

Ueber
 die Hilfsmittel, Methoden und Resultate
 der
 Internationalen Erdmessung.

Festrede

gehalten in der
 öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wissenschaften
 zu München

am 15. November 1899

von

Dr. phil. Karl v. Orff

k. Generalmajor a. D.

o. Mitglied der mathematisch-physikalischen Classe.

München 1899.

Verlag der k. b. Akademie
 in Commission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Ueber
die Hilfsmittel, Methoden und Resultate
der
Internationalen Erdmessung.

F e s t r e d e

gehalten in der
öffentlichen Sitzung der k. b. Akademie der Wissenschaften
zu München

am 15. November 1899

von

Dr. phil. Karl v. Orff

k. Generalmajor a. D.
o. Mitglied der mathematischen Classe.

München 1899.

Verlag der k. b. Akademie
in Commission des G. Franz'schen Verlags (J. Roth).

Vor nun 33 Jahren hat von Bauernfeind an dieser Stelle über „Die Bedeutung moderner Gradmessungen“ gesprochen, nachdem kurz vorher die Königlich bayerische Staatsregierung sich einem von dem um die Geodäsie hochverdienten preussischen Generalleutenant von Baeyer entworfenen Plan zur Ausführung einer die Staaten Mitteleuropas umfassenden Gradmessung angeschlossen hatte. Im Laufe der folgenden Jahre traten nach und nach die meisten der übrigen Staaten unseres Erdtheiles dem Unternehmen bei, das sich in solcher Weise zu einer „Europäischen Gradmessung“ erweiterte. Nachdem dann später auch die Vereinigten Staaten von Nordamerika, Japan und Grossbritannien ihren Beitritt erklärt hatten, verpflichteten sich die theilnehmenden Staaten vertragsmässig zur gemeinsamen Fortführung des Unternehmens — das nunmehr die Bezeichnung „Internationale Erdmessung“ annahm.

Es möchte darum nicht unangemessen erscheinen, wenn ich im Folgenden versuche, eine gedrängte Darstellung der bisherigen Thätigkeit dieser internationalen Vereinigung zu geben.

Der Anblick der grösseren Planeten unseres Sonnensystems, sowie cosmogonische Speculationen, welche durch Newton, d'Alembert und Clairaut im Laufe des 18. Jahrhunderts eine mathematische Begründung erhielten, führten bekanntlich zu der Annahme, dass die mathematische Figur der Erde, d. h. die Oberfläche des Weltmeeres, die eines Rotationsellipsoides sei, dessen kleine Axe zugleich die Umdrehungsaxe der Erde bildet. Das Problem der Erforschung der Erdgestalt reducirte sich unter dieser Voraussetzung

zunächst auf die Bestimmung der Dimensionen dieses Ellipsoides durch Messung von Meridian- und Parallelkreis-Bogen.

Die Grundlagen der zur Lösung dieser Aufgabe auszuführenden Breiten- und Längen-Gradmessungen bilden bekanntlich in Richtung der Meridiane und Parallelkreise hinziehende Dreiecksketten, innerhalb welcher für einzelne Dreieckspunkte die geographische Breite und Länge sowie die Richtung des Meridians durch astronomische Beobachtungen bestimmt werden.

Gegenwärtig ist ganz Europa mit Ausnahme Serbiens, der Türkei und des nordöstlichen Russlands mit solchen Dreiecks-Ketten oder -Netzen bedeckt. In Afrika hat England in der Cap-Colonie eine sich über $6\frac{1}{2}$ Breiten- und $12\frac{1}{2}$ Längen-Grade erstreckende Messung, Frankreich aber in Algerien und Tunis eine ungefähr 12 Längen- und 3 Breiten-Grade umfassende Triangulation ausgeführt. In Asien brachte England seine ausgedehnten geodätischen Operationen in Vorderindien zum Abschluss, während Russland für die Kaukasusländer, sowie für Turkestan ein astronomisch-geodätisches Netz hergestellt hat; auch in Japan sind derartige Arbeiten seit mehr als einem Decennium im Gange. In Amerika verdankt man den Arbeiten der U. S. Coast- and Geodetic Survey eine längs der Ostküste der Vereinigten Staaten zwischen 34° und 45° nördlicher Breite hinziehende Dreieckskette und eine in der Nähe des Parallels von 40° nördlicher Breite sich erstreckende, den ganzen Continent vom Atlantischen zum Stillen Ocean durchquerende Längengradmessung, sowie eine Vermessung des Gebietes der fünf grossen Seen. Von Seite der Coast- and Geodetic Survey wurde ferner die Ausführung einer grossen Breitengradmessung längs des Meridians von 98° westlich Greenwich beschlossen, welche — von der mexicanischen bis zur canadischen Grenze reichend — 23 Breitengrade umspannen wird. Nachdem auch Mexico sich bereit erklärt hat, diese Operation südwärts um weitere 11 Grade, bis Acapulco am Pacifischen Ocean, auszudehnen, so eröffnet sich hiedurch die Aussicht auf die Ausführung einer zusammenhängenden, 34 Breitengrade umfassenden Gradmessung.

Es wäre dieses die grösste derartige Operation und abgesehen von der alten Messung in Peru, deren Ausdehnung sich nur über 3 Breitengrade erstreckt, die einzige auf der westlichen Erdhalbkugel ausgeführte. — Endlich schweben gegenwärtig noch Verhandlungen zwischen den Regierungen Frankreichs und der nordamerikanischen Freistaaten, welche eine Wiederholung und weitere Ausdehnung der von 1736 bis 1743 von Bouguer und La Condamine ausgeführten peruanischen Gradmessung bezwecken. Aber auch im hohen Norden dürfte in nächster Zukunft eine neue Breitengradmessung zur Durchführung kommen, da von Seite Russlands und Schwedens bereits Einleitungen zu einer derartigen Operation auf Spitzbergen getroffen wurden.

Die Genauigkeit der aus den Gradmessungen zu berechnenden Erddimensionen hängt zunächst von der Präcision ab, welche den aus der Triangulation hervorgehenden linearen Längen der Meridian- und Parallelkreis-Bogen zukommt. Bedenkt man, dass es sich darum handelt, aus einer verhältnissmässig kurzen, direct mit dem Maassstabe zu messenden Grundlinie durch Winkelmessungen mehrere hunderte Male grössere Distanzen abzuleiten, so erscheint es nothwendig, der Messung der Grundlinien die äusserste Sorgfalt zuzuwenden. Nachdem die bis in das erste Drittel unseres Jahrhunderts gebräuchlichen Basisapparate es nicht ermöglichten, eine Genauigkeit von mehr als $\frac{1}{100000}$ der zu messenden Länge zu erreichen, hat zuerst der nach Bessel's Anordnungen construirte und nach ihm benannte Apparat, mit welchem bis zur Gegenwart zahlreiche Grundlinien gemessen wurden, es gestattet, diese Grenze wesentlich weiter, auf $\frac{1}{400000}$ bis $\frac{1}{2000000}$, hinauszurücken. Die Temperatur-Correction der Messstangen wird hiebei nach dem Vorgange Borda's dadurch bestimmt, dass jede der eisernen Stangen durch ihre Verbindung mit einer aufliegenden Zinkstange als Metallthermometer functionirt, während die Intervalle der sich nicht unmittelbar berührenden, aneinander gereihten Stangen mit Hülfe des zuerst von Reichenbach und Schiëgg bei der Nürnberger Basis angewendeten, gläsernen Messkeiles ermittelt werden.

Eine ganz besondere Leistungsfähigkeit muss auch dem nach einer Idee von Porro construirten spanischen Basisapparate von Ibañez¹⁾ zugeschrieben werden, mit welchem die spanischen, sowie die neuen schweizerischen Grundlinien gemessen wurden, während bei den neueren französischen Basislinien ein nach gleichem Princip hergestellter Apparat zur Verwendung kam. — Bei den mit diesen Apparaten ausgeführten Basis-Messungen wird eine Anzahl von Mikroskopen auf theodolitähnlichen Stativen successive genau in das Aligment der Basis gestellt und die Distanz der vertical gestellten optischen Axen derselben ermittelt, indem der einzige Maassstab des Apparates auf einem geeigneten Messstege unter den Mikroskopen abgeschoben wird. — Für die Basismessungen in England und in Vorderindien hat Colby²⁾ einen Apparat construirte, bei welchem die Messstangen derartig compensirt waren, dass ihre Endstriche eine von der Temperatur unabhängige Entfernung beibehielten; diese Compensation hat sich jedoch bei den Arbeiten in Indien nicht vollkommen bewährt, so dass man bei den späteren, seit 1883 in Südafrika ausgeführten Messungen auf diese Einrichtung wieder verzichtet hat. Einen ganz wesentlichen Vortheil verspricht man sich von der Benützung der neuen von Guillaume in Paris hergestellten Legirung von 36 Procent Nickel mit Stahl zur Construction der Messstangen und Nivellirlatten; der Ausdehnungscoefficient dieser Legirung ist zehn Mal kleiner als jener des gewöhnlichen Stahles, so dass die Reduction der Längen der Messstangen von den bei der Ermittlung der jeweiligen Temperatur derselben bestehenden Unsicherheiten nicht merkbar beeinflusst wird.

Die Messung einer Grundlinie fordert ausserdem noch die sorgfältige Ausführung einiger vorbereitenden Operationen; es müssen nämlich die Längen der Messstangen nach dem gewählten Urmaasse ermittelt und deren Ausdehnungscoefficienten aufs Schärfste bestimmt werden. Sollen ferner die in den verschiedenen Staaten ausgeführten geodätischen Messungen — so weit als die Trennung durch die Oceane es gestattet — zu einem einheitlichen Ganzen vereinigt

werden, so müssen die treffenden Urmaasse unter sich verglichen werden, damit alle Theilresultate in ein und derselben genau definirten Maasseinheit ausgedrückt werden können. Als diese Maasseinheit haben die zur Internationalen Erdmessung vereinigten Staaten den „Internationalen mètre“ gewählt und haben die meisten derselben ihre geodätischen Urmaasse in dem Bureau International des Poids et Mesures zu Breteuil bei Paris mit dem dort aufbewahrten „Mètre prototype“ vergleichen lassen. In den wenigen Fällen, in welchen die treffenden Urmaasse überhaupt nicht mehr, oder nur in defectem Zustande vorhanden sind, bieten die gemeinsamen Anschlussseiten Gelegenheit, die Vergleichen mindestens auf indirectem Wege zu bewerkstelligen. — Die in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts gemessenen Grundlinien weisen durchgängig eine Länge von mehr als 10 km auf; die längste aller direct gemessenen Linien (21,7 km) ist die von Bonne im Jahre 1801 nordöstlich von München gemessene Basis an der Goldach. Im Jahre 1820 fasste Schverd den Gedanken, die umständliche und längere Zeit beanspruchende Messung solcher grossen Grundlinien durch die Messung wesentlich kürzerer Linien zu ersetzen, welche dann in dem sogenannten Entwicklungsnetze mit den nächstgelegenen bedeutend längeren Dreiecksseiten erster Ordnung durch Winkelmessungen verbunden werden. Sein Versuch, die 19,8 km lange Dreiecksseite Speyer-Oggersheim durch Messung einer kleinen, nur 860 m langen Basis zu controlliren, fiel so günstig aus, dass sich Bessel bei der 1834 unternommenen, durch die Genauigkeit der Ausführung berühmt und mustergültig gewordenen Gradmessung in Ostpreussen veranlasst sah, sein geodätisches Netz auf die nur 1822 m lange Königsberger Basis zu gründen. Nach Bessel's Vorgang wurden in den nachfolgenden Zeiten mit Ausnahme der 14,7 km langen spanischen Grundlinie von Madrideojos nur mehr solche von 2 bis 8 km Länge gemessen. Der Vortheil solch kurzer Linien besteht hauptsächlich in dem Zeitgewinn, welchen man benützt, um die Messung zu wiederholen und hiedurch in dem arithmetischen Mittel

nicht bloss ein genaueres Resultat, sondern auch ein Urtheil über dessen Präcision zu gewinnen. Wenn jedoch die Erfahrung gezeigt hat, dass die Genauigkeit, mit welcher die neueren Apparate die Ermittlung der Grundlinien ermöglichen, durchschnittlich auf das Zehnfache erhöht wird, so ist andererseits nicht zu übersehen, dass diese hohe Präcision durch den Uebergang auf die nächstliegende Seite des Dreiecksnetzes erster Ordnung, also durch die unvermeidlichen zufälligen Fehler der Winkelmessungen im Entwicklungsnetze, nicht unwesentlich herabgemindert wird. Unter Annahme eines den Verhältnissen entsprechenden mittleren Fehlers der Winkelmessungen lässt sich nämlich nach den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung der mittlere relative Fehler jeder aus der Basis zu berechnenden Dreiecksseite ermitteln; im Durchschnitt zeigt eine für einige der neueren geodätischen Netze durchgeführte Untersuchung, dass ein 2 bis 7 Hülfspunkte umfassendes Entwicklungsnetz, je nach dessen mehr oder minder günstigen Gestaltung, den relativen mittleren Fehler der nächstgelegenen Seite des Dreiecksnetzes erster Ordnung selbst bei sehr guten Winkelmessungen bis auf das Siebenfache des mittleren Fehlers der directen Messung der Grundlinie vergrößert.³⁾ Um so mehr wird die Fortsetzung der Triangulation die Genauigkeit der von der gemessenen Basis noch weiter entfernten Seiten und hiedurch die aus dem Dreiecksnetze stückweise zu berechnenden Meridian- und Parallelkreis-Bogen beeinträchtigen. Man sieht sich hiedurch veranlasst, in längeren Dreiecksketten in entsprechenden Entfernungen neue Grundlinien zu messen und sämtliche Basislinien unter Anwendung einer geeigneten Ausgleichungsmethode in die endgültige Berechnung des Dreiecksnetzes einzubeziehen. Es ist eine werthvolle Eigenthümlichkeit der für die gesammte Geodäsie so wichtigen Methode der kleinsten Quadrate, dass sie es ermöglicht, diese mit der Entfernung wachsende Abnahme der Präcision der Dreiecksseiten rechnerisch zu verfolgen und auf solche Weise die Punkte zu bezeichnen, an welchen in ausgedehnteren Dreiecksnetzen im Interesse der Genauigkeit der zu

gewinnenden Resultate weitere Grundlinien zu messen sind. In den verschiedenen europäischen Dreieckssystemen beträgt die durchschnittliche Entfernung zweier benachbarter Basislinien 350 km und schwankt zwischen einem Minimum unter 100 km und dem Maximum von 600 km.⁴⁾

Ausser der Ermittlung der Längen geeignet situirter Grundlinien erfordert die Bestimmung eines Dreiecksnetzes noch die Messung der in demselben auftretenden Dreieckswinkel. In jedem Dreiecke sind mindestens zwei dieser Winkel zu messen; die Messung des dritten Dreieckswinkels gibt — da die theoretische Summe der drei Winkel gleich 180° plus dem sphärischen Excess ist, welcher letzterer sich bei den im Verhältnisse zu der gesammten Erdoberfläche stets kleinen Dreiecksflächen sehr scharf berechnen lässt — eine Bedingung, die sogenannte Winkelgleichung, welche zunächst eine Controle für die Präcision der Winkelmessungen bietet; besteht das Netz nicht bloss aus einer einfachen Kette aneinander gereihter Dreiecke, so kann jede Seite auf verschiedenen Wegen berechnet werden und es ergibt die Forderung, dass man hiebei für eine und dieselbe Seite stets genau gleiche Längen erhalten muss, weitere Bedingungen — die sogenannten Seitengleichungen. Die nothwendige strenge Erfüllung aller dieser Bedingungsgleichungen erfolgt in der je nach der Ausdehnung der Messungen äusserst mühsamen Compensation des Dreiecksnetzes nach der Methode der kleinsten Quadrate, für welche Berechnungen die classischen Arbeiten von Gauss und Bessel vorbildlich geworden sind, und erhöht ganz wesentlich die Genauigkeit der aus der Gesammtheit der vorliegenden Beobachtungen abzuleitenden Resultate.

Bis gegen die Mitte des Jahrhunderts bediente man sich bei den verschiedenen, auf dem europäischen Continente ausgeführten Operationen der unter dem Namen der Borda'schen Kreise und der Reichenbach'schen Repetitionstheodolite bekannten Winkel-Messinstrumente; nachdem jedoch die musterhaften Arbeiten Bessel's und W. Struve's die Vortheile der Methode der einfachen Winkel-

messung dargelegt hatten, kam letzteres Verfahren, das in England schon seit 1787 befolgt wurde, zur allgemeinen Anwendung, so dass gegenwärtig die Repetitions- oder Multiplications-Methode gänzlich aus der geodätischen Praxis verdrängt erscheint. Diese letztere Methode ermöglichte es immerhin, in einer Zeit, in welcher die Kreistheilungen und die Mittel zur Ablesung der Kreise noch nicht so vervollkommen waren wie heute zu Tage, auch noch gegenwärtig brauchbare Resultate zu erreichen. Seit Reichenbach seine berühmte gewordene Theilmachine construirt hat, machte die Herstellung genauer Kreistheilungen auch in anderen hervorragenden Werkstätten für Präcisionsmechanik wesentliche Fortschritte. Statt der Ablesung durch Nonien kommen nun, nach dem Muster des berühmten Ramsden'schen 3 Fuss-Theodoliten, Mikrometer-Mikroskope zur Anwendung, so dass noch Bruchtheile der Bogensecunde abgelesen werden können. Nachdem ferner früher zwei Gattungen von Winkelinstrumenten im Gebrauche waren, von welchen die eine ausschliesslich zur Messung von Horizontalwinkeln, die andere aber zur Messung von Verticalwinkeln eingerichtet war, hat man später, gleichfalls nach dem Vorbilde der Ramsden'schen Theodoliten, beide Constructionen unter dem Namen „Universalinstrument“ in einem einzigen Instrument-Typus vereinigt. — Man besitzt auch gegenwärtig Vorrichtungen und Methoden, um die Fehler einzelner Theilstriche zu untersuchen, wonach die Correctionen der Ablesungen sich dann unter Zugrundelegung der Fourier'schen Reihe rechnerisch und graphisch darstellen lassen. Indem man die Winkelmessungen in mehreren Sätzen ausführt, von welchen jeder von einem um einen aliquoten Theil der Kreisperipherie verschiedenen Anfangspunkt ausgeht, erlangt man gleichfalls den Vortheil, dass das Mittel dieser verschiedenen Sätze von den periodischen Theilungsfehlern befreit erscheint und überdies der Einfluss etwa vorhandener kleiner, noch übrig bleibender nicht periodischer Fehler einzelner Theilstriche herabgemindert wird. — Die Steigerung der Genauigkeit der Winkelmessung ist wohl am besten durch die Thatsache charakterisirt, dass

die aus den Dreiecksschlüssen berechneten mittleren Fehler, welche bei den Triangulationen in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts durchschnittlich noch 2"0 erreichten, sich in den letzten Decennien auf 0"5 bis 1"5 reducirt haben.⁵⁾ Zu diesen günstigen Resultaten haben theilweise auch die Verbesserungen in der Signalisirung der anvisirten Dreieckspunkte beigetragen; seit den Arbeiten von Gauss und Bessel wird nämlich für grössere Distanzen der Heliotrop, d. h. das von sehr kleinen Spiegeln reflectirte Sonnenlicht zur scharfen Kenntlichmachung der Dreieckspunkte angewendet. Die Sichtbarkeit des Heliotroplichtes erstreckt sich unter günstigen Umständen bis auf Entfernungen von 340 km. Nachdem jedoch die untersten Schichten der Atmosphäre in Folge der durch die Sonnenstrahlen bewirkten Erhitzung des Erdbodens in stark wallende Bewegung gerathen, wodurch das scharfe Einstellen der dem Horizonte nahen Punkte oft sehr beeinträchtigt wird, hat man in neuerer Zeit in Frankreich die Messung von Winkeln häufig mit gutem Erfolge auf die Nachtstunden verlegt; die einzuvisirenden Punkte wurden hiebei durch centrirt aufgestellte Lampen-Reverbere signalisirt. Als im Jahre 1879 die spanischen Dreiecksnetze an die französische Triangulation von Algerien angeschlossen werden sollten, handelte es sich darum, die spanischen Punkte: Mulhacen und Tetica mit den algerischen: Mt. Sabiha und Filhaoussen in Visionsverbindung zu bringen; die längste Seite der durch die 4 Punkte gebildeten Dreiecke hat eine Länge von rund 270 km, der sphärische Excess in dem grössten dieser vier Dreiecke erreichte 70"7. Nach manchen durch die Ungunst der atmosphärischen Zustände vereitelten Versuchen beschloss man, die Visionsverbindungen ausschliesslich durch Nachtbeobachtungen unter Anwendung des von grossen Gramme'schen Maschinen erzeugten elektrischen Lichtes herzustellen. Die Schwierigkeit, die sämtlichen Apparate und Instrumente auf die hochgelegenen Stationen zu bringen — der Gipfel des der Sierra Nevada angehörigen Mulhacen erhebt sich um mehr als 3400 m über das Meeresniveau — und daselbst die Beobachtungsstationen

einzurichten, war eine ausserordentliche und diese so vollkommen gelungene Operation, welche der Energie und Ausdauer aller Beteiligten das glänzendste Zeugniß ausstellt, wird stets als eine der denkwürdigsten Leistungen auf dem Gebiete der praktischen Geodäsie zu betrachten sein.⁶⁾

Ausser den vorerwähnten zu einer Breiten- oder Längengradmessung nothwendigen terrestrischen Messungen sind bekanntlich noch folgende astronomische Beobachtungen auszuführen:

1. Genaue Ermittlung der Ortszeit für alle Punkte, an welchen überhaupt astronomische Bestimmungen ausgeführt werden sollen, mit anderen Worten: Bestimmung der Correction der zu den Beobachtungen verwendeten Uhr, welchem Zwecke in erster Linie das sogenannte Passageninstrument dient. Diese Instrumente besitzen entweder gerade Fernrohre oder solche, bei denen das Ocular unter Anwendung eines in Mitte der horizontalen Drehungsaxe angebrachten Reflexionsprismas in das eine Ende dieser Axe verlegt ist und sind mit Vorrichtungen versehen, welche es gestatten, die Drehungsaxe in ihren Lagern rasch und sicher in die entgegengesetzte Stellung umzulegen, wodurch eine bequeme mehrmalige Ermittlung des Collimationsfehlers ermöglicht wird. — An die Stelle der früher üblichen Schätzung der Durchgangszeiten nach der sogenannten Aug- und Ohr-Methode ist nun deren elektrische Registrirung auf einem Chronographen getreten, wobei durch die ermöglichte Anwendung eines eine grössere Anzahl von Fäden umfassenden Fadensystems und in Folge der gesteigerten Präcision jedes einzelnen Fadenantrittes eine erhöhte Genauigkeit des Resultates der Durchgangsbeobachtung erreicht wird. Der mittlere Fehler einer auf 13 bis 21 Fadenantritten beruhenden Durchgangsbeobachtung dürfte zu $0^{\circ}02$ bis $0^{\circ}03$ anzunehmen sein. Hiezu treten dann noch die in der Ermittlung der Instrumental- und Aufstellungsfehler — Collimation, Neigung und Azimuth — übrig bleibenden Unsicherheiten; bei entsprechend festgestelltem Beobachtungsprogramm wird man einem auf 20 bis 30 vollständig beobachteten Sterndurchgängen beruhenden Uhrstande

ungefähr die durch vorstehende Angabe des mittleren Fehlers charakterisirte Genauigkeit beimessen können.

In neuerer Zeit wendet man in Fällen, in welchen die Erreichung der äussersten Präcision der Bestimmung des Uhrstandes nicht nothwendig und die Station dem Pole nicht allzu nahe ist, nach Döllen's Vorschlag häufig die Methode der Durchgangsbeobachtungen im Verticale des Polarsternes an. Oppolzer hat diese Methode, welche es ermöglicht, neben den Durchgängen der eigentlichen Zeitsterne durch zahlreiche Beobachtungen des Polarsternes ebenso viele Bestimmungen des Instrument-Azimuths zu erlangen, anlässlich der Längenbestimmung Pulkowa-Wien mit sehr gutem Erfolge durchgeführt.

2. Bestimmung der geographischen Breite oder Polhöhe der Endpunkte und mehrerer Zwischenpunkte der gemessenen Meridian- und Parallelkreis-Bogen.

Das einfachste Verfahren zur Lösung dieser Aufgabe besteht in der Messung der Meridian-Zenithdistanzen von Sternen, deren Positionen den von verschiedenen Sternwarten veröffentlichten Ephemeriden zu entnehmen sind. Nach Berücksichtigung des Einflusses der Refraction erscheint das Resultat wesentlich abhängig von der Präcision der Positionen der benützten Sterne und von der Genauigkeit der Theilung des Verticalkreises des Instrumentes. Um den Einfluss der Beobachtungsfehler möglichst herabzumindern, beschränkt man sich nicht auf den Moment der Culmination, sondern bestimmt die Zenithdistanz so oft als möglich innerhalb des Zeitintervalls von 10—15 Minuten vor und nach dem Meridiandurchgang; für diesen Moment erreicht die Zenithdistanz ihren Minimumswerth, auf welchen die einzelnen Einstellungen nach einer bequemen Formel reducirt werden können; zur Beseitigung des aus der Biegung des Fernrohrs hervorgehenden Fehlers des Resultates hat man bei Zusammenstellung des Beobachtungsprogrammes darauf zu achten, dass die nördlich vom Zenith beobachteten Sterne durchschnittlich in demselben Zenithabstande culminiren, wie die südlichen; behufs Elimination des Ein-

flusses der Theilungsfehler wird man die Messungen in der Regel in vier Sätzen wiederholen, indem man hiebei den Kreis so dreht, dass (bei 2 Mikroskopen) der Reihe nach annähernd die Theilstriche 0° , 45° , 90° und 135° auf das Zenith treffen. — Diese Methode der Circummeridianhöhen wurde in der ersten Hälfte des Jahrhunderts ausschliesslich zur genauen Bestimmung der geographischen Breiten angewendet. — Anlässlich der Gradmessung in Ostpreussen hat Bessel eine neue Methode, die Bestimmung der Breite durch Beobachtung von Sterndurchgängen im ersten — vom Meridian um 90° abstehenden — Verticalen zur Durchführung gebracht. Bei diesem Verfahren fällt die Anwendung getheilte Kreise sowie der Einfluss der Refraction und Fernrohrbiegung hinweg und bleibt nur die Unsicherheit der Declinationen der benützten Sterne in dem schliesslichen Resultate übrig. Es ist ein bemerkenswerther Vortheil dieser Methode, dass sich der Einfluss kleiner Ungenauigkeiten der Aufstellung im ersten Vertical durch Beobachtung der Ost- und West-Passage der Sterne eliminirt; wird überdies das Fernrohr zwischen beiden Durchgängen umgelegt, so verschwindet auch der Einfluss des Collimationsfehlers und der Ungleichheit der Zapfendurchmesser der Drehungsaxe des Fernrohrs. Von besonderer Wichtigkeit ist jedoch die genaue Kenntniss des Uhranges und der jeweiligen Neigung der Drehungsaxe. Zur Durchführung der Methode hat man Sterne auszuwählen, welche südlich vom Zenith und nahe demselben culminiren; das Zeitintervall zwischen der Ost- und West-Passage wird dann nicht zu gross ausfallen, so dass auf die nothwendige Unveränderlichkeit des Instrumentes bei entsprechend solider Aufstellung desselben mit erhöhter Sicherheit gerechnet werden kann. In neueren Zeiten hat man sich zur Regel gemacht, dass für Breitenbestimmungen erster Ordnung stets beide Methoden, die der Meridianzenithdistanzen und die Beobachtung von Durchgängen im ersten Verticalen, zur Anwendung gelangen sollen.

In Amerika ist man in den letzten Decennien auf ein älteres, ursprünglich wenig beachtetes, von dem dänischen Astronomen

Horrebow ersonnenes Verfahren zurückgekommen, welches gegenwärtig unter dem Namen der Talcott'schen Methode wichtige Anwendungen findet. Denkt man sich zwei Sterne, welche genau in der gleichen Zenithdistanz — der eine südlich, der andere nördlich vom Zenith — den Meridian passiren, so würde das arithmetische Mittel der Declinationen dieser Sterne genau die Polhöhe des Beobachtungsortes ergeben. Wenn nun für eine bestimmte Beobachtungsstation kaum ein Sternenpaar existirt, welches dieser Anforderung in aller Strenge genügt, so bieten die verschiedenen neueren Stern-cataloge doch Gelegenheit, zahlreiche Paare zusammen zu stellen, welche dieser Bedingung wenigstens annähernd — bis auf einen Betrag von höchstens 15—20 Bogenminuten — entsprechen. Besitzt man nun eine Vorrichtung, um die Differenz der beiden Zenithabstände zu messen, so hat man nur das Mittel der Declinationen um diese halbe Differenz zu verbessern und erhält dann die gesuchte geographische Breite. Eine solche Vorrichtung besteht in der Anbringung eines Schraubenmikrometers im Ocular des Beobachtungsfernrohres, durch dessen Anwendung man den Unterschied der Zenithdistanzen der Sterne des treffenden Paares ermittelt. Einen wesentlichen Theil dieses unter dem Namen des Zenith-Telescops bekannten, sehr einfachen Instrumentes bildet die mit dem Fernrohr fest verbundene Libelle, deren Beobachtung es ermöglicht, die am Mikrometer gemachten Ablesungen auf die für beide Sterne des Paares als unveränderlich vorausgesetzte Neigung der optischen Axe des Fernrohres zu reduciren. Die Refraction tritt nur mit dem der geringen Zenithdistanz-Differenz der beiden Sterne entsprechenden Unterschiede ihrer absoluten Werthe in die Rechnung ein und dieser lässt sich aus den vorhandenen Refractionstafeln sehr scharf bestimmen, wenn man bei der Auswahl der Sternpaare sich auf solche Sterne beschränkt, welche in höchstens 10° — 15° Abstand vom Zenith culminiren. Eine besondere Sorgfalt wird man noch der Wahl der Oertlichkeit und der Construction des Observatoriums zuwenden, damit die Annahme einer symmetrischen An-

ordnung der Luftschichten gleicher Dichtigkeit auf beiden Seiten des Zeniths möglichst gerechtfertigt erscheint. Nachdem man häufig auch Sterne von geringerer Lichtstärke in das Beobachtungsprogramm aufzunehmen genöthigt ist, so erfordert das Talcott'sche Verfahren ein Fernrohr von verhältnissmässig bedeutender optischer Kraft; der schwache Punkt dieser an sich sehr sinnreichen Methode besteht in der Schwierigkeit eine genügende Anzahl von Sternen, deren Declinationen mit entsprechender Genauigkeit bestimmt sind, aus den verschiedenen Stern-Catalogen zur Herstellung des Beobachtungsprogramms zusammen zu finden.

3. Ermittlung des Winkels, welchen eine der von einem bestimmten Punkte ausgehenden Dreiecksseiten mit dem Meridian dieser Station bildet, d. i. die Bestimmung des Azimuths der treffenden Richtung.

Man stellt zu diesem Behufe, sehr nahe in der Richtung des Meridianes der Station in einer Entfernung von einigen Kilometern ein Signal, Meridianmarke genannt, auf; das genaue Azimuth dieser Marke wird dann unter Anwendung des Passagen-Instrumentes ermittelt, indem man wie bei den Beobachtungen zum Zwecke genauer Zeitbestimmungen zuerst das Azimuth der optischen Axe des Instrumentes bestimmt und dann die Winkelentfernung Marke bis optische Axe unter Umlegung des Fernrohrs mit dem Ocular-Mikrometer misst. Combinirt man mit diesem Resultate schliesslich den Horizontalwinkel zwischen der Marke und dem Endpunkt der zu orientirenden Dreiecksseite, so ergibt sich das gesuchte Azimuth der letzteren. Eine zweite Methode beruht auf der Anwendung des Universalinstrumentes; man misst hiebei den Horizontalwinkel zwischen dem Vertical des mit Ausnahme der Mittagsstunden in den Fernrohren der grösseren dieser Instrumente stets sichtbaren Polarsternes und der treffenden Dreiecksseite; wird der Zeitpunkt der Einstellung dieses Sternes notirt und kennt man auf Grund der Zeitbestimmungsbeobachtungen den Uhrstand, d. h. die Correction der bei der Beobachtung benützten Uhr, so lässt sich das im Momente

der Beobachtung stattfindende Azimuth des Sternes berechnen, wonach auch das Azimuth der gegen den Meridian zu orientirenden Dreiecksseite gefunden wird. Man macht sich überdies von der genauen Kenntniss des Uhrstandes unabhängig, wenn man nach Soldner's Vorgang den Polarstern in der Nähe seiner grössten östlichen und westlichen Digression beobachtet.

4. Messung des geographischen Längenunterschiedes der Endpunkte und einiger Zwischenpunkte des aus den Dreiecksketten berechneten Parallelkreisbogens.

Die Ermittlung der Längendifferenz zweier Stationen beruht auf einem höchst einfachen Grundgedanken: Wird der Moment der Wahrnehmung eines für beide Stationen absolut gleichzeitig eintretenden Ereignisses von jedem der beiden Beobachter in seiner Ortszeit angegeben, so ist der Unterschied dieser Zeitangaben gleich der geographischen Längendifferenz dieser Stationen. In der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts benützte man hiezu bekanntlich die durch das Entzünden einer Quantität Schiesspulver auf einem von beiden Stationen sichtbaren Punkte plötzlich aufleuchtenden Blitze. War die Entfernung der beiden Stationen so gross, dass kein beiderseits sichtbarer Punkt aufgefunden werden konnte, so musste man zur Einschaltung von Zwischenstationen, den sogenannten Uebertragungspunkten seine Zuflucht nehmen, wodurch die Operation nicht bloss sehr complicirt, sondern auch die Genauigkeit des Resultates in hohem Grade beeinträchtigt wurde. Als nun nach und nach das Netz der Telegraphenlinien sich über die Erdoberfläche ausbreitete, versuchte man es im Jahre 1851 zuerst zwischen Paris und Greenwich, eine Längenbestimmung auf telegraphischem Wege auszuführen; 1858 unternahmen Lamont und Littrow einen ähnlichen Versuch zwischen München und Wien. In beiden Fällen wurden die durch abwechselnden Stromschluss in diesen Stationen bewirkten Ausschläge der Nadeln zweier vollkommen gleich construirten Galvanometer als Signale benützt; die Unvollkommenheit der Apparate, sowie der Umstand, dass einer derartigen

Operation damals noch die verständnisvolle Mitwirkung der einschlägigen Telegraphenverwaltungen fehlte, bewirkten das theilweise Misslingen dieser ersten Versuche. Besseren Erfolg erreichte man in den folgenden, in Europa, Nordamerika und in Vorder-Indien ausgeführten Operationen, bei welchen man sich der chronographischen Registrirung von zur Uhrvergleichung dienenden, telegraphisch übermittelten Signalen bediente und gegenwärtig verbindet ein ausgedehntes Netz von Längenbestimmungen die verschiedenen Sternwarten Europas. Im Jahre 1872 gelangten auch die transatlantischen Längenbestimmungen zwischen Greenwich und der Sternwarte des Harvard College zu Cambridge in Nordamerika⁷⁾ zum Abschluss und sind seither noch viele andere Operationen unter Benützung submariner Telegraphen-Kabel, so z. B. Paris-Greenwich, Paris-Algier, Wien-Greenwich, Berlin-Greenwich u. a. ausgeführt worden. Die Zeit, um welche ein Signal auf der Empfangsstation später als auf der zeichengebenden Station erscheint — die sogenannte Stromzeit — ist bei guten oberirdischen Leitungen ausserordentlich gering, z. B. bei Wien-München $0^{\circ}021$, bei München-Mailand $0^{\circ}020$, bei München-Genf $0^{\circ}041$, bei München-Bamberg $0^{\circ}012$, grössere Stromzeiten ergeben sich in den Fällen, in welchen submarine Kabel in Verwendung treten; so fand sich z. B. für München-Greenwich $0^{\circ}249$, für Berlin-Greenwich $0^{\circ}250$, für Wien-Greenwich $0^{\circ}281$ etc. Man erhält den Betrag dieser Stromzeit und eliminirt ihn aus dem Endresultat, indem man abwechselnd von jeder der beiden Stationen eine Reihe von Signalen ausgehen lässt. — Eine wesentliche Fehlerquelle, welche bei den Polygonsschlüssen innerhalb des Netzes der europäischen Längenbestimmungen zu Tage getreten ist, besteht in der Unsicherheit der Personalgleichung der beteiligten Beobachter. Schon zu Bessel's Zeiten hat man die Wahrnehmung gemacht, dass zwei Personen, welche den Durchgang eines Sternes an einem und demselben Passageninstrumente beobachten und zwar die eine an der ersten, die andere an der zweiten Hälfte des Fadensystems, nach gehöriger

Reduction auf den Mittelfaden nur sehr selten das gleiche Resultat erhalten und es stellt sich bei Wiederholung solcher Versuche heraus, dass der eine der beiden Beobachter die Fadenantritte der Sterne durchschnittlich etwas früher oder später beobachtet als der andere. Man nennt diese Differenz, welche für einzelne Beobachter bis auf ± 0.5 steigt, ⁸⁾ die Personalgleichung dieser Beobachter. Es ist klar, dass in Folge dieser Personalgleichung die Längendifferenz: Oestliche minus westliche Station, zu gross resultirt, wenn der Beobachter auf der östlichen Station die Durchgänge im Vergleiche mit seinem westlichen Partner zu früh beobachtet, wogegen das Resultat zu klein ausfällt, wenn der letztere es ist, welcher seinem Partner in der Markirung der Fadenantritte zuvorkömmt. Dürfte man annehmen, dass die Personalgleichung für je zwei Beobachter constant bleibt, so würde man die Längendifferenzen von dem Einflusse dieser Fehlerquelle befreien können, indem man die Personalgleichung beider Beobachter durch das oben erwähnte Verfahren oder durch eigens zu diesem Zwecke construirte Apparate ermittelt und dann in Rechnung stellt. Man würde dasselbe erreichen, wenn man die Beobachter nach der ersten Hälfte der Beobachtungsabende ihre Stationen unter sich vertauschen lässt. Da die Personalgleichung indessen höchst wahrscheinlich durch kleine Verschiedenheiten in der Construction der angewendeten Passageninstrumente beeinflusst wird, so wird beim Wechsel der Beobachter jeder derselben auch das von ihm benützte Instrument mitzunehmen haben. In der That ist jedoch die Personalgleichung zweier Beobachter leider nicht constant und ändert sich mit der Zeit und unter dem Einflusse äusserer Umstände; die erwähnten Maassregeln bieten daher keine Garantie für die absolute Elimination der Personaldifferenz der Beobachter. Unter diesen Verhältnissen verdient die erst auf wenige Jahre zurückdatirende Construction des Repsold'schen Registrirmikrometers ganz besondere Beachtung. Diese Einrichtung knüpft an die Thatsache an, dass bei einfacher Pointirung eines scharf definirten unbeweglichen Zielpunktes nur

zufällige Beobachtungsfehler vorkommen, dass aber eine constante Differenz in der Auffassung verschiedener Beobachter nicht nachzuweisen ist. Ein im Sinne der Bewegung des Sternes beweglicher, mit dem Meridian paralleler Faden wird mittelst einer Mikrometerschraube durch den Beobachter so fortbewegt, dass derselbe stets genau auf den Stern eingestellt bleibt; an dem Rande des Schraubenkopfes sind in gleichen Intervallen Contactstellen angebracht, welche den Strom einer galvanischen Batterie schliessen, so oft diese Stellen bei der Drehung der Schraube eine metallische Verbindung herstellen; jeder solche Stromschluss setzt den Signalstift des Chronographen in Thätigkeit und bewirkt ein Zeichen auf dem Registrirstreifen genau so, als wenn an dem der Contactstelle entsprechenden Orte der Focalebene des Fernrohrs ein Faden eingezogen und der Durchgang des Sternes in der früheren Weise durch den Beobachter mit dem Taster markirt worden wäre; nur fällt nunmehr die persönliche Differenz in der Auffassung der Fadenantritte weg. Bei den unter Anwendung des Repsold'schen Registrirmikrometers ausgeführten neuesten Längenbestimmungen und einigen an dieselben anschliessenden Versuchen⁹⁾ hat es sich ergeben, dass der Einfluss der Personalgleichung auf die Zeitbestimmung fast gänzlich verschwindet, dass dagegen eine vermuthlich der speciellen Anordnung des Mikrometerwerks eigenthümliche kleine instrumentelle Differenz sich geltend macht, die jedoch aus dem Resultate verschwindet, wenn die Beobachter sammt ihren Passageninstrumenten in Mitte der Operation unter sich ihre Stationen wechseln.

Bieten uns die Gradmessungen die Möglichkeit, die Länge der Axen des Erdellipsoids, ausgedrückt in einer genau definirten Längeneinheit zu ermitteln, so besitzen wir in den an möglichst vielen Punkten der physischen Erdoberfläche ausgeführten Messungen der Intensität der Schwerkraft ein Mittel, um das Verhältniss des Unterschieds der Längen der grossen und kleinen Axe des Erdellipsoids zu einer dieser Axen, d. h. die Abplattung des Sphäroids, unabhängig von den Gradmessungen zu bestimmen. Die Lösung dieses Problems

beruht auf einem Theorem, welches man dem Scharfsinne des französischen Mathematikers Clairaut¹⁰⁾ verdankt. Dieses den Namen seines Entdeckers tragende Theorem lautet:

1. Die Schwerkraft nimmt vom Aequator gegen den Pol proportional mit dem Quadrate des Sinus der geographischen Breite zu.

2. Die Summe aus der Abplattung der Erde und der Differenz der Schwerkraft am Pol und am Aequator ist gleich dem zweieinhalbfachen der Centrifugalkraft am Aequator, wenn diese Kräfte durch die Schwerkraft am Aequator gemessen werden.

Die Differenz der Schwerkraft am Pol und am Aequator lässt sich nun aus einer grössern Anzahl von möglichst gleichmässig über die ganze Erde verbreiteten Schweremessungen nach dem ersten Theile dieses Satzes ermitteln; die Centrifugalkraft aber ist — da sowohl die Umdrehungsgeschwindigkeit als auch der Aequatorhalbmesser der Erde bekannt sind — ebenfalls gegeben, so dass die dritte in dem Clairaut'schen Theorem auftretende Grösse, nämlich die Abplattung, dann gefolgert werden kann.

Die genaueste Methode zur Bestimmung der Intensität der Schwere — d. h. der Mittelkraft der auf einen Punkt der Erdoberfläche von dem gesammten Erdkörper ausgeübten Attraction und der an diesem Orte stattfindenden Centrifugalkraft — besteht in der Ermittlung der Schwingungsdauer eines einfachen oder mathematischen Pendels. Nach den bekannten, schon von Galilei entdeckten Pendelgesetzen ist nämlich die Intensität der Schwere, unter deren Einfluss ein einfaches Pendel in unendlich kleinen Amplituden im luftleeren Raume schwingt, gleich dem Producte aus dem Quadrate der Ludolph'schen Zahl in die Länge des Pendels, dividirt durch das Quadrat der Schwingungsdauer; werden also diese beiden letzteren Grössen durch Beobachtung bestimmt, so ergibt sich aus vorerwähnter Relation auch die gesuchte Intensität der Schwerkraft.

Die Schwingungsdauer eines Pendels kann unter Beziehung einer guten Pendeluhr, deren Gang — d. h. deren absoluter Secundenwerth

— aus sorgfältig ausgeführten Zeitbestimmungen zu ermitteln ist, durch die Methode der Coincidenzen verhältnissmässig leicht und sehr genau bestimmt werden.

Die Herstellung guter Pendeluhren hat in unseren Zeiten erhebliche Fortschritte gemacht, unter welchen namentlich die von dem Münchener Ingenieur Dr. Riefler durchgeführte rationelle Temperaturcompensation hervorzuheben sein dürfte. Neuerdings hat derselbe es mit Erfolg versucht, seine Pendeluhren auch bezüglich der Einwirkung der Schwankungen des Luftdrucks zu compensiren.

Um so grössere Schwierigkeiten bietet dagegen die Bestimmung der Länge des einfachen Pendels, welches mit dem physischen Versuchspendel gleiche Schwingungsdauer besitzt. Die Theorie des einfachen Pendels nimmt an, dasselbe bestehe aus einem materiellen Punkte, welcher mit dem Aufhängepunkte durch einen vollkommen biegsamen, unausdehnbaren und gewichtslosen Faden von bekannter Länge verbunden ist. Die ersten Versuche zur Bestimmung der Intensität der Schwere wurden schon von Bouguer und La Condamine gelegentlich der Peruanischen Gradmessung ausgeführt; ihnen schlossen sich dann die zu Ende des 18. Jahrhunderts unternommenen Arbeiten Borda's an. In allen diesen Versuchen war man bemüht, sich der vorerwähnten Abstraction möglichst anzuschliessen und das in dem Ausdruck der Länge eines mit dem physischen Pendel isochronistisch schwingenden einfachen Pendels auftretende Trägheitsmoment aus den Dimensionen und Gewichten der einzelnen Theile des ersteren durch Rechnung zu bestimmen; auch der Gewichtsverlust, den das Pendel durch den Auftrieb der verdrängten Luft erleidet, wurde, ebenso wie die Reduction auf unendlich kleine Amplituden, richtig in Rechnung gestellt. Was ferner den eigentlichen Luftwiderstand betrifft, welcher sich dadurch ergibt, dass das sich bewegende Pendel den auf seinem Wege befindlichen Luftpartikelchen seine eigene Geschwindigkeit ertheilen muss, wodurch es fortwährend einen Verlust an lebendiger Kraft erleidet, so zeigt die mathematische Entwicklung, dass hiedurch wohl die

Schwingungsamplitude sich stetig verringert, dass aber, so lange man sich auf sehr kleine Amplituden beschränkt, die Schwingungsdauer keine wahrnehmbare Veränderung erleidet; ¹¹⁾ lässt man das Pendel, wie bei den neuen Beobachtungen in Frankreich, Indien und Nord-Amerika unter sehr kleinem Luftdruck schwingen, so erreicht man den Vortheil, die Beobachtungen auf ein längeres Zeitintervall ausdehnen zu können. — Das Jahr 1826, in welchem Bessel's berühmte Abhandlung ¹²⁾ über die Länge des einfachen Secundenpendels erschien, bezeichnet eine Epoche in der Geschichte der Pendelbeobachtungen; in dieser mit bewunderungswürdigem Scharfsinne durchgeführten Untersuchung, in welcher die Länge des einfachen Secundenpendels aus der Differenz der Längen eines langen und eines kurzen Fadenpendels abgeleitet wird, gelangte Bessel zur Entdeckung zweier bisher unberücksichtigt gebliebener Fehlerquellen, nämlich des Einflusses der an dem Pendel adhären- den Luftmasse und der Einwirkung der cylindrischen Abstumpfung der Schneiden der Pendelsuspension auf die Schwingungsdauer. Um diese Fehlerquellen unschädlich zu machen, schlägt Bessel schliesslich die Anwendung eines Reversionspendels mit unter sich vertauschbaren Schneiden vor. Diese erst später, nach Bessel's Tod, von Repsold construirten Reversionspendel ¹³⁾ bestehen im Wesentlichen aus einer cylindrischen Röhre, an deren beiden Enden scheibenförmige Cylinder von unter sich vollkommen gleichen äusseren Dimensionen, aber von verschiedenen Gewichten befestigt sind; in genau gleichen Abständen von diesen Gewichten befinden sich zwei vollkommen gleichgeformte Bügel zur Aufnahme und Befestigung der unter sich parallelen, vertauschbaren stählernen Schneiden; die beiden Gewichte — das schwere und das leichte — sind so regulirt, dass die Schwingungszeiten, welche sich ergeben, wenn man das Pendel successive um jede der Schneiden schwingen lässt, nahezu gleich werden. — Würde vollkommene Gleichheit beider Schwingungszeiten stattfinden, so würde der gegenseitige Abstand beider Schneiden genau der Länge des mit dem Reversionspendel isochronistisch schwingenden

einfachen oder mathematischen Pendels gleich sein; wird diese Bedingung nur annähernd erfüllt, so tritt noch eine durch die mathematische Entwicklung des Problems gegebene Correction hinzu. Die verschiedenen, in dem Decennium 1870—1880 mit diesen Revisionspendeln ausgeführten Beobachtungen führten jedoch bald zur Erkenntniss einer neuen Fehlerquelle, indem das schwingende Pendel das im Verhältniss zu dem Gewichte des Pendelkörpers etwas schwache Repsold'sche Stativ zum Mitschwingen veranlasste, wodurch die Schwingungszeiten um nicht unbedeutende Beträge vergrössert wurden; ja sogar das Nachgeben des Untergrundes, auf welchem der das Stativ tragende Pfeiler aufgebaut war, machte sich in gleicher Weise geltend. Man fand jedoch in der Anwendung eines am Pendelsupport angebrachten Fadenpendels bald ein Mittel, um die Einwirkung dieses Mitschwingens zahlenmässig festzustellen; später zeigte Defforges,¹⁴⁾ wie man sämtliche vorstehende Fehlerquellen eliminiren kann, indem man auf denselben unter sich vertauschbaren Schneiden successive ein kurzes und ein langes Pendel von gleichen Gewichten auf demselben Stativ und innerhalb gleicher Grenzen der Amplitude schwingen lässt. Der Apparat von Defforges dürfte, obwohl die mit ihm erlangten Resultate in Folge der Durchbiegung der etwas dünnen Pendelstange noch eine minimale Correction¹⁵⁾ erfahren haben, gegenwärtig wohl als der vollkommenste zur absoluten Messung der Intensität der Schwerkraft bestimmte Apparat zu betrachten sein. — Aus dieser kurzen Aufführung der hauptsächlichsten Umstände, welche die Präcision der Pendelbeobachtungen beeinflussen, dürfte hervorgehen, dass genaue absolute Bestimmungen der Intensität der Schwerkraft zu den complicirtesten Operationen geodätischer Messkunst gehören. So interessant indessen derartige absolute Bestimmungen sind, so förderlich ist es doch für die geodätischen Zwecke im engern Sinne, dass es für diese genügt, bloss das Verhältniss der Schwerkraft für möglichst viele Punkte der Erdoberfläche durch Beobachtungen festzustellen, dass man also in der Geodäsie mit relativen Bestimmungen ausreicht. Kann man

nämlich annehmen, dass die Dimensionen und die Massenordnung eines Versuchspendels, sowie die Einwirkung des Pendelsupports auf das schwingende Pendel sich weder mit der Zeit noch beim Transport ändern, d. h. dass die Länge des mit dem in Rede stehenden Versuchspendel isochronistisch schwingenden einfachen Pendels unveränderlich sei, so fällt die Pendellänge in dem Verhältnisse der Schwerkkräfte verschiedener Orte aus und dieser Quotient wird dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Schwingungszeiten gleich. In dem Quotienten der Schwerkkräfte zweier Orte tritt aber ausser den Quadraten der Sinusse der bekannten geographischen Breiten nur der Unterschied der Schwerkkräfte am Pol und am Aequator, gemessen durch die Schwere am Aequator, auf; diese Differenz kann sohin aus den vorliegenden relativen Schweremessungen gefunden werden, wonach sich endlich aus dem Clairaut'schen Theorem auch die Abplattung der Erde ergibt.

In der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts haben sich besonders die Engländer (Foster, Sabine u. a.) durch die Ausführung relativer Schweremessungen mit invariablen Pendeln hervorgethan, indem dieselben auf verschiedenen, von 80° nördlicher bis 60° südlicher Breite gelegenen Inseln und Küstenpunkten, sowie später in Ostindien¹⁶⁾ Pendelbeobachtungen angestellt haben. Die Ausführung solcher Schweremessungen nahm einen neuen Aufschwung seit von Sterneck¹⁷⁾ einen zu Reisebeobachtungen vorzüglich geeigneten einfachen Apparat construiert hat, mit dem er für das Gebiet der Oesterreichischen Monarchie, für eine Anzahl europäischer Hauptstationen und für Italien theils selbst, theils unter Betheiligung österreichischer Marineofficere an mehr als 500 Punkten Pendelbeobachtungen vornahm; desgleichen hat auch die österreichische Kriegsmarine an den Küsten und auf Inseln des Rothen Meeres, sowie auf einer Anzahl anderer aussereuropäischen Stationen derartige Beobachtungen angestellt. Auch die deutsche Kriegsmarine hat in den deutsch-afrikanischen Colonien mit der Ausführung von Pendelbeobachtungen begonnen. Ebenso wurden in Deutschland, in

der Schweiz, in Schweden und Norwegen, sowie in Russland, in Frankreich und Algerien und in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika¹⁸⁾ auf einer Reihe von Stationen, welche sich theils kettenförmig in der Richtung von Meridianen und Parallelkreisen erstrecken, theils einzelne Landesgebiete flächenförmig bedecken, relative Schweremessungen vorgenommen.

Eine schwache Seite dieses bisher überwiegend zur Anwendung gelangten Apparates liegt in dem Umstande, dass die vorausgesetzte Unveränderlichkeit der Pendel nicht streng stattfindet, indem dieselben vielfach kleine, bis jetzt noch nicht völlig aufgeklärte Veränderungen ihrer Länge erleiden, in Folge deren die Genauigkeit der Resultate durch nothwendig werdende Interpolationen beeinträchtigt wird; man wird deshalb auch in jeder Station stets mehrere, sich gegenseitig controllirende Pendel beobachten. Auch der Einfluss des Mitschwingens von Stativ und Untergrund muss auf jeder Station gesondert ermittelt werden, was durch gleichzeitige Beobachtung eines am Stativkopf befestigten Fadenpendels bewerkstelligt werden kann. Bei den auf Wandconsolen schwingenden Pendeln ist dieses Mitschwingen in der Regel so unbedeutend, dass hiedurch die Resultate nicht merklich afficirt werden. Von der genügenden Festigkeit des Pendelsupports kann man sich durch das sogenannte Wippverfahren überzeugen, indem man mittelst einer — einer Federwaage ähnlichen — Vorrichtung im Secudentakte eine Reihe von Stößen von bekannter Intensität auf den zur Aufstellung des Pendelstativs errichteten Pfeiler oder auf die Wandconsole ausübt; die durch diese Stöße erzeugten Schwingungen des Versuchspendels dürfen dann einen erfahrungsmässig festgestellten Betrag nicht überschreiten, wenn das Mitschwingen des Pendelsupports keinen merklichen Einfluss auf das Resultat erlangen soll. Bei einem von Defforges construirten Apparat für relative Schweremessungen ist das Pendel ein mit zwei festen Schneiden versehenes Reversionspendel, welches aus einer hohlen cylindrischen Stange besteht, in deren Enden halbkugelförmige, mit einander vertauschbare Verschluss-

stücke eingeschraubt sind; das Pendel hat äusserlich eine genau symmetrische Form und das eine der beiden Verschlussstücke trägt in seinem Innern eine entsprechende überschüssige Masse; durch Vertauschung der Verschlussstücke ergibt sich wieder ein Reversionspendel. Beobachtet man die Schwingungsdauer bezw. T_u und T_o um die beiden Schneiden, vertauscht sodann die Verschlussstücke und ermittelt in gleicher Weise die bezügliche Schwingungsdauer T'_u und T'_o , so werden in der Combination der Werthe T_u , T_o , T'_u und T'_o alle Fehlerquellen eliminirt, so dass es nur noch erübrigt, den Einfluss des Mitschwingens des Stativs zu bestimmen. Zugleich ergibt sich der Vortheil, dass aus der Unveränderlichkeit der wegen der Temperatur verbesserten Differenz $[T_o + T'_o - T_u - T'_u]$ mit Sicherheit auf die Unveränderlichkeit des Pendels geschlossen werden kann.

Den bisher erwähnten geodätischen Präcisionsarbeiten ist endlich noch das früher nur für rein technische Zwecke angewendete geometrische Nivellement beizuzählen, welches seit den letzten Decennien einen Theil der Arbeiten der internationalen Erdmessung darstellt. Die hiefür im Gebrauch stehenden Apparate sind im Wesentlichen gewöhnliche Nivellirinstrumente von grösseren Dimensionen mit Fernröhren von 30 bis 40-facher Vergrösserung und sorgfältig gearbeiteten Libellen; die Theilung der hölzernen Nivellirlatten wird während einer Messungs-Campagne thunlichst oft mit einem genauen Metallmaassstab verglichen, um eingetretene Veränderungen, welche sich namentlich durch die Einwirkung von Luftfeuchtigkeit ergeben, in Rechnung ziehen zu können. Behufs Elimination der Instrumentalfehler wird man bei Ausführung eines Präcisions-Nivellements stets die Methode des „Nivellirens aus der Mitte“ in Anwendung bringen. Der Einfluss einer in Folge der Terrainbeschaffenheit ungleichen Refraction bei der Visur nach vorwärts und bei jener nach rückwärts lässt sich jedoch durch keine Messungsmethode beseitigen; die aus dieser Ursache sich ergebenden Fehler sind indessen für den einzelnen Instrumentstand verschwindend klein und können sich nur dann anhäufen, wenn das Profil des Nivellementszuges auf längere

Strecken beständig steigt oder fällt. Die Veranlassung zur Einführung des geometrischen Nivellements in das Arbeitsprogramm der Internationalen Erdmessung bot in erster Linie die auf Grund älterer trigonometrischer Höhenmessungen verbreitete Ansicht von der Verschiedenheit des Niveaus der Central- und West-Europa umspülenden Meere; auch die Frage der Hebung oder Senkung einzelner Festlandsgebiete lässt sich thatsächlich entscheiden, wenn man Höhenmarken, deren unveränderliche Lage gegen ihre Umgebung dauernd gesichert erscheint, vom Meeresniveau ausgehend, nach Umfluss längerer Zeitabschnitte wiederholt einnivellirt. Das Meeresniveau selbst ist jedoch in Folge des mit den Erscheinungen der Ebbe und Fluth sich combinirenden Einflusses des Luftdruckes, sowie der Windstärke und Richtung innerhalb gewisser Grenzen veränderlich, so dass nur sein mittlerer Stand als Ausgangspunkt für die Angabe der Höhenlage der an hervorragenden Gebäuden, an Felsen oder an eigens errichteten Niveausäulen angebrachten Nivellementsmarken benützt werden kann. Um diesen Nullpunkt zu bestimmen, hat man an verschiedenen Küstenpunkten eigene Apparate — sogenannte Mareographen oder Medimaremeter, — aufgestellt;¹⁹⁾ die einfacheren dieser Vorrichtungen werden täglich ein bis zwei Mal abgelesen, während an manchen Orten sogar automatisch registrirende Apparate in Verwendung stehen. Die Beobachtungen des Wasserstandes müssen — um ein sicheres Resultat zu geben — viele Jahre hindurch fortgesetzt werden; die ausgedehnteste, mit dem Jahre 1701 beginnende Beobachtungsreihe dieser Art bezieht sich auf den Mittelwasserstand am Pegel zu Amsterdam. Der mittlere Fehler beträgt bei den neueren Präcisionsnivellements 1,5 bis 2,5 mm für eine Strecke von 1 km und ergibt sich für die nördlichen und südlichen Meere Central-Europas ein Niveauunterschied von circa 1 dcm.²⁰⁾ Berücksichtigt man den eben erwähnten Betrag des mittleren zufälligen Fehlers und bedenkt die Schwierigkeit einer stets durch locale Verhältnisse beeinflussten, genauen Bestimmung der mittleren Wasserstände, so wird sich aus diesem Resultate der Schluss ergeben, dass

die Mittelwasser dieser Meere sich in gleicher Höhe befinden, d. h. einer und derselben Niveaufläche angehören. Bei einer kurzen Nivellementstrecke erhält man die Niveaudifferenz der Endpunkte mit einer für praktische Zwecke vollkommen ausreichenden Genauigkeit, indem man die dem Vorblick entsprechende Lesung von der Rückblicklesung subtrahirt; man setzt hiebei voraus, dass die in verschiedenen Abständen übereinander liegenden Niveauflächen unter sich parallel verlaufen. Diese Annahme ist jedoch bei ausgedehnteren, mehrere Hunderte von Kilometern langen Nivellementsügen nicht mehr zulässig, denn die Niveauflächen verschiedener Höhenlage sind keineswegs unter sich parallel; sie sind vielmehr nahezu rotationsellipsoidische Flächen, deren gegenseitiger Abstand am Aequator grösser ist als am Pol, d. h. zwei auf ein und derselben Niveaufläche, jedoch in verschiedenen geographischen Breiten liegenden Punkten kommen keineswegs gleiche Höhen über der Meeresfläche zu und zwar entspricht dem südlicher gelegenen Punkte eine grössere absolute oder Meeres-Höhe. Denkt man sich beispielsweise in einer Höhe von 1000 m über dem Pol eine Niveaufläche gelegt und nimmt an, man könne dieser Niveaufläche mit einem Nivellirinstrumente bis zum Aequator folgen, so würde man an letzterem Orte sich um 1005 m über der Meeresfläche befinden; ein am Pol zu der erwähnten Niveaufläche aufsteigendes und auf dieser gegen den Aequator hinziehendes, hier zur Meeresfläche absteigendes und in der Meeresfläche zum Pol zurückkehrendes Nivellementspolygon müsste demnach am Pol mit einem Schlussfehler von 5 m ankommen. Thatsächlich werden jedoch selbst sehr umfangreiche und in bedeutende Höhen hinaufführende Nivellements niemals, auch nur annähernd, diesen für einen abstracten Fall geltenden Betrag aufweisen; da jedoch die theoretisch ermittelten Schlussfehler immer noch von der Grössenordnung der aus der Anhäufung der zufälligen Beobachtungsfehler hervorgehenden Differenzen sind, so muss an den unmittelbaren Ergebnissen der Präcisionsnivellements jedenfalls die entsprechende, unter dem Namen der „orthometrischen Correction“²¹⁾ bekannte Verbesserung

angebracht werden. Dieser rein geometrischen Auffassung des Begriffs: „Höhe über der Meeresfläche“ wurde in neueren Zeiten eine andere auf mechanische Principien gegründete Definition zur Seite gestellt. Fällt ein Körper von einer bestimmten Niveaufläche zu einer benachbarten, tiefer liegenden herab, so leistet hiebei die Schwere eine mechanische Arbeit, welche durch das Product der Intensität der Schwere mit dem in der Richtung dieser Kraft zurückgelegten Wege ausgedrückt wird, d. h. diese Arbeit ist gleich der Potentialdifferenz dieser Niveauflächen; diese letztere und folglich auch das erwähnte Product ist aber für alle Punkte zweier bestimmten Niveauflächen constant. Da nun die Intensität der Schwere für verschiedene Punkte einer und derselben Niveaufläche ebenfalls verschiedene Werthe hat, so muss der andere Factor des Products — die Höhendifferenz der beiden Niveauflächen — im entgegengesetzten Sinne veränderlich sein, d. h. die senkrechten Abstände zweier benachbarter Niveauflächen sind den an den correspondirenden Punkten stattfindenden Schwerekräften umgekehrt proportional. Nimmt man also, wie es gewöhnlich geschieht, die Intensität der Schwere an der Meeresoberfläche unter 45° Breite als Krafteinheit an, so kann man mittelst dieser Proportion den durch das Nivellirinstrument gefundenen Höhenunterschied auf die entsprechende Differenz der zugehörigen „Arbeitshöhen“ reduciren, vorausgesetzt, dass man die Intensität der Schwere an den Beobachtungsorten kennt; liegt keine directe, angenäherte Bestimmung dieses Elementes vor, so wird man den treffenden Werth einer passenden Interpolationsformel entnehmen. Die auf solche Weise gefundene Reduction der unmittelbar beobachteten Niveaudifferenz heisst die „dynamische Correction“; ²²⁾ die Begriffe „orthometrische“ und „dynamische Correction“ decken sich — wie man sieht — nicht; für die einzelnen Stationen eines Nivellements-zuges ergeben sich je nach der einen oder anderen Correctionsweise verschiedene Höhenwerthe; der theoretische Schlussfehler eines geschlossenen Nivellements-polygones ergibt sich jedoch nach beiden Auffassungen zu gleichen Beträgen.

Die trigonometrische Höhenmessung, welche die Unterschiede der absoluten Höhen aus einseitig oder gegenseitig gemessenen Höhenwinkeln oder Zenithabständen ergeben soll, ist zu sehr von der Unsicherheit unserer Kenntniss der terrestrischen Refraction beeinflusst, welche gerade in unmittelbarer Nähe der physischen Erdoberfläche die grössten Beträge erreicht und hier manche Unregelmässigkeiten aufweist, so dass wenigstens gegenwärtig auf die Beziehung dieses zur gänzlich hypothesenfreien Untersuchung der Erdgestalt werthvollen Hilfsmittels noch verzichtet werden muss.

Wenn im Vorhergehenden ersucht wurde, die gegenwärtigen Hilfsmittel und Methoden zur Untersuchung der Gestalt und Grösse des Erdkörpers wenigstens in ihren Grundzügen darzustellen, so soll nunmehr auf die bisher erzielten Resultate sowie auf deren Bedeutung und Tragweite etwas näher eingegangen werden.

Was zunächst die Ergebnisse der Gradmessungen betrifft, so schliessen sich den älteren Resultaten von La Place,²³⁾ Schmidt,²⁴⁾ Airy²⁵⁾ und Bessel²⁶⁾ neuere Bearbeitungen von James und Clarke an. In seiner letzten, im Jahre 1880 veröffentlichten Berechnung stützt sich Clarke — die kleineren in Mitteleuropa und Schweden ausgeführten Breitengradmessungen unberücksichtigt lassend — ausschliesslich auf die grossen je 20° bis 25° umspannenden englisch-französischen, russischen und ostindischen Breitengradmessungen, auf den südafrikanischen und auf den alten peruanischen Meridianbogen, sowie auf die ostindische Längengradmessung. Er findet hiebei für die Länge der halben grossen Axe des Erdellipsoids den Werth $a = 6\,378\,249$ m sowie für die Abplattung oder für den durch die halbe grosse Axe gemessenen Unterschied der beiden Halbaxen den Betrag von $\frac{1}{293,465}$ ²⁷⁾ während das bis dahin allgemein angenommene Bessel'sche Resultat, die grosse Halbaxe um 852 m kleiner, den Nenner des Abplattungsverhältnisses dagegen um 5,68 grösser — zu 299,15 — ergab. Clarke hat seine Rechnungen nach Bessel's Vorgang strenge nach der Methode der kleinsten

Quadrate ausgeführt und ergibt sich hiernach der mittlere Fehler seines Resultats zu ± 111 m in der halben grossen Axe und $\pm 1,4$ in der Abplattungszahl. Man würde indessen das Wesen der von Bessel, Clarke und Anderen erhaltenen Resultate verkennen, wenn man vorstehenden Angaben über die hiebei erreichte Präcision eine reale Bedeutung beilegen wollte. Es ergeben sich nämlich die Dimensionen eines bestimmten Erdmeridians nur dann vollkommen einwandfrei, wenn die in Rechnung gezogenen einzelnen Meridianbögen ein continuirliches Ganzes bilden und nicht — wie thatsächlich der Fall ist — bloss unzusammenhängende Theile verschiedener Meridiane darstellen. Betrachtet man eine Curve von nicht näher bestimmtem Verlaufe, so ist es immerhin möglich, dass einzelne, nicht unmittelbar aneinander anschliessende Theile derselben bezüglich ihrer Krümmung mit correspondirenden Theilen von unter sich congruenten Ellipsen übereinstimmen, ohne dass deshalb die Mittelpunkte und die Richtung der Axen dieser letzteren Ellipsen nothwendig zusammentreffen müssen; mit anderen Worten: es besteht keine Nothwendigkeit dafür, dass die in Betracht gezogenen Bögen der in Rede stehenden Curve wirklich auf einer und derselben Ellipse gelegen sind. Die Wahrscheinlichkeit, dass diese Uebereinstimmung nicht in aller Strenge stattfindet, steigert sich, wenn die Territorien, auf welchen die einzelnen Gradmessungen ausgeführt wurden, durch breite Meere, durch ausgedehnte Hochplateaus oder durch grosse Gebirgsmassen getrennt sind. Man wird unter solchen Umständen darauf gefasst sein müssen, dass die aus Gradmessungen gefolgerten Dimensionen des Erdkörpers in hohem Grade von der Auswahl der in Rechnung gestellten Operationen beeinflusst werden, so dass der Hinzutritt einer oder mehrerer neuen Gradmessungen das bisher erhaltene Resultat um Beträge ändert, welche die dem letzteren rechnermässig zukommenden wahrscheinlichen Fehler erheblich überschreiten. Man kann sich hievon leicht überzeugen, wenn man von Bessel's in allen Details vorliegender Rechnung²³⁾ ausgeht, wobei der mühsamste Theil der Arbeit — die Bildung der Normal-

gleichungen — ausserordentlich vereinfacht ist; lässt man nun die eine oder die andere der von Bessel benützten zehn Gradmessungen weg, so ergeben sich folgende Resultate:

1) unter Verzicht auf die indischen Messungen:

Mittlere Gradlänge $L = 57013,8$ toises (Gewicht 0,85),

Abplattung $\alpha = \frac{1}{283,7}$ (Gewicht 0,13);

2) ohne die englischen und französischen Messungen:

$L = 57018,2$ (Gewicht 0,43), $\alpha = \frac{1}{293,5}$ (Gewicht 0,63);

3) mit Weglassung des russischen Bogens:

$L = 57011,7$ (Gewicht 0,64), $\alpha = \frac{1}{300,8}$ (Gewicht 0,69);

4) ohne Einbeziehung des peruanischen Bogens:

$L = 57013,5$ (Gewicht 1,00), $\alpha = \frac{1}{299,8}$ (Gewicht 0,98);

5) mit Weglassung der hannover'schen, dänischen, preussischen und schwedischen Gradmessungen:

$L = 57013,1$ (Gewicht 0,95), $\alpha = \frac{1}{299,0}$ (Gewicht 0,96);

Das von Bessel aus sämtlichen zehn Gradmessungen erhaltene Resultat, welchem das Gewicht 1 beigelegt wurde, ist bekanntlich:

$$L = 57013,11, \alpha = \frac{1}{299,15}$$

Aus diesen Zahlen tritt vor Allem der dominirende Einfluss der indischen Gradmessungen auf den Abplattungswerth hervor, während der englisch-französische Bogen, dessen Mitte unter 46° n. Br. liegt, für die mittlere Gradlänge von maassgebender Bedeutung ist. — Ueberblickt man die nach den errechneten Erddimensionen bei den einzelnen Breitenbestimmungen übrig bleibenden Fehler, so ergibt sich, dass dieselben bei Bessel im Maximum $+4,12$ und $-6,45$, bei Clarke aber bezw. $+4,53$ und $-3,68$ erreichen, sohin ganz wesentlich grösser sind, als diejenigen Beträge, welche

bei der Genauigkeit der in Rechnung genommenen Bogenlängen und Polhöhenbeobachtungen erwartet werden können. Eine merkwürdige, hier einschlägige Thatsache hat in den letzten Jahren die durch das K. Preussische Geodätische Institut ausgeführte Berechnung des $31^{\circ} 23'$ umfassenden, zwischen den Meridianen von Feaghmain (an der Westküste Irlands) und Warschau liegenden Parallelkreisbogens unter der Breite von 52° zu Tage gefördert;²⁹⁾ während nämlich die Polhöhen der in die Rechnung einbezogenen astronomischen Stationen sich nahezu gleich gut dem Bessel'schen wie dem Clarke'schen Ellipsoid anpassen, werden dagegen die beobachteten Längendifferenzen entschieden besser durch das erstere als durch das letztere dargestellt, welchem mit Rücksicht auf die grosse Ausdehnung der demselben zu Grunde liegenden Meridianbogen der Vorzug vor dem Bessel'schen Ellipsoid zukommen würde. Ein entgegengesetztes Verhältniss zeigen dagegen einige Längendifferenzen in der östlichen Küstenregion Nordamerika's, indem hier umgekehrt das Clarke'sche Ellipsoid den Beobachtungsergebnissen besser entspricht als das Bessel'sche.³⁰⁾

Vergleichen wir nun die aus den Gradmessungen hervorgegangenen Werthe der Abplattung des Erdellipsoids mit den aus den Schwere-messungen gefolgerten Resultaten. Seit zuerst La Place aus 15 älteren Messungen die Abplattung ermittelt hat, wurde diese Aufgabe unter Benützung eines sich mehr und mehr ausdehnenden Materials noch von verschiedenen Anderen, zuletzt von Clarke³¹⁾ und Helmert³²⁾ behandelt, welche sich auf 93 bzw. 122 über die Erdoberfläche vertheilte Schwere-messungen stützen konnten und den Abplattungsnenner zu $292,2 \pm 2,2$ m F. bzw. $299,26 \pm 1,26$ m F. fanden. Auch hier zeigt sich dieselbe Erscheinung wie bei den Gradmessungen: Die durch die beigesetzten mittleren Fehler charakterisirte Genauigkeit der Resultate ist als illusorisch zu bezeichnen und das Schlussergebniss erscheint in hohem Grade abhängig von der Auswahl der in Rechnung genommenen Messungen, sowie von der für die einzelnen Beobachtungen und zwar ganz besonders bei

den Insel- und Gebirgs-Stationen befolgten Reductionsmethode. In letzterer Beziehung ist namentlich auf die von Helmert zur Anwendung gebrachte Condensationsmethode³²⁾ hinzuweisen, nach welcher die Unregelmässigkeiten der physischen Erdoberfläche auf einer zur mathematischen Erdoberfläche im Abstand von 21 km nach innen parallelen Fläche so condensirt gedacht werden, dass ausserhalb derselben nur mehr eine homogene sphäroidische Schaafe von der mittleren Dichte ($\frac{1}{2} \cdot 5,6$) der die Erdrinde bildenden Gesteine übrig bleibt. Nur nach Durchführung einer derartigen Condensation besitzt nämlich die der Ermittlung der Gestalt der mathematischen Erdoberfläche zu Grunde liegende Entwicklung in eine Kugelfunktionen-Reihe die Eigenschaft der Convergenz, wodurch allein ihre Anwendung in aller Strenge begründet erscheint. — Gegenüber den Gradmessungen kömmt jedoch den Schwermessungen der Vortheil zu, dass letztere gleichmässiger über die gesammte Erdoberfläche vertheilt sind und dass überdiess deren Zahl verhältnissmässig sehr leicht vermehrt werden kann. In der That stehen gegenwärtig die Resultate von mehr als tausend — allerdings der Mehrzahl nach auf Mitteleuropa treffenden Stationen zur Verfügung. Dieses reiche Material gewinnt noch mehr an Werth, wenn neue Anschlussmessungen zwischen den europäischen und aussereuropäischen Stationen zur Ausführung gelangen, wodurch die Gesammtheit der Resultate zu einem streng einheitlichen Ganzen vereinigt wird. Eine höchst wesentliche Vervollkommnung unserer Kenntnisse von der genauen Figur der Erde steht zu erwarten, wenn es dereinst gelingt, Schwermessungen nicht blos auf dem festen Lande, sondern auch auf offenem Meere mit entsprechender Präcision auszuführen, wozu allerdings im gegenwärtigen Augenblicke noch geringe Aussicht vorhanden ist. Es wird dann möglich werden, mit Hülfe eines von Stokes³³⁾ gegebenen merkwürdigen Theorems die Abweichungen des Geoids von einem bestimmten Referenzellipsoide in Richtung der Radien Vektoren unmittelbar aus geeignet vertheilten Schwermessungen zu berechnen und auf diese Art die Form der mathematischen Erdoberfläche im

Ganzen zu ermitteln, was sich durch Gradmessungen allein, welche uns immer nur über die Krümmungsverhältnisse getrennter Festlandstheile Aufschluss geben, nicht erreichen lässt. — Sowohl die Gradmessungen als die Ergebnisse der Pendelbeobachtungen zeigen uns also, dass die Annahme einer rotationsellipsoidischen Gestalt der mathematischen Erdoberfläche nur eine gewisse Annäherung darstellt, von welcher überall Abweichungen stattfinden, die zwar im Verhältniss zur Grösse der Erddimensionen nur klein sind, gleichwohl aber der gegenwärtig erreichten Präcision der Beobachtungen gegenüber nicht unbeachtet bleiben können. Man wird immerhin ein bestimmtes Ellipsoid — sei es nun das Bessel'sche oder das Clarke'sche — als Referenzfläche und als erste Annäherung beibehalten können; die Aufgabe der Geodäsie unserer Tage wird dann darin bestehen, die verschiedenen Theilen der Erdoberfläche entsprechenden Abweichungen von dieser Normalform geometrisch streng anzugeben. — Man hat die Unterschiede zwischen den durch direkte astronomische Beobachtungen bestimmten Breiten, Längendifferenzen und Azimuthen der Punkte eines astronomisch-geodätischen Netzes und den durch geodätische Uebertragung der geographischen Positionen von Station zu Station unter Zugrundelegung eines Referenzellipsoids sich ergebenden Resultaten mit dem Namen „Lothabweichungen“ oder „Lothstörungen“ bezeichnet. Kennt man für eine Station die Lothabweichungs-Componenten in Breite und Länge, so ist durch diese auch die Abweichung im Azimuth in Folge der unter dem Namen der La Place'schen Gleichung bekannten Relation gegeben und man kann die gesammte Lothstörung sowie das Azimuth, in welchem sie stattfindet, berechnen. Die Lothlinie eines Punktes — auch Kraftlinie genannt — ist zwar streng genommen keine Gerade, sondern eine schwach gekrümmte Curve; so lange es sich jedoch nicht um Stationen von sehr bedeutender Höhe über dem Meere handelt, kann man dieselbe mit der Verticalen ihres Durchschnittspunktes mit der mathematischen Erdoberfläche als zusammenfallend betrachten. Diese letztere ist

nun eine Fläche, welche überall auf der Richtung der Schwerkraft senkrecht steht, d. h. eine Niveaufläche; man nennt sie die „Geoidfläche“ oder kurz das „Geoid“, sie lässt sich demnach innerhalb eines zusammenhängenden Gradmessungsbereiches mit Hülfe der Lothstörungen wenigstens interpolatorisch construiren, wenn man einen bestimmten Punkt des gewählten Referenzellipsoids mit dem correspondirenden Punkte dieses Gebietes so coincidiren lässt, dass die Normalen sowie die Richtung des Meridians beider Flächen für diesen Punkt zusammentreffen, wodurch dann die Höhen der anderen Punkte des Geoids über der Oberfläche dieses Referenzellipsoids gegeben sind. Die gegenseitige Lage der Referenzellipsoide, auf welche die einzelnen von einander getrennten Gradmessungen bezogen sind, bleibt aber hiebei innerhalb im Vergleiche mit den Erddimensionen enger Grenzen unbestimmt.

Einzig und allein die über die ganze Erdoberfläche ausgedehnten Schweremessungen können uns darüber Aufschluss gewähren, um welche Beträge sich die einzelnen Geoidstücke über ein einheitliches Referenzellipsoid erheben oder unter dasselbe senken. Dass diese Beträge den Werth von $\pm 0,5 \text{ km}^{34)}$ nirgends überschreiten, das beweisen uns die sowohl ausserhalb als innerhalb der Gradmessungsgebiete bisher ausgeführten Pendelbeobachtungen. Das Geoid erscheint sohin als eine Fläche, welche sich wellenförmig längs des Referenzellipsoids hinzieht und es weisen die einzelnen Wellen gegenüber der Grösse der Erddimensionen nur kleine Erhebungen über oder Senkungen unter die Vergleichsfläche auf.

Betrachten wir nun die Art und Weise wie diese Lothabweichungen und Störungen der Schwerkraft zu Stande kommen. Nimmt man für den Augenblick an, die Oberfläche der Erde sei eine genau rotationsellipsoidische und denkt sich dann an irgend einer Stelle der nördlichen Halbkugel eine plateauförmige Masse von der mittleren Dichtigkeit der Oberflächengesteine aufgesetzt, so wird hiedurch sowohl die Richtung als auch die Intensität der Schwerkraft in Folge der Anziehung der hinzugetretenen Masse eine Störung ihres

regelmässigen Verlaufs erfahren, welche offenbar in unmittelbarer Nähe dieses Plateaus ihre grössten Beträge erreicht; nördlich des Plateaus wird das Zenith nach Norden verschoben und man wird demnach die geographische Breite grösser erhalten als vorher; auf der Südseite tritt die entgegengesetzte Wirkung ein, während in der Mitte des Plateau's das Zenith und mithin auch die Breite ungeändert bleibt. Die Intensität der Schwerkraft wird durch das Hinzutreten des Plateau's ebenfalls Störungen erleiden, indem bei der Annäherung an dasselbe die Schwerkraft durch die nach aufwärts wirkende Attraktion dieser Massen mehr und mehr vermindert wird; auf dem Plateau selbst wirkt dagegen dessen Anziehung vermehrend, die grössere Entfernung von der übrigen Masse des Erdkörpers dagegen vsmindernd auf die Intensität der Schwerkraft ein. Das Geoid aber wird sich bei der Annäherung an das Plateau mehr und mehr über das Rotationsellipsoid erheben und erreicht über der Mitte seine grösste Höhe über dieser Fläche. Man sieht also, dass die uns sichtbaren Unregelmässigkeiten der physischen Erdoberfläche nothwendig Störungen im Verlaufe der Lothlinien und der Intensität der Schwerkraft zur Folge haben müssen; dass diese nicht grösser sind, als die thatsächlich beobachteten, erklärt sich durch die Geringfügigkeit der störenden Massen im Verhältniss zur Gesamtmasse des Erdkörpers. Man kann die Grösse dieser Störungen für einzelne Fälle auf Grund vorliegender topographischer und geognostischer Aufnahmen berechnen, wie dieses für eine grössere Zahl von Stationen innerhalb der astronomisch-geodätischen Netze Grossbritaniens und Irlands, Vorderindiens,³⁵⁾ im Kaukasus³⁶⁾ und in der Schweiz³⁷⁾ geschehen ist. Es zeigt sich hiebei jedoch nicht blos, dass die errechneten Beträge nur selten mit den wirklich beobachteten Störungen übereinstimmen, sondern dass in manchen Fällen sogar verschiedene Vorzeichen erhalten werden; die Ergebnisse der Beobachtungen stehen also mit den Resultaten, welche nach der Configuration des umgebenden Terrains erwartet werden müssen, sehr häufig nicht im Einklange. Zur Erklärung dieser Differenzen drängt

sich die Annahme auf, dass nicht bloss die sichtbaren oberirdischen Unregelmässigkeiten der physischen Erdoberfläche, sondern ausserdem noch mehr oder minder sprungweise auftretende Verschiedenheiten in der Anordnung der unterirdischen Massen ihren Einfluss auf die allein unserer Beobachtung zugängliche Richtung und Grösse der Schwerkraft geltend machen. — Unterirdische Massenanhäufungen werden die Lothrichtung in derselben Weise wie Gebirge beeinflussen, die Schwereintensität aber stets vergrössern, während dagegen in der Erdrinde stellenweise auftretende Massendefecte gerade die entgegengesetzte Wirkung äussern. Kommen solche Defecte unterhalb eines Continentes oder eines Gebirges vor, so wird die attractive Wirkung des letzteren, sowie die mit derselben verbundene Erhebung des Geoids über das Rotationsellipsoid ganz oder theilweise compensirt. Die bisher gewonnenen Resultate liefern mehrfach interessante Illustrationen zu diesen Betrachtungen und Folgerungen. Ein besonders merkwürdiges Beispiel bietet die Umgegend von Moskau;³⁸⁾ trotz des auf weite Entfernung fast vollkommen ebenen Terrains zeigen sich hier innerhalb eines Rayons von 81 km nord-südlicher und 115 km ost-westlicher Ausdehnung relative Breitenstörungen von 15,6 — ein Betrag, der sich nur durch eine bedeutende Unregelmässigkeit in der localen Massenvertheilung der oberen Theile der Erdrinde erklären lässt. — In Vorderindien zeigen die beobachteten Breiten gegenüber den nach den Clarke'schen Erddimensionen berechneten nur verhältnissmässig geringe Abweichungen,³⁹⁾ während die gewaltigen Massen des Himalaya und des centralasiatischen Hochplateaus entsprechend starke südliche Ablenkungen des Zeniths erwarten lassen; hier müssen also diese oberirdischen Massen durch unterirdische Dichtigkeits-Defekte theilweise compensirt sein — eine Folgerung, welche auch dadurch ihre Bestätigung findet, dass sich auf den Pendelstationen im Innern Indiens fast durchweg eine im Vergleiche mit den normalen Werthen zu geringe Intensität der Schwerkraft ergeben hat. — Ein in geodätischer Beziehung höchst merkwürdiges Gebiet bilden

die Sandwich-Inseln⁴⁰⁾ und besonders Hawaii mit seinem über 4000 m hohen Vulkan Mauna-Kea; hier zeigt sich in Folge der Attraction dieses Bergkolosses zwischen der Nordküste und der Südspitze der Insel bei nur 120 km Entfernung dieser Punkte die enorme relative Lothstörung von 97,6 — wohl die grösste bisher auf der Erde beobachtete; auch die Resultate der Schwermessungen weisen, ebenso wie auf andern Inseln, auf bedeutende Anomalien der Schwerkraft hin. Diesen Beispielen würden sich noch viele andere anreihen lassen; ich beschränke mich jedoch auf eine Uebersicht einiger der in unserem bayerischen Vaterlande in dieser Beziehung bisher gewonnenen Resultate.⁴¹⁾

Station	Breite		Länge östl. v. Greenw.		Höhe über dem Meere m	Unter- grund Dichte	Beobachtete minus Theoretische Schwere	Beobachtete minus Berechnete Breite
	°	'	°	'				
							mm	
Coburg	50	15,8	10	59	297	2,4	+ 0,39	— 4,11
Lichtenfels	50	08,9	11	05	265	2,4	+ 0,33	— 0,4
Bamberg	49	53,1	10	54	275	2,4	+ 0,45	— 0,14
Forchheim	49	43,2	11	04	267	2,4	+ 0,36	— 1,6
Nürnberg	49	27,4	11	05	312	2,4	+ 0,38	— 3,94
Roth a/S	49	14,8	11	06	342	2,4	+ 0,27	+ 0,6
Pleinfeld	49	06,4	11	00	395	2,4	+ 0,31	+ 2,1
Eichstädt	48	52,3	11	12	389	2,4	+ 0,44	— 2,3
Ingolstadt	48	46,0	11	26	374	2,15	+ 0,47	— 4,62
Pfaffenhofen	48	31,8	11	31	428	2,2	+ 0,19	— 3,3
Dachau	48	15,6	11	27	501	2,2	+ 0,10	—
München	48	08,8	11	36	525	2,15	0,00	0,00
Holzkirchen	47	52,7	11	43	685	2,2	— 0,19	+ 3,98
Benediktbeuren . . .	47	42,5	11	25	624	2,4	— 0,34	+ 9,00
Lenggries	47	40,9	11	35	679	2,4	— 0,32	—
Mittenwald	47	26,5	11	17	913	2,4	— 0,37	+ 11,44
Innsbruck	47	16,2	11	25	580	2,4	— 0,65	—

Bei den in der vorstehenden Tabelle zusammengestellten Resultaten wurde München (Sternwarte Bogenhausen) sowohl für die geographischen Breiten als für die Schwerstörungen als Referenzpunkt gewählt. Wird die Störung in Breite für Berlin nach Helmert zu $+5,2$ angenommen, so ergibt sich unter Zugrundelegung der Bessel'schen Erddimensionen für den Referenzpunkt München eine Störung von $+2,5$; d. h. man hat den in der Tabelle vorgetragenen Störungsbeträgen eine Correction von $+2,5$ hinzuzufügen, um sie auf das System Helmert's vom Jahre 1887 zu reduciren. In ähnlicher Weise hat man an den Schwerstörungen die Reduction $-0,53$ ^{mm} anzubringen, um dieselben dem vom K. Preussischen Geodätischen Institute auf Grundlage der Oppolzer'schen absoluten Bestimmung aufgestellten System anzupassen. — Die Schwerstörungen stellen die Ergebnisse der von Dr. Anding im Jahre 1897 ausgeführten Pendelbeobachtungen dar, während die Lothablenkungen theilweise von anderen Beobachtern gelieferten Breitenbestimmungen entnommen wurden; die angegebenen Zahlen sind mit Ausnahme der auf zwei Decimalen der Secunde angesetzten Breitenstörungen noch als provisorische Resultate zu betrachten.

Der Verlauf der Lothablenkungen und Schwerstörungen in dieser meridionalen Kette von Stationen ist ein ziemlich regelmäßiger; südlich von München zeigen sich mit der Annäherung an das Alpengebirge rasch ansteigende nördliche Verschiebungen der Zenithe, während im Norden von München vorwiegend kleine südliche Abweichungen der Zenithe auftreten, welche nur in Pleinfeld und in Roth von kleinen nördlichen Lothablenkungen unterbrochen werden. Die Störungen der Schwerkraft weisen dagegen auf gegen Süden zunehmende Massendefecte hin, welchen nach Norden bis Ingolstadt ansteigende und dann nur mehr unbedeutend schwankende relative Massenüberschüsse gegenüber stehen. Bemerkenswerth ist, dass sowohl die Lothablenkungen als die Schwerstörungen kleine locale Massenanhäufungen unter dem Juraplateau, sowie in der Umgegend von Bamberg andeuten. Der ganze Verlauf beider

Störungsgattungen legt übrigens die Annahme nahe, dass deren Ursachen in verhältnissmässig geringen Tiefen zu suchen sind.

Berechnet man die Ablenkung, welche die sichtbaren Terrainunebenheiten in einem Umkreise von 300 km für die Stationen München und Benediktbeuren auf die Richtung des Lothes ausüben, so ergibt sich für erstere eine nördliche Zenithverschiebung von 14,"4, für letztere dagegen eine solche von 23,"1;⁴²⁾ die relative Ablenkung der Lothe beider Stationen beträgt sohin 8,"7 und stimmt mit dem beobachteten Betrage von 9,"0 sehr gut überein. Vergleicht man dagegen die beobachteten Polhöhen von Berlin und München mit dem unter Zugrundelegung der Bessel'schen Erddimensionen geodätisch berechneten Breitenunterschied, so stellt sich heraus, dass das Zenith von München gegenüber jenem von Berlin nicht um 14,"4 gegen Norden, sondern um 2,"7 gegen Süden verschoben ist.⁴³⁾ Bedenkt man nun, dass in der Umgegend von Berlin von einer ablenkenden Wirkung sichtbarer Terrainunebenheiten kaum die Rede sein kann, so wird der in diesen Zahlen sich offenbarende Widerspruch auf keine andere Art gelöst werden können, als durch die Annahme, dass die attractive Wirkung der Masse des Alpengebirges durch in dessen Bereich liegende unterirdische Massendefecte compensirt werde, während sich andererseits zwischen Berlin und München relativ dichtere Massen unter der Erdoberfläche befinden müssen, welche im Verein mit der allerdings geringen Attraction der mitteldeutschen Gebirge die Lothlinien dieser Orte im entgegengesetzten Sinne verwerfen.

Wenn uns nun auch die Erforschung der Lothablenkungen und Schwerestörungen Andeutungen gibt über vorhandene Unregelmässigkeiten in der Vertheilung der Massen unterhalb der Erdoberfläche, so ist es doch nur in wenigen Fällen möglich, hieraus nähere Aufschlüsse über die Lage und Ausdehnung der störenden Massen-Anhäufungen oder Defecte zu gewinnen und man hat in dieser Beziehung von Seite der Geologie wohl zu grosse Hoffnungen auf die durch Schweremessungen zu gewinnenden detaillirten Aufschlüsse

über die Constitution der Erdrinde gesetzt. Ergibt sich für eine Gegend nach Berücksichtigung der sichtbaren Terrainunebenheiten ein rascher Wechsel im Vorzeichen oder in den absoluten Beträgen dieser Störungen, so werden die Ursachen hiefür sich in den oberen Theilen der Erdrinde — verhältnissmässig nahe der Oberfläche — befinden, während im entgegengesetzten Falle die störenden Massenunregelmässigkeiten entweder eine bedeutendere Ausdehnung im horizontalen Sinne besitzen oder in grösserer Tiefe zu suchen sind. Die Aufgabe, aus den an der Oberfläche der Erde beobachteten Richtungen und Intensitäten der Schwerkraft die Massenanordnung in ihrem Innern zu ermitteln, ist eine unbestimmte: würden selbst für sämtliche Punkte der Erdoberfläche diese Beobachtungsergebnisse vorliegen, wodurch eine zweifach unendliche Anzahl von Bedingungen gegeben wäre, so würde diesen eine dreifach unendliche Zahl von zu bestimmenden unbekanntem Grössen — nämlich die in jedem einzelnen Punkte des Erdinnern gelagerte Masse — gegenüberstehen. Sehr deutlich erhellt die dieser Aufgabe anhaftende Unbestimmtheit aus folgender Betrachtung: Bekanntlich übt eine homogene Kugel oder eine solche, welche aus concentrischen Schaaalen besteht, deren Dichte nur von der Entfernung vom Centrum abhängt, auf einen ausserhalb gelegenen Punkt dieselbe Anziehung aus, als wäre die Gesamtmasse im Mittelpunkt der Kugel concentrirt; denkt man sich nun eine allerdings unbekannte — Anordnung der Massen des Erdinnern, welche genau die an der Oberfläche beobachteten Schwereintensitäten ergibt, so wird man ohne diese Beobachtungsergebnisse zu ändern, sofort zu verschiedenen Massenlagerungen gelangen, wenn man einzelne als homogene Kugeln von sehr kleinem Durchmesser zu betrachtende Massentheilchen in concentrische Kugeln oder Kugelschaalen auseinander breitet oder durch Zusammenziehung in noch kleinere Kugeln verdichtet und diese Operation an beliebig vielen Punkten des Erdinnern wiederholt.

Wie aus früher Gesagtem hervorgeht, entnimmt die Geodäsie dem unter dem Namen der sphärischen Astronomie bekannten Theile

letzterer Wissenschaft die Lösung einer ihrer wichtigsten Aufgaben, nämlich die Theorie und Praxis astronomisch-geodätischer Ortsbestimmung. Aber auch der von La Place mit dem schönen Namen der „*Mécanique Céleste*“ bezeichnete Theil der Astronomie hat der Geodäsie Methoden geliefert, welche es ermöglichen, ohne geodätische Messungen ziemlich enge Grenzen für die Abplattung der Erde bloss aus astronomischen Beobachtungen abzuleiten. — Unter den der Beobachtung zugänglichen Bewegungserscheinungen gibt es zwei, welche durch die Abweichung der Erde von der Kugelgestalt, d. h. durch ihre Abplattung hervorgerufen werden. Die erste Methode beruht auf einem genauen Studium der Einflüsse, welche die Abplattung der Erde auf die Positionen des Mondes äussert. Wäre die Erde eine vollkommene, aus concentrischen Schichten aufgebaute Kugel, so müssten die beobachteten Mondorte genau mit den unter Berücksichtigung aller übrigen auf die Mondbewegung einwirkenden Kräfte berechneten Positionen übereinstimmen; eine sich ergebende Differenz zwischen Beobachtung und Rechnung wird also von der nicht in Betracht gezogenen Erdabplattung herrühren und einen Rückschluss auf diese ermöglichen. Besonders ist hiezu die Störung in der Erhebung des Mondes über die Ekliptik — d. h. in dessen Breite — geeignet, da dieselbe — an die Periode eines Mondumlaufes gebunden — eine Gelegenheit zu oftmaliger Bestimmung ihres Betrages gibt. Die von Hansen und neuerlich von Hill in früher nicht erreichter Vollständigkeit ausgeführten mathematischen Entwicklungen ergaben für die Abplattung den Werth $1:297,2^{44}$)

Eine zweite Methode, die Abplattung aus rein astronomischen Daten zu bestimmen, beruht auf Folgendem: Die anziehende Wirkung eines anderen Himmelskörpers auf den Erdkörper reducirt sich im Allgemeinen auf eine im Erdschwerpunkt angreifende Kraft und ein Kräftepaar, welches eine Drehung um eine durch diesen Punkt gehende äquatoreale Axe zu bewirken sucht. Bei einer Zusammensetzung des Erdkörpers aus concentrischen kugelförmigen Schalen würde sich kein solches, die Rotation beeinflussendes Kräftepaar er-

geben; ebenso wenig würde für die rotationsellipsoidische Erde ein solches störendes Paar auftreten, wenn alle einwirkenden Himmelskörper in der Ebene des Erdäquators gelegen wären. In der That ist jedoch die Ebene, in welcher die Erdbahn und mit grosser Annäherung auch die Bahnen der Hauptplaneten und des Mondes liegen — die Ebene der Ekliptik — gegen den Erdäquator um $23^{\circ} 28'$ geneigt; es ergibt sich sohin eine Reihe von Kräftepaaren, von welchen jedoch nur das von der Sonne herrührende, wegen der grossen Masse dieses Centralkörpers und das von unserem Erdmonde ausgehende, wegen der geringen Entfernung dieses Satelliten eine merkbare Wirkung hervorbringen. Diese beiden Kräftepaare suchen die Ebene des Aequators in jene der Ekliptik zu bringen, welche Drehung auch wirklich zu Stande käme, wenn die Erde keine Rotation um ihre auf dem Aequator senkrechte Axe besitzen würde. Unter dem Einflusse dieser thatsächlich stattfindenden Umdrehung beschreibt jedoch die Erdaxe — wenn man von den periodischen Gliedern in der mathematischen Entwicklung absieht — mit nahezu gleichförmiger, nur kleinen säcularen Aenderungen unterworfenen Geschwindigkeit die Oberfläche eines geraden Kreiskegels, dessen Axe nach dem Pol der Ekliptik gerichtet ist; die Geschwindigkeit der Umdrehung um diese Axe ist sehr gering, beträgt nahe $50,236$ jährlich und wird die „allgemeine Präcession“ genannt.⁴⁵⁾ Während hierbei die Neigung des Erdäquators gegen die Ekliptik, abgesehen von kleinen säcularen Gliedern, constant $23^{\circ} 28'$ bleibt, zeigen die hauptsächlichsten periodischen Glieder der Entwicklung, dass die Erdaxe um den ihr durch die Präcession angewiesenen mittleren Ort periodische Schwankungen erleidet, in Folge deren sie um diesen mittleren Ort eine Ellipse beschreibt, deren grosse und kleine Halbaxe bezw. $9,223$ und $6,868$ ⁴⁶⁾ betragen; diese an eine Periode von $18\frac{2}{3}$ Jahren geknüpfte Schwankung wird mit dem Namen der „Nutation“ bezeichnet. Aus den durch die Beobachtung ermittelten Constanten der Präcession und Nutation lässt sich rückwärts auf den diese Erscheinungen hervorbringenden Werth der

Erdabplattung schliessen, welche auf diesem Wege sich zu 1:297 bis 1:296 ergeben hat. Während indessen das aus der Breitenstörung des Mondes erhaltene Resultat unabhängig erscheint von dem Gesetze, nach welchem die Dichte im Erdinnern von der Oberfläche gegen das Centrum hin zunimmt, ist dagegen der aus der Präcession und Nutation gefolgerte Werth durch dieses Gesetz bedingt; die mathematischen Untersuchungen von Radau, Poincaré und Calandrea⁴⁷⁾ haben jedoch zu dem merkwürdigen Ergebniss geführt, dass die Abplattung bei keinem über die Zunahme der Dichte der concentrischen ellipsoidischen Schichten des Erdinnern unter Zugrundelegung der bekannten mittleren und Oberflächendichte (5,6 bzw. 2,5 bis 2,8) angenommenen Gesetze den Werth von 1:296 überschreiten könne.

Die Werthe, welche auf principiell verschiedenen Wegen für die Abplattung bisher erhalten wurden, sind also die folgenden:

- 1) aus den Gradmessungen (nach Clarke's Rechnung von 1880): 1:293,5;
- 2) aus den Pendelbeobachtungen (nach Helmert's Berechnung): 1:299,3;
- 3) aus der Breitenstörung des Mondes: 1:297,2;
- 4) aus den Constanten der Präcession und Nutation: 1:296,7.

Wenn auch dem aus Gradmessungen hervorgegangenen Resultate, als dem auf dem directesten Wege erhaltenen von manchen Seiten ein gewisser Vorzug eingeräumt wird, so darf doch nicht übersehen werden, dass diese Methode in hohem Grade von localen Umständen, nämlich von der Lage der im Ganzen nur einen sehr kleinen Theil der Erdoberfläche überspannenden Gradmessungen beeinflusst wird und es muss zukünftigen Arbeiten überlassen werden, die obigen Differenzen in noch engere Grenzen einzuschliessen.

Endlich muss noch eine Untersuchung erwähnt werden, welche in gleicher Weise die Geodäsie wie die Astronomie betrifft und um deren Organisation sich das Centralbureau der Internationalen Erdmessung unter Helmert's bewährter Leitung ganz hervorragende

Verdienste erworben hat. Es ist dieses die gegenwärtig mit besonderem Interesse studirte Frage der Polhöenschwankung oder der Veränderung der Lage der Erdaxe im Innern des Erdkörpers.

Bis um die Mitte des vorigen Jahrhunderts nahm man allgemein an, dass die Axe, um welche die Erde ihre tägliche Umdrehung vollzieht, mit der Axe der Erdfigur — also mit der kleinen Axe des Rotationsellipsoides — vollkommen coincident sei; Euler war es, welcher zuerst darauf hingewiesen hat, dass diese Coincidenz — wenn sie zu irgend einem Zeitpunkte nicht stattgefunden hat, auch für die Folgezeit niemals eintreten würde; vielmehr wird in diesem Falle die momentane Drehungsaxe um die Axe der Figur, welche zugleich eine der unter sich rechtwinkligen Hauptträgheitsaxen des Rotationsellipsoides ist, einen Kreiskegel beschreiben, dessen Oeffnungswinkel der Entfernung der beiden Pole — des Poles der momentanen Drehungsaxe und des Ellipsoidpoles — entspricht; die durch das Verhältniss der Trägheitsmomente bedingte gleichförmige Bewegung des Rotations- oder Momentan-Poles auf der Oberfläche dieses Kegels ist an eine Periode von nahe 305 Tagen gebunden. Bei unsern Beobachtungen zur Ermittlung der geographischen Breite oder Polhöhe messen wir den Winkel zwischen der Verticalen eines Ortes und der einem bestimmten Declinationssysteme entsprechenden Momentanaxe der Erdrotation. Wenn nun diese letztere Axe sich nach dem erwähnten Euler'schen Cyklus um die Axe der Figur des Erdellipsoides, also um eine der Hauptträgheitsaxen bewegt, so wird dieser Winkel und mit ihm die geographische Breite des Beobachtungsortes periodische Aenderungen aufweisen; die Amplitude dieser Breitenvariationen beträgt das Doppelte der ursprünglichen Entfernung beider Axen. Eine Variation der geographischen Breite eines Ortes wird sich jedoch auch dann ergeben, wenn die Richtung der Verticalen in Folge von Massenumsetzungen eine Aenderung erleidet; derartige Vorgänge werden aber stets noch von einer indirecten Wirkung begleitet, indem jede Aenderung in der Massenvertheilung im Innern oder an der Oberfläche des Erdkörpers eine Aenderung

in der Lage der Hauptträgheitsaxen mit sich bringt, welche ihrerseits eine Bewegung der Momentanaxe nach dem Euler'schen Cyklus veranlasst. Die Entfernung, auf welche sich die Ablenkung der Verticalen in messbarer Weise geltend macht, sowie die Grösse der Amplitude der Lagenänderungen der Momentanaxe hängen von der grösseren oder geringeren Mächtigkeit der localen Massenumsetzungen ab. — Aus den bis gegen die Mitte unseres Jahrhunderts reichenden Beobachtungen konnte nur gefolgert werden, dass die Variationen der Breiten sich jedenfalls in ausserordentlich engen Grenzen halten und selbst Bessel's Bemühungen gelang es nicht, in dieser Frage ein entscheidendes Resultat zu erreichen. Erst die von Peters (1840—1843), Gylden (1863—1870) und Nyrén (1871—1873) mit grösster Sorgfalt am Pulkowaer Verticalkreise⁴⁸⁾ ausgeführten Beobachtungen waren im Stande, in zweifelloser Weise darzulegen, dass die vermutheten Breitenvariationen wirklich bestehen; das Gesetz, nach welchem sie erfolgen und namentlich die Existenz der Euler'schen Periode trat jedoch aus diesen Resultaten keineswegs mit Sicherheit hervor. Nachdem die Veränderlichkeit der Polhöhen inzwischen auch an mehreren andern Orten festgestellt worden war, wurde das systematische Studium dieser Schwankungen endlich nach den Anträgen von Fergola und Schiaparelli in das Programm der im Jahre 1883 zu Rom tagenden Allgemeinen Conferenz der Internationalen Erdmessung aufgenommen, aus welchem diese Frage wohl nicht mehr verschwinden wird.

Eine unter Anwendung der Horrebow'schen Methode in der Zeit vom Frühjahr 1884 bis zum Frühjahr 1885 reichende, von Küstner⁴⁹⁾ auf der Berliner Sternwarte ausgeführte Beobachtungsreihe ergab für diesen Zeitraum eine Abnahme der Breite im Betrage von 0,"20. Es folgte hierauf eine auf das genau gleiche Beobachtungsprogramm gegründete Cooperation der Observatorien zu Potsdam, Berlin und Prag, welche — die Zeit vom Beginne des Jahres 1889 bis zum vierten Quartale 1890 umfassend — ergab, dass sich die Polhöhen dieser 3 Punkte übereinstimmend zwischen

einem im August 1889 eingetretenen Maximum und dem auf Februar 1890 treffenden Minimum um 0,5 bis 0,6 geändert haben, wonach sodann wieder eine Zunahme eintrat, welche die Polhöhe im August 1890 nahezu wieder auf denselben Werth brachte, den dieselbe ein Jahr vorher hatte.⁵⁰⁾ Diese Resultate begründeten die Ansicht, dass weder Anomalien der Refraction, noch locale Störungen in der Richtung der Verticalen, sondern Aenderungen in der Lage der momentanen Rotationsaxe gegen die Hauptträgheitsaxe — also gegen die kleine Axe des Erdrotationsellipsoids — welche bei dem geringen Längenunterschiede der drei Orte nahezu gleichmässig auf deren Polhöhen einwirken mussten, die beobachteten Breitenvariationen verursacht haben konnten. In entscheidender Weise wurde diese Schlussfolgerung durch die Expedition bestätigt, welche im Jahre 1891 von Seite der Internationalen Erdmessung nach Honolulu⁵¹⁾ abgesendet wurde, woselbst Dr. Marcuse in der Zeit vom 1. Juni 1891 bis Ende Mai 1892 und unabhängig von ihm Preston von der U. S. Coast-Survey die Polhöhe bestimmten; die unter sich gut übereinstimmenden Resultate zeigten, dass sich die Polhöhe von Honolulu in dem ganzen Zeitraume in nahezu gleicher Grösse, jedoch in entgegengesetztem Sinne wie die geographische Breite von Berlin, geändert habe, wie dieses bei dem Längenunterschiede beider Orte — Honolulu liegt $171^{\circ} 16'$ westlich von Berlin — zu erwarten war. — Seit dieser Zeit hat Professor Albrecht vom Geodätischen Institut die Veränderung der Polhöhe an 13 Stationen in Europa und Amerika stetig verfolgt und hieraus die Bewegung des Momentanpoles in der Zeit von 1890 bis 1897,5 abgeleitet; die von ihm gegebene graphische Darstellung⁵²⁾ zeigt, dass sich derselbe in dieser Zeit in einer unregelmässigen Spirale um eine bestimmte Mittellage bewegt, von welcher er sich im Maximum (1890,2 und 1891,8) um 0,30 entfernt hat, so dass die Amplitude dieser Bewegung nahezu 0,60 d. i. 18 m umfasst. Ein ganz hervorragendes Verdienst um das Studium der Breitenvariation hat sich der amerikanische Astronom Chandler erworben, welcher es zuerst versuchte, das Gesetz, nach

dem diese Veränderungen vor sich gehen, zu finden. Indem derselbe hiefür einen harmonischen Ausdruck zu Grunde legte, ergab sich, dass es möglich sei, das von ihm benutzte, sehr ausgedehnte, den Zeitraum von 1825 bis 1893 umfassende Beobachtungsmaterial durch eine zweigliederige Form darzustellen;⁵³⁾ das erste dieser Glieder ist an eine durchschnittliche Periode von 428,6 mittleren Tagen gebunden, während das zweite eine jährliche Periode aufweist; die Amplituden beider Glieder schwanken als Function der Zeit zwischen 0,085 und 0,185 bezw. zwischen 0,115 und 0,155, während die Periodendauer ebenfalls zwischen den Grenzen von $423,3^d$ und $433,9^d$ beim ersten und zwischen $361,0^d$ und $369,5^d$ beim zweiten Gliede veränderlich ist.

Die unter sich ziemlich übereinstimmenden Angaben der Albrecht'schen Curven und der Chandler'schen Formel stellen jedoch nur den thatsächlichen gegenwärtigen Verlauf der Bewegung des Momentanpoles dar und es bleibt der Theorie die Aufgabe, diese Bewegung aus den Principien der Mechanik zu erklären und zu begründen. Vor Allem zeigt sich, dass die aus der Theorie der Rotation eines festen Körpers gefolgerte Euler'sche Periode von 305 Tagen nicht in die Erscheinung tritt und es fragt sich zunächst, ob man berechtigt ist, den Erdkörper als absolut starr anzunehmen. Wenn wir sehen, dass eine in ihren Dimensionen und in ihrer Rotationsgeschwindigkeit mit der Erde übereinstimmende Stahlkugel unter alleiniger Berücksichtigung der Elasticität eine Abplattung von $\frac{1}{334}$ annehmen würde,⁵⁴⁾ so werden wir diese Annahme wohl verlassen und dem Erdkörper einen bestimmten Grad des elastischen Nachgebens gegen die Wirkung deformirender Kräfte zuerkennen müssen. Wird also durch irgend eine Veränderung in der Massenvertheilung eine Aenderung in der Lage der Hauptträgheitsaxe und in Folge dessen auch eine Trennung des Trägheits- und des Rotationspoles der Erde veranlasst, so würde — einen absolut

starren Erdkörper vorausgesetzt — der letztere sich nach dem Euler'schen Cyklus in einer Periode von 305 Tagen um den ersteren Pol drehen. Wegen des, wenn auch geringen, elastischen Nachgebens des Erdkörpers wird sich eine Deformation desselben ergeben, durch welche ein momentaner Trägheitspol entsteht, welcher sich auf der Linie zwischen dem ursprünglichen Hauptträgheitspol und dem Rotationspol diesem letzteren etwas genähert hat. Um den momentanen Trägheitspol bewegt sich nun der Rotationspol mit einer Geschwindigkeit von 360° in 305 Tagen; da aber dieser momentane Trägheitspol stets auf der Linie bleiben muss, welche den ursprünglichen Hauptträgheitspol mit dem Rotationspole verbindet, so wird derselbe bei ungeänderter Elasticität des Erdsphäroids eine kreisförmige Bahn um den Hauptträgheitspol beschreiben, wodurch dann der Rotationspol in einer Art epicyklischer Bewegung, deren Periode mehr als 305 Tage beträgt, herumgeführt wird.

Würde man z. B. annehmen, dass das elastische Nachgeben des Erdkörpers den momentanen Trägheitspol um $\frac{2}{7}$ des Abstandes des ursprünglichen Hauptträgheits- vom Rotations-Pole diesem letzteren nähert, so würde sich die Euler'sche Periode von 305 Tagen auf $\frac{7}{5} \cdot 305 = 427$ Tage erhöhen, sohin mit der Chandler'schen fast vollständig übereinstimmen.⁵⁵⁾

Ausser dem Gliede mit der 14 monatlichen Periode weist die Chandler'sche Formel noch ein zweites Glied mit einer jährlichen Periode auf, welches seine Erklärung in den im Grossen und Ganzen an den Kreislauf des Jahres gebundenen, hauptsächlich durch meteorologische Vorgänge veranlassten Massenverschiebungen findet. Die Mächtigkeit dieser Massenverlagerungen, welche hauptsächlich in den Schwankungen der Quantität und Oertlichkeit der atmosphärischen Niederschläge, in der grösseren oder geringeren Ausdehnung der polaren Eiskappen, sowie in der wechselnden Richtung und Stärke der Meeresströmungen und in der durch den Wechsel des Barometer-

standes angedeuteten Verschiebung der Luftmassen zwischen den Continenten und Oceanen nicht unbedeutende von einem Jahrgange zum andern verschiedene Veränderungen erleidet, wird sich in einer Schwankung der Amplitude dieser jährlichen Periode geltend machen. Die Combination der an die 14 monatliche und an die jährliche Periode gebundenen Elongationen des Momentanpoles wird dessen Entfernung von einer bestimmten Mittellage bald vergrössert, bald verkleinert erscheinen lassen⁵⁶⁾ und es erklärt sich hiedurch und durch den Einfluss an sich kleiner, im Vergleich mit dem Maximum der Elongation jedoch keineswegs unbedeutender Beobachtungsfehler, dass die von Albrecht für den Zeitraum von 1890,0 bis 1897,5 construirte Curve der Polbewegung einen ziemlich unregelmässigen Verlauf aufweist. Zu diesen mit wechselnder Intensität periodisch wirkenden Ursachen gesellen sich noch säculare Massenverschiebungen im Erdkörper, wie solche durch die von der Geologie constatirten, relativen Hebungen und Senkungen einzelner Erdtheile und durch die äusserst langsam fortschreitende Ablation der Gebirge und Festlandsmassen, durch die Flüsse und die atmosphärischen Niederschläge hervorgebracht werden; es erklärt sich hiedurch, dass sowohl die Amplitude als die Periodendauer der Glieder der Chandler'schen Formel säculare Aenderungen erleiden, welche auch von Chandler bereits angedeutet wurden.⁵⁷⁾ Die theoretische Vorherbestimmung solcher säcularen Schwankungen der Lage des Poles erscheint ohne Kenntniss der Vorgänge im Erdinnern unmöglich, wollen wir also über die Polbewegungen fortdauernd unterrichtet bleiben, so wird es nothwendig werden, die jetzt im Gange befindlichen Beobachtungsreihen auf unbeschränkte Zeit fortzusetzen oder wenigstens nach Ablauf längerer Zeiträume mit gleicher Sorgfalt zu wiederholen.

Der gegenwärtige Verlauf der Polschwankungen zeigt, dass die Erde sich im Grossen und Ganzen dem Zustande der Starrheit bereits sehr genähert hat,⁵⁸⁾ und dass die augenblickliche Distanz zwischen dem Momentanpole und dem Trägheitspole nur äusserst gering ist. Geologische Veränderungen von der Ausdehnung und

Mächtigkeit, wie solche in historischen Zeiten sich ereignet haben, werden diese angenäherte Coincidenz beider Pole nur in unmessbar langen Zeiträumen beeinträchtigen können; würde z. B. das ganze centralasiatische Hochplateau sammt dem Himalayagebirge durch die erosive Thätigkeit der Flüsse und der atmosphärischen Niederschläge unter den Aequator in den indischen Ocean abgeschwemmt,⁵⁹⁾ so würde hiedurch der Trägheitspol der Erde nur um 30 km auf dem mittleren Meridian dieses Plateaus nach Süden verlegt, was einer approximativen Amplitude der Breitenvariation von 33' entsprechen würde. — Ganz anders gestalten sich die Polbewegungen, wenn man der Erde eine grössere Plasticität zuschreibt oder gar die Möglichkeit einer augenblicklichen, vollständigen Anpassung des Erdkörpers an den momentanen Rotationspol annimmt, welchem Zustande sich der Erdkörper vielleicht in vorhistorischen Zeitaltern genähert haben dürfte; unter dieser Voraussetzung sind grosse Bewegungen der Erdpole in relativ kurzen Perioden nicht ausgeschlossen und die Hypothesen, welche manche Geologen zur Erklärung gewisser paläontographischer Thatsachen über grössere Aenderungen in der Lage der Rotationsaxe der Erde aufgestellt haben, würden hiedurch eine mechanische Begründung erhalten.⁶⁰⁾

Das bisher für das Studium der Breitenvariationen benützte Beobachtungsmaterial entbehrt der nothwendigen Gleichartigkeit in Bezug sowohl auf die zur Anwendung gebrachten Methoden und Instrumente als auch auf die Auswahl der an den verschiedenen Observatorien beobachteten Sterne. Um möglichst genaue Resultate zu erreichen, haben die in den Jahren 1895 und 1898 abgehaltenen Conferenzen der Internationalen Erdmessung beschlossen, zunächst für die Dauer von fünf Jahren einen internationalen Polhöhendienst zu organisiren und hiebei die bereits früher besprochene Horrebow-Talcott'sche Methode dem Beobachtungsprogramm zu Grunde zu legen. — Hiebei handelt es sich in erster Linie darum, dass die zu beobachtenden Sterne die gleiche Lage gegen die Zenithe der einzelnen Stationen besitzen, damit der Einfluss der Refractionsunsicher-

heiten möglichst herabgemindert werde; diese Stationen müssen deshalb nahezu unter der gleichen geographischen Breite liegen. Die Bestimmung der Coordinaten des Momentanpoles erfordert ferner, dass die Observatorien auf mindestens zwei um nahe 90° der geographischen Länge von einander entfernten Punkten errichtet werden. Die vom Centralbureau der Internationalen Erdmessung geführten Verhandlungen haben nun zur Wahl der folgenden vier, sämtlich bis auf $12''$ unter der gleichen Breite von $39^\circ 08'$ gelegenen Stationen geführt, nämlich: 1) Mizusawa in Japan (141° östl. Greenwich); 2) Torre San Vittorio bei Carloforte auf der an der Südwestküste von Sardinien gelegenen Insel San Pietro (8° östl. Greenwich); 3) Gaithersburg, 30 km nordwestlich von Washington (77° westl. Greenwich) und 4) Ukiah in Nord-Californien, 150 km nördlich von San Francisco (123° westl. Greenwich).

Diesen vier, auf Kosten der Internationalen Erdmessung mit vollkommen übereinstimmend gebauten Zenithtelescop ausgerüsteten Stationen haben sich noch folgende zwei zu freiwilliger Cooperation angeschlossen: 1) Tschardjui in Turkestan am Amu-Darja ($39^\circ 08' 10''$ n. Br., $63^\circ,5$ östl. Greenwich), errichtet von dem russischen Generalstabe und 2) die Sternwarte von Cincinnati ($39^\circ 08' 19''$ n. Br., $84^\circ,5$ westl. Greenwich).

Nachdem ein bestimmtes Sternpaar nur vom Ende der Abend- bis zum Beginn der Morgendämmerung während seines Meridian-durchganges beobachtet werden kann, erstreckt sich das Beobachtungsprogramm auf zwölf Gruppen von je acht Sternpaaren, welche Gruppen je nach der Jahreszeit beobachtet werden sollen. Um den Einfluss der Declinations-Unsicherheiten nach Möglichkeit zu eliminieren, wird zu jeder Gruppe in der ersten Hälfte der ihr zukommenden Beobachtungsperiode noch die unmittelbar vorhergehende und in der zweiten Hälfte die derselben folgende Gruppe beobachtet, wodurch mit möglichster Annäherung dasselbe Resultat erreicht

werden kann, als wenn ein und dieselbe Gruppe das ganze Jahr hindurch beobachtet worden wäre.

Bei der Ausführung der Beobachtungen hat man es mit gutem Erfolge versucht, den persönlichen Antheil des Beobachters bei der bisher üblichen, visuellen Methode, d. h. das Einstellen der Sterne mittelst der Ocular-Mikrometerschraube durch Anwendung der Photographie zu eliminiren. Man hat zu diesem Zwecke eine sehr empfindliche Trockenplatte in die Bildebene des Fernrohres eingesetzt, auf welcher sich die Bahnen der beiden Sterne eines Paares bei ihrem Meridiandurchgange abbilden, während sich gleichzeitig auch der den Meridian darstellende Faden auf der Platte markirt; nach Hervorbringung und Fixirung des Bildes wird sodann in einem geeigneten Einlegerahmen der Abstand der beiden Sternbahnen unter Anwendung einer genauen Mikrometerschraube gemessen, wodurch sich dieser Abstand schliesslich im Winkelwerth ausdrücken lässt.

Der Umstand, dass man bei dieser Methode von der tadellosen Beschaffenheit der lichtempfindlichen Platte abhängig ist, welche bei den Vorversuchen in einzelnen Fällen versagt hat, gab Veranlassung, vorläufig auf das photographische Verfahren zu verzichten und die ausschliessliche Anwendung der visuellen Methode in das Programm aufzunehmen.

Blicken wir zurück auf das nun seinem Abschlusse zueilende Jahrhundert, so werden wir zugeben müssen, dass die Geodäsie in diesem Zeitraume sowohl in Bezug auf ihre Hilfsmittel und Methoden als auf die Entdeckung neuer und wichtiger Thatsachen sehr Wesentliches geleistet hat.

Nicht zum geringsten Theile verdankt man dieses der Vereinigung der verschiedenen Culturnationen zur Förderung einer die ganze Erde umfassenden Forschung, welche sich im Laufe der Zeit vielleicht noch auf andere geophysikalische Probleme ausdehnen wird.

Der Rückblick auf die Vergangenheit dürfte uns deshalb berechtigen, von dem kommenden Jahrhundert neue Errungenschaften auch auf diesem wissenschaftlichen Gebiete zu erwarten!

Anmerkungen.

- 1) Expériences faites avec l'appareil à mesurer les bases, appartenant à la commission de la carte d'Espagne. Paris 1860.
- 2) Clarke „Geodesy“, pag. 163.
- 3) Verhandlungen der XI. Conferenz der Internationalen Erdmessung: Ferrero „Rapport sur les triangulations“.
- 4) Verhandlungen der X. Conferenz der Internationalen Erdmessung, pag. 518: „Verbindung und Vergleichung geodätischer Linien“.
- 5) Verhandlungen der XI. Conferenz der Internationalen Erdmessung: Ferrero „Rapport sur les triangulations“.
- 6) Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'an 1899: Bassot „La Géodésie moderne en France“.
- 7) Clarke „Geodesy“, pag. 213.
- 8) Ein Beispiel findet sich u. a. in der „Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft“ (Jahrgang 1892) pag. 135.
- 9) „Veröffentlichungen der K. Bayer. Commission für die Internationale Erdmessung“, Heft I, pag. 119 u. ff.
- 10) Clairaut's Theorem findet sich zuerst in dem von ihm im Jahre 1743 publicirten Werke „Théorie de la Figure de la Terre“. Eine eingehende Darstellung von Clairaut's Gedankengang gibt Todhunter in „History of the Theories of Attraction and the Figure of the Earth“, Vol. I, Chapter XI. Siehe auch: La Place „Méc. cél.“, T. II, Livre III, Chap. IV und Tissérand „Méc. cél.“, T. II, Chap. XIII.
- 11) Poisson „Traité de mécanique“, 2. édit., art. 186 u. ff.
- 12) Bessel „Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels“ in den Abhandlungen der mathematischen Classe der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1826; reproducirt im Heft Nr. 7 von Ostwald's „Classiker der exacten Wissenschaften.“
- 13) Man findet eine detaillirte Beschreibung des Repsold'schen Reversionspendels u. a. in Plantamour's „Expériences faites à Genève avec le pendule à

reversion“. Genève 1866. Den Einfluss des Mitschwingens des Stativs hat zuerst Peiree untersucht; siehe „Coast and Geodetic Survey Report“. Washington 1876.

- 14) „Mémorial du Dépôt général de la guerre“, T. XV. Paris 1894.
- 15) Helmert „Beiträge zur Theorie des Reversionspendels“. Potsdam 1898.
- 16) Clarke „Geodesy“, pag. 342 und 343.
- 17) Eine Beschreibung des Sterneek'schen Pendelapparats findet sich in den „Mittheilungen des k. k. Militär-Geographischen Instituts“, Band VII, pag. 83 u. ff.
- 18) Eine Zusammenstellung dieser Resultate findet man in den „Verhandlungen der XI. Allgemeinen Conferenz der Internationalen Erdmessung“. Berlin 1896. Weitere Bestimmungen des K. Preussischen Geodätischen Instituts enthalten dessen einschlägige Publicationen aus den Jahren 1896 (Meridian Kolberg-Schneekoppe) und 1899 (Hadersleben-Koburg).
- 19) Verhandlungen der Permanenten Commission der Internationalen Erdmessung zu Nizza vom Jahre 1887: Lallemand „Note sur la détermination du niveau moyen de la mer.“
- 20) „Vergleichung der Mittelwasser der Ost- und Nord-See, des Atlantischen Oceans, des Mittelländischen und des Adriatischen Meeres“, vorgelegt durch F. R. Helmert. Berlin 1891.
- 21) und 22) Wand „Principien der mathematischen Physik und Potentialtheorie“ 1871, in welcher Schrift wohl zuerst auf die Nothwendigkeit der orthometrischen bezw. dynamischen Correction aufmerksam gemacht wurde. Ferner: Bruns „Die Figur der Erde“, Berlin 1878; dann Helmert „Höhere Geodäsie“, Band II, 7. Kapitel und Lallemand „Note sur la théorie du nivellement“ in den Verhandlungen der Permanenten Commission für die Internationale Erdmessung zu Nizza vom Jahre 1887.
- 23) La Place „Méc. cél.“ II, Livre III, Chap. V.
- 24) Schmidt „Lehrbuch der mathematischen und physikalischen Geographie“, 1829.
- 25) Art. „Figure of the Earth“ in der englischen Encyclopedia Metropol.
- 26) Nr. 438 der „Astronomischen Nachrichten“.
- 27) Clarke „Geodesy“, pag. 319.
- 28) Fischer „Lehrbuch der höheren Geodäsie“, Theil III, pag. 274 bis 285.
- 29) „Europäische Längengradmessung in 52° Breite“, I. und II. Heft (Veröffentlichungen des Geodätischen Instituts, 1893 und 1896).
- 30) Verhandlungen der Permanenten Commission für die Internationale Erdmessung zu Nizza vom Jahre 1887 (Helmert's Bericht über die Lothabweichungen).
- 31) Clarke „Geodesy“, pag. 341 bis 351.

- 32) Helmert „Die Theorien der höheren Geodäsie“, II. Theil, III. Kapitel.
- 33) Stokes „Mathematical and Physical Papers“, Vol. II, pag. 166 bis 171.
- 34) Helmert „Die Theorien der höheren Geodäsie“, II. Theil, pag. 187.
- 35) „Ordnance Trigonometrical Survey of Great Britain and Ireland“ und „Great Trigonometrical Survey of India“ (5 Bände).
- 36) Verhandlungen der Permanenten Commission für die Internationale Erdmessung zu Nizza vom Jahre 1887, pag. 37 des Berichtes von Helmert über die Lothabweichungen.
- 37) „Das Schweizerische Dreiecksnetz“, Band VIII, pag. 191 und 192.
- 38) Verhandlungen der Permanenten Commission für die Internationale Erdmessung zu Nizza vom Jahre 1887 (pag. 47 des Berichtes von Helmert).
- 39) Clarke „Geodesy“, pag. 318, 350 und 351.
- 40) Verhandlungen der XI. Conferenz der Internationalen Erdmessung zu Berlin 1895. (Helmert's Berichte über die Lothabweichungsbestimmungen und über die Messungen der Schwerkraft.)
- 41) Die Untergrunddichten wurden nach einer gütigen Mittheilung des Herrn Professors Dr. Rothpletz angenommen.
- 42) „Die Bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage“, pag. 758.
- 43) Verhandlungen der Permanenten Commission für die Internationale Erdmessung zu Nizza vom Jahre 1887 (pag. 28 und 29 des Helmert'schen Berichtes über die Lothabweichungen).
- 44) Tissérand „Traité de Mécanique Céleste, T. II, Chap. XXI, pag. 367 und T. III, Chap. IX, pag. 147; dann „Verhandlungen der IX. Conferenz der Internationalen Erdmessung, Annexe X; Helmert „Höhere Geodäsie“, II. Theil, 6. Cap., § 6 und 7.
- 45) Tissérand „Méc. Cél.“, T. II, Chap. XXVII, pag. 439 und Oppolzer „Lehrbuch der Bahnbestimmung der Planeten und Cometen“, I. Band, pag. 180.
- 46) Tissérand „Méc. cél.“, T. II, Chap. XXVII, pag. 435.
- 47) Tissérand „Méc. cél.“, T. II, Chap. XIV, pag. 221 bis 225; auch „Verhandlungen der IX. Conferenz der Internationalen Erdmessung“, Annexe X.
- 48) Helmert „Höhere Geodäsie“, Band II, pag. 394 ff.
- 49) Küstner „Neue Methode zur Bestimmung der Aberrationsconstanten nebst Untersuchungen über die Veränderlichkeit der Polhöhen.“ Berlin 1888.
- 50) „Verhandlungen der IX. Allgemeinen Conferenz der Internationalen Erdmessung“, Annexe IX.
- 51) Verhandlungen der X. Allgemeinen Conferenz der Internationalen Erdmessung“, Annexe A VII.

- 52) „Astronomische Nachrichten“, Nr. 3489.
- 53) „Astronomical Journal, Band XIV, Nr. 322. Ueber die Breitenvariation hat Chandler zahlreiche weitere Abhandlungen in den letzteren Bänden des Astronomical Journal veröffentlicht.
- 54) Thomson und Tait „Handbuch der Theoretischen Physik“ (deutsche Ausgabe), Theil II, pag. 416 und 417.
- 55) „Monthly Notices of the Astr. Society“, Vol. LII, pag. 336 ff. „On the Dynamics of the Earth's Rotation &c“ by S. Newcomb. Der Autor weist unter Anderem nach, dass die Starrheit der festen Erde im Ganzen jene des Stahls noch etwas übertrifft, worin er mit Thomson übereinstimmt.
- 56) „Bulletin astronomique“, Band VII, pag. 352; eine Notiz von Radau, an welche sich eine Abhandlung von Helmert in Nr. 3014 der Astronomischen Nachrichten anschliesst; dann Newcomb in den Monthly Notices, pag. 341; auch Spitaler „Die Ursachen der Polhöbenschwankungen“ in den Denkschriften der mathematisch-physikalischen Classe der Wiener Akademie, Jahrgang 1897.
- 57) Siehe Note, Nr. 53.
- 58) Newcomb in Monthly Notices, Vol. LII, pag. 338 und 339.
- 59) Schiaparelli „Sur la Rotation de la Terre sous l'influence des actions géologiques“. St. Petersburg 1889. (Festschrift zur 50 jährigen Thätigkeit der Sternwarte Pulkowa), pag. 12.
- 60) Schiaparelli „Sur la Rotation &c“.