

BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

ABHANDLUNGEN · NEUE FOLGE, HEFT 99

M. KNEISSL UND R. SIGL

Basis Ebersberger Forst
Invardrahtmessungen der I. Abteilung des
Deutschen Geodätischen Forschungsinstituts
1958

Mit 2 Figuren

Vorgelegt von Max Kneißl am 10. Juli 1959

MÜNCHEN 1959

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KOMMISSION BEI DER C. H. BECK'SCHEN VERLAGSBUCHHANDLUNG MÜNCHEN

Druck der C. H. Beck'schen Buchdruckerei Nördlingen
Printed in Germany

INHALTSÜBERSICHT

1. Allgemeines	5
2. Kurze Beschreibung der einzelnen Messungsarbeiten	5
2.1 Drahtmessung	5
2.2 Nivellement	7
2.3 Aligment	8
2.4 Übertragungsdreieck	9
2.5 Lotungen	9
3. Berechnungen	10
3.1 Temperaturkorrektur	10
3.2 Nivellements-korrektur	10
3.3 Aligments-korrektur	11
3.4 Lotungen	12
3.5 Eichkorrektur	12
3.6 Übertragungsdreieck	16
3.7 Streckungsreduktion	16
3.8 Korrektur wegen Schwereunterschied	17
3.9 Reduktion auf den Meereshorizont	17
4. Ergebnisse der Drahtmessung, Länge der Basis	22
4.1 Ergebnisse der Drahtmessung	22
4.2 Länge der Basis	22
5. Kurze Genauigkeitsbetrachtung	23
5.1 Genauigkeit der Feldeichung	23
5.2 Genauigkeit der Basismessung	23

1. ALLGEMEINES

Die Basismessung wurde in der Zeit vom 23. 9. 1958 bis 3. 10. 1958 ausgeführt. Beteiligt waren ein Österreichischer Meßtrupp mit den Drähten 526, 527 und 529, ein Schweizer Meßtrupp mit den Drähten 98 und 99 und zwei Münchener Meßtrupps mit den Drähten 509, 510 und 511. Für die Messung selbst galt folgende Einteilung:

Gruppe I: Draht: 509 u. 511; Beobachter: Dr. Marzahn, Reiser (München)

Gruppe II: Draht: 510 u. 527; Beobachter: Dr. Eichhorn, Dr. Sigl (München)

Gruppe III: Draht 526 u. 529; Beobachter: Mitter, Dr. Oliwa (Österreich)

Gruppe IV: Draht 98 u. 99; Beobachter: Oettli, Wunderlin (Schweiz).

Lage und Ausbau der Basis und der Normalstrecke in Ebersberg sind beschrieben in ¹.

Da die Länge der Basis sowohl aus den Laboratoriumseichnungen der Eichinstitute als auch aus den Messungen auf der Normalstrecke in Ebersberg abgeleitet werden sollte, ergab sich folgende Meßanordnung:

Normalstrecke – Basis – Normalstrecke.

Etwaige Abweichungen sowie der genaue Zeitplan sind aus Tabelle 8 ersichtlich.

Die Basis selbst war durch Pfähle (Nr. 1 bis 345) in 24 m-Intervalle eingeteilt, die wiederum zu Teilstrecken (Tagesabschnitte) zusammengefaßt wurden. Vgl. hierzu Figur 1: Teilstrecken Nr. 1–93, Nr. 94–195, Nr. 196–295 und Nr. 296–345.

2. KURZE BESCHREIBUNG DER EINZELNEN MESSUNGSARBEITEN

2. 1. DRAHTMESSUNG

Die Drahtmessungen auf der Normalstrecke und auf der Basis wurden im allgemeinen von mehreren Meßtrupps gleichzeitig durchgeführt. Die Trupps begannen die Messung jeweils am gleichen Punkt des Tagesabschnittes. Zu Beginn der Meßstrecke folgten die einzelnen Gruppen unmittelbar aufeinander; sobald die 1. Gruppe die ersten beiden Drahtlagen gemessen hatte, begann die 2. Gruppe mit der Messung. Um Stauungen zu vermeiden und ein zügiges Arbeiten zu gewährleisten, wurden die Gruppen in der Reihenfolge

¹ KNEISSL, M.: Normalstrecke, Basis und Basisvergrößerungsnetz München–Ebersberg; Anlage und Vermessungsergebnisse 1958. Abh. d. Bayer. Akad. d. Wiss., Neue Folge Nr. 97.

Anordnung der Basis bei München

(1958 gemessene Brechungswinkel β)

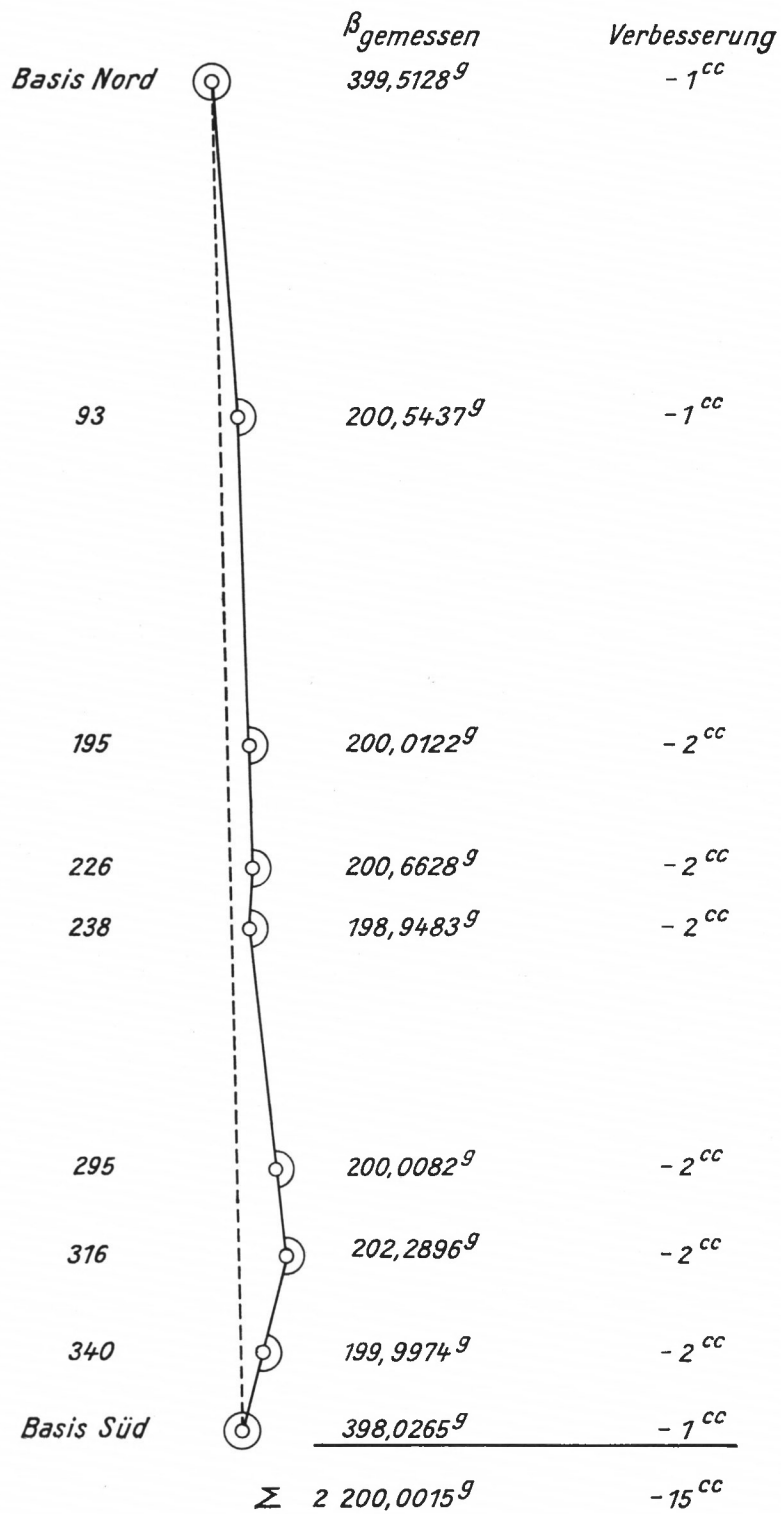


Fig. 1

ihrer jeweiligen Meßgeschwindigkeit auf die Reise geschickt, also die schnellste Gruppe voran, die langsameren folgten. Dies hatte zur Folge, daß sich die Abstände zwischen den Trupps rasch vergrößerten und diese sich kaum störten.

Jeder Meßtrupp umfaßte zwei Ableser, einen Aufschreiber und zwei Spannbockhalter. Für die Messung jeder Drahtlage ergab sich folgende Arbeitseinteilung:

Ableser	Spannbockhalter	Aufschreiber
Einhängen des Meßdrahtes in den Haken des Spanndrahtes.	Aufstellen des Spannbockes in der Messungslinie, etwa 1–2 m hinter dem jeweiligen Pfahl. Auf Kommando langsames Niederlassen der am Spanndraht hängenden Gewichte. Durch Neigen bzw. seitliches Schwenken des Spannbockes wird der Draht in eine solche Lage gebracht, daß die Skalen leicht an den Kanten der Jäderinzapfen gleiten. Eventuell Verstellen der Rollenbügel.	Eintragen der Nummer der Drahtlage ins Protokoll, Uhrzeit.
Nach Beruhigung des Drahtes auf Kommando gleichzeitiges Ablesen, Draht etwas verschieben, erneut ablesen usw. Der in der Nähe des Aufschreibers stehende Ableser gibt die Ablesung leise – für den zweiten Ableser nicht hörbar – der zweite Ableser laut bekannt. Draht vom Spanndraht lösen und in Meßrichtung weitertragen.	Auf Kommando Aufheben der Gewichte. Weitertragen der Spannbocke und der Gewichte zu den nächsten Pfählen.	Eintragen der Ablesungen ins Protokoll, Differenzenbildung, Mitteln der Differenzen. Falls Abweichungen gegen das Mittel von mehr als $\frac{3}{10}$ mm auftreten, weitere Ablesungen. Ablesen der Temperatur am Schleuderthermometer (auf $\frac{1}{2}$ °C genau).

Besondere Schwierigkeiten bot die sog. Bergstrecke. Ableser und Spannbockhalter mußten mit dem Meßgerät die zur Überwindung der Höhenunterschiede errichteten, bis zu 4 m hohen Gerüste ersteigen. Der Meßfortschritt war dabei gering. Während die Tagesabschnitte an der Basis im allgemeinen 2 km betrugen, war der letzte Abschnitt, die Bergstrecke, lediglich 1 km lang.

2. 2. NIVELLEMENT

Das Basisnivellement¹ wurde mit Hilfe eines Zeiss-Nivelliers Ni 2 mit Planplattenvorsatz und Invarlatten nach Art eines Feinnivellements durchgeführt. Im Steilstück der Basis wurden 3-m-Invarlatten mit $\frac{1}{2}$ -cm-Strichteilung, im flachen Teil 1,5 m lange Latten verwendet.

Die Messung erstreckte sich über einen Zeitraum von 5 Tagen, an zwei Tagen konnte erst nachmittags begonnen werden. Es herrschte naßkaltes, bewölktes Wetter, am ersten und zweiten Tag regnete es.

¹ Beschrieben ist hier das nach der Basismessung vom Geodätischen Institut der T. H. München ausgeführte Nivellement.

Die Höhenunterschiede der Podeststrecke (Bergstrecke) mußten nach einem besonderen Verfahren nivelliert werden. Die großen Höhenunterschiede der Jäderinzapfen konnten in einigen Fällen von seitlich am Hang gelegenen Standpunkten ermittelt werden. War dies nicht möglich, so wurde das Nivellier mittels einer Spezialgrundplatte auf einem der Jäderinzapfen aufgesetzt und die Höhendifferenz zu den beiden benachbarten Jäderinzapfen gemessen. In die Jäderinpfähle war ein zusätzlicher Hilfsbolzen eingebracht, der dieses Verfahren erst ermöglichte. Der Höhenunterschied Hilfsbolzen-Jäderinzapfen mußte anschließend von seitlichen Standpunkten aus gemessen werden, nachdem das Nivellierinstrument auf den Beobachtungsgerüsten nicht aufgestellt werden konnte. Sämtliche Höhenunterschiede wurden doppelt nivelliert und auf der „Bergstrecke“ durch ein weiteres, die Endpunkte verbindendes Bodennivellement kontrolliert und abgeglichen. Der maximale Widerspruch betrug dabei 0,6 mm. Aus den Differenzen zwischen Hin- und Rückmessung ergeben sich folgende mittlere Fehler für den Höhenunterschied h einer 24-m-Strecke:

a) ohne Berücksichtigung des Höhenunterschiedes, sämtliche Differenzen:

$$m_h = \pm 0,22 \text{ mm},$$

b) für die Höhenunterschiede > 1 m, die für die Reduktion der Drahtmessung auf $1/10$ mm genau benötigt werden:

$$m_h = \pm 0,08 \text{ mm},$$

c) für die Höhenunterschiede < 1 m ergab sich

$$m_h = \pm 0,23 \text{ mm}.$$

Zur weiteren Kontrolle wurden Anschlüsse an die Höhenfestpunkte des Bayer. Landesvermessungsamts (BLVA) gemessen. Auf der Strecke vom Ausgangshöhenfestpunkt PB 42 bis zum letzten Festpunkt UF 7 (8 km) betrug die Differenz zwischen dem gemessenen Höhenunterschied und dem vom BLVA angegebenen Wert 2 mm. Da diese Höhen nur auf ganze mm angegeben waren und da bei Zwischenanschlüssen geringere Differenzen auftraten, unterblieb eine Abgleichung.

2. 3. ALIGNEMENT

Für das Alignement wurde ein Präzisions-theodolit Wild-T 3 mit Zubehör und eine Alignementslatte benutzt. Letztere besitzt eine aufsteckbare Klemmhülse, die ein zentrisches Aufsitzen auf dem Messingzapfen gewährleistet. An der Klemmhülse befindet sich in Höhe des Zapfenendes ein drehbares Gelenk; die Latte kann mit Hilfe einer einfachen Röhrenlibelle horizontalisiert werden. Um Vorzeichenfehler auszuschalten, wurde der Latten-nullpunkt an das linke Ende gelegt. Die Gesamtlänge der cm-Teilung beträgt 30 cm, die mm müssen geschätzt werden.

Bei der Durchführung der Messungen wurde der Theodolit durch Winkelmessung in einem Satz zwischen die benachbarten Brechpunkte (Miren) eingefluchtet. Dann wurden nach Einstellung der Mire bei geklemmtem Grundkreis die Ausweichungen der einzelnen Jäderinzapfen in zwei Kreislagen mit Hin- und Rückgang des Lattenträgers bestimmt. Von jedem Standpunkt aus wurden nach beiden Richtungen etwa 10 Zapfen beobachtet

(240 m). Zur Ausschaltung von Restaufstellungsfehlern wurden die einzelnen Abschnitte mit Überlappung beobachtet, da es nur auf die Differenzen zweier aufeinanderfolgender Zapfen ankommt. Bei der Auswahl der Instrumentenstandpunkte wurde auf gute Übersicht geachtet. War die Latte trotzdem verdeckt, so konnte gewöhnlich mittels der vorhandenen Distanzfäden oder durch Verdrehen des Instruments um gleiche Winkelbeträge nach links und rechts ein gültiges Mittel aus zwei Ablesungen erhalten werden. Die erforderliche Genauigkeit konnte leicht eingehalten werden.

2. 4. ÜBERTRAGUNGSDREIECK

Für die Winkelmessungen im Übertragungsdreieck (Punkt 340, 345 und Basis Süd) wurden ein Wild-T 3-Theodolit und zwei Zieltafeln der Wildschen T 2-Polygonausrüstung benutzt. Da der T 3-Theodolit nicht in die Zwangszentrierungsfußplatten der Zieltafeln paßte, wurden die Zieltafeln und der Theodolit auf Zentriersterne aufgesetzt.

Die Zentriersterne wurden durch Lotung von den vorhandenen Lotständen mit einem weiteren T 3-Theodolit auf den Beobachtungstischen möglichst zentrisch über den unterirdischen Vermarkungen befestigt. Vor und nach der Winkelmessung wurden die Zentrier-elemente für die Zieltafeln und den Theodolit durch Ablotung bestimmt. Am 7. 10. wurden alle drei Winkel des Übertragungsdreieckes in je 8 Sätzen gemessen. Am 8. und 9. 10. wurden dann nochmals die drei Winkel in je 10 Sätzen gemessen. Die auf die unterirdischen Vermarkungen zentrierten Winkel und ihre Ausgleichung sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Tabelle 1

Tag	7. 10. 1958				8.-9. 10. 1958				Differ. d ausgeglt. Winkel	Gesamt- mittel
Standpunkt	$\angle_1$ g	$m \angle$ cc	v cc	Ausgeglt. g	$\angle_2$ g	$m \angle$ cc	v cc	Ausgeglt. g		g
340	49,3520.4	± 1.6	$- 1.2$	49,3519.2	49,3518.4	± 1.3	$+ 2.0$	49,3520.4	$+ 1.2$	49,3519.9
Basis Süd	108,0039.2	± 1.6	$- 1.2$	108,0038.8	108,0035.1	± 0.6	$+ 2.0$	108,0037.1	$- 0.9$	108,0037.5
345	42,644.9	± 1.7	$- 1.1$	42,6442.8	42,6440.6	± 0.7	$+ 1.9$	42,6442.5	$- 0.3$	42,6442.6
w	$+ 3.5$			0	$- 5.9$			0		

Bei der Ausgleichung wurden alle Messungen als gleichgewichtig betrachtet, weil die restlichen Zentrierfehler in der gleichen Größenordnung wie die mittleren Beobachtungsfehler der Winkel liegen.

2. 5. LOTUNGEN

Die Lotungen wurden von seitlichen Lotständen mit einem Wild-T 3-Theodolit durchgeführt. Im allgemeinen wurde jeder Winkel in 4 Halbsätzen gemessen. Der mittlere Fehler des Mittels aus den 4 Messungen beträgt etwa ± 2 cc. Das entspricht bei einem seitlichen Abstand von 6,366 m einer Lotungsunsicherheit von rund $\pm 0,02$ mm.

3. BERECHNUNGEN

Die Berechnungen wurden nach der vom Reichsamt für Landesaufnahme angegebenen Reihenfolge ausgeführt¹.

3. 1. TEMPERATURKORREKTION

Die Temperaturkorrekturen wurden mit Hilfe der Ausdehnungskoeffizienten (Tab. 2) berechnet, die in den Eichscheinen der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) Braunschweig vom 15. 12. 1958, bzw. des Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) vom 16. 4. 1959 angegeben sind.

Tabelle 2

Draht-Nr.	Eichinstitut	Ausdehnungskoeffizient	
98	BIPM	$(+ 0,936 - 0,001 \ 24 \ t^{\circ}) \cdot 10^{-6}$ $(+ 0,936 - 0,001 \ 24 \ t^{\circ}) \cdot 10^{-6}$	} zwischen 0 °C und t °C
99	BIPM		
509	PTB	+ 0,29 · 10 ⁻⁶	pro 1 °C und 1 m
510	PTB	+ 0,30 · 10 ⁻⁶	pro 1 °C und 1 m
511	PTB	+ 0,26 · 10 ⁻⁶	pro 1 °C und 1 m
526	PTB	+ 0,12 · 10 ⁻⁶	pro 1 °C und 1 m
527	PTB	+ 0,11 · 10 ⁻⁶	pro 1 °C und 1 m
529	PTB	+ 0,12 · 10 ⁻⁶	pro 1 °C und 1 m

Zu bemerken ist, daß die Temperaturangaben für die Drähte 526 (Normalstrecke und Basisstrecke 1–18 am 23. 9.) und 529 (Basisstrecke 94–195 und Rückmessung am 30. 9.) infolge Thermometerausfall unvollständig sind. In Anbetracht der äußerst kleinen Ausdehnungskoeffizienten wurde die durchschnittliche Temperatur für Draht Nr. 526 durch Extrapolation geschätzt und bei Draht 529 durch Vergleich mit anderen, zur selben Zeit auf derselben Strecke gemessenen Temperaturen gewonnen.

3. 2. NIVELLEMENTSKORREKTION

Für das Nivellement lagen zwei Messungen vor:

- a) Vor der Basismessung, ausgeführt von der II. Abt. des DGFI (zweite Messung vom 20. bis 25. 9.),
- b) Nach der Basismessung, ausgeführt vom Geodätischen Institut der Technischen Hochschule München.

¹ Vgl. hierzu: Handbuch der Vermessungskunde, JORDAN-EGGERT-KNEISSEL, 10. Auflage, Band IV, Erste Hälfte (Stuttgart 1958), S. 467 u. f.

Bei der Zusammenstellung der Höhenunterschiede für die 24 m-Strecken ergaben sich zum Teil erhebliche Differenzen. Da diese auch schon zwischen der ersten und zweiten Frankfurter Messung auftraten, dürfte es sich hierbei weniger um Nivellierfehler als um wirkliche Höhenänderungen der Jäderinzapfen handeln. Der größte Betrag von 7 mm trat bei Punkt 195 auf; daraus folgt eine Unsicherheit der Längenreduktion von 55 μ . Etwa 40 % der Höhenunterschiede weisen Differenzen auf, durch welche die Neigungskorrekturen von 2 μ bis zu 40 μ unsicher werden.

Diese Punkte lagen hauptsächlich im Bereich der Bergstrecke (ab Punkt 280). Für 20 % der Höhenunterschiede ergab sich eine Unsicherheit der Neigungsreduktion von 1 bis 2 μ . Da diese Unterschiede wahrscheinlich auf Höhenänderungen der Jäderinzapfen während der Messung zurückzuführen sind, wurden die Ergebnisse der beiden Nivellements gemittelt.

Die Nivellementskorrektur wurde in bekannter Weise gerechnet¹ nach:

$$k_1 = -h^2 \cdot \left(\frac{1}{2s} - \frac{2}{c^2} \right) - \frac{h^4}{8s^3},$$

$$k_2 = \frac{h^2}{2s^3} \cdot (\sigma + \lambda),$$

$$k_3 = -\frac{s^2}{8c^2}.$$

Mit $c = 575$ und $s = 24$ m erhält man daraus:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -20,827\,284 \cdot h^2 - 0,009\,042\,2 \cdot h^4, \\ k_2 &= + 0,000\,868\,06 \cdot h^2 (\sigma + \lambda), \\ k_3 &= - 0,000\,217\,8 \cdot \sigma \text{ oder } [k_3] = - 0,000\,217\,8 \cdot [\sigma], \end{aligned} \right\} \text{ in [mm]}]$$

wenn h in [m] und $(\sigma + \lambda)$ in [mm] eingesetzt werden.

Die Dehnungsänderung des Meßdrahtes bei ungleich hohen Auflagern erhält man aus

$$\gamma = \frac{P_0}{EQ} \cdot \frac{h^2}{2s}.$$

Mit $P_0 = 10$ kg, $E = 16000$ kg/mm², $Q = 2,14$ mm² und $s = 24$ m wird dann

$$\gamma = 0,006085 \cdot h^2,$$

wobei h in [m] und γ in [mm] zu rechnen sind.

3.3 ALIGNEMENTSKORREKTION

Auch für das Aligement lagen zwei Messungen vor:

- vor der Basismessung, ausgeführt durch die II. Abt. des DGFI,
- nach der Basismessung, ausgeführt durch die I. Abt. des DGFI.

¹ Hinsichtlich der Bezeichnungen darf auf das Handbuch der Vermessungskunde Jordan-Eggert-Kneißl, Band IV, Erste Hälfte (Stuttgart 1958), S. 467 ff. verwiesen werden.

Die Gegenüberstellung beider Alignementsergebnisse ergab keine nennenswerten Unterschiede. Ohne Straßenpunkte ergaben sich für die einzelnen Abschnitte folgende Alignementskorrekturen (Tab. 3):

Tabelle 3

Abschnitt	vorher mm	nachher mm
0- 93	0,078	0,080
93-195	0,154	0,163
195-226	0,103	0,098
226-238	0,013	0,011
238-295	0,098	0,093
295-316	0,166	0,202
316-340	0,044	0,049
340-345	0,009	0,015
0-345	0,665	0,711

(Bergstrecke)!

3. 4. LOTUNGEN

Die gesamten Lotungsbeträge sind in den Tabellen 4a (Basis) und 4b (Normalstrecke) zusammengestellt. Für die Messungen auf der Normalstrecke fehlen die Lotungen für den 23. 9. und 2. 10.; es mußten dafür die Lotungen vom 22. 9. bzw. 3. 10. verwendet werden. Auffallend sind die großen Schwankungen der Lotungsbeträge an den einzelnen Tagen sowohl auf der Basis als auch auf der Normalstrecke.

3. 5. EICKORREKTION

Die Berechnung der Basis erfolgte mehrmals: Einmal mit den von den Eichinstituten (PTB und BIPM) bestimmten Eichwerten (Laboreichung), zum anderen mit den aus der Messung auf der Normalstrecke abgeleiteten Eichwerten (Feldeichung), des weiteren wurden jeweils die Resultate aus den Eichwerten „vor und nach der Basismessung“ gegenübergestellt.

Die von der PTB angegebenen Eichwerte beziehen sich auf ein Spannungsgewicht von 100009,3 g. Dies bewirkt eine Verlängerung der Meßlänge des Drahtes um 6,5 μ . Bei den Laboratoriumseichwerten der Drähte 509, 510 und 511 müssen also sowohl bei den Eichwerten vor, als auch nach der Basismessung 6,5 μ abgezogen werden; bei den Eichwerten der Drähte 526, 527 und 529 dagegen nur bei den Werten nach der Basismessung, weil die Eichung vor der Basismessung vom BIPM unter einer Spannung von 10 kg vorgenommen wurde. Folgende Einzelheiten sind noch zu erwähnen: Die vom BIPM für die Drähte 526, 527 und 529 gegebenen Eichwerte „vor der Basismessung“, bezogen auf eine Eichtemperatur von 15° C, wurden auf eine Temperatur von 20° C umgerechnet. Bei den Schweizer

Drähten 98 und 99 stammt die Eichung „vor der Basismessung“ aus dem Jahre 1953. Die Differenzen gegenüber der Eichung vom 7. 7. 1959 sind beträchtlich (Tab. 5); für die Berechnung der Basis wurden lediglich die Eichwerte von 1959 benutzt. Die Drähte 98 und 99 gehen daher in das Gesamtmittel gegenüber den übrigen Drähten mit geringerem Gewicht ein. Die Ergebnisse der Drahtmessung auf der Normalstrecke sind in Tabelle 6 zusammengestellt. Die Bedeutung der einzelnen Spalten ist aus den nachfolgend erläuterten Berechnungen zu ersehen. Die damit aus der interferometrisch bestimmten Länge der Normalstrecke abgeleiteten Eichwerte sind ebenfalls in Tabelle 5 eingetragen.

Tabelle 5

Eichung Ort	August 1958 PTB	August 1958 Normalstrecke (Feldeichung)		Oktober 1958 PTB
		vor	nach	
	μ	μ	μ	μ
509	+ 401	+ 391	+ 427	+ 416
510	+ 464	+ 505	+ 556	+ 497
511	+ 562	+ 581	+ 585	+ 536
Eichung Ort	Dezember 1957 BIPM			Dezember 1958 PTB
526	+ 672	+ 734	+ 772	+ 705
527	— 289	— 224	— 176	— 186
529	— 498	— 460	— 466	— 498
Eichung Ort	Juli 1953 BIPM			April 1959 BIPM
98	+ 268	— 209	— 213	— 212
99	— 462	— 658	— 716	— 722

Bei den PTB-Werten ist die Korrektur auf 10 kg Spannungsgewicht angebracht; PTB-Werte und BIPM-Werte sind auf den Schwerewert der Normalstrecke reduziert.

Die Drähte 529 und 511 erhielten während der Messung einen Knick. Beim Draht 529 geschah dies gleich am Anfang der Messung. Daraufhin wurde die ganze Messung einschließlich der Messung auf der Normalstrecke wiederholt, so daß lediglich der Laboratoriumseichwert vor der Basismessung entfällt. Obwohl gerade bei diesem Draht die einzelnen Eichwerte einschließlich des oben genannten gut übereinstimmen – die Meßlänge des Drahtes hat sich demnach nicht wesentlich geändert – wurde der Laboratoriumseichwert vor der Basismessung nicht mit verwendet. Draht 511 erhielt einen Knick kurz vor Ende der Basismessung im letzten Tagesabschnitt. Der Knick wurde begradigt und anschließend die Messung des letzten Tagesabschnittes in der Meßfolge Normalstrecke–Tagesabschnitt–Normalstrecke wiederholt. Die Änderung der Meßlänge des Drahtes liegt auch hier innerhalb der Meßgenauigkeit. Die Messungen vor dem Knick wurden mit den Eichungen vor der Basismessung und die Messungen nach dem Knick mit den Eichungen nach der Basismessung reduziert.

Eine sprungartige Längenänderung ist entsprechend Tab. 5 für Draht 527 zu erkennen. Die Ursache hierfür ist unbekannt, es sind deshalb alle vier Eichwerte benützt worden.

Tabelle 6. Ergebnisse der Drahtmessung auf der Normalstrecke

I Draht Datum	2 Hin- messung mm	3 Rück- messung mm	4 Differenz d mm	5 Mittel- werte mm	6 k ₁ mm	7 Korrekturen k ₂ mm	8 k ₃ mm	9 Align- ment- korrektur mm	10 Lotungs- korrektur mm	11 Dehnungs- korrektur mm	12 Summe 5-11 mm	13 Eich- korrektur λ mm
98 27. 9. 3. 10.	+ 61,537 + 61,397	+ 61,776 + 61,567	- 0,239 - 0,170	+ 61,656 + 61,482	- 33,780 - 33,780	+ 0,005 + 0,005	- 0,013 - 0,014	- 0,008 - 0,008	- 0,810 - 0,480	+ 0,006 + 0,006	+ 27,056 + 27,211	- 0,209 ₈ - 0,213 ₂
99 23. 9. 27. 9. 3. 10.	+ 77,322 + 78,430 + 81,425	+ 77,741 + 78,326 + 80,838	- 0,419 + 0,104 + 0,587	+ 77,532 + 78,378 + 81,131	- 33,780 - 33,780 - 33,780	+ 0,005 + 0,005 + 0,005	- 0,017 - 0,017 - 0,017	- 0,008 - 0,008 - 0,008	- 0,530 - 0,810 - 0,480	+ 0,006 + 0,006 + 0,006	+ 43,208 + 43,774 + 46,857	- 0,657 ₆ - 0,716 ₁
509 23. 9. 27. 9.	+ 39,612 + 39,016	+ 39,936 + 38,510	+ 0,272 + 0,324 + 0,506	+ 237,041 + 39,774 + 38,763	- 101,340 - 33,780 - 33,780	+ 0,015 + 0,006 + 0,006	- 0,051 - 0,009 - 0,009	- 0,024 - 0,008 - 0,008	- 1,820 - 0,530 - 0,810	+ 0,018 + 0,006 + 0,006	+ 133,839 + 5,459 + 4,168	+ 0,391 ₀ + 0,426 ₉
510 22. 9. 27. 9.	+ 35,696 + 34,196	+ 35,660 + 34,020	+ 0,036 + 0,176	+ 35,678 + 34,108	- 33,780 - 33,780	+ 0,005 + 0,005	- 0,008 - 0,008	- 0,008 - 0,008	- 0,530 - 0,810	+ 0,006 + 0,006	+ 1,363 + 0,478	+ 0,504 ₈ + 0,556 ₂
511 27. 9. 2. 10. 3. 10.	+ 33,258 + 34,932 + 31,758	+ 33,184 + 33,904 + 30,392	+ 0,074 + 1,028 + 1,366	+ 33,221 + 34,418 + 31,075	- 33,780 - 33,780 - 33,780	+ 0,005 + 0,005 + 0,005	- 0,007 - 0,008 - 0,007	- 0,008 - 0,008 - 0,008	- 0,810 - 0,480 - 0,480	+ 0,006 + 0,006 + 0,006	- 1,373 + 0,153 - 3,189	+ 0,580 ₈ + 0,584 ₈
526 23. 9. 27. 9.	+ 27,430 + 26,569	+ 27,420 + 26,092	+ 0,010 + 0,477	+ 98,714 + 27,425 + 26,330	- 101,340 - 33,780 - 33,780	+ 0,015 + 0,005 + 0,005	- 0,022 - 0,006 - 0,006	- 0,024 - 0,008 - 0,008	- 1,770 - 0,530 - 0,810	+ 0,018 + 0,006 + 0,006	- 4,409 - 6,888 - 8,263	+ 0,734 ₀ + 0,772 ₂
527 27. 9. 2. 10.	+ 62,074 + 60,156	+ 62,338 + 60,140	- 0,264 + 0,016	+ 62,206 + 60,168	- 33,780 - 33,780	+ 0,005 + 0,005	- 0,014 - 0,013	- 0,008 - 0,008	- 0,810 - 0,480	+ 0,006 + 0,006	+ 27,605 + 25,878	- 0,224 ₂ - 0,176 ₂
529 27. 9. 29. 9. 2. 10.	+ 69,620 + 70,157 + 70,020	+ 69,211 + 70,961 + 71,144	+ 0,409 - 0,804 - 1,124	+ 69,416 + 70,559 + 70,582	- 33,780 - 33,780 - 33,780	+ 0,005 + 0,005 + 0,005	- 0,015 - 0,015 - 0,015	- 0,008 - 0,008 - 0,008	- 0,810 - 0,600 - 0,480	+ 0,006 + 0,006 + 0,006	+ 34,814 + 36,077 + 36,310	- 0,459 ₅ - 0,466 ₀
				+ 210,557	- 101,340	+ 0,015	- 0,045	- 0,024	- 1,980	+ 0,018	+ 107,201	

Knick

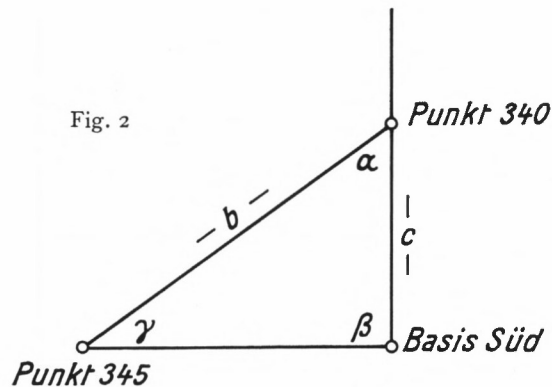
bei Regen
nach Regen

nach Knick

3. 6. ÜBERTRAGUNGSDREIECK

Mit den ausgeglichenen Winkeln (vgl. S. 9)

$$\alpha = 49,3519.9^{\circ}, \quad \beta = 108,0037.5^{\circ}, \quad \gamma = 42,6442.6^{\circ}$$



ergibt sich entsprechend Fig. 2 für die Seite c (Pkt. 340–Basis Süd):

$$c = \frac{b \sin \gamma}{\sin \beta} = b \cdot 0,625\ 811\ 240.$$

3. 7. STRECKUNGSREDUKTION

Die Streckung der gebrochenen Basis erfolgte durch Projektion der Teilstrecken auf die Verbindungslinie Basis Nord–Basis Süd. Bedeutet α_i die Neigung der einzelnen Teilstrecke L_i gegen die Verbindungslinie, so ergibt sich die gesamte Streckungsreduktion zu:

$$[\Delta l] = L_i \cdot (1 - \cos \alpha_i).$$

Die Reduktionsbeträge für die Teilstrecken und für die gesamte Basis enthält Tab. 7.

Tabelle 7

Abschnitt	Neigung α_i [g]	Reduktion mm
0–93	399,5127	— 65,383
93–195	0,0563	— 0,955
195–226	0,0683	— 0,424
226–238	0,7309	— 18,984
238–295	399,6790	— 17,383
295–316	399,6870	— 6,079
316–340	1,9764	— 276,738
340–Süd	1,9736	— 36,023
Summe		— 421,969

Die beobachteten Brechungswinkel β_i und deren Verbesserungen sind in Fig. 1 angegeben.

3. 8. KORREKTION WEGEN SCHWEREUNTERSCHIED

Die notwendigen Schwerewerte für Basis und Normalstrecke wurden mit Hilfe eines Askania-Gravimeters Gs 12 durch Anschlußmessungen an den Schwerepunkt München-Nymphenburg (7835 A) bestimmt. Danach ergaben sich folgende mittlere Schwerewerte:

Basis: $g = 980\,716,1 \text{ mGal}$,

Normalstrecke: $g = 980\,713,3 \text{ mGal}$.

Für die aus der Messung der Normalstrecke abgeleitete Länge der Basis ist demnach keine Korrektur erforderlich; der Schwereunterschied zwischen Basis und Normalstrecke kann vernachlässigt werden.

Für die Laboratoriumseichungen gelten folgende Schwerewerte:

BIPM (Paris): $g_0 = 980\,940,8 \text{ mGal}$,

PTB (Braunschweig): $g_0 = 981\,268,2 \text{ mGal}$.

Damit erhält man nach

$$\delta_g = 7,01 \cdot \frac{g - g_0}{g_0} [\text{mm}]$$

folgende Korrekturen für die Gesamtbasis:

Eichung beim BIPM: $-0,551 \text{ mm}$,

Eichung bei der PTB: $-1,351 \text{ mm}$.

3. 9. REDUKTION AUF DEN MEERESHORIZONT

Diese erfolgt in bekannter Weise nach

$$\Delta L = -L_0 \frac{H}{R}.$$

Mit den Angaben

mittlere geographische Breite $\varphi = 48^\circ 07'$

Azimet der Basis $\alpha = 193^\circ$

mittlere Höhe der Basis $H = 549,78 \text{ m}$

(mittlere Höhe der Jäderinzapfen)

erhält man aus $\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \alpha}{M} + \frac{\sin^2 \alpha}{N}$

$$R = 6371\,111,9 \text{ m}$$

und schließlich

$$\Delta L = -710,402 \text{ mm}.$$

Tabelle 8. Ergebnisse der Drahtmessung auf der Basis

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Draht Datum	Abchnitt	Hin- messung	Rück- messung	Differenz d	Mittel- wert	k_1	Korrekturen k_2 (ohne Tagespunkte)	k_3	Dehnungs- korrektur	Align- ment- korrektur	Lotungs- korrektur	Alignem.- Korrektur	Tagespunkte k_1	Summe 6-14
98														
29. 9.	0-93	+ 485,983	+ 486,429	- 0,446	+ 486,266	- 185,430	+ 0,094	- 0,105	+ 0,047	- 0,080	- 3,440	- 0,270	- 0,135	+ 296,887
30. 9.	93-195	+ 500,732	+ 501,791	- 1,059	+ 501,262	- 108,987	+ 0,003	- 0,108	+ 0,020	- 0,163	+ 3,140	- 0,030	- 6,046	+ 389,091
1. 10.	195-226	+ 166,344	+ 165,201	+ 1,143	+ 165,772	- 15,794	+ 0,001	- 0,036	+ 0,004	- 0,098	+ 0,300	- 0,003	- 2,998	+ 147,148
1. 10.	226-238	+ 113,663	+ 113,258	+ 0,405	+ 113,460	- 70,501	+ 0,011	- 0,025	+ 0,022	- 0,011	+ 0,000	- 0,020	- 7,309	+ 035,627
1. 10.	238-295	+ 232,224	+ 232,677	- 0,453	+ 232,450	- 574,943	+ 0,043	- 0,031	+ 0,165	- 0,093	+ 0,840	- 0,002	- 7,593	+ 350,864
2. 10.	295-316	+ 237,116	+ 237,202	- 0,086	+ 237,159	- 518,409	- 0,478	+ 0,051	+ 0,151	- 0,202	+ 1,430	—	—	+ 754,616
2. 10.	316-340	+ 437,717	+ 437,537	- 0,180	+ 437,627	- 1252,883	- 1,014	+ 0,095	+ 0,366	- 0,049	+ 9,700	—	—	+ 1681,352
2. 10.	340-345	+ 16,435	+ 16,192	+ 0,243	+ 16,314	- 196,054	+ 0,010	- 0,004	+ 0,057	- 0,015	- 24,450	—	—	+ 204,142
99														
23., 26. 9.		+ 840,548	+ 840,809	- 0,261	+ 840,678	—	—	—	—	—	—	—	—	- 2122,221
2. 10.	0-93	+ 536,272	+ 527,326	+ 334,280	+ 532,626	- 185,430	+ 0,094	- 0,116	+ 0,047	- 0,019	- 3,647	- 0,019	- 0,108	+ 343,367
24. 9.	93-195	+ 545,577	+ 545,339	+ 0,238	+ 545,458	- 108,987	+ 0,002	- 0,120	+ 0,020	- 0,163	+ 3,270	- 0,165	- 4,610	+ 434,704
25. 9.	195-226	+ 180,793	+ 180,098	+ 0,695	+ 180,446	- 15,794	+ 0,001	- 0,038	+ 0,004	- 0,098	+ 0,040	- 0,004	- 2,507	+ 162,050
25. 9.	226-238	+ 117,634	+ 118,160	- 0,526	+ 117,897	- 70,501	+ 0,011	- 0,025	+ 0,022	- 0,011	+ 0,000	- 0,018	- 5,962	+ 041,653
25. 9.	238-295	+ 259,225	+ 258,801	+ 0,424	+ 259,013	- 574,943	+ 0,038	- 0,035	+ 0,165	- 0,093	+ 1,170	- 0,005	- 4,388	+ 321,438
26. 9.	295-316	+ 227,189	+ 226,874	- 0,315	+ 227,032	- 518,409	- 0,484	+ 0,049	+ 0,151	- 0,202	+ 1,160	—	—	+ 744,767
26. 9.	316-340	+ 426,729	+ 426,928	+ 0,199	+ 426,828	- 1252,883	- 1,027	+ 0,093	+ 0,366	- 0,049	+ 9,740	—	—	+ 1670,588
26. 9.	340-345	+ 18,180	+ 18,610	- 0,430	+ 18,395	- 196,054	+ 0,008	- 0,004	+ 0,057	- 0,015	- 24,400	—	—	+ 202,013
509														
23. 9.	0-93	+ 426,365	+ 427,840	- 1,475	+ 427,102	- 185,430	+ 0,088	- 0,094	+ 0,047	- 0,080	- 4,080	- 0,057	- 0,152	+ 237,344
24. 9.	93-195	+ 433,320	+ 431,038	+ 2,282	+ 432,179	- 108,987	+ 0,003	- 0,095	+ 0,020	- 0,163	+ 3,270	- 0,166	- 4,610	+ 321,451
25. 9.	195-226	+ 144,250	+ 145,668	- 1,418	+ 144,959	- 15,794	+ 0,000	- 0,032	+ 0,004	- 0,088	+ 0,040	- 0,004	- 2,507	+ 126,568
25. 9.	226-238	+ 103,452	+ 104,616	- 1,164	+ 104,034	- 70,501	+ 0,009	- 0,023	+ 0,022	- 0,011	+ 0,240	- 0,018	- 5,962	+ 27,790
25. 9.	238-295	+ 191,497	+ 194,204	- 2,707	+ 192,850	- 574,943	+ 0,033	- 0,042	+ 0,165	- 0,093	+ 1,170	- 0,005	- 4,388	+ 387,593
26. 9.	295-316	+ 250,673	+ 250,137	- 0,536	+ 250,405	- 518,409	- 0,480	+ 0,054	+ 0,151	- 0,202	+ 1,160	—	—	+ 768,131
26. 9.	316-340	+ 453,500	+ 452,703	- 0,737	+ 453,132	- 1252,883	- 1,040	+ 0,098	+ 0,366	- 0,049	+ 9,740	—	—	+ 1696,900
26. 9.	340-345	+ 12,835	+ 12,610	+ 0,225	+ 12,722	- 196,054	+ 0,005	- 0,003	+ 0,057	- 0,015	- 24,400	—	—	+ 207,688
510														
23. 9.	0-93	+ 607,546	+ 613,076	- 5,530	+ 610,309	—	—	—	—	—	—	—	—	- 2347,159
24. 9.	93-195	+ 418,091	+ 418,783	- 0,692	+ 418,437	- 185,430	+ 0,095	- 0,092	+ 0,047	- 0,080	- 4,080	- 0,057	- 0,152	+ 228,688
25. 9.	195-226	+ 426,420	+ 425,870	+ 0,550	+ 426,145	- 108,987	+ 0,004	- 0,094	+ 0,020	- 0,163	+ 3,270	- 0,166	- 4,610	+ 315,419
25. 9.	226-238	+ 142,223	+ 142,741	- 0,518	+ 142,482	- 15,794	+ 0,001	- 0,031	+ 0,004	- 0,098	+ 0,040	- 0,004	- 2,507	+ 124,093
25. 9.	238-295	+ 103,540	+ 103,409	+ 0,131	+ 103,474	- 70,501	+ 0,008	- 0,023	+ 0,022	- 0,011	+ 0,000	- 0,018	- 5,962	+ 27,229
25. 9.	295-316	+ 188,028	+ 190,462	- 2,434	+ 189,245	- 574,943	+ 0,038	- 0,041	+ 0,165	- 0,023	+ 1,170	- 0,005	- 4,388	+ 391,192

26. 9.	295-316	+251,653	+251,170	-0,483	-251,411	-518,409	-0,488	+0,054	+0,151	-0,202	+1,160	-	-	-769,141
26. 9.	316-340	+455,313	+455,036	-0,277	-455,174	-1252,883	-1,041	+0,099	+0,366	-0,049	+9,740	-	-	-1,068,942
26. 9.	340-345	+12,650	+12,310	+0,340	+12,480	-196,054	+0,005	-0,003	+0,057	-0,015	-24,400	-	-	-207,930
511		+583,986	+587,369	-3,383	+585,678									-2371,780
29. 9.	0-93	+410,173	+411,710	-1,537	+410,942	-185,430	+0,006	-0,090	+0,047	-0,080	-3,440	-0,135	+0,270	-221,640
30. 9.	93-195	+419,172	+419,034	+0,138	+419,103	-108,987	+0,007	-0,092	+0,020	-0,163	-3,140	-6,046	+0,030	+306,952
1. 10.	195-226	+141,159	+140,962	+0,197	+141,060	-15,794	+0,000	-0,031	+0,004	-0,098	+0,300	-2,998	+0,003	+122,440
1. 10.	226-238	+103,632	+103,934	+0,322	+103,793	-70,501	+0,013	-0,023	+0,022	-0,011	-0,000	-7,309	+0,020	+25,964
1. 10.	238-295	+187,057	+186,384	+0,673	+186,720	-574,943	+0,036	-0,041	+0,165	-0,093	-0,840	-7,593	+0,002	+396,591
2. 10.	295-316	+252,915	+255,222	+2,307	+254,068	-518,409	+0,488	+0,055	+0,148	-0,202	+1,430	-	-	+771,534
2. 10.	316-340	+459,327	+459,398	+0,071	+459,362	-1252,883	-1,040	+0,100	+0,366	-0,049	+9,760	-	-	+1703,108
2. 10.	340-345	+11,840	+11,760	+0,080	+11,800	-196,054	+0,005	-0,003	+0,057	-0,015	-24,450	-	-	-208,660
526		+560,791	+559,184	+1,607	+559,988									-2402,897
23/26. 9.	0-93	+398,990	+395,387	+3,603	+397,188	-185,430	+0,089	-0,087	+0,047	-0,080	-3,765	-0,116	+0,028	+207,818
24. 9.	93-195	+402,892	+403,633	-0,741	+403,262	-108,987	+0,002	-0,088	+0,020	-0,163	-3,270	-4,610	+0,166	+292,540
25. 9.	195-226	+136,618	+136,476	+0,142	+136,547	-15,794	+0,000	-0,030	+0,004	-0,004	-0,040	-2,507	+0,004	+118,158
25. 9.	226-238	+100,554	+100,173	+0,381	+100,364	-70,501	+0,009	-0,022	+0,022	-0,011	-0,240	-5,962	+0,018	+24,121
25. 9.	238-295	+175,837	+176,247	+0,410	+176,042	-574,943	+0,035	-0,038	+0,165	-0,093	-1,170	-4,388	+0,005	+404,395
26. 9.	295-316	+256,844	+256,702	-0,142	+256,773	-518,409	+0,486	+0,056	+0,148	-0,202	+1,160	-	-	+774,506
26. 9.	316-340	+402,017	+401,060	+0,937	+401,538	-1252,883	-1,042	+0,100	+0,366	-0,049	+9,740	-	-	+1705,306
26. 9.	340-345	+11,325	+11,460	-0,135	+11,392	-196,054	+0,005	-0,003	+0,057	-0,015	-24,400	-	-	+209,018
527		+507,335	+505,614	+1,741	+506,484									-2450,588
29. 9.	0-93	+488,491	+490,004	+1,513	+489,248	-185,430	+0,093	-0,107	+0,047	-0,080	-3,440	-0,135	+0,270	+299,926
30. 9.	93-195	+502,536	+502,318	+0,218	+502,427	-108,987	+0,007	-0,110	+0,020	-0,163	-3,140	-6,046	+0,030	+390,258
1. 10.	195-226	+166,547	+165,992	+0,645	+166,224	-15,794	+0,002	-0,036	+0,004	-0,098	-0,300	-2,998	+0,003	+147,601
1. 10.	226-238	+113,424	+114,124	+0,700	+113,774	-70,501	+0,014	-0,025	+0,022	-0,011	-0,000	-7,309	+0,020	+35,944
1. 10.	238-295	+234,635	+232,944	+1,691	+233,790	-574,943	+0,040	-0,051	+0,165	-0,093	-0,840	-7,593	+0,002	+349,527
2. 10.	295-316	+236,444	+236,490	+0,046	+236,467	-518,409	+0,487	+0,051	+0,151	-0,202	+1,430	-	-	+753,933
2. 10.	316-340	+437,596	+438,556	+0,960	+438,076	-1252,883	-1,034	+0,095	+0,366	-0,049	+9,760	-	-	+1681,821
2. 10.	340-345	+16,200	+15,990	+0,300	+16,050	-196,054	+0,006	-0,004	+0,057	-0,015	-24,450	-	-	+204,410
529		+847,793	+846,146	+1,647	+846,970									-2115,962
29. 9.	0-93	+509,430	+510,938	-1,508	+510,184	-185,430	+0,097	-0,111	+0,047	-0,080	-3,440	-0,135	+0,270	+320,862
30. 9.	93-195	+523,950	+525,680	+1,730	+524,815	-108,987	+0,008	-0,114	+0,020	-0,163	-3,140	-6,046	+0,030	+412,643
1. 10.	195-226	+174,505	+173,064	+1,441	+173,784	-15,794	+0,002	-0,038	+0,004	-0,098	-0,300	-2,998	+0,003	+155,159
1. 10.	226-238	+116,552	+116,946	-0,394	+116,749	-70,501	+0,015	-0,025	+0,022	-0,011	-0,000	-7,309	+0,020	+38,920
1. 10.	238-295	+249,316	+247,378	+1,938	+248,347	-574,943	+0,038	-0,054	+0,165	-0,093	-0,840	-7,593	+0,002	+334,975
2. 10.	295-316	+231,021	+231,958	+0,037	+231,040	-518,409	+0,487	+0,050	+0,151	-0,202	+1,430	-	-	+748,507
2. 10.	316-340	+431,768	+431,939	+0,171	+431,854	-1252,883	-1,034	+0,094	+0,366	-0,049	+9,760	-	-	+1675,600
2. 10.	340-345	+17,783	+17,402	+0,321	+17,622	-196,054	+0,005	-0,004	+0,057	-0,015	-24,450	-	-	+202,839
530		+928,747	+928,471	+0,276	+928,607									-2034,337

Tabelle 9. Ergebnisse der Drahtmessung auf der Basis

Draht	Eich- institut	Eich- wert vor nach	Material	Abschnitt										Summe Nord-Süd	Strek- kungs- reduktion	Schwäre- reduktion	Basis- länge vor nach Mittel 8234 mm	Ver- besserung v	Gewicht ρ
				0-93	93-195	195-226	226-238	238-295	295-316	316-340	340-Süd	vor nach Mittel	74 mm						
+ +																			

4. ERGEBNISSE DER DRAHTMESSUNG, LÄNGE DER BASIS

4. 1. ERGEBNISSE DER DRAHTMESSUNG

Die Zusammenstellung der Ergebnisse ist in den Tabellen 8 und 9 besorgt. Tabelle 8 enthält für jeden Draht abschnittsweise die Ergebnisse der Hin- und Rückmessung (Temperaturkorrektur ist bereits berücksichtigt) sowie die notwendigen Korrekturen. Eine Erläuterung der einzelnen Spalten ist nicht nötig.

In Tabelle 9 finden sich zunächst für jeden Draht die Längen der einzelnen Abschnitte und deren Summe; mit Hilfe der in den weiteren Spalten gegebenen Beträge für die Streckungs- und Schwerereduktion kann die Länge der Basis im Messungshorizont unmittelbar abgeleitet werden. Entsprechend der Erläuterung unter 3.5 ergeben sich für jeden Draht vier Werte der Basislänge:

A) aus Laboratoriumseichwerten, vor und nach der Basismessung

B) aus der Normalstrecke, Feldeichung vor und nach der Basismessung.

4. 2. LÄNGE DER BASIS

Aus den Angaben in Tabelle 9 ergeben sich für die Länge der Basis (im Messungshorizont) folgende Werte:

A) aus Laboratoriumseichwerten: $8\,232\,546,887^1 \text{ mm} \pm 2,1 \text{ mm}$

B) aus Normalstreckeneichwerten: $8\,232\,558,252^1 \text{ mm} \pm 2,4 \text{ mm}$

Mittelwert	$8\,232\,552,570 \text{ mm}$
------------	------------------------------

Reduktion auf Meereshöhe	$-710,402 \text{ mm}$
--------------------------	-----------------------

Basislänge in Meereshöhe	$8\,231\,842,17 \text{ mm} \pm 5,7 \text{ mm}$
--------------------------	--

¹ Gerechnet als allgemeines arithmetisches Mittel; die Gewichte sind in Tab. 9 vorgetragen.

5. KURZE GENAUIGKEITSBETRACHTUNG

5.1. GENAUIGKEIT DER FELDEICHUNG

Aus den Hin- und Rückmessungen auf der Normalstrecke erhält man folgende Differenzen (vgl. Tab. 10):

Tabelle 10

d mm	d mm	d mm	d mm
— 0,239	— 0,324	+ 1,028	+ 0,016
— 0,170	+ 0,506	+ 1,366	+ 0,409
— 0,419	+ 0,036	+ 0,010	— 0,804
+ 0,104	+ 0,176	+ 0,477	— 1,124
+ 0,587	+ 0,074	— 0,264	

Damit wird der mittlere Fehler des Mittels aus Hin- und Rückmessung:

$$m = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[dd]}{n}} = \pm \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{5,050}{19}} = \pm 0,258 \text{ mm.}$$

Dieser mittlere Fehler gilt für die Länge der Normalstrecke, also für 36 Drahtlagen. Der mittlere Fehler einer Drahtlänge für das Mittel aus Hin- und Rückmessung oder der mittlere Fehler der aus der interferometrisch bestimmten Länge der Normalstrecke abgeleiteten Eichkorrektur (Feldeichung) ergibt sich damit zu:

$$\mu_\lambda = \frac{m}{\sqrt{36}} = \pm 43 \mu.$$

Die PTB gibt die Genauigkeit der Eichung mit $\pm 20 \mu$ an. Vergleicht man aber die aus den Laboratoriums- bzw. Feldeichungen abgeleiteten Ergebnisse, so können beide Eichverfahren als gleichwertig angesehen werden.

5.2. GENAUIGKEIT DER BASISMESSUNG

Hierfür sollen zunächst die für die verschiedenen Drähte ermittelten Resultate mit dem Gesamtmittel verglichen werden. Der daraus gerechnete mittlere Fehler enthält alle Fehlerquellen und stellt damit eine Art „äußere Genauigkeit“ dar.

Entsprechend Tab. 9 erhält man folgende mittlere Fehler:

Basislänge aus Laboreichung: m. F. = $\pm 2,1$ mm

Basislänge aus Feldeichung: m. F. = $\pm 2,4$ mm.

Nicht berücksichtigt ist dabei der systematische Unterschied zwischen beiden Resultaten für die Basislänge; entsprechend der Differenz von $-11,4$ mm (im Sinne Laboratoriums-

Feldeichung) ergibt sich ein Unterschied der Eichwerte von 33μ . Eine Erklärung dafür ist nicht möglich, der Betrag liegt jedoch noch innerhalb der oben angegebenen Eichgenauigkeit.

Den reinen Meßfehler, soweit er den eigentlichen Meßvorgang und die Temperaturbestimmung betrifft, kann man aus den in Tab. 8 zwischen Hin- und Rückmessung ausgewiesenen Differenzen errechnen. Der Übersichtlichkeit halber sind diese jeweils auf 100 Drahtlagen reduziert und in Tab. 11 zusammengestellt worden. Aus den reduzierten Differenzen erhält man eine für den Draht charakteristische Unsicherheit für das Mittel aus Hin- und Rückmessung, bezogen auf 100 Lagen:

Tabelle 11

Draht-Nr.	Anzahl der Lagen	d_i	$d_i^{(100)}$ für 100 Lagen	Draht-Nr.	Anzahl der Lagen	d_i	$d_i^{(100)}$ für 100 Lagen
	n	mm	mm		n	mm	mm
98	93	— 0,446	— 0,463	511	93	— 1,537	— 1,594
	102	— 1,059	— 1,048		102	+ 0,138	+ 0,137
	31	+ 1,143	+ 2,059		31	+ 0,197	+ 0,354
	12	+ 0,405	+ 1,170		12	— 0,322	— 0,930
	57	— 0,453	— 0,600		57	+ 0,673	+ 0,892
	21	+ 0,086	+ 0,188		21	+ 2,307	+ 5,035
	24	— 0,180	— 0,368		24	+ 0,071	+ 0,145
	5	+ 0,243	+ 1,086		5	+ 0,080	+ 0,358
99	93	—	—	526	93	—	—
	102	+ 0,238	+ 0,236		102	— 0,741	— 0,734
	31	+ 0,695	+ 1,248		31	+ 0,142	+ 0,255
	12	— 0,526	— 1,520		12	+ 0,381	+ 1,100
	57	+ 0,424	+ 0,561		57	— 0,410	— 0,544
	21	— 0,315	— 0,688		21	— 0,142	— 0,310
	24	+ 0,199	+ 0,406		24	— 0,957	— 1,953
	5	— 0,430	— 1,923		5	— 0,135	— 0,604
509	93	— 1,475	— 1,530	527	93	— 1,513	— 1,570
	102	+ 2,282	+ 2,262		102	+ 0,218	+ 0,216
	31	— 1,418	— 2,548		31	+ 0,645	+ 1,158
	12	— 1,164	— 3,364		12	— 0,700	— 2,020
	57	— 2,707	— 3,588		57	+ 1,691	+ 2,240
	21	— 0,536	— 1,170		21	+ 0,046	+ 0,100
	24	— 0,737	— 1,505		24	+ 0,960	+ 1,960
	5	+ 0,225	+ 1,007		5	+ 0,300	+ 1,342
510	93	— 0,692	— 0,718	529	93	— 1,508	— 1,563
	102	+ 0,550	+ 0,545		102	— 1,730	— 1,712
	31	— 0,518	— 0,931		31	+ 1,441	+ 2,588
	12	+ 0,131	+ 0,379		12	— 0,394	— 1,138
	57	— 2,434	— 3,223		57	+ 1,938	+ 2,568
	21	— 0,483	— 1,053		21	+ 0,037	+ 0,081
	24	— 0,277	— 0,565		24	+ 0,171	+ 0,349
	5	+ 0,340	+ 1,520		5	+ 0,321	+ 1,436

Mit d_i = Hin - Rückmessung

$$\text{und } d_i^{(100)} = \frac{d_i \cdot 10}{\sqrt{n}}$$

$$\text{wird } m = + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[d_i^{(100)} d_i^{(100)}]}{8}}$$

Für die einzelnen Drähte ergeben sich daher folgende mittlere Fehler m_i :

Draht Nr.	$[d_i^{(100)} d_i^{(100)}]$	m_i
98	8,631	$\pm 0,519$ mm
99	8,574	$\pm 0,533$ mm
509	42,788	$\pm 1,156$ mm
510	15,949	$\pm 0,706$ mm
511	29,846	$\pm 0,965$ mm
526	6,385	$\pm 0,478$ mm
527	18,603	$\pm 0,762$ mm
529	22,152	$\pm 0,830$ mm
Quadr. Mitt.		$\pm 0,78$ mm

Die (gestreckte) Basis hat eine Länge von etwa 343 Drahtlagen; die Genauigkeit der mit einem Draht in Hin- und Rückmessung bestimmten Basislänge ergibt sich daraus zu:

$$M = \pm 0,78 \sqrt{3,43} = \pm 1,44 \text{ mm,}$$

für das Mittel aus 8 Drähten:

$$\mu = \frac{M}{\sqrt{8}} = \pm 0,51 \text{ mm.}$$

Der Vergleich mit der oben angegebenen „äußeren Genauigkeit“ zeigt, daß die eigentliche Drahtmessung einen sehr kleinen Fehlerbeitrag liefert.

Als mittlerer Fehler des Gesamtmittels (Laboratoriums- + Feldeichung) wird entsprechend der Differenz von 11,4 mm zwischen beiden Resultaten der Wert $\pm 5,7$ mm angegeben, der den wirklichen Genauigkeitsverhältnissen am nächsten kommen dürfte.