliegenden Geländeverhältnissen. Die Finnen haben in einer ähnlichen Situation für die Übertragungsbestimmung folgendes Verfahren entwickelt.

a) Finnisches Verfahren: Die für das Finnische Verfahren geltende Beobachtungsanordnung ist aus nebenstehender Skizze Fig. 12 ersichtlich.

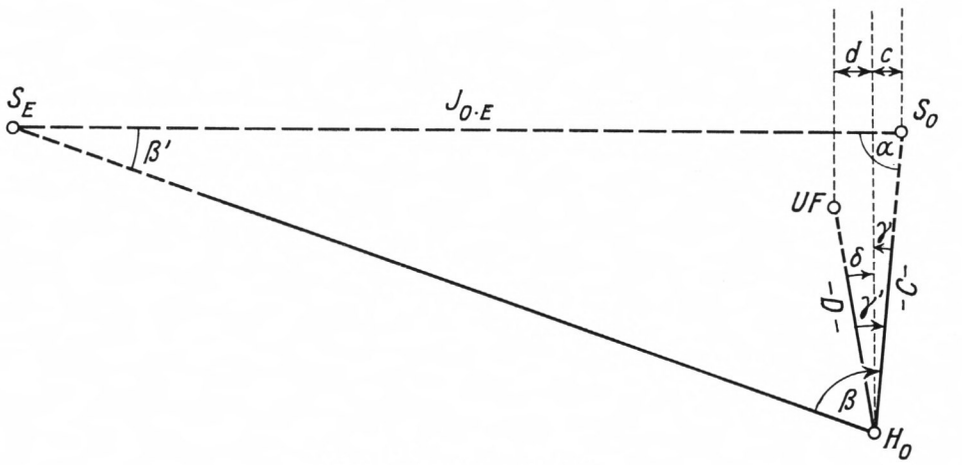

Fig. 12. Finnisches Verfahren

Man wählt einen Hilfspunkt H_0 möglichst genau senkrecht zur Meßrichtung in einem Abstand von etwa 8 m, besetzt ihn mit einem Präzisionstheodoliten und mißt die Richtungen nach einem der unterirdischen Festlegung (UF) zugehörigen Spiegel (S_0) und einem möglichst weit entfernten Spiegel (S_e) der Interferenzstrecke und erhält damit die Winkel β und γ'. Gesucht ist der Abstand UF–S_0 in der Meßrichtung oder nach der Figur die Strecke $d + c$. Neben dieser Richtungsbeobachtung müssen noch die Abstände H_0–UF $= D$ und H_0–S_0 $= C$ bestimmt werden. Die Entfernung der beiden Spiegel S_0–$S_E = J_{0E}$ entnimmt man der Interferenzmessung.

Die Auswertung dieser Beobachtungen geschieht dann in folgender Reihenfolge:

1. In dem nahezu rechtwinklig spitzwinkligen Dreieck $H_0\, S_E\, S_0$ berechnet man den Winkel in $S_E = \beta'$ aus $tg\, \beta' = \frac{C}{J_{0E}}$.
2. Zusammen mit dem beobachteten Winkel $S_0 H S_E = \beta$ findet man den Winkel $S_E\, S_0\, H_0$ $= \alpha$ durch Ergänzung: $\alpha = 180° - (\beta + \beta')$.
3. Die Abweichung $\gamma = 90° - \alpha$ des Winkels α von einem rechten Winkel ergibt den Winkel γ.
4. Die Differenz des beobachteten Winkels $UF\, H_0\, S_0 = \gamma'$ und des Winkels γ ergibt den Winkel δ im Sinne $\delta = \gamma' - \gamma$.
5. Der Abstand des Hilfspunktes H_0 von S_0 in der Meßrichtung der Interferenzstrecke wird berechnet aus $c = C \cdot \frac{\gamma}{\rho}$.
6. In gleicher Weise ergibt sich der Wert d aus $d = D \cdot \frac{\delta}{\rho}$.

Um die erforderliche Genauigkeit zu erreichen, dürfen die folgenden mittleren Fehler nicht überschritten werden:

$$m_c \leqq 0{,}5 \text{ mm}$$
$$m_{J_{0E}} \leqq 29 \text{ mm}.$$

Diese Werte ergeben sich aus nachstehender Überlegung:

$$\operatorname{tg}\beta' = \frac{C}{J_{0E}}\,;\quad \frac{1}{\cos^2\beta'}\cdot d\beta' = \frac{dC}{J_{0E}} - \frac{C}{J_{0E}^2}\cdot dJ_{0E}$$

$$m\beta' = \pm\sqrt{\frac{\cos^4\beta'}{J_{0E}^2}\cdot m_C^2 + \frac{\cos^4\beta'\cdot C^2}{J_{0E}^4}\cdot m_{J_{0E}}^2}$$

$$\cos^4\beta' \to 1;\ \varrho^{cc} = 636620;\ C \approx 8\text{m};\ J_{0E} \approx 432\text{ m}.$$

$$m\beta'^{cc} = \pm\sqrt{2\cdot m_{C(\text{mm})}^2 + 6\cdot 10^{-4}\cdot m_{J_{0E}(\text{mm})}^2}$$

Soll $m\beta' \leqq 1^{cc}$ sein, so muß

$$2\cdot m_c^2 \leqq \frac{1}{2};\quad m_c \leqq 0{,}5\text{ mm},$$

$$6\cdot 10^{-4}\cdot m_{J_{0E}}^2 \leqq \frac{1}{2};\quad m_{J_{0E}} \leqq 29\text{ mm sein}.$$

Der mittlere Fehler der Zentrierungsverbesserung wird durch eine strenge Fehlerableitung nach Richtungen berechnet:

$$c + d = C\cdot\frac{\gamma}{\varrho} + D\cdot\frac{\delta}{\varrho},\ \text{wobei}\ \gamma = 90^\circ - \alpha;\ \delta = \gamma' - \gamma;\ \alpha = 180^\circ - (\beta + \beta');$$

$$\beta' = f(C, J_{0E})\ \text{Siehe oben!}$$

$$c + d = \frac{C}{\varrho}\,[90^\circ - (180^\circ - \beta - \beta')] + \frac{D}{\varrho}\,[\gamma' - (90^\circ - 180^\circ + \beta + \beta')]$$

$$= \frac{1}{\varrho}\,[C\cdot(1 - 3 + \beta' - 90^\circ) + D\,(\underline{1} - 2 - \underline{1} + 3 - \beta' + 90^\circ)].$$

C und D werden fehlerfrei angenommen.

$$m_{(c+d)}^2 = \frac{1}{\varrho^2}\,[(C^2 m_1^2 + D^2 m_2^2 + (D - C)^2 m_3^2 + (C - D)^2 m_{\beta'}^2];\ m_1^2 = m_2^2 = m_3^2 = m_{H_0}^2;$$

$$m_{(c+d)} = \pm\frac{1}{\varrho}\cdot\sqrt{m_{H_0}^2\,(C^2 + D^2) + (C - D)^2\,(m_{H_0}^2 + m_{\beta'}^2)}.$$

Das Verfahren ist denkbar einfach. Bei der praktischen Durchführung ergeben sich wie auch bei allen anderen Verfahren besondere Schwierigkeiten aus der Forderung, daß das Übertragungsverfahren die Genauigkeit der Interferenzmessung nicht verschlechtern soll. Es muß bei der Übertragungsmessung dieselbe Genauigkeit wie bei der Interferenzmessung oder zahlenmäßig eine Genauigkeit für jede Übertragungsmessung von etwa ± 0,02 mm eingehalten werden. Bei einer derartig hohen Genauigkeitsforderung muß man auf die Instrumentenaufstellung und auf die Ausbildung der Zielpunkte große Sorgfalt verwenden. Bei der Durchführung der Richtungsbeobachtung treten normalerweise bei der Sicht nach den unterirdischen Festlegungen größere Zenitdistanzen auf und ein Aufstel-

lungsfehler des Instruments kann sich stark auswirken. Nachdem er durch die reine Messungsanordnung nicht elimiert werden kann, muß das Instrument eine genaue Alhidadenlibelle oder Kippachsenlibelle besitzen, deren Ablesungen bei den stark geneigten Visuren

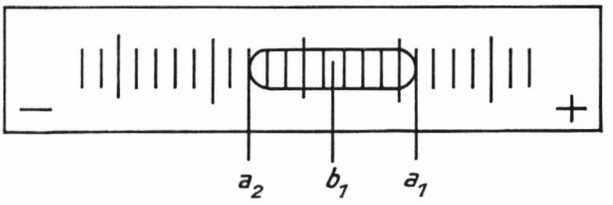

Fig. 13

notiert und bei der Auswertung rechnerisch berücksichtigt werden müssen: Sowohl in Lage I als auch in Lage II des Theodolits soll bei der Libelle rechts „+" und links „—" sein. Dann gilt (Fig. 13):

$$\text{Lage I:}\quad b_1 = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

$$\text{Lage II:}\quad b_2 = \frac{a_1' + a_2'}{2}$$

$$v = \left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right) \cdot p'' \cdot \operatorname{tg} h$$

$$\varphi = \varphi' - v$$

a_1, a_2 = Libellenenden in Fernrohrlage I
a_1', a_2' = Libellenenden in Fernrohrlage II
b_1, b_2 = Libellenmitte in Fernrohrlage I bzw. II
p'' = Teilwert der Libelle
h = Höhenwinkel des Zielstrahls

Wegen der umständlichen Rechnung ist es besser, im Feld mehr Zeit für das Einspielen der Libelle zu verwenden und dadurch den Fehler zu eliminieren.

Für die Erfassung der Zielpunkte hat man besondere Hilfsgeräte gebaut. Diese bestehen für die Kennzeichnung der eindeutigen Lage der unterirdischen Festlegung in einem Lotstab, dessen Spitze in die Bohrung der unterirdischen Vermarkung gesetzt und durch ein Paar kreuzweis angeordneter Libellen senkrecht aufgestellt werden kann. Zur Erfassung der Spiegelmitte setzt man auf die Spiegelspitze einen Bügel, der in der Mitte der Spiegeloberfläche mit einem Endstab den Spiegel berührt. Mittels der Versilberung des Spiegels kann der Stab sowohl horizontal als auch in die Meßrichtung ausgerichtet werden. Der Stab trägt einen feinen senkrechten Strich, der als Zielpunkt dient. Man beobachtet nach diesem Zielpunkt, der nacheinander auf beiden Seiten des Spiegels angebracht werden kann. Durch Mittelbildung der entsprechenden Richtungen erhält man in einfacher Weise die Spiegelmitte.

b) Münchener Verfahren: Das Finnische Verfahren besitzt jedoch einen Nachteil, der seine Anwendung auf der Münchner Normalstrecke unmöglich macht. Dieser Nach-

teil besteht in der notwendigen Sichtverbindung zwischen dem Hilfspunkt H_0 und einem möglichst weit entfernten Spiegel S_e. Auf der Westseite der Interferenzstrecke kommt unmittelbar nach den JÄDERINpfeilern die Waldgrenze. Man war also gezwungen, dieses Hindernis zu umgehen. Aus dieser Situation heraus entstand ein anderes Übertragungsverfahren. Es erfordert allerdings einen größeren Beobachtungsaufwand als das Finnische und beruht auf dem Vorschlag von Professor KNEISSL, den Winkel α im Spiegel S_0 direkt zu messen. Dazu wurde in den Werkstätten des Geodätischen Instituts der Technischen Hochschule München ein massives Pfeilerstativ gebaut, das eine Instrumentenaufstellung unmittelbar über der Spiegelspitze ermöglicht. Die Restabweichung der Theodolitachse von der wahren Spiegelmitte kann durch 2 Instrumentenaufstellungen H_0 und H_0' bestimmt und rechnerisch berücksichtigt werden. Eine Prinzipskizze zeigt Figur 14.

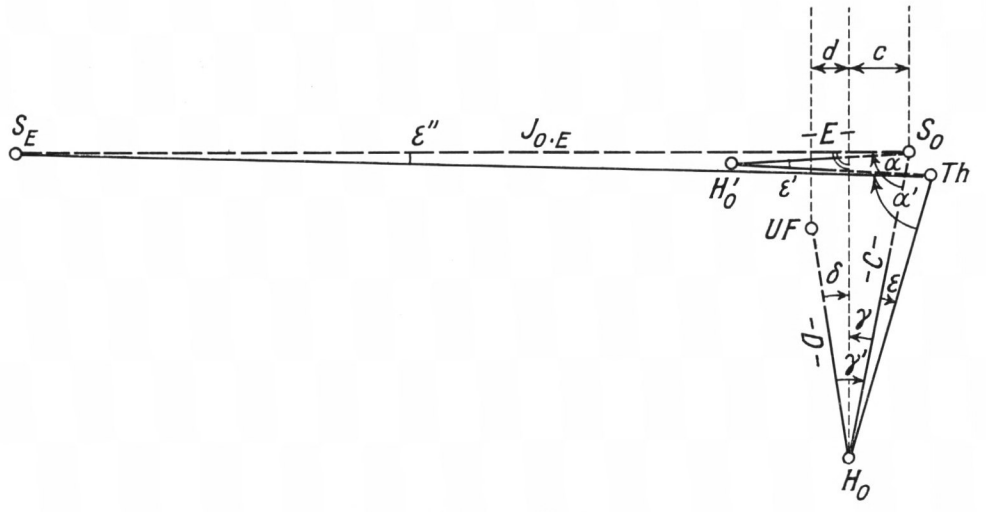

Fig. 14 Münchner Verfahren

Man beobachtet auf dem Instrumentenstand Th über dem Spiegel S_0 den Winkel α' zwischen dem entfernten Spiegel S_e und dem Hilfspunkt H_0, im Hilfspunkt H_0 die Richtungen nach UF S_0 und Th und im Hilfspunkt H_0' den Winkel ε' zwischen S_0 und Th. Außerdem müssen noch die Entfernungen $UF\,H_0 = D$, $S_0 H_0 = C$ und $S_0 H_0' = E$ gemessen werden. Die Berechnung entspricht dem Finnischen Verfahren.

1. Man bestimmt den Winkel α in S_0 aus: $\alpha = \alpha' + \varepsilon - \varepsilon''$.

Dabei berechnet sich ε'' aus den beiden näherungsweise spitzwinkligen Dreiecken $S_0 H'_0\, Th$ und $S_0\, S_e\, Th$ aus der einfachen Beziehung $\varepsilon'' = \varepsilon' \frac{E}{f_{0E}}$.

Die Vorzeichen „+" gelten für den Fall, daß sich der Theodolit Th von den beiden Hilfspunkten H_0 und H_0' aus rechts vom Spiegel S_0 befindet.

2. $\gamma = 90^\circ - \alpha$;

3. $\delta = \gamma' - \gamma$;

4. $c = C \cdot \frac{\gamma}{\varrho}$;

5. $d = D \cdot \frac{\delta}{\varrho}$.

Nach diesen Gleichungen ist die Vorzeichenfrage eindeutig geklärt.

Der mittlere Fehler der Zentrierverbesserung wird durch eine strenge Fehlerableitung nach Richtungen berechnet:

$$c + d = C \cdot \frac{\delta}{\varrho} + D \cdot \frac{\delta}{\varrho}, \text{ wobei } \gamma = 90^\circ - \alpha$$

$$\alpha = \alpha' + \varepsilon - \varepsilon'' = (1 - 2) + (3 - 4) - \varepsilon''$$

$$\delta = \gamma' - \gamma = (4 - 5) - \gamma$$

$$c + d = \frac{C}{\varrho}[90^\circ - (1 - 2) - (3 - 4) + \varepsilon''] + \frac{D}{\varrho}[(4 - 5) - 90^\circ + (1 - 2) + (3 - 4) - \varepsilon'']$$

$$= \frac{1}{\varrho}[C(90^\circ - 1 + 2 - 3 + 4 + \varepsilon'') + D(1 - 2 + 3 - 4 + 4 - 5 - 90^\circ - \varepsilon'')]$$

C, D und ε'' werden fehlerfrei angenommen.

$$m^2_{(c+d)} = \frac{1}{\varrho^2}[(D - C)^2 m_1^2 + (C - D)^2 m_2^2 + (D - C)^2 m_3^2 + C^2 m_4^2 + D^2 m_5^2]$$

$$m_{(c+d)} = \pm \frac{1}{\varrho} \sqrt{(C - D)^2 (m_1^2 + m_2^2 + m_3^2) + C^2 m_4^2 + D^2 m_5^2},$$

wobei $m_1^2 = m_2^2 = m_{Th}^2$; $m_3^2 = m_4^2 = m_5^2 = m_{H_0}^2$.

Bei der praktischen Durchführung der Beobachtungen beginnt man zunächst mit der Aufstellung des Theodolits *Th*. Am besten eignet sich für diese Aufgabe ein Wild-T 3-Theodolit. Er wird nach Augenmaß über die Spitze beim Spiegel S_0 eingerichtet. Dann weist man in Richtung nach S_e den Hilfspunkt H_0' ein. Nach Drehen um 90° kann man anschließend den Hilfspunkt H_0 in einem Abstand von etwa 8 m festlegen. Es empfiehlt sich, auf H_0 einen zweiten Wild-T 3-Theodoliten aufzustellen. Dagegen ist es nicht notwendig, gleichzeitig auch den Punkt H_0' mit einem Instrument zu besetzen. Für die in H_0' erforderliche Genauigkeit der Winkelbestimmung genügt ein Wild T 3. Die Zielbezeichnung für die unterirdische Festlegung und die Spiegelmitte S_0 von H_0 aus ist die gleiche wie beim Finnischen Verfahren. Die Festlegung des Theodolitstandpunkts *Th* von H_0 aus erfolgt durch Einstellen eines markanten Punktes am Theodolit vor und nach Drehen des Theodolitzielpunktes um 180°. Hierfür eignet sich besonders die kleine Spitze am Knopf des Fadenkreuzbeleuchtungsspiegels.

Von H_0' aus bestimmt man die Spiegelmitte S_0 durch Einstellen von linkem und rechtem Rand des Spiegels und anschließender Mittelbildung. Eine Übertragungsmessung wird in 4 vollständigen Sätzen beobachtet, wobei man nach je 2 Sätzen die Zielpunkte in die Symmetrielagen bringt. Man hat also folgende Reihenfolge:

Standpunkt H_0 : 2 Sätze mit Lotstab Lage I; Endstab am Spiegel Lage I;
Theodolit Lage I;

2 Sätze mit Lotstab Lage II; Endstab am Spiegel Lage II;
Theodolit Lage II;

Standpunkt H_0': 2 Sätze: Spiegel links, Spiegel rechts, Theodolit Lage I;
2 Sätze: Spiegel links, Spiegel rechts, Theodolit Lage II;;

Standpunkt Th: 2 Sätze: Endspiegel Theodolit auf H_0 Lage I;
4 Sätze: Endspiegel Theodolit auf H_0 Lage II;
2 Sätze: Endspiegel Theodolit auf H_0 Lage I;

Standpunkt H_0': 2 Sätze: Spiegel links, Spiegel rechts, Theodolit Th Lage II;
2 Sätze: Spiegel links, Spiegel rechts, Theodolit Th Lage I;

Standpunkt H_0: 2 Sätze: Lotstab Lage II, Endstab am Spiegel Lage II, Theodolit Th Lage II;
2 Sätze: Lotstab Lage I, Endstab am Spiegel Lage I, Theodolit Th Lage I.

Sowohl beim Finnischen als auch beim Münchner Verfahren muß man in einem Satz die Richtung nach einem weit entfernten Zielpunkt – S_e – und einem sehr nahen Zielpunkt – S_0 bzw. H_0 – beobachten. Der durch das Umfokussieren bedingte Einfluß auf die Größe des Zielachsenfehlers fällt aber bei der Beobachtung in zwei Fernrohrlagen heraus.

Einen besonderen Vorteil bietet beim Münchner Verfahren auf dem Standpunkt H_0 ein Theodolit mit einer KOLBschen Strichplatte. Diese besitzt 5 gleichabständige senkrechte Striche. Nachdem sich die von H_0 aus zu beobachtenden Ziele alle in einem engen Richtungsbereich befinden und deshalb Kreisteilungsfehler keine Rolle spielen, kommt man schnell zu 5 voneinander unabhängigen Satzbeobachtungen. In dem oben angegebenen Beobachtungsschema erhält man also für den Standpunkt H_0 jeweils 5 Sätze, die nur unbeträchtlichen Mehraufwand an Zeit beanspruchen.

In Tabelle 10 bringen wir ein vollständiges Beispiel für eine Übertragungsmessung. Dabei werden die bereits um den Aufstellungsfehler verbesserten Richtungsbeobachtungen angegeben.

Tabelle 10. Übertragungsmessung vom 10. 10. 1958 bei 864 m – Beobachter: EICHHORN

Standpunkt: H_0 (864)

Ziel:	1. Reihe:	2. Reihe:	Mittel:	Entfernung:	
$UF\,3$	0,00000^g	0,00000^g	0,00000^g	5,6976 m	± 0,3 mm
S_{864}	0,27311	0,99331	0,63321	8,2028	± 0,3
Th_{864}	0,62866	0,62398	0,62632		
μ	± 0,96^{cc}	± 0,84^{cc}	± 0,64^{cc}		

Standpunkt: Th (864)

S_{432}	0,00000^g	0,00000^g	0,00000^g	
H_{864}	300,01500	300,02074	300,01787	
μ	± 1,27^{cc}	± 0,90^{cc}	± 0,77^{cc}	

Standpunkt: H_0'– (864)

Sp.-Spitze	0,0000^g	0,0000^g	0,0000^g	10,534 m
Sp. links	399,8052	399,8058	399,8055	
Sp. rechts	0,2012	0,2006	0,2009	
Th_{864}	399,9992	0,0028	0,0010	
μ	± 1,1^{cc}	± 1,1^{cc}	± 0,8^{cc}	

Zentr. Ablesung: 36312

Die beobachteten Größen sind somit:

$$\alpha' = 99{,}98213^g, \qquad \varepsilon = -0{,}00689^g,$$

$$\varepsilon' = -0{,}0022^g, \rightarrow \varepsilon'' = -\frac{0{,}0022}{432} \cdot 10{,}534 = -0{,}00005^g,$$

$$\gamma' = 0{,}63321^g.$$

$$D = 5{,}6976\text{ m}; \qquad C = 8{,}2028\text{ m}; \qquad E = 10{,}534\text{ m}.$$

Damit wird:

1. $\alpha = 99{,}98213 - 0{,}00689 + 0{,}00005 = 99{,}97529^g$
2. $\gamma = 100{,}00000 - 99{,}97529 = +\ 0{,}02471^g$
3. $\delta = 0{,}63321 - 0{,}02471 = +\ 0{,}60850^g$
4. $c = \frac{8{,}2028 \cdot 0{,}02471}{636620} = +\ 3{,}184$ mm
5. $d = \frac{5{,}6976 \cdot 0{,}60850}{636620} = +\ 54{,}459$ mm
6. $c + d = +\ 57{,}643\text{ mm} \pm 0{,}011$ mm

Die folgende Tabelle 11 enthält die Zusammenstellung der Lotungsergebnisse für 864 m. Dabei ist lediglich noch zu bemerken, daß bei 0, 432 und 864 je zwei verschiedene unterirdische Festlegungen angebracht wurden. Für die eine Art gelten die Ziffern 1, 2, 3, für die andere die Buchstaben A, B, C.

Tabelle 11. Zusammenstellung der Lotungen

a) Standpunkt 864

	Messung am 4. 9. Beob.: HILLEBRAND	Messung am 3. 10. Beob.: EICHHORN	Messung am 10. 10 Beob.: EICHHORN
Spiegelmitte–UF3	$+\ 57371 \pm 21\ \mu$	$+\ 57602 \pm 21\ \mu$	$+\ 57643 \pm 11\ \mu$
Spiegelmitte–UFC	$+\ 12376 \pm 21\ \mu$	$+\ 12331 \pm 21\ \mu$	$+\ 12471 \pm 11\ \mu$
Zentr. Ablesung	$36315\ \mu$	$36319\ \mu$	$36312\ \mu$
Sp.Mitte–UF3 verb. bez. a. Zentr. v. 10. 10.	$(+\ 57374 \pm 21)^1\ \mu$	$+\ 57609 \pm 21\ \mu$	$+\ 57643 \pm 11\ \mu$
Sp.Mitte–UFC verb. bez. a. Zentr. v. 10. 10.	$+\ 12379 \pm 21\ \mu$	$+\ 12338 \pm 21\ \mu$	$+\ 12471 \pm 11\ \mu$

Aus diesen Ergebnissen könnte man jetzt Rückschlüsse auf etwaige Pfeilerbewegungen ziehen. Während der ganzen Beobachtungszeit wurde aber festgestellt, daß die Libelle des Zentrierapparates nicht ganz fest gelagert war. Dieser kleine Fehler bedingte eine Unsicher-

[1] Bei dieser Messung wurde bei der UF 3 ein anderer Zielpunkt als bei den beiden anderen Messungen eingestellt.

heit in der Bestimmung der einzelnen Spiegellagen von etwa 10–20 μ. Wir bilden deshalb aus allen Meßtagen das allgemeine arithmetische Mittel.

	l	Δl	m	m^2	p	$p \cdot \Delta l$	v	pv	pvv
Sp.Mitte	57609	+ 9	21	441	2,268	+ 20,412	+ 27	+ 60,8	1642
— UF3	57643	+ 43	11	121	8,264	+ 355,352	— 7	— 57,8	405
	57636				10,532	+ 375,764		+ 3,0	2047
Sp.Mitte	12379	— 21	21	441	2,268	— 47,628	+ 52	+ 117,1	6089
— UF C	12338	— 62	21	441	2,268	— 140,616	+ 93	+ 209,4	19474
	12471	+ 71	11	121	8,264	+ 586,744	— 40	— 330,6	13224
	12431				12,800	+ 398,500		— 4,1	38787

Für Spiegelmitte–UF3 gilt: $m_o = \pm 45\,\mu$; $m_x = \pm 14\,\mu$
Für Spiegelmitte–UFC gilt: $m_o = \pm 140\,\mu$; $m_x = \pm 39\,\mu$

Das Endergebnis für die Lotungen bei 864 lautet also:

Spiegelmitte–UF3 = + 57636 $\mu \pm 14\,\mu$
Spiegelmitte–UFC = + 12431 $\mu \pm 39\,\mu$.

Für 432 ergaben sich bei den Übertragungsmessungen folgende Werte:

b) Standpunkt 432

	Messung am 5. 9. Beob.: EICHHORN	Messung am 10. 10. Beob.: EICHHORN
Sp.Mitte–UF2	+ 34955 ± 20 μ	+ 40756 ± 18 μ
Sp.Mitte–UFB	+ 5881 ± 20	+ 11614 ± 18
Zentrierablesung	+ 25870	31612
Sp.Mitte–UF2 bez. a. Z. v. 10. 10. . .	+ 40737 ± 20	+ 40756 ± 18
Sp.Mitte–UFB bez. a. Z. v. 10. 10. . .	+ 11623 ± 20	+ 11614 ± 18

Spiegelmitte–UF2	40747 ± 9 μ
Spiegelmitte–UFB	11618 ± 5 μ

Aus dem Zusammenwirken beider Lotungsergebnisse für die Endpunkte der Interferenzstrecke auf der Südhälfte des Münchner Normalkilometers erhält man eine Übertragungskorrektion von

$$40747\,\mu \pm 9\,\mu - 57636\,\mu \pm 14\,\mu = -16889\,\mu \pm 17\,\mu$$

für den Abstand der unterirdischen Festlegungen *UF 2* und *UF 3*. Die entsprechenden Werte für die unterirdischen Festlegungen *UF B* und *UF C* lauten:

$$11618\,\mu \pm 5\,\mu - 12431\,\mu \pm 39\,\mu = -813\,\mu \pm 39\,\mu.$$

10. BERECHNUNG DER ABSTÄNDE DER UNTERIRDISCHEN FESTLEGUNGEN

Für die endgültige Berechnung des Abstandes der einander entsprechenden unterirdischen Festlegungen sind nun noch weitere Korrektionen zu berücksichtigen.

a) Die größte dieser Restkorrektionen ist für die Münchner Basis die Neigungskorrektion, die die gemessene Interferenzstrecke auf die Horizontale projiziert. Für die Berechnung dieser Korrektion wäre der genaue Höhenunterschied der Spiegelmitten bei 864 m und bei 432 m erforderlich. Ein Nivellement stößt auf Schwierigkeiten: man kann in der genauen Höhenlage der Spiegelmitten keinen Höhenpunkt zum Aufsetzen der Latten für das Nivellement setzen. Es wurde deshalb angenommen, daß sich die Spiegelmitten jeweils in gleicher Höhe über den einbetonierten Zentrierstangen befinden. Bei dieser Annahme muß man aber eine Unsicherheit in der Höhenbestimmung von mindestens 1 mm in Kauf nehmen. Das Nivellement wurde nun über die Höhenbolzen an den Pfeilern als Präzisionsnivellement geführt, und der Höhenunterschied zwischen Höhenbolzen und Zentrierstange bei den Pfeilern 0, 432 und 864 wurde mehrmals an dieses Feinnivellement angeschlossen. Dabei ergab sich für den Höhenunterschied von Pfeiler 864 zu Pfeiler 432 der Wert $\Delta h = -2{,}0173$ m. Das bedingt eine Neigungskorrektion von

$$\frac{\Delta h^2}{2s} - \frac{\Delta h^4}{8s^3} = \frac{2{,}0173^2}{2 \cdot 432{,}02} - \frac{2{,}0173^4}{8 \cdot 432{,}02} = 4709{,}85 - 0{,}02 = 4710\,\mu$$

bezogen auf den mittleren Messungshorizont.

Die Unsicherheit von 1 mm in der Höhenbestimmung bedingt bei den vorliegenden Verhältnissen bereits ungefähr $\pm 5\,\mu$ Längenänderung.

$$v_{\Delta h} = \frac{\Delta h}{s} \cdot d_{\Delta h} = 2{,}017 : 432{,}02 = \pm 4{,}7\,\mu.$$

b) Als weitere Korrektion ist die Projektion dieser horizontalen Interferenzstrecke auf die Höhe der unterirdischen Festlegung 864 zu berechnen. Bei den Lotungsmessungen wurde festgestellt, daß das Spiegelzentrum bei 864 um 2,40 m über der *UF* 864 liegt. Nachdem das Spiegelzentrum bei 432 um 2,02 m tiefer liegt als das Spiegelzentrum bei 864, beträgt die mittlere Höhe der Interferenzstrecke, für die die Neigungskorrektion berechnet wurde, $h = \frac{1}{2} \cdot (2{,}40 + 0{,}38) = +1{,}39$ m in bezug auf die Höhe der *UF* 864.

Dies bedingt eine Reduktion von

$$\Delta l = \frac{s \cdot h}{R} = \frac{432 \cdot 1{,}39}{6{,}377} = 94{,}2\,\mu.$$

(R = Erdradius)

c) Schließlich ist eine Korrektion wegen der Nichtparallelität von Interferenzstrecke und Verbindungslinie der unterirdischen Festlegung einzuführen. Bei den Lotungsmessungen

erhielt man für den senkrechten Abstand der unterirdischen Festlegungen von der Interferenzstrecke bei *UF* 2 2489 mm und bei *UF* 3 2506 mm oder die Differenz $\Delta = 17$ mm. Dies bedingt eine Längenänderung von $\frac{\Delta^2}{2s} = \frac{17^2}{2 \cdot 432} = 0{,}3\ \mu$. Die Abstände bei *UF B* und *UF C* betragen 2490 mm bzw. 2513 mm. Der Unterschied von $\Delta = 23$ mm ergibt hier eine Korrektion von $\frac{23^2}{2 \cdot 432} = 0{,}6\ \mu$.

d) Für den Abstand *UF* 2–*UF* 3 ergibt sich somit:

1. Abstand der Spiegelmitte		432038531 $\mu \pm 20\ \mu$
2. Übertragungskorrektion	—	16889 $\mu \pm 17\ \mu$
3. Neigungskorrektion	—	4710 $\pm$ 5
4. Höhenkorrektion	—	94
5. Korrektion wegen Nichtparallelität		0
Abstand *UF* 2–*UF* 3		432016838 $\mu \pm 27\ \mu$

(Dieser Abstand gilt in der Meereshöhe des Punktes *UF* 3).

e) Der Abstand für die unterirdischen Festlegungen *UF B* und *UF C* wird entsprechend:

1. Abstand der Spiegelmitten		432038531 $\mu \pm 20\ \mu$
2. Übertragungskorrektion	—	813 $\pm$ 39
3. Neigungskorrektion	—	4710 $\pm$ 5
4. Höhenkorrektion	—	94
5. Korrektion wegen Nichtparallelität	—	1
Abstand *UF B*–*UF C*		432032913 $\mu \pm 44\ \mu$

(Dieser Abstand gilt in der Meereshöhe des Punktes *UF C*).

11. ZUSAMMENSTELLUNG DER ERGEBNISSE FÜR DIE BEOBACHTUNG DER NORDHÄLFTE DES MÜNCHNER NORMALKILOMETERS

Die Beobachtungen und Berechnungen erfolgten für diesen Teil in gleicher Weise wie im ausführlich beschriebenen Südteil. Es sei deshalb die Beschränkung auf die rein tabellarische Zusammenstellung erlaubt.

Tabelle 12

a) Zusammenstellung der Ergebnisse der reinen Interferenzmessung

Tag		(0.6)	(0.24)	(0.72)	(0.216)	(0.432)
		Beobachter: EICHHORN				
30. 6.	J	+ 255	+ 957	+ 2669	+ 8206[1]	+ 16536[1]
	Z_o	32711	32711	32711	32711	
	Z_i	34400	33629	42102	28196	20360
	$\Delta Z = Z_i - Z_o$	+ 1689	+ 918	+ 9391	— 4515	— 12351
	$J - \Delta Z$	— 1434	+ 39	— 6722	+ 12721	+ 28887
	v	+ 7	+ 13	— 14	+ 44	+ 81
	vv	49	169	196	1936	6561
		Beobachter: EICHHORN				
1. 7.	J	+ 260	+ 959	2745	8308	16789
	Z_o	32711	32711	32711	32711	
	Z_i	34398	33604	42126	28165	20352
	ΔZ	+ 1687	+ 893	+ 9415	— 4546	— 12359
	$J - \Delta Z$	— 1427	+ 66	— 6670	+ 12854	+ 29148
	v	0	— 14	+ 38	— 89	— 180
	vv	0	196	1444	7921	32400
		Beobachter: EICHHORN				
2. 7.	J	273	968	2700	8264	16658
	Z_o	32666	32666	32666	32666	
	Z_i	34358	33581	42070	28152	20331
	ΔZ	+ 1692	+ 915	+ 9404	— 4514	— 12335
	$J - \Delta Z$	— 1419	+ 53	— 6704	+ 12778	+ 28993
	v	— 8	— 1	+ 4	— 13	— 25
	vv	64	1	16	169	625
		Beobachter: HILLEBRAND				
3. 7.	J	265	946	2628	8205	16492[1]
	Z_o	32710	32710	32710	32710	
	Z_i	34402	33608	42074	28208	20360
	ΔZ	+ 1692	+ 898	+ 9364	— 4502	— 12350
	$J - \Delta Z$	— 1427	+ 48	— 6736	+ 12707	+ 28842
	v	0	+ 4	— 28	+ 58	+ 126
	vv	0	16	784	3364	15876
	Mittel	— 1427	+ 52	— 6708	+ 12765	+ 28968
	m	± 3,1	± 5,6	± 14,2	± 33,4	± 68,0
	$[vv]$	113	382	2440	13390	55462

Mit Ausnahme der Werte vv besitzen alle Zahlen die Dimension μ

[1] Diese Werte konnten nur einmal gemessen werden. Alle anderen entstanden aus der Mittelbildung von Hin- und Rückmessung.

Tabelle 13a. Berechnung der Gewichte für (0.432)

	30. 6.	1. 7.	2. 7.	3. 7.
(0.6)	1,44	0,08	0,48	0,67
(0.24)	1,57	0,34	0,41	1,07
(0.72)	0,52	0,37	0,73	0,89
(0.216)	0,79	0,40	0,90	0,98
(0.432)	0,96	1,67	1,07	0,53
$[\Delta t]$	5,28	2,86	3,59	4,14
n	8	10	10	9
$p = \frac{n}{[\Delta t]}$	1,52	3,50	2,79	2,17

c) Tabelle 13b. Allgemeines arithmetisches Mittel für (0–432)

Nr.	l	Δl	p	$p \cdot \Delta l$	v	pv	pvv
1	28887	— 13	1,52	— 19,76	+ 111	+ 168,72	18728
2	29148	+ 248	3,50	+ 868,00	— 150	— 525,00	78750
3	28993	+ 93	2,79	+ 259,47	+ 5	+ 13,95	7070
4	28842	— 58	2,17	— 125,86	+ 156	+ 338,52	52809
			9,98	+ 981,85		— 3,81	150357

$$l_o = 28900 + 98{,}4 \qquad m_o = \pm\sqrt{\frac{150357}{3}} = + 224\ \mu$$

$$(0.432) = 28998\ \mu \qquad m_x = \frac{m_0}{\sqrt{[p]}} = \pm 71$$

$$\underline{(0.432) = 432\ \text{m} + 28998\ \mu \pm 71\ \mu}$$

d) Die Korrektion für den Luftdruckunterschied

Wegen der Höhendifferenz zwischen Spiegel 0 und Spiegel 432 von + 1,989 m berechnet sich diese Korrektion bei einer mittleren Lufttemperatur von $t = 15\,^{\circ}\text{C}$ und einem mittleren Barometerstand von $B = 710$ mm Hg zu $r_{dB} = + 13\ \mu$. Die anderen Korrektionen zur Berechnung des Abstandes der beiden Spiegelmitten bleiben unverändert.

e) Man erhält damit als Ergebnis des Abstandes Spiegelmitte 0 zu Spiegelmitte 432

1. Ergebnis der Interferenzmessung	432 028 998 $\mu \pm 71\ \mu$
2. Hälfte der Spiegeldicke des 0-Spiegels	+ 10 012
Hälfte der Spiegeldicke des 432-m-Spiegels	+ 10 023
3. Korrektion wegen der Dicke des Spiegelbelages bei Spiegel 0 und 1	— 30
4. Korrektion wegen des Luftdruckunterschiedes längs des Lichtweges	+ 13
Abstand Spiegelmitte 0 bis Spiegelmitte 432	432 049 016 $\mu \pm 71\ \mu$

Tabelle 14.

f) Zusammenstellung der Lotungen

a) Standpunkt o

	Messung am 9. 6. 58 Beob.: EICHHORN	Messung am 30. 6. 58 Beob.: EICHHORN	Messung am 15. 7. 58 Beob.: EICHHORN
Sp.Mitte–UF1	—	—	— 38603 ± 20
Sp.Mitte–UFA	— 220 ± 19	— 276 ± 13	— 297 ± 16
Zentr. Ablesung	— 32711	— 32710	— 32706
Sp. M.–UF1 verb. bez. a. Zentr. o . .	—	—	— 71309 ± 20
Sp. M.–UFA verb. bez. a. Zentr. o . .	— 32931 ± 19	— 32986 ± 13	— 33003 ± 16

Berechnung des allgemeinen arithmetischen Mittels

l	Δl	m	m²	p	$p \cdot \Delta l$	v	pv	pvv
32931	— 49	19	361	2,770	— 135,73	+ 48	+ 132,96	6382
32986	+ 6	13	169	5,917	+ 35,50	— 7	+ 41,42	290
33003	+ 23	16	256	3,906	+ 89,84	— 24	— 93,74	2250
32979				12,593	— 10,39		— 2,20	8922

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{8922}{2}} = \pm 67\,\mu \qquad m_x = \frac{67}{\sqrt{12{,}593}} = \pm 19\,\mu$$

Ergebnis: Spiegelmitte – UF1 = — 71309 ± 20 μ
Spiegelmitte – UFA = — 32979 ± 19 μ

b) Standpunkt 432

	Messung am 1. 7. 58 Beob.: EICHHORN	Messung am 3. 7. 58 Beob.: HILLEBRAND	Messung am 15. 7. 58 Beob.: EICHHORN
Sp.Mitte–UF2	+ 29068 ± 24	+ 29032 ± 32	+ 29069 ± 22
Sp.Mitte–UFB			— 44 ± 22
Zentr. Ablesung	— 20337	— 20346	— 20371
Sp.Mitte–UF2 + Z	+ 8731 ± 24	+ 8686 ± 32	+ 8698 ± 22
Sp.Mitte–UFB + Z			— 20415 ± 22

Berechnung des allgemeinen arithmetischen Mittels

l	Δl	m	m²	p	$p \cdot \Delta l$	v	pv	pvv
8731	+ 31	24	576	1,736	+ 53,82	— 23	— 39,93	918
8686	— 14	32	1024	0,977	— 13,68	+ 22	+ 21,49	473
8698	— 2	22	484	2,066	— 4,13	+ 10	+ 20,66	207
8708				4,779	+ 36,01		+ 2,22	1598

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{1598}{2}} = \pm 28\,\mu \qquad m_x = \frac{28}{\sqrt{4{,}78}} = \pm 13\,\mu$$

Ergebnis: Spiegelmitte – UF2 = + 8708 ± 13 μ
Spiegelmitte – UFB = — 20415 ± 22 μ

Die gesamte Übertragungskorrektion für die Interferenzmessung wird damit für *UF* 1 und *UF* 2

$$-71\,309 \pm 20 - 8\,708 \pm 13 = -80017\,\mu \pm 24\,\mu,$$

für *UF A* und *UF B*

$$-32979 \pm 19 + 20415 \pm 22 = -12\,564\,\mu \pm 29\,\mu.$$

g) Berechnung der Restkorrektionen

α) Neigungskorrektion

Der Höhenunterschied zwischen der Zentrierstange beim 0-m- Spiegel und der Zentrierstange beim Spiegel 432 m ergab sich aus dem Nivellement zu + 1,9891 m. Dies bedingt eine Neigungskorrektion von

$$\frac{1{,}9891^2}{2 \cdot 432^2} = 4579\,\mu.$$

β) Höhenkorrektion

Der 0-m-Spiegel liegt 2,53 m über der unterirdischen Festlegung *UF* 1. Der Spiegel 432 m liegt 2,53 + 1,99 = 4,52 m über der *UF* 1. Die mittlere Höhe des Zielstrahls beträgt somit + 3,52 m über *UF* 1. Die Höhenreduktion wird damit $r_{\Delta h} = \frac{432}{6{,}377} \cdot 3{,}52 = 238\mu$.

γ) Korrektion wegen Nichtparallelität

Die Korrektion wegen der Nichtparallelität zwischen Interferenzstrecke und der Verbindungslinie der unterirdischen Festlegung errechnet sich aus dem Abstand $S_0 - UF\,1 =$ 2486 mm und dem Abstand $S_{432} - UF\,2 = 2489$ mm zu $\frac{3^2}{2 \cdot 432} = 0{,}01\ \mu$ bzw. aus $S_0 -$ *UF* A = 2486 mm und $S_{432} - UF\,B = 2490$ mm zu $\frac{4^2}{2 \cdot 432} = 0{,}02\,\mu$. Diese Korrektionen können also beide Male vernachlässigt werden.

h) Abstand der unterirdischen Festlegungen der Nordhälfte des Münchner Normalkilometers

α) Abstand *UF* 1 – *UF* 2

1. Abstand der Spiegelmitten	432 049 016 $\mu \pm 71\,\mu$
2. Übertragungskorrektion	— 80 017 $\mu \pm 24$
3. Neigungskorrektion	— 4 579 $\pm$ 5
4. Höhenkorrektion	238
Abstand *UF* 1–*UF* 2	431 964 182 $\mu \pm 75\,\mu$

Dieser Abstand bezieht sich auf die Meereshöhe des Punktes *UF* 1.

β) Abstand *UF A*–*UF B*

1. Abstand der Spiegelmitten	432049016 $\mu \pm 71\,\mu$
2. Übertragungskorrektion	— 12564 $\mu \pm 29\,\mu$
3. Neigungskorrektion	— 4579 $\mu \pm 5\,\mu$
4. Höhenkorrektion	— 238 μ
Abstand *UF A*–*UF B*	432031635 $\mu \pm 77\,\mu$

Dieser Abstand der unterirdischen Festlegungen bezieht sich auf die Höhe der *UF A*.

12. BERECHNUNG DER GESAMTLÄNGE DES MÜNCHNER NORMALKILOMETERS UND DISKUSSION DER ERGEBNISSE

Es liegen nunmehr die Ergebnisse für die beiden Teilstrecken vor. Bei der Zusammenfassung ist lediglich darauf zu achten, daß die Länge der Nordhälfte auf die Höhe der *UF* 1 = *UF* A bezogen ist, während die Länge der Südhälfte in der Höhe der *UF* 3 = *UF C* gilt. Für die endgültige Zusammenstellung muß deshalb die Länge der Südhälfte auf die Höhe der *UF* 1 = *UF A* reduziert werden. Die *UF* 3 bzw. *UF C* liegt ca. 4,13 m über der *UF* 1 bzw. der *UF A*. Die Reduktion wird infolgedessen $\frac{432 \cdot 4{,}13}{6{,}377} = 280\ \mu$.

Der Abstand UF 1–UF 3 in Höhe der UF 1 wird nunmehr:

1. UF 1–UF 2	431964182 μ	$\pm$ 75 μ
2. UF 2–UF 3	432016838	$\pm$ 27
3. Höhenreduktion	— 280	
Abstand UF 1–UF 3	863980740 μ	$\pm$ 80 μ

Der Abstand UF A–UF C in Höhe der UF A errechnet sich zu:

1. UF A–UF B	432031635 μ	$\pm$ 77 μ
2. UF B–UF A	432032913	$\pm$ 44
3. Höhenreduktion	— 280	
Abstand UF A–UF C	864064268 μ	$\pm$ 89 μ

Zum Abschluß soll noch die auf dem Münchner Normalkilometer erreichte Genauigkeit mit bereits vorliegenden Interferenzmeßergebnissen verglichen werden. Interferenzmessungen im freien Gelände über größere Entfernungen wurden vor allem von den Professoren HONKASALO und KUKKAMÄKI durchgeführt. Beide haben gemeinsam auf der Nummela-Vergleichsbasis in Finnland 1948, auf der Eichbasis von Buenos Aires 1953 und auf der Loenermark-Basis in Holland 1957 die Vergleichsstrecken mit Hilfe von Lichtinterferenzen ausgemessen. Bei diesen Messungen ergaben sich die Abstände der unterirdischen Festlegungen mit folgenden mittleren Fehlern:

1. Nummela-Basis 432 m mit $\pm$ 0,03 mm und 864 m mit $\pm$ 0,05 mm. Diese Unsicherheiten entsprechen einer Genauigkeit von 1:14000000 bzw. 1:17000000.
2. Eichstrecke von Buenos Aires: 240 m mit $\pm$ 39 μ und 480 m mit $\pm$ 54 μ. Damit ergibt sich eine Genauigkeit von 1:6000000 bzw. 1:9000000.
3. Loenermark-Basis: 288 m mit $\pm$ 27 μ und 576 m mit $\pm$ 49 μ. Dies entspricht 1:11000000 und 1:12000000.

Die Genauigkeitsverhältnisse für den Münchner Normalkilometer besitzen die gleiche Größenordnung. Hier konnte die Nordhälfte mit einer Genauigkeit von 1:6000000, die Südhälfte mit einer Genauigkeit von 1:16000000 ausgemessen werden. Für die zusammengesetzte Entfernung von 864 m gilt ein Genauigkeitsverhältnis von 1:10000000. Die erforderliche Genauigkeit für die Eichung von Invardrähten ist damit eindeutig gewährleistet.

LITERATURHINWEISE:

[1] VÄISÄLÄ, Y.: „Die Anwendung der Lichtinterferenz zu Längenmessungen auf größeren Distanzen." Veröff. des Finn. Geod. Inst. Nr. 2, Helsinki 1923.

[2] VÄISÄLÄ, Y.: „Über die Längenmessung mit Hilfe der Lichtinterferenz." Z. f. I. 1927, 47. Jg., S. 398–402.

[3] VÄISÄLÄ, Y.: „Anwendung der Lichtinterferenz bei Basismessungen." Veröff. des Finn. Geod. Inst. Nr. 14, Helsinki 1930.

[4] HONKASALO, T.: „Measuring of the 864 m-long Nummela Standard Base Line with the VÄISÄLÄ Light Interference Comparator and some Investigations into Invar Wires." Veröff. des Finn. Geod. Inst. Nr. 37, Helsinki 1950.

[5] VÄISÄLÄ, Y.: „Zur Theorie der Kompensatoren", Annales Universitatis Turkuensis," Ser. A, I, 24, Turku 1956.

[6] HONKASALO, T.: „VÄISÄLÄ Interference Comparator Instructions for Use." Manuskript 1958.

[7] KUKKAMÄKI, T. J.: „Über die nivellitische Refraktion." Veröff. des Finn. Geod. Inst. Nr. 25, Helsinki.