

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE
ABHANDLUNGEN · NEUE FOLGE, HEFT 105

RUDOLF SIGL · HORST HERZOG

Europäisches Dreiecksnetz
(RETRIG)

Basis München im Ebersberger Forst

Bericht über die endgültige Auswertung

Vorgelegt von Herrn Max Kneißl

am 8. Juli 1960

MÜNCHEN 1960

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI DER C.H.BECK'SCHEN VERLAGSBUCHHANDLUNG MÜNCHEN

Printed in Germany
Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei Nördlingen

INHALTSÜBERSICHT

Vorwort von M. Kneißl	5
Zum Geleit von A. Tarczy-Hornoch	7
1. Vorbemerkung	9
2. Bestimmung von Elastizitätsmodul und Kettenlinienparameter für die Invardrähte der I. Abt. des DGFI	9
2.1 Elastizitätsmodul	9
2.2 Kettenlinienparameter	10
3. Neigungs- und Dehnungskorrektur	11
4. Eichwerte der Drähte	13
4.1 Laboratoriumseichung	13
4.1.1 Korrektur auf das tatsächliche Spannungsgewicht	13
4.2 Eichung auf der Normalstrecke München	15
4.3 Gegenüberstellung der Eichwerte	17
4.4 Länge der Normalstrecke aus Laboratoriumseichwerten	17
5. Länge der Basis	19
6. Genauigkeitsabschätzung für die Basis	19
6.1 Genauigkeit der Drahtmessung	19
6.2 Genauigkeit des Alignements	19
6.3 Genauigkeit des Nivellements	19
6.4 Genauigkeit der Streckungsreduktion	26
6.5 Genauigkeit des Hilfsdreieckes	27
6.6 Gesamtgenauigkeit der Basis	27
7. Endergebnis der Basismessung durch die I. Abt. DGFI	27
7.1 Basislänge aus Laboratoriumseichwerten	27
7.2 Basislänge aus Normalstreckeneichwerten	28
8. Endergebnis der Basismessung Ebersberg als Mittelwert aus den Messungen der I. u. II. Abt. des DGFI	28
8.1 Basislänge aus Laboratoriumseichwerten	28
8.2 Basislänge aus Normalstreckeneichwerten	28

VORWORT

Über die Anlage einer Normalstrecke, einer Basis und eines Basisvergrößerungsnetzes im Ebersberger Forst bei München, sowie die dabei ausgeführten Invardrahtmessungen, Winkel-, Tellurometer- und Geodimeterbeobachtungen ist bereits berichtet worden [1], [2], [3], [4]. Die dort ausgewiesenen Ergebnisse dienen einmal einer kritischen Genauigkeitsbetrachtung für die Basismessung und Basisvergrößerung und zum anderen der Überprüfung der im Basisvergrößerungsnetz ausgeführten Tellurometer- und Geodimetermessungen.

Eine kritische Überprüfung der ersten Basisauswertung ergab die Notwendigkeit, vor der Einführung der Basislänge in das europäische Hauptdreiecksnetz (RETRIG) die Auswertung an einigen Stellen zu verbessern bzw. einige Korrekturen nachzutragen. Insbesondere zeigt es sich, daß die bisher benutzten Reduktionsformeln von E. GIGAS (vgl. [7]) wegen der großen Höhenunterschiede entlang der Basis nicht ausreichen und zweckmäßig durch die von A. TÁRCZY-HORNOCH angegebenen geschlossenen Ausdrücke [6] zu ersetzen sind. Weiter ergab sich dabei, daß diese Formeln in einfacher Weise für den Einsatz programmgesteuerter Rechenanlagen aufbereitet werden können, wodurch sich gegenüber der Tabellenrechnung nicht nur ein Genauigkeitsgewinn, sondern auch eine Beschleunigung der Rechenarbeit erreichen läßt.

Das vorliegende Heft bringt die Ergebnisse der endgültigen Auswertung der Basis München; die notwendigen Berechnungen wurden unter meiner Leitung von Dipl.-Ing. H. HERZOG ausgeführt und von Herrn Dr.-Ing. R. SIGL überprüft. Den Bericht besorgten die beiden Herren.

Benützt man entsprechend den Empfehlungen der Internationalen Assoziation für Geodäsie für die Ableitung der Basislänge ausschließlich die Normalstreckeneichwerte (Feldeichung), so ergibt sich für die auf Meereshöhe reduzierte Länge der Basis München: 8231,846₇ m.

Bei der in [3] ausgewiesenen Berechnung des Basisvergrößerungsnetzes ist für die Länge der Basis der Wert 8231,846 m eingeführt worden; eine Neuberechnung des Basisvergrößerungsnetzes ist damit nicht erforderlich.

M. KNESSL

ZUM GELEIT

Es sind schon 30 Jahre her, daß meine erste Publikation über die Durchbiegungs- und Dehnungskorrektur der Meßbänder im Bande 1930 der Mitteilungen aus dem Markscheidewesen erschien. Sie baute natürlich auf frühere Ergebnisse auf, so in erster Richtung auf die von AUBELL, der 1922 (Sammlung von Ausweisen und Behelfen für das Feldmessen und Markscheiden) wohl als erster den Einfluß eines Höhenunterschiedes der Bandendpunkte auf die Durchbiegung und Dehnung berücksichtigte. In meiner Untersuchung war ich entsprechend den neueren Forschungen bestrebt, die Korrektionsformel schärfer zu fassen, und es wurde daher neben der vorgeschlagenen besseren Gebrauchsformel für besonders große Genauigkeitsanforderungen noch eine weitere schärfere Formel angegeben.

1934 ergab sich die Notwendigkeit, für die Reduktion der mit Jäderin-Drähten gemessenen Grundlinie der Stadtvermessung Budapest eine zeitgemäße Korrektionsformel aufzustellen. Es war naheliegend, daß die Formel für die Änderung des Durchhanges von jener des Durchhanges selbst nicht unabhängig ist und auch aus dieser hergeleitet werden kann. Die in der Fachliteratur bis dorthin aufgestellten zahlreichen Korrektionsformeln für die Jäderindrähte zeigten aber im Vergleich dazu grundsätzliche Unterschiede, deren Grund dann in unseren, gemeinsam mit Prof. Eszró erschienenen Studien (Geodéziai Közlöny, 1934, Z. f. V. 1935 u. 1939) darin gefunden wurde, daß die vorherigen Korrektionsformeln aus einer Kettenlinie mit konstantem Parameter ausgingen. Nach unseren Untersuchungen sind bei der richtigen Berechnung zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem, ob der Draht an einem Ende oder an beiden Enden mit Spannung belastet ist. Im ersten Falle ist der Draht am anderen Ende geklemmt und die Korrektion hängt davon ab, ob das Spannungsgewicht im tieferen oder im höheren Endpunkt des Drahtes wirkt, d. h. in der Korrektionsformel auch ungeradzahlige Potenzen der Höhe vorkommen müssen. Im zweiten Falle mit zwei Spannungsgewichten ist es dagegen gleichgültig, ob das eine Spannungsgewicht höher oder tiefer liegt. In der Korrektionsformel dürfen daher nur geradzahlige Potenzen erscheinen (vgl. auch unsere Veröffentlichung in der Z. f. V. 1958). In beiden Fällen sind aber die bei verschiedenen Höhenunterschieden entstehenden Kettenlinienteile Teile von Kettenlinien, die verschiedene, mit dem Höhenunterschied sich verkleinernde Parameter haben, weshalb die auf Grund eines konstanten Parameters hergeleitete Korrektionsformel streng genommen nicht entsprechen kann.

Solange die Höhenunterschiede gering und die Genauigkeitsanforderungen mäßiger sind, können die entstehenden Unterschiede wohl vernachlässigt werden, wenn auch hier zu bedenken ist, daß die richtigere Formel keinesfalls langwieriger als die weniger exakte ist. Bei relativ größeren Höhenunterschieden und bei größeren Genauigkeitsanforderungen, wie bei der Münchener Vergleichsgrundlinie, erscheint es schon erforderlich, die genaueren Formeln zu verwenden.

Noch mehr gilt dies für die Verwendung von Invarmeßbändern auch bei größeren Höhenunterschieden, bei denen die Zusammenziehung der Durchbiegungskorrektur mit

der Korrektur für die von dem Höhenunterschied abhängige Änderung der Durchbiegung bei konstant angenommenem Parameter einen grundsätzlich falschen Ausdruck für die Durchbiegungskorrektur bei verschiedenen hohen Endpunkten liefert (vgl. unsere Bemerkung in „Fluchtstab“ 1960).

Es mag bemerkt werden, daß die Berücksichtigung der Änderung des Parameters der Kettenlinie mit dem Höhenunterschied sich allmählich in der internationalen Fachliteratur durchsetzt. Nach unseren Publikationen von 1934 und 1935 wies 1937 LINDINGER (Z. f. V.) auf die Veränderung des Parameters hin, 1938 REGÖCZI in seinem die Gödöllöer Vergleichsgrundlinie behandelnden Heft, 1939 berücksichtigte dies KRASSOWSKIJ bereits in seinem Buche Rukovodstvo (I/2. S. 398), 1943 CUPR (Zeměměr Abzor), 1950 HONKASALO in der Publikation Nr. 37 des Finnischen Geodätischen Institutes, 1955 BÖHM in Úvod do vyšší geodesie, 1959 NIEWIARA in der Veröffentlichung Geodezija, Nr. 2 der Bergakademie Krakau. Auch Band IV des JORDAN-EGGERT-KNEISSLSchen Handbuches der Vermessungskunde führt die Korrektionsformel mit veränderlichem Parameter, aber noch alternativ mit der Korrektionsformel mit konstantem Parameter an. Nach der vorliegenden, nicht von uns stammenden Untersuchung dürfte die Richtigkeit der Korrektionsformel mit veränderlichem Parameter auch praktisch erwiesen worden sein.

Sopron, den 25. August 1960

A. Tarczy-Hornoch

1. VORBEMERKUNG

Die gesamte Auswertung der von der I. Abteilung des DGFI auf der Basis München ausgeführten Invardrahtmessungen ist einer kritischen Überprüfung unterzogen worden. Dabei erwies es sich als notwendig, einige Reduktionen neu durchzuführen bzw. nachzutragen; über das Ergebnis dieser teilweisen Neuberechnung soll nachfolgend berichtet werden.

Die erste Auswertung stützte sich auf Formeln, wie sie in ([7], S. 467 ff.) angegeben sind. Wegen der großen Höhenunterschiede entlang der Basis und der damit gegebenen ständigen Veränderung des Kettenlinienparameters reichen jedoch diese Formeln nicht aus, und es wurde deshalb für die Neigungs- und Dehnungskorrektur eine Neuberechnung nach den Formeln von TÁRCZY-HORNOCH [6] durchgeführt, nachdem vorher für die Drähte der I. Abteilung des DGFI noch der Kettenlinienparameter und der Elastizitätsmodul neu bestimmt worden waren.

Weiter mußte noch der Einfluß der Abweichung zwischen den bei der Laboratoriumseichung bzw. bei der Basismessung benützten Spannungswichten angebracht werden; damit war auch die Zusammenstellung der Laboreichwerte und der Normalstreckeneichwerte neu zu bearbeiten.

Die in ([1], S. 23) angegebene fehlerhafte Genauigkeitsbetrachtung für die Normalstreckeneichwerte, bei der die Genauigkeit der Feldeichung zu ungünstig dargestellt wurde, ist berichtigt worden.

Es folgt eine Genauigkeitsabschätzung für die Gesamtlänge der Basis, wobei die Fehlerbeiträge der einzelnen Arbeitsgänge berücksichtigt werden.

Abschließend sind für die Ableitung der endgültigen Länge der Basis noch einmal die Ergebnisse der von der I. und II. Abt. des DGFI ausgeführten Invardrahtmessungen zusammengestellt.

2. BESTIMMUNG VON ELASTIZITÄTSMODUL E UND KETTEN- LINIENPARAMETER c FÜR DIE INVARDRÄHTE DER I. ABTEILUNG DES DGFI

2.1 ELASTIZITÄTSMODUL

Für die Bestimmung des Elastizitätsmoduls der Invardrähte wurde der Übungsdraht Nr. 512, welcher derselben Schmelze wie die für die Basismessung benützten Drähte 509, 510 und 511 entstammt, im Treppenhaus der Residenz aufgehängt. Da die Höhe des Treppenhauses weniger als 24 m beträgt, wurde der Draht am oberen Ende mit Hilfe von zwei Bleiplatten gegen ein Vierkanteisen geklemmt und dieses quer über die Ecke

eines Lichtschachtfensters gelegt. Für die Aufnahme der verschiedenen Gewichte wurde am unteren Drahtende ein flacher Topf befestigt. Die Dehnung des Drahtes wurde sowohl im Erdgeschoß als auch im zweiten Stockwerk durch Nivellieren nach zwei aufgeklebten Strichmarken beobachtet. Auf diese Weise konnte der Einfluß einer eventuellen Höhenänderung der Aufhängung eliminiert werden. Die Nivelliere (es wurden zwei Präzisionsnivelliere vom Typ Breithaupt IV und Wild N₃ verwendet) waren so aufgestellt, daß der Dehnungsbereich stets innerhalb des Bereiches der Planplattenmikrometer blieb. Die wirksame Länge des Invardrahtes ergab sich in einfacher Weise aus dem Abstand der aufgeklebten Strichmarken. Für die Bestimmung des Elastizitätsmoduls wurde das Spanngewicht zwischen 5 kg und 20 kg variiert.

Die Dehnung zeigte innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit exakt lineares Verhalten. Eine lineare Ausgleichung der Dehnungsbeobachtungen ergab für den Elastizitätsmodul $E = 15400 \text{ kg/mm}^2$ mit einer Unsicherheit von ca. $\pm 100 \text{ kg/mm}^2$. Der größte Fehleranteil ergibt sich dabei aus der Annahme, daß der Durchmesser des Invardrahtes nur auf $\pm 0,01 \text{ mm}$ sicher eingehalten ist.

2.2 DER KETTENLINIENPARAMETER

Die Bestimmung des Kettenlinienparameters für den horizontal hängenden Draht wurde ebenfalls mit dem Übungsdraht Nr. 512 unter Benützung der auch bei der Feldbeobachtung verwendeten Spannvorrichtung vorgenommen. Der Draht wurde zu diesem Zweck zwischen zwei in gleicher Höhe an Mauerhaken befestigten Rollen aufgehängt und in Abständen von zwei Metern in bezug auf eine feststehende Latte einnivelliert.

Für die Bestimmung des Kettenlinienparameters stehen drei Möglichkeiten offen:

- a) Bestimmung aus dem Durchhang in der Mitte des Drahtes:¹
Nach ([7], Seite 473) gilt dann

$$d_{niv} = \frac{l^2}{8c} \left(1 + \frac{l^2}{48c^2} \right). \quad (1)$$

Mit einem nivellierten Durchhang von 0,12440 m findet man daraus für $c = 579 \text{ m}$.

- b) Bestimmung durch Ausgleichung der nivellierten Drahthöhen nach einer Kettenlinie. Die rechnerische Lösung der Aufgabe erfolgt ähnlich wie bei a) zweckmäßig durch Variation von c . Die beste Annäherung zwischen gemessenen und theoretischen Drahthöhen ergab sich bei einem Kettenlinienparameter von $c = 580 \text{ m}$.
- c) Bestimmung aus Spannkraft und Metergewicht des Drahtes. Definitionsgemäß gilt $c = P/p$, wobei P die Spannkraft im Scheitel und p das Metergewicht des Drahtes bedeuten. Danach erhält man für denselben Draht:

$$c = 10033 \text{ (g)} / 17,4198 \text{ (g/m)} = 576 \text{ m}.$$

Im Mittel ergeben die drei Bestimmungen für den Kettenlinienparameter $c = 579 \text{ m}$, wenn man den Lösungen a) und b) etwas größeres Gewicht gibt.

¹ Der Durchhang bezieht sich auf die sorgfältig gleichhoch gestellten Nullstriche der Skalen.

3. DIE NEIGUNGS- UND DEHNUNGSKORREKTION

Bei der Erstausswertung wurden für die Berechnung der Neigungs- und Dehnungskorrektion die nachstehenden Formeln verwendet ([7], S. 508):

$$\begin{aligned} k_1 &= -h^2 \cdot \left(\frac{1}{2s} - \frac{2}{c^2} \right) - \frac{h^4}{8s^3}, \\ k_2 &= + \frac{h^2}{2s^2} \cdot (\sigma + \lambda), \\ k_3 &= - \frac{s^2}{8c^2} \cdot \sigma, \\ k_4 &= + \frac{P}{E \cdot Q} \cdot \frac{h^2}{2s}. \end{aligned} \quad (1)$$

Die Erläuterung der Bezeichnungen ist in Gl.(4) besorgt. Mit $c = 575$ m, $s = 24$ m, $P = 10$ kg, $E = 16000$ kg/mm² und $Q = 2,14$ mm² ergaben sich daraus die numerischen Ausdrücke:

$$\begin{aligned} k_1 &= -20827,284 \cdot h^2 - 9,0422 \cdot h^4, \\ k_2 &= +0,86806 \cdot h^2 \cdot (\sigma + \lambda), \\ k_3 &= -0,2178 \cdot \sigma, \\ k_4 &= +6,085 \cdot h^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Dabei erhält man die Korrekturen $k_1 - k_4$ in μ , wenn h in m, σ und $(\sigma + \lambda)$ in mm eingesetzt werden.

Nach TARCY-HORNOCH ([6] und [7] S. 512) lautet der Ausdruck für die Neigungs- und Dehnungskorrektion unter Berücksichtigung der Variation des Kettenlinienparameters:

$$\begin{aligned} K_1 &= -\frac{h^2}{2B} - \frac{h^4}{8B^3} - \frac{h^6}{16B^5} - \frac{B^2\sigma}{8c^2} + \frac{h^2\sigma}{2B^2} + \frac{3h^4\sigma}{8B^4} - \frac{B\sigma^2}{8c^2} - \frac{h^2\sigma^2}{2B^3} + \\ &+ \frac{Bh^2}{24c^2} + \frac{B^2h^2}{48c^3} + \frac{BGh^2}{24\phi c^3} + \frac{\phi h^2}{4EQ} + \frac{Gh^2}{2BEQ} + \frac{G\phi h^2}{2PEQ}. \end{aligned} \quad (3)$$

Darin bedeuten:

h = Höhenunterschied einer 24 m-Teilstrecke

$B = 24$ m + λ = Eichlänge des Drahtes

σ = Differenz der Skalenableserungen

P = Spannkraft

ϕ = Metergewicht des Drahtes

c = Kettenlinienparameter

2*

(4)

G = Gewicht des zwischen den beiden Rollen liegenden Verbindungsgeschirrteiles (Karabiner + Spanndraht)

E = Elastizitätsmodul

Q = Drahtquerschnitt.

Mit den folgenden, teilweise neu bestimmten Daten

$$\begin{aligned}
 P &= 10,033 \text{ kg,} \\
 p &= 0,0174192 \text{ kg/m,} \\
 c &= 579 \text{ m,} \\
 G &= 0,065 \text{ kg,} \\
 E &= 15400 \text{ kg/mm}^2 \\
 Q &= 2,138 \text{ mm}^2
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

erhält man für die Neigungs- und Dehnungskorrektion:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= -\frac{10^6 \cdot h^2}{2B} + 3,23 h^2 - 9,042 h^4 - 0,008 h^6 - 0,21477 \sigma - 0,0000089 \sigma^2 + \\
 &+ 0,86806 h^2 + 0,00113 h^4 \sigma - 0,0000362 h^2 \sigma^2.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Die Berechnung der Neigungs- und Dehnungskorrektion nach (6) kann in einfacher Weise für den Einsatz moderner Rechenanlagen aufbereitet werden. Für die zweite Berechnung, bei der alle in (6) enthaltenen Glieder berücksichtigt wurden, ist deshalb die Rechenanlage Zuse Z 11 der Geodätischen Rechenstelle an der Technischen Hochschule München eingesetzt worden. Dabei wurden die Reduktionen für die einzelnen Drahtlagen auf $0,01 \mu$, die abschnittweisen Summen auf $0,1 \mu$ genau berechnet.

Die folgende Tabelle 1 für die einzelnen Basisabschnitte zeigt die Unterschiede zwischen der ersten und zweiten Berechnung bzw. den Reduktionsmethoden nach GIGAS bzw. TÁRCZY-HORNOCH.

Tabelle 1

Abschnitt	mm	mm	mm
	Reduktion nach Gigas 1)	Reduktion nach Tarczy-Hornoch 2)	Differenz 2) - 1)
Normalstrecke	— 33,780	— 33,785	— 0,005
0-93	— 185,533	— 185,596	— 0,063
93-195	— 114,393	— 114,413	— 0,020
195-226	— 18,576	— 18,578	— 0,002
226-238	— 77,127	— 77,156	— 0,029
238-295	— 580,777	— 581,018	— 0,241
295-316	— 518,691	— 518,914	— 0,223
316-340	— 1253,454	— 1254,005	— 0,551
340-345	— 195,994	— 196,079	— 0,085
0-345		Summe	— 1,214

} Berg-
strecke

4. EICHWERTE DER DRÄHTE

4.1 LABORATORIUMSEICHUNG

Für den Vergleich der Laboratoriumseichwerte mit den auf der Normalstrecke gefundenen Eichwerten sind alle Eichwerte auf das bei der Basismessung gültige Spannungsgewicht und auf die Schwere von Ebersberg bezogen worden.

4.1.1 Die Korrektur auf das tatsächliche Spannungsgewicht

Bei einer Änderung des Spannungsgewichtes sind zwei verschiedene Wirkungen zu beachten, nämlich die Änderung der Meßlänge des Drahtes infolge Änderung des Durchhanges und die Änderung der Drahtlänge infolge einer Änderung der elastischen Dehnung des Drahtes.

Nach ([7] S. 473) gilt:

$$l = s - \frac{s^3}{24 c^2}, \quad (1)$$

wobei s die wahre Länge des Drahtes und l die Meßlänge des Drahtes bedeuten.

Mit $c = P/\rho$ erhält man aus (1)

$$l = s - \frac{s^3 \rho^2}{24 P^2}. \quad (2)$$

Für die von der Spannungsänderung abhängige Längenänderung findet man aus (2):

$$\frac{dl_1}{dP} = \frac{s^3}{12 c^2 P}, \quad (3a)$$

bzw.

$$dl_1 = \frac{s^3}{12 c^2} \cdot \frac{dP}{P}, \quad (3b)$$

oder schließlich:

$$dl_1 = + 0,343 dP. \quad (3c)$$

Die Längenänderung infolge elastischer Dehnung beträgt

$$dl_2 = \frac{s \cdot dP}{Q \cdot E}, \quad (4a)$$

woraus man mit $Q = 2,138 \text{ mm}^2$ und $E = 15400 \text{ kg/mm}^2$ erhält:

$$dl_2 = + 0,729 dP. \quad (4b)$$

Die Gl. (3c) und (4b) ergeben zusammen:

$$dl_1 + dl_2 = dl = + 1,072 dP \quad (5)$$

dl_1 , dl_2 und dl ergeben sich in μ , wenn dP in g eingeführt wird.

In Tabelle 2 sind für alle benutzten Drähte die vor und nach der Basismessung bestimmten Laboratoriumseichwerte zusammengestellt.

Tabelle 2. Zusammenstellung der Labor Eichwerte, bezogen auf die Schwere von Ebersberg und das tatsächliche Spannungsgewicht

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)	11)	12)
Drabt	Zeit der Eichung	Eichinstitut	Schwere Eichinstitut	Eichgewicht	tatsächliches Meßgewicht	Eich-temperatur	Laboratoriums-Eichwert	Schwere-korrektion	Korrektion auf tatsächliches Gewicht	Korrektion auf 20° C	Korrigierter Laboreichwert
			Gal	kg	kg	° C	µ	µ	µ	µ	µ
98	Mai 53 Feb. 59	BIPM BIPM	980,9408 980,9408	10,000 10,000	10,050 10,050	15° 15°	+ 270 - 210	- 1,6 - 1,6	+ 53,6 + 53,6		+ 322,0 - 158,0
99	Mai 53 Feb. 59	BIPM BIPM	980,9408 980,9408	10,000 10,000	10,050 10,050	15° 15°	- 460 - 720	- 1,6 - 1,6	+ 53,6 + 53,6		- 408,0 - 668,0
509	Aug. 58 Okt. 58	PTB PTB	981,2682 981,2682	10,0093 10,0093	10,033 10,033	20° 20°	+ 411 + 426	- 3,9 - 3,9	+ 25,4 + 25,4		+ 432,5 + 447,5
510	Aug. 58 Okt. 58	PTB PTB	981,2682 981,2682	10,0093 10,0093	10,033 10,033	20° 20°	+ 474 + 507	- 3,9 - 3,9	+ 25,4 + 25,4		+ 495,5 + 528,5
511	Aug. 58 Okt. 58	PTB PTB	981,2682 981,2682	10,0093 10,0093	10,033 10,033	20° 20°	+ 572 + 546	- 3,9 - 3,9	+ 25,4 + 25,4		+ 593,5 + 567,5
526	Dez. 57 Dez. 58	BIPM PTB	980,9408 981,2682	10,000 10,0093	10,050 10,050	15° 20°	+ 660 + 715	- 1,6 - 3,9	+ 53,6 + 43,6	+ 14,4	+ 726,4 + 754,7
527	Dez. 57 Dez. 58	BIPM PTB	980,9408 981,2682	10,000 10,0093	10,033 10,033	15° 20°	- 300 - 176	- 1,6 - 3,9	+ 35,4 + 25,4	+ 13,2	- 253,0 - 154,5
529	Dez. 57 Dez. 58	BIPM PTB	980,9408 981,2682	10,000 10,0093	10,050 10,050	15° 20°	- 510 - 488,2	- 1,6 - 3,9	+ 53,6 + 43,6	+ 14,4	- 443,6 - 448,5

Schwere in Ebersberg: 980,7161 Gal

4.2 EICHUNG AUF DER NORMALSTRECKE MÜNCHEN

Die Berechnung der Eichwerte aus den Messungen auf der Normalstrecke ist in Tabelle 3 zusammengestellt.

Die in [1] gegebene Diskussion über die Genauigkeit der Feldeichung ist wie folgt zu berichtigen: Der Eichwert λ berechnet sich nach:

$$\lambda = \frac{L - (36 \cdot 24 \text{ m} + [\sigma + r_t + K])}{36}; \quad (1)$$

dabei bedeuten:

L = interferometrisch gemessene Länge der Normalstrecke im Drahtmessungshorizont
= 864,019 535 m,

σ = Differenz der Skalenablesungen,

r_t = Temperaturkorrektur,

K = Summe der Korrekturen wegen Neigung, Alinement und Lotung.

Also wird:

$$\lambda = \frac{(L - 36 \cdot 24 \text{ m}) - [\sigma + r_t + K]}{36}, \quad (2)$$

oder

$$\lambda = \frac{19,535 - [\sigma + r_t + K]}{36}. \quad (3)$$

λ ergibt sich in mm, wenn $[\sigma + r_t + K]$ in mm eingesetzt wird.

Die Unsicherheit der Eichlänge λ beträgt nach (1):

$$m_\lambda = \frac{1}{36} \sqrt{m_L^2 + m_{[\sigma + r_t + K]}^2}. \quad (4)$$

Der Fehleranteil der Korrekturen K kann neben dem Fehlerbeitrag der reinen Drahtmessung vernachlässigt werden. Letzterer beträgt nach [1] Seite 23 für das Mittel aus Hin- und Rückmessung der Normalstrecke $\pm 0,26$ mm. Hinsichtlich der äußeren bzw. wirklichen Genauigkeit der interferometrisch bestimmten Länge der Normalstrecke ist derzeit eine definitive Aussage nicht möglich; eine erneute, für 1960 vorgesehene interferometrische Bestimmung der Normalstrecke wird jedoch darüber Aufschluß geben. Die innere Genauigkeit von L ist in [3] Seite 33 mit $\pm 89 \mu$ oder rund $\pm 0,10$ mm angegeben. Damit wird m_λ

$$m_\lambda = \frac{1}{36} \sqrt{0,10^2 + 0,26^2},$$

$$m_\lambda = \pm 0,008 \text{ mm.}$$

Die Genauigkeit der Feldeichung beträgt somit rund $\pm 10 \mu$; für die Laboreichung ist dagegen nach Angabe der PTB eine Genauigkeit von $\pm 20 \mu$ anzusetzen.

Tabelle 3. Basismessung Ebersberg, Normalstreckeneichwerte

1) Draht Nr.	2) Abschnitt	3) Datum	4) [$\sigma + r_L$]		6) Hin-Rück	7) [$\sigma + r_L$] Mittel	8) [K ₁] (Neigung)	9) [K ₂] (Alignment)	10) [K ₃] (Lotung)	11) [7]-10) L	12) λ
			Hin mm	Rück mm							
98	1-36	27. 9.	+ 61,537	+ 61,776	- 0,239	+ 61,656	- 33,787	- 0,008	- 0,810	+ 27,051	+ 208,8
	1-36	3. 10.	+ 61,397	+ 61,567	- 0,170	+ 61,482	- 33,787	- 0,008	- 0,480	+ 27,207	+ 213,1
99	1-36	23. 9.	+ 77,322	+ 77,741	- 0,419	+ 77,532	- 33,791	- 0,008	- 0,530	+ 43,203	+ 657,4
	1-36	27. 9.	+ 78,430	+ 78,336	+ 0,104	+ 78,378	- 33,791	- 0,008	- 0,810	+ 43,769	- 673,2
	1-36	3. 10.	+ 81,425	+ 80,838	+ 0,587	+ 81,132	- 33,791	- 0,008	- 0,480	+ 46,853	- 758,8
509	1-36	23. 9.	+ 39,612	+ 39,936	- 0,324	+ 39,774	- 33,783	- 0,008	- 0,530	+ 5,453	+ 391,2
	1-36	27. 9.	+ 39,016	+ 38,510	+ 0,506	+ 38,763	- 33,783	- 0,008	- 0,810	+ 4,162	+ 427,0
510	1-36	22. 9.	+ 35,696	+ 35,660	+ 0,036	+ 35,678	- 33,782	- 0,008	- 0,530	+ 1,358	+ 504,9
	1-36	27. 9.	+ 34,196	+ 34,020	+ 0,176	+ 34,108	- 33,782	- 0,008	- 0,810	- 0,492	+ 556,3
511	1-36	27. 9.	+ 33,258	+ 33,184	+ 0,074	+ 33,221	- 33,781	- 0,008	- 0,810	- 1,378	+ 580,9
	1-36	2. 10.	+ 34,932	+ 33,904	+ 1,028	+ 34,418	- 33,781	- 0,008	- 0,480	+ 0,149	+ 538,5
	1-36	3. 10.	+ 31,758	+ 30,392	+ 1,366	+ 31,075	- 33,781	- 0,008	- 0,480	- 3,194	+ 631,4
526	1-36	22. 9.	+ 28,220	+ 27,374	+ 0,846	+ 27,797	- 33,780	- 0,008	- 0,530	- 6,521	+ 723,8
	1-36	23. 9.	+ 27,430	+ 27,420	+ 0,010	+ 27,425	- 33,780	- 0,008	- 0,530	- 6,893	+ 734,1
	1-36	27. 9.	+ 26,569	+ 26,092	+ 0,477	+ 26,330	- 33,780	- 0,008	- 0,810	- 8,268	+ 772,3
527	1-36	27. 9.	+ 62,074	+ 62,338	- 0,264	+ 62,206	- 33,787	- 0,008	- 0,810	+ 27,601	+ 224,1
	1-36	2. 10.	+ 60,156	+ 60,140	+ 0,016	+ 60,148	- 33,787	- 0,008	- 0,480	+ 25,873	+ 176,1
529	1-36	27. 9.	+ 69,620	+ 69,211	+ 0,409	+ 69,416	- 33,789	- 0,008	- 0,810	+ 34,809	+ 424,3
	1-36	29. 9.	+ 70,157	+ 70,961	- 0,804	+ 70,559	- 33,789	- 0,008	- 0,690	+ 36,072	+ 459,4
	1-36	2. 10.	+ 70,020	+ 71,144	- 1,124	+ 70,582	- 33,789	- 0,008	- 0,480	+ 36,305	+ 465,8

 $\lambda = 1/36 (19,535 - L)$

4.3. GEGENÜBERSTELLUNG DER EICHWERTE

Die gesamten Eichwerte, bezogen auf das tatsächliche Spanngewicht bei der Basismessung und auf die Schwere von Ebersberg, sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

4.4. LÄNGE DER NORMALSTRECKE AUS LABORATORIUMSEICHWERTEN

Zur Überprüfung der interferometrisch bestimmten Länge der Normalstrecke wurde diese auch noch mit Hilfe der Drahtmessungen aus den Laboratoriumseichwerten abgeleitet. Der in [3] angegebene Wert für die Länge der Normalstrecke aus Laboratoriumseichwerten ist noch wegen des Einflusses der Abweichung zwischen den bei der Laboratoriumseichung und den bei der Drahtmessung benützten Spanngewichten verfälscht. Berücksichtigt man diesen Einfluß, so erhält man für die Länge der Normalstrecke im Horizont der Drahtmessung:

Interferometrisch bestimmte Länge: $864019,535 \pm 0,09$ mm
 Mittel aller Drähte (14 Eichwerte): $019,762 \pm 0,26$ mm

Tabelle 4. Gegenüberstellung der verschiedenen Eichungen

Draht	Eichinstitut Zeit Eichlänge	Normalstreckeneichung September/Oktober 1958		Eichinstitut Zeit Eichlänge
		vor Eichlänge	nach Eichlänge	
Schweizer Drähte	BIPM 1953			BIPM Febr. 1959
98	+ 322,0	— 208,8	— 213,1	— 158,0
99	— 408,0	— 657,4	— 673,2	
			— 758,8 ¹	— 668,0
DGFI, I. Abt.	PTB Aug. 1958			PTB Okt. 1958
509	+ 432,5	+ 391,2	+ 427,0	+ 447,5
510	+ 495,5	+ 504,9	+ 556,3	+ 528,5
511	+ 593,5	+ 580,9	+ 538,5 ²	
			+ 631,4	+ 567,5
Österr. Drähte	BIPM Dez. 1957			PTB Dez. 1958
526	+ 726,4	+ 723,8 ³		
		+ 734,1	+ 772,3	+ 754,7
527	— 253,0	— 224,1	— 176,1	— 154,5
529	— 443,6	— 424,3 ⁴		
		— 459,4	— 465,8	— 448,5

¹ Dazwischen Nachmessung eines Basisabschnittes.

² Knick bei Messung des letzten Basisabschnittes.

³ Bei Regen.

⁴ Bei Messung des 1. Basisabschnittes Knick, nach neuer Eichung wiederholt.

Eichung beim BIPM (5 Eichwerte): 019,874 mm

Eichung bei der PTB (9 Eichwerte): 019,699 mm

Eine Zusammenstellung der mit den einzelnen Drähten bestimmten Längen der Normalstrecke gibt Tabelle 5.¹

Tabelle 5. Länge der Normalstrecke aus Laboreichwerten im Horizont der Drahtmessung September/Oktober 1958

Draht	Eichinstitut	Eichwert vor nach mm	$36 \cdot \lambda$ vor nach mm	$[\sigma + r_t + \Sigma K]$ vor nach mm	Normalstrecke vor nach mm	v mm
98	BIPM	+ 322,0	—	+ 27,051	864 m + —	— 1,757
	BIPM	— 158,0	— 5,688	+ 27,207	21,519	
99	BIPM	— 408,0	—	+ 43,203	—	— 1,501
	BIPM	— 668,0	— 24,048	+ 45,311	21,263	
509	PTB	+ 432,5	+ 15,570	+ 5,453	21,023	— 1,261
	PTB	+ 447,5	+ 16,110	+ 4,162	20,272	— 0,510
510	PTB	+ 495,5	+ 17,838	+ 1,358	19,196	+ 0,566
	PTB	+ 528,5	+ 19,026	— 0,492	18,534	+ 1,228
511	PTB	+ 593,5	+ 21,366	— 1,378	19,988	— 0,226
	PTB	+ 567,5	+ 20,430	— 1,522	18,908	+ 0,854
526	BIPM	+ 726,4	+ 26,150	— 6,893	19,257	+ 0,505
	PTB	+ 754,7	+ 27,169	— 8,268	18,901	+ 0,861
527	BIPM	— 253,0	— 9,108	+ 27,601	18,493	+ 1,269
	PTB	— 154,5	— 5,562	+ 25,873	20,311	— 0,549
529	BIPM	— 443,6	— 15,970	+ 34,809	18,839	+ 0,923
	PTB	— 448,5	— 16,146	+ 36,305	20,159	— 0,397
	Σ	+ 2420,5	+ 87,138	+ 189,526	+ 276,663	+ 0,005
		Gesamtmittel:		19,762	$\pm 0,26$ mm	
		Mittel BIPM:		19,874		
		Mittel PTB:		19,699		
		$[vv]$		= 13,717		
		m_0		= $\pm 0,99$ mm		
		m		= $\pm 0,26$ mm		

¹ Anlässlich von weiteren Basismessungen ausgeführte Invardrahtmessungen auf der Normalstrecke (Feldeichung) ergaben folgende Längen der Normalstrecke, wieder abgeleitet aus Laboreichwerten:

1959: Anlässlich der Messung in Feldmoching (11 Eichwerte): 864019,924 m $\pm 0,3$ mm

1959: Anlässlich der Messung in Heerbrugg (6 Eichwerte): 019,407 m $\pm 0,2$ mm.

Eine systematische Abweichung der einzelnen Eichungen voneinander kann auf Grund der mittleren Fehler der Einzelwerte nicht nachgewiesen werden.

5. LÄNGE DER BASIS

Anlage, Ergebnisse und Auswertung der von der I. Abt. auf der Basis München ausgeführten Messungen sind bereits beschrieben worden ([1], [3]). Es ist also lediglich noch notwendig, abschnittsweise die nach TARCY-HORNOCH gerechneten Korrekturen zusammenzustellen und die Längen der einzelnen Basisabschnitte unter Verwendung der in Tab. 4 angegebenen Eichwerte, die sich nunmehr auf das tatsächliche, bei der Basismessung verwendete Spannungsgewicht und auf die Schwere von Ebersberg beziehen, abzuleiten. Dies ist in den Tabellen 6 und 7 besorgt.

Eine Schlußzusammenstellung für die gestreckte Länge der Basis für jeden einzelnen Draht und getrennt nach Laboreichung und Normalstreckeneichung ist in den Tabellen 8 und 9 gegeben.

6. GENAUIGKEITSABSCHÄTZUNG FÜR DIE BASISMESSUNG

6.1. GENAUIGKEIT DER DRAHTMESSUNG

Anhaltspunkte für die Genauigkeit der reinen Drahtmessung, der Eichung, der Temperaturkorrektur und wenigstens angenähert auch der Lotungen gibt die Tabelle 9. Daraus ergibt sich für die aus Normalstreckeneichwerten abgeleitete Basislänge¹ eine mittlere Unsicherheit von $\pm 2,4$ mm für das Mittel aus allen Drähten.

6.2. GENAUIGKEIT DES ALIGNEMENTS

In [1] S. 12 sind die Reduktionsergebnisse zweier verschiedener Alignements, nämlich vor und nach der Basismessung zusammengestellt; die Differenz beträgt 0,046 mm. Der Fehleranteil des Alignements kann damit zu rund $\pm 0,03$ mm angesetzt werden.

6.3. GENAUIGKEIT DES NIVELLEMENTS

Für die Berechnung der Neigungs- und Dehnungskorrektur stehen ebenfalls zwei Messungen, nämlich je ein Nivellement vor und nach der Basismessung zur Verfügung. Um den Fehlerbeitrag des Nivellements abzuschätzen, wurde die Summe der h^2 getrennt für jedes Nivellement und für jeden Basisabschnitt mit dem Hauptglied der Formel für die Neigungskorrektur multipliziert (vgl. Tab. 10).

¹ Für die endgültige Darstellung der Basislänge werden ausschließlich die Normalstreckeneichwerte benützt.

Tabelle 6. Basismessung Ebersberg

1)	2)		3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	10)	11)
	Abschnitt	Datum									
98	0-93	29. 9.	+ 485,083	+ 486,429	- 0,446	+ 486,206	- 185,593	- 0,350	- 3,440	+ 296,823	
	93-195	30. 9.	+ 500,732	+ 501,791	- 1,059	+ 501,262	- 115,136	- 0,193	+ 3,140	+ 389,073	
	195-226	1. 10.	+ 166,344	+ 165,201	+ 1,143	+ 165,772	- 18,826	- 0,101	+ 0,300	+ 147,145	
	226-238	1. 10.	+ 113,663	+ 113,258	+ 0,405	+ 113,460	- 77,830	- 0,031	± 0,000	+ 35,599	
	238-295	1. 10.	+ 232,224	+ 232,677	- 0,453	+ 232,450	- 582,625	- 0,095	- 0,840	- 351,110	
	295-316	2. 10.	- 237,116	- 237,202	+ 0,086	- 237,159	- 518,915	- 0,202	+ 1,430	- 754,846	
	316-340	2. 10.	- 437,717	- 437,537	- 0,180	- 437,627	- 1254,004	- 0,049	+ 9,760	- 1681,920	
	340-345	2. 10.	+ 16,435	+ 16,192	+ 0,243	+ 16,314	- 196,080	- 0,015	- 24,450	- 204,231	
					2. 10.						
		0-93	23., 26. 9., 2. 10.	+ 536,272	+ 527,326	+ 534,280	+ 532,626	- 185,577	- 0,099	- 3,647	+ 343,303
		93-195	24. 9.	+ 545,577	+ 545,339	+ 0,238	+ 545,458	- 113,714	- 0,329	+ 3,270	+ 434,685
		195-226	25. 9.	+ 180,793	+ 180,098	+ 0,695	+ 180,446	- 18,337	- 0,102	+ 0,040	+ 162,047
	226-238	25. 9.	+ 117,634	+ 118,160	- 0,526	+ 117,897	- 76,485	- 0,029	+ 0,240	+ 41,623	
	238-295	25. 9.	+ 259,225	+ 258,801	+ 0,424	+ 259,013	- 579,424	- 0,098	- 1,170	- 321,679	
	295-316	26. 9.	- 227,189	- 226,874	- 0,315	- 227,032	- 518,918	- 0,202	+ 1,160	- 744,992	
	316-340	26. 9.	- 426,729	- 426,928	+ 0,199	- 426,828	- 1254,008	- 0,049	+ 9,740	- 1671,145	
	340-345	26. 9.	+ 18,180	+ 18,610	- 0,430	+ 18,395	- 196,080	- 0,015	- 24,400	- 202,100	
509	0-93	23. 9.	+ 426,365	+ 427,840	- 1,475	+ 427,102	- 185,598	- 0,137	- 4,080	+ 237,287	
	93-195	24. 9.	+ 433,320	+ 431,038	+ 2,282	+ 432,179	- 113,689	- 0,329	+ 3,270	+ 321,431	
	195-226	25. 9.	+ 144,250	+ 145,668	- 1,418	+ 144,959	- 18,330	- 0,102	+ 0,040	+ 126,567	
	226-238	25. 9.	+ 103,452	+ 104,616	- 1,164	+ 104,034	- 76,482	- 0,029	+ 0,240	+ 27,763	
	238-295	25. 9.	+ 191,497	+ 194,204	- 2,707	+ 192,850	- 579,411	- 0,098	- 1,170	- 387,829	
	295-316	26. 9.	- 250,673	- 250,137	- 0,536	- 250,405	- 518,912	- 0,202	+ 1,160	- 768,359	
	316-340	26. 9.	- 453,500	- 452,763	- 0,737	- 453,132	- 1254,003	- 0,049	+ 9,740	- 1697,444	
	340-345	26. 9.	+ 12,835	+ 12,610	+ 0,225	+ 12,722	- 196,079	- 0,015	- 24,400	- 207,772	
		0-93	23. 9.	+ 418,091	+ 418,783	- 0,692	+ 418,437	- 185,596	- 0,137	- 4,080	+ 228,624
		93-195	24. 9.	+ 426,420	+ 425,870	+ 0,550	+ 426,145	- 113,688	- 0,329	+ 3,270	+ 315,398
		195-226	25. 9.	+ 142,223	+ 142,741	- 0,518	+ 142,482	- 18,330	- 0,102	+ 0,040	+ 124,090
	226-238	25. 9.	+ 103,540	+ 103,409	+ 0,131	+ 103,474	- 76,482	- 0,029	+ 0,240	+ 27,203	

238-295	25. 9.	+ 188,028	+ 190,462	- 2,434	+ 189,245	- 579,409	- 0,098	- 1,170	- 391,432
295-316	26. 9.	- 251,653	- 251,170	- 0,483	- 251,412	- 518,910	- 0,202	+ 1,160	- 769,364
316-340	26. 9.	- 455,313	- 455,036	- 0,277	- 455,174	- 1254,000	- 0,049	+ 9,740	- 1699,483
340-345	26. 9.	+ 12,650	+ 12,310	+ 0,340	+ 12,480	- 196,078	- 0,015	- 24,400	- 208,013
0- 93	29. 9.	+ 410,173	+ 411,710	- 1,537	+ 410,942	- 185,577	- 0,350	- 3,440	+ 221,575
93-195	30. 9.	+ 419,172	+ 419,034	+ 0,138	+ 419,103	- 115,119	- 0,193	+ 3,140	+ 306,931
195-226	1. 10.	+ 141,159	+ 140,962	+ 0,197	+ 141,060	- 18,820	- 0,101	+ 0,300	+ 122,439
226-238	1. 10.	+ 103,632	+ 103,954	- 0,322	+ 103,793	- 77,828	- 0,031	± 0,000	+ 25,934
238-295	1. 10.	+ 187,057	+ 186,384	+ 0,673	+ 186,720	- 582,616	- 0,095	- 0,840	- 396,831
295-316	2. 10.	- 252,915	- 255,222	+ 2,307	- 254,068	- 518,912	- 0,202	+ 1,430	- 771,752
316-340	2. 10.	- 459,327	- 459,398	+ 0,071	- 459,362	- 1254,006	- 0,049	+ 9,760	- 1703,657
340-345	2. 10.	+ 11,840	+ 11,760	+ 0,080	+ 11,800	- 196,080	- 0,015	- 24,450	- 208,745
0- 93	23./26. 9.	+ 398,990	+ 395,387	(+ 3,603)	+ 397,188	- 185,556	- 0,108	- 3,765	+ 207,759
93-195	24. 9.	+ 402,892	+ 403,633	- 0,741	+ 403,262	- 113,682	- 0,329	+ 3,270	+ 292,521
195-226	25. 9.	+ 136,618	+ 136,476	+ 0,142	+ 136,547	- 18,328	- 0,102	+ 0,040	+ 118,157
226-238	25. 9.	+ 100,554	+ 100,173	+ 0,381	+ 100,364	- 76,482	- 0,029	+ 0,240	+ 24,093
238-295	25. 9.	+ 175,837	+ 176,247	- 0,410	+ 176,042	- 579,407	- 0,098	- 1,170	+ 404,633
295-316	26. 9.	- 256,844	- 256,702	- 0,142	- 256,773	- 518,911	- 0,202	+ 1,160	- 774,726
316-340	26. 9.	- 462,017	- 461,060	- 0,957	- 461,538	- 1254,003	- 0,049	+ 9,740	- 1705,850
340-345	26. 9.	+ 11,325	+ 11,460	- 0,135	+ 11,392	- 196,078	- 0,015	- 24,400	- 209,101
0- 93	29. 9.	+ 488,491	+ 490,004	- 1,513	+ 489,248	- 185,593	- 0,350	- 3,440	+ 299,865
93-195	30. 9.	+ 502,536	+ 502,318	+ 0,218	+ 502,427	- 115,137	- 0,193	+ 3,140	+ 390,237
195-226	1. 10.	+ 166,547	+ 165,902	+ 0,645	+ 166,224	- 18,826	- 0,101	+ 0,300	+ 147,597
226-238	1. 10.	+ 113,424	+ 114,124	- 0,700	+ 113,774	- 77,830	- 0,031	± 0,000	+ 35,913
238-295	1. 10.	+ 234,635	+ 232,944	+ 1,691	+ 233,790	- 582,625	- 0,095	- 0,840	- 349,770
295-316	2. 10.	- 236,444	- 236,490	+ 0,046	- 236,407	- 518,914	- 0,202	+ 1,430	- 754,153
316-340	2. 10.	- 437,596	- 438,556	+ 0,960	- 438,076	- 1254,008	- 0,049	+ 9,760	- 1682,373
340-345	2. 10.	+ 16,200	+ 15,900	+ 0,300	+ 16,050	- 196,080	- 0,015	- 24,450	- 204,495
0- 93	29. 9.	+ 509,430	+ 510,938	- 1,508	+ 510,184	- 185,598	- 0,350	- 3,440	+ 320,796
93-195	30. 9.	+ 523,950	+ 525,680	- 1,730	+ 524,815	- 115,142	- 0,193	+ 3,140	+ 412,620
195-226	1. 10.	+ 174,505	+ 173,064	+ 1,441	+ 173,784	- 18,827	- 0,101	+ 0,300	+ 155,156
226-238	1. 10.	+ 116,552	+ 116,946	- 0,394	+ 116,749	- 77,831	- 0,031	± 0,000	+ 38,887
238-295	1. 10.	+ 249,316	+ 247,378	+ 1,938	+ 248,347	- 582,629	- 0,095	- 0,840	- 335,217
295-316	2. 10.	- 231,021	- 231,058	+ 0,037	- 231,040	- 518,916	- 0,202	+ 1,430	- 748,728
316-340	2. 10.	- 431,768	- 431,939	+ 0,171	- 431,854	- 1254,008	- 0,049	+ 9,760	- 1676,151
340-345	2. 10.	+ 17,783	+ 17,462	+ 0,321	+ 17,622	- 196,080	- 0,015	- 24,450	- 202,923

511	238-295	25. 9.	— 391,432	+ 28,244	+ 30,124	+ 28,779	+ 31,709	— 363,188	— 361,308	— 362,653	— 359,723
	295-316	26. 9.	— 769,364	+ 10,406	+ 11,098	+ 10,603	+ 11,682	— 738,958	— 738,266	— 758,761	— 757,682
	316-340	26. 9.	— 1699,483	+ 11,892	+ 12,684	+ 12,118	+ 13,351	— 1687,591	— 1686,799	— 1687,365	— 1686,132
	340-345	26. 9.	— 208,013	+ 2,478	+ 2,642	+ 2,524	+ 2,782	— 205,535	— 205,371	— 205,489	— 205,231
	0- 93	29. 9.	+ 221,575	+ 55,196		+ 54,024		+ 276,771		+ 275,599	
	93-195	30. 9.	+ 306,931	+ 60,537		+ 59,232		+ 367,468		+ 366,183	
	195-226	1. 10.	+ 122,439	+ 18,398		+ 18,008		+ 140,837		+ 140,447	
	226-238	1. 10.	+ 25,934	+ 7,122		+ 6,971		+ 33,056		+ 32,905	
	238-295	1. 10.	— 396,831	+ 33,830		+ 33,111		— 363,001		— 363,720	
	295-316	2. 10.	— 771,752		+ 11,918	+ 11,308	+ 13,259		— 759,834	— 760,444	— 758,493
	316-340	2. 10.	— 1703,657		+ 13,620	+ 12,924	+ 15,154		— 1690,037	— 1690,733	— 1688,503
	340-345	2. 10.	— 208,745		+ 2,838	+ 2,692	+ 3,157		— 205,907	— 206,053	— 205,588
526	0- 93	23./26. 9.	+ 207,759	+ 67,555	+ 70,187	+ 68,271	+ 71,824	+ 275,314	+ 277,946	+ 276,030	+ 279,583
	93-195	24. 9.	+ 292,521	+ 74,093	+ 76,979	+ 74,878	+ 78,775	+ 366,614	+ 369,500	+ 367,399	+ 371,296
	195-226	25. 9.	+ 118,157	+ 22,518	+ 23,396	+ 22,757	+ 23,941	+ 140,675	+ 141,553	+ 140,914	+ 142,098
	226-238	25. 9.	+ 24,093	+ 8,717	+ 9,056	+ 8,809	+ 9,268	+ 32,810	+ 33,149	+ 32,902	+ 33,361
	238-295	25. 9.	— 404,633	+ 41,405	+ 43,018	+ 41,844	+ 44,021	— 363,228	— 361,615	— 362,789	— 360,612
	295-316	26. 9.	— 774,726	+ 15,254	+ 15,849	+ 15,416	+ 16,218	— 759,472	— 758,877	— 759,310	— 758,508
	316-340	26. 9.	— 1705,850	+ 17,434	+ 18,113	+ 17,618	+ 18,535	— 1688,416	— 1687,737	— 1688,232	— 1687,315
	340-345	26. 9.	— 209,101	+ 3,632	+ 3,774	+ 3,670	+ 3,862	— 205,469	— 205,327	— 205,431	— 205,239
	0- 93	29. 9.	+ 299,865	— 23,529	— 14,368	— 20,841	— 16,377	+ 276,336	+ 276,024	+ 279,024	+ 283,488
	93-195	30. 9.	+ 390,237	— 25,806	— 15,759	— 22,858	— 17,962	+ 364,431	+ 374,478	+ 367,379	+ 372,275
	195-226	1. 10.	+ 147,597	— 7,843	— 4,790	— 6,947	— 5,459	+ 139,754	+ 142,807	+ 140,650	+ 142,138
	226-238	1. 10.	+ 35,913	— 3,036	— 1,854	— 2,689	— 2,113	+ 32,877	+ 34,059	+ 33,224	+ 33,800
238-295	1. 10.	— 349,770	— 14,421	— 8,806	— 12,774	— 10,038	— 364,191	— 358,576	— 362,544	— 359,808	
295-316	2. 10.	— 754,153	— 5,313	— 3,244	— 4,706	— 3,698	— 759,466	— 757,397	— 758,859	— 757,851	
316-340	2. 10.	— 1682,373	— 6,072	— 3,708	— 5,378	— 4,226	— 1688,445	— 1686,081	— 1687,751	— 1686,599	
340-345	2. 10.	— 204,495	— 1,265	— 0,772	— 1,120	— 0,880	— 205,760	— 205,267	— 205,615	— 205,375	
529	0- 93	29. 9.	+ 320,796	— 41,710	— 41,710	— 42,724	— 43,319	+ 279,086	+ 279,086	+ 278,072	+ 277,477
	93-195	30. 9.	+ 412,620	— 45,747	— 45,747	— 46,859	— 47,512	+ 366,873	+ 366,873	+ 365,761	+ 365,108
	195-226	1. 10.	+ 155,156	— 13,904	— 13,904	— 14,241	— 14,440	+ 141,252	+ 140,915	+ 140,716	+ 140,716
	226-238	1. 10.	+ 38,887	— 5,382	— 5,382	— 5,513	— 5,590	+ 33,505	+ 33,374	+ 33,297	+ 33,297
	238-295	1. 10.	— 335,217	— 25,564	— 25,564	— 26,186	— 26,551	— 360,781	— 361,403	— 361,403	— 361,768
	295-316	2. 10.	— 748,728	— 9,418	— 9,418	— 9,647	— 9,782	— 758,146	— 758,375	— 758,375	— 758,510
	316-340	2. 10.	— 1676,151	— 10,764	— 10,764	— 11,026	— 11,179	— 1686,915	— 1687,177	— 1687,177	— 1687,330
	340-345	2. 10.	— 202,923	— 2,242	— 2,242	— 2,297	— 2,329	— 205,165	— 205,165	— 205,220	— 205,252

Tabelle 9. Ergebnisse der Basismessung im Meßhorizont mit Normalstreckeneichwerten. Neigungsreduktion nach TÁRCZY-HORNOCH

Ab- schnitt	0-93		93-195		195-226		226-238		238-295		295-316		316-340		340-Süd		Streckungs- reduktion	Basis im Messungs- horizont	Gewicht p	v	
	vor nach Mittel	mm	vor nach Mittel	mm	vor nach Mittel	mm	vor nach Mittel	mm	vor nach Mittel	mm	vor nach Mittel	mm	vor nach Mittel	mm	Summe Nord-Süd	mm					
Draht	2232	2448	744	288	1368	504	576	74	8234	8234	8234	8234	8234	8234	8234	8234	8234	8234	8234	8234	8234
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
98	277,495	367,775	140,672	33,093	363,012	759,231	1686,931	968,885	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344	1021,344
	277,005	367,337	140,539	33,042	363,257	759,324	1687,034	968,872	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817	1022,817
	277,205	367,556	140,606	33,068	363,134	759,276	1686,982	968,878	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080	1022,080
99	282,165	367,630	141,668	33,734	359,151	758,797	1686,923	968,815	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859	1010,859
	276,715	361,653	139,851	33,031	362,491	760,028	1688,329	968,632	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966	1030,966
	279,440	364,642	140,760	33,382	360,821	759,412	1687,626	968,724	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912	1020,912
509	273,669	361,333	138,694	32,457	365,531	760,144	1688,055	968,547	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930	1039,930
	276,998	364,985	139,804	32,887	363,490	759,392	1687,196	968,659	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745	1026,745
	275,334	363,159	139,249	32,672	364,510	759,768	1687,626	968,603	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888	1032,888
510	275,580	366,898	139,742	33,262	362,653	758,761	1687,365	968,752	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545	1024,545
	280,360	372,141	141,335	33,879	359,723	757,682	1686,132	968,913	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909	1006,909
	277,970	369,520	140,538	33,570	361,188	758,222	1686,748	968,832	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727	1015,727
511	275,599	366,183	140,447	32,905	363,720	760,444	1690,733	968,399	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364	1031,364
	275,599	366,183	140,447	32,905	363,720	758,493	1688,503	968,690	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	276,030	367,399	140,914	32,902	362,789	759,310	1688,232	968,788	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128	1029,128
	279,583	371,296	142,098	33,361	360,612	758,508	1687,315	968,908	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298	1024,298
	277,806	369,348	141,506	33,132	361,700	758,909	1687,774	968,848	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189	1011,189
527	279,024	367,379	140,650	33,224	362,544	758,859	1687,751	968,673	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744	1017,744
	283,488	372,275	142,138	33,800	359,808	757,851	1686,599	968,823	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204	1020,204
	281,256	369,827	141,394	33,512	361,176	758,355	1687,175	968,748	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734	1003,734
529	278,072	365,761	140,915	33,374	361,403	758,375	1687,177	968,920	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969	1011,969
	277,477	365,108	140,716	33,297	361,768	758,510	1687,330	968,900	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913	1019,913
	277,774	365,434	140,816	33,336	361,586	758,442	1687,254	968,910	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110	1022,110
	277,774	365,434	140,816	33,336	361,586	758,442	1687,254	968,910	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012	1021,012

Mittel: — 1442,888 $[p v]: + 0,007$ $[p v] = 590,89$ $m_0 = \pm 9,2$ mm $\mu = \pm 2,4$ mm

Tabelle 10. Abschätzung des Fehlers der Neigungskorrektion

Abschnitt	$[\Delta h_M^2]^1$	$[\Delta h_F^2]^1$	Differenz $[\Delta h_M^2] - [\Delta h_F^2]$	$20833 \{[\Delta h_M^2] - [\Delta h_F^2]\}$ $\cong \Delta [K_1]$
	m ²	m ²	m ²	μ
0-93	8,898483	8,902082	-0,003599	-75
93-195	5,396879	5,400117	-0,003238	-67
195-226	0,966766	0,966434	+0,000332	+7
226-238	3,781879	3,783983	-0,002104	-44
238-295	27,608792	27,610614	-0,001822	-38
295-316	24,867744	24,867410	+0,000334	+7
316-340	60,075831	60,081500	-0,005669	-118
340-345	9,402485	9,403671	-0,001186	-25
Summe:	140,998859	141,015811	-0,016952	-353

Mittlere Unsicherheit der Basislänge aus Niv. $\approx \pm 0,2$ mm

¹ M = Münchener Nivellement; F = Frankfurter Nivellement.

In den übrigen Gliedern kann der Unterschied in den nivellierten Höhenunterschieden vernachlässigt werden. Aus dieser Abschätzung ergibt sich der Fehlerbeitrag des Nivellements zu $\pm 0,2$ mm.

6.4. GENAUIGKEIT DER STRECKUNGSREDUKTION

Die Summe der im Basispolygon beobachteten Winkel ergab einen Widerspruch von 15^{cc} . Damit errechnet sich der mittlere Fehler eines ausgeglichenen Winkels im Basispolygon zu:

$$m_w = \pm \frac{15}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{n}}, \quad n = 9, \quad m_w = \pm 5^{\text{cc}}. \quad (1)$$

Die Unsicherheit der Neigungswinkel der einzelnen Basisabschnitte gegen die gerade Verbindungslinie der Basisendpunkte wächst also von $\pm 5^{\text{cc}}$ an den Enden bis zu $\pm 10^{\text{cc}}$ in der Mitte des Polygonzuges. Für die Genauigkeit der gesamten Streckungsreduktion ergeben sich folgende Zahlenwerte:

Abschnitt	Neigung	$\Delta \cos/1^{\text{cc}}$	Unsicherheit der Neigung	$\Delta \cos \cdot m$	s	m_s
	g	10^{-8}	mcc	10^{-8}	m	mm
Nord-93	0,487	2	5	10	2232	0,223
93-195	0,056	1	7	7	2448	0,171
195-226	0,068	1	9	9	744	0,067
226-238	0,731	2	10	20	288	0,058
238-295	0,321	1	10	10	1368	0,137
295-316	0,313	1	9	9	503	0,045
316-340	1,976	5	7	35	574	0,201
340-Süd	1,974	5	5	25	75	0,019

$$[m_s^2] = 0,1484 \text{ mm}^2$$

Daraus folgt eine mittlere Unsicherheit der Streckungsreduktion von $\pm 0,39$ mm.

6.5. GENAUIGKEIT DES HILFSDREIECKS

Das Hilfsdreieck wurde zweimal ausgemessen (vgl. [1], S. 9). Sowohl aus den Differenzen der gemessenen Winkel als auch aus den Dreieckswidersprüchen erhält man für die Mittelwerte der gemessenen Winkel einen mittleren Fehler von rund $\pm 2^{\text{cc}}$.

Die mittlere Unsicherheit für den abgeleiteten Basisabschnitt ergibt sich dann zu:

$$m_a = \pm a \sqrt{\left(\frac{m_c}{c}\right)^2 + \frac{2}{3} (\text{ctg}^2 a + \text{ctg} a \text{ctg} \gamma + \text{ctg}^2 \gamma) \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^2}. \quad (2)$$

Mit $a = 75 \text{ m}$, $c = 120 \text{ m}$, $m_c = \pm 0,05 \text{ mm}$, $a = 42^{\text{g}},64$ und $\gamma = 108^{\text{g}},00$ erhält man aus (2)

$$m_a = \pm 75000 \sqrt{\left(\frac{0,05}{120000}\right)^2 + 2/3 (1,593 + 0,159 + 0,016) \left(\frac{2^{\text{cc}}}{\rho^{\text{cc}}}\right)^2}$$

$$\underline{m_a = \pm 0,26 \text{ mm.}}$$

6.6. GESAMTGENAUIGKEIT DER BASISMESSUNG

Mit den oben dargestellten Unsicherheiten der verschiedenen Arbeitsgänge läßt sich nun die Gesamtgenauigkeit der Basismessung berechnen:

Mittlerer Fehler aus der Drahtmessung	$\pm 2,4 \text{ mm}$
Mittlerer Fehler aus dem Alignement	$\pm 0,03 \text{ mm}$
Mittlerer Fehler aus dem Nivellement	$\pm 0,2 \text{ mm}$
Mittlerer Fehler aus der Streckungsreduktion	$\pm 0,39 \text{ mm}$
Mittlerer Fehler aus dem Hilfsdreieck	$\pm 0,26 \text{ mm}$
<hr/>	
Mittlerer Gesamtfehler der Basislänge aus Normalstreckeneichwerten . . .	$\pm 2,5 \text{ mm.}$

7. ENDERGEBNIS DER BASISMESSUNG
DURCH DIE I. ABT. DGFI

Im folgenden werden nunmehr die endgültigen Längen der Basis angegeben; eine Erläuterung der verschiedenen Werte ist nicht erforderlich.

7.1. BASISLÄNGE AUS LABORATORIUMSEICHWERTEN

Länge der Basis im Messungshorizont ($H = 549,78 \text{ m}$)	8 232 559,68 mm
Reduktion auf Meereshöhe	— 710,40 mm
<hr/>	
Basislänge in Meereshöhe	<u>8 231 849,28 $\pm 2,4 \text{ mm}$</u>

7.2. BASISLÄNGE AUS NORMALSTRECKENEICHWERTEN

Länge der Basis im Messungshorizont ($H = 549,78$ m)	8 232 557,11 mm
Reduktion auf Meereshöhe	— 710,40 mm
Basislänge in Meereshöhe	<u>8 231 846,71 \pm 2,5 mm</u>

8. ENDERGEBNIS DER BASISMESSUNG EBERSBERG ALS MITTELWERT AUS DEN MESSUNGEN DER I. UND II. ABT. DES DGFI

8.1. BASISLÄNGE AUS LABORATORIUMSEICHWERTEN
IM MEERESHORIZONT

I. Abt. DGFI	8 231 849,28 mm
II. Abt. DGFI ¹	8 231 852,14 mm
Mittel ²	<u>8 231 850,7 mm</u>

8.2 BASISLÄNGE AUS NORMALSTRECKENEICHWERTEN

I. Abt. DGFI	8 231 846,71 mm
II. Abt. DGFI ¹	8 231 846,74 mm
Mittel ²	<u>8 231 846,7 mm.</u>

Entsprechend den Empfehlungen der I.A.G. wird für die endgültige Darstellung der Basis nur die aus Normalstreckeneichwerten abgeleitete Länge benützt; also gilt für die auf Meereshöhe reduzierte Länge der Basis:

8 231 846,7 mm.

Die Genauigkeit des Endwertes kann mit ± 2 mm veranschlagt werden.

¹ Laut Mitteilung der II. Abteilung des DGFI. Näheres über die Messungen der II. Abteilung DGFI siehe bei [2].

² Es wurde davon abgesehen, bei der Mittelung die geringfügigen Genauigkeitsunterschiede zu berücksichtigen.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] M. KNEISSL und R. SIGL, Basis Ebersberger Forst, Invardrahtmessungen der I. Abteilung des Deutschen Geodätischen Forschungsinstitutes 1958. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl., N. F. Heft Nr. 99, München 1959.
- [2] K. GERKE, Basis Ebersberger Forst, Invardrahtmessungen 1958 der II. Abt. des DGFI, Veröff. d. DGK, Reihe B, Heft Nr. 56, Teil II. (Im Druck.)
- [3] M. KNEISSL, Normalstrecke, Basis und Basisvergrößerungsnetz München-Ebersberg, Anlage und Vermessungsergebnisse 1958. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl., N. F. Heft 97, München 1959.
- [4] M. KNEISSL und R. SIGL, Tellurometermessungen 1958 (der I. Abt. des DGFI) im Basisvergrößerungsnetz München. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., math.-nat. Kl., N. F. Heft 100, München 1959.
- [5] GIGAS, E., Handbuch für die Verwendung von Invardrähten bei Grundlinienmessungen. Reichsamt für Landesaufnahme 1934 Berlin.
- [6] TÁRCZY-HORNOCH, Über die Invardraht- und Bandmessung. ZfV 83. Jg. 1958, Heft 6, Seite 183 ff.
- [7] JORDAN-EGGERT-KNEISSL, Handbuch der Vermessungskunde, Bd. IV, 1. Hälfte, Stuttgart 1958.