

Sitzungsberichte

der

mathematisch-naturwissenschaftlichen
Abteilung

der

Bayerischen Akademie der Wissenschaften
zu München

1938. Heft I

Januar-April-Sitzung

München 1938

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung



Weiteres zur astronomischen Ortung von Flugaufnahmen

Von Sebastian Finsterwalder in München

Vorgetragen in der Sitzung vom 26. Februar 1938

In der am 4. Dezember vorigen Jahres der Akademie vorgelegten Note über den gleichen Gegenstand hatte ich die Kenntnis der Aufnahmezeit mit nur mäßiger Genauigkeit vorausgesetzt, nämlich insoweit, daß aus ihr die Sonnendeklination mit genügender Schärfe zu entnehmen war. Ich habe diese Beschränkung als einen Vorzug der vorgeschlagenen Lösung der Ortungsaufgabe angesehen. Da aber heutzutage zweifellos die Möglichkeit besteht, im Flugzeug die Zeit der Aufnahme erheblich genauer, als es für jenen Zweck nötig ist, zu bestimmen, so soll nun auch die Lösung der Ortungsaufgabe unter dieser Voraussetzung untersucht werden. Es wird sich zeigen, daß man damit dem eigentlichen Ziele einer geometrischen Großaufnahme des Festlandgebietes der starren Erde ohne Rückgriff auf mechanische Voraussetzungen über das Schwerfeld und die Massenverteilung im Erdinnern erheblich näher kommt.

Es wird also angenommen, daß Augenblicksaufnahmen des Geländes vorliegen, welche die Sonnenrichtung mitenthalten und deren Zeitpunkt mindestens auf eine oder einige Sekunden genau bekannt ist. Die Sonnenrichtung wird von einer mit der Geländeaufnahmekammer starr verbundenen Hilfskammer mit gleichzeitigem Verschuß festgehalten und die Zeit durch Abbildung einer passenden Uhr, die durch Funkzeitzeichen vom Boden her berichtet wird, aufgezeichnet. Die Schwererichtung, die wegen der Bewegung des Fahrzeuges ohnehin nur unvollkommen bestimmbar ist, scheidet für die genaue Ortung aus und wird höchstens zur genäherten Ortung benützt. Bildweite und Hauptpunkt (innere Ortung) der Aufnahmekammer seien bekannt.

Unter diesen Umständen sind die Sonnenörter zu den Aufnahmezeiten am Sternhimmel, bezogen auf die Pole und den Widderpunkt der Sonnenbahn, bekannt. Die Himmelskugel soll auch weiterhin bei der Erörterung der Ortungsaufgabe als Bild-

fläche dienen. Die Zielstrahlen der einzelnen Geländeaufnahmen denken wir uns im Augenblick der jeweiligen Aufnahme bis zur Himmelskugel verlängert, so daß dort jeweils ein Abbild der Geländeaufnahme entsteht, das mit dem zugehörigen Sonnenort verbunden ist. Legen wir nun durch zwei Abbilder des gleichen Geländepunktes eine Ebene durch den Mittelpunkt der Himmelskugel, so ist diese der Kernebene, die zu ihm und den beiden Aufnahmestandpunkten gehört, parallel und ebenso der Kernachse, die diese Standpunkte verbindet. Diese Kernebene schneidet die Himmelskugel in einem größten Kreis, der auch den Kernpunkt enthält, in dem die verlängerte Kernachse die Himmelskugel schneidet. Für je zwei Abbilder des gleichen Geländepunktes auf den Bildern der gleichen Standpunkte entsteht so auf der Himmelskugel ein größter Kreis, der durch das Abbild des Kernpunktes der zugehörigen Flugstandpunkte geht. Das ist das Kennzeichen der richtigen Ortung der betrachteten Aufnahmen, die ich mit Rücksicht auf das Bezugssystem als Sternortung (sonst Stellortung in irgendeinem anderen Bezugssystem) bezeichnen will. Mit dieser wollen wir uns vorerst allein befassen.

Das eben betrachtete Kennzeichen einer vollzogenen Sternortung bezieht sich auf zwei Flugaufnahmen von verschiedenen Standpunkten aus. Es soll nun ergänzt werden durch ein weiteres, das bei drei und mehr Flugaufnahmen des gleichen Geländes auftritt. Wir betrachten im Gelände eine Gerade, etwa die Verbindungsgerade zweier Geländepunkte. Ihr von der Flugaufnahme eines Standpunktes am Himmel entworfenes Abbild ist ein Großkreis der Himmelskugel. Wird das Bild ein und derselben Geländegegeraden von drei oder mehr Flugstandpunkten an den Himmel geworfen, so müssen sich die dort entstehenden Großkreise schneiden, und zwar in jenem Punkt, in dem die verlängerte Geländegegerade den Himmel trifft. Das ist das zweite Kennzeichen der vollzogenen Sternortung, das sich auf drei und mehr Flugaufnahmen bezieht.

Die Sternortung von zwei sonnengeorteten Flugaufnahmen des gleichen Geländes führt auf folgende geometrische Aufgabe. Jeder Flugaufnahme entspricht ein Punkthaufen auf der Himmelskugel, dessen Punkte den Geländepunkten zugeordnet sind und unter denen sich auch der der Aufnahmezeit entsprechende

Sonnenort befindet. Die beiden Sonnenörter sind bekannt, ebenso die gegenseitige Lage der Punkte des Haufens und ihre Entfernung vom Sonnenort. Man drehe nun aus einer beliebigen Lage die beiden Punkthaufen um ihre Sonnenörter so, daß das erste Kennzeichen der Sternortung erfüllt ist, d. h. daß die Großkreise durch zusammengehörige Punkte beider Haufen sich in gleichen Punkten schneiden, die dann die Richtung der Kernachse beider Aufnahmen bestimmen. Es sind dabei zwei Unbekannte, nämlich die beiden Drehwinkel, zu bestimmen und die dazu nötigen Gleichungen ergeben sich bereits, wenn in den beiden Punkthaufen vier Punktpaare einander zugeordnet sind. Bei mehr einander zugeordneten Punkten tritt eine Ausgleichung ein.

Bei drei und mehr sonnengeorteten Flugaufnahmen des gleichen Geländes wendet man besser das zweite Kennzeichen an. Jede Flugaufnahme erzeugt auf der Himmelskugel eine Großkreisschar, die mit dem gleichzeitigen Sonnenort in fester Verbindung steht. Die Großkreise der einzelnen Scharen sind einander zugeordnet und es müssen sich die von einer Gelände-geraden abgeleiteten bei vollzogener Sternortung in den gleichen Punkten schneiden. Das wird durch Drehung der Großkreisscharen um ihre feststehenden Sonnenörter erreicht. Die dazu nötigen Drehwinkel sind die Unbekannten der Ortungsaufgabe, deren Zahl gleich der Zahl der Flugaufnahmen, die einer gemeinsamen Sternortung unterzogen werden sollen, ist. Zur Aufstellung der zu ihrer Bestimmung nötigen Gleichungen genügen bei drei Aufnahmen die Bilder von drei im Gelände gelegenen Graden, die sich auf der Himmelskugel zu dritt in je zwei Gegenpunkten schneiden müssen, wobei die Schnittpunkte die Richtungen der Gelände-geraden bestimmen. Bei vier Aufnahmen genügen zur Sternortung bereits die Bilder von zwei Gelände-geraden, deren Abbilder auf der Himmelskugel sich zu viert in zwei Gegenpunkten schneiden müssen, was durch zwei Bedingungsgleichungen zwischen den Drehwinkeln ausgedrückt wird. Steigt die Zahl der sonnengeorteten Aufnahmen eines Geländes weiter auf n , so ist die Zahl der zur Bestimmung der n unbekanntem Drehwinkel zur Verfügung stehenden Bedingungen schon bei zwei Gelände-geraden größer als die Zahl der Unbekannten, nämlich

$2(n-2)$, so daß bei Benützung aller dieser Bedingungsgleichungen schon bei zwei abgebildeten Geländegeraden eine Ausgleichung zur Herstellung der besten Sternortung eintreten muß.¹

Die Bestimmungsgleichungen für die Unbekannten der Sternortung sind ziemlich verwickelt und ihre Auflösung würde beträchtlichen rechnerischen Schwierigkeiten begegnen, wenn nicht durch eine vorausgehende genäherte Ortung dafür gesorgt wird, daß die schließlichen Drehungen klein sind und die Gleichungen für sie durch lineare Gleichungen ersetzt werden können. Für eine solche Näherungsortung können die Bilder einer Dosenlibelle oder Aufnahmen der Kimm Verwendung finden. Zur Wiederherstellung des Geländes in einem willkürlichen Maßstab genügt aber die Sternortung noch nicht; es muß noch eine Standortung dazu kommen, welche die Bestimmung der gegenseitigen Lage der Flugstandpunkte im Augenblick der Aufnahme in sich begreift. Bei nur zwei Aufnahmen ist sie sehr einfach zu gewinnen. Man braucht nur zwei in der Richtung der Kernachse gelegene Punkte als Standpunkte anzunehmen, deren Entfernung dann den Maßstab des wiederhergestellten Geländes bedingt. Bei drei und mehr Aufnahmen, bei denen die Sternortung unter Benützung der Bilder von Geländegeraden erfolgte, ist das umständlicher. Es lassen sich zwar sehr einfach zwei wiederhergestellte Geländegeraden, deren Richtungen aus der Sternortung hervorgegangen sind, angeben, wobei ihr kürzester Abstand den Maßstab der Wiederherstellung angibt, aber für die zugehörigen Standpunkte können nur geradlinige geometrische Örter angegeben werden, die die beiden wiederhergestellten Geraden schneiden und deren Richtung in der Sternortung vorgezeigt ist. Nämlich durch die Punkte, in denen sich die Abbilder der Geraden auf der Himmelskugel schneiden. Zur Bestimmung der Lage der Luftstandpunkte auf diesen Örtern zieht man am einfachsten Bilder von Geländepunkten auf den Luftaufnahmen, von denen bisher nur Geradenbilder verwendet wurden, heran. Bei drei Aufnahmen genügen gerade die Bilder eines einzigen Geländepunktes, bei mehr Aufnahmen ist bereits ein Bestim-

¹ Die Bilder einer einzigen Geländegeraden, die von n Standpunkten entworfen sind, liefern nur $n-2$ Bedingungsgleichungen, die für die Ermittlung der n Unbekannten nicht ausreichen.

mungsüberschuß vorhanden, der eine Ausgleichung nahelegt. Die Richtung des Zielstrahls nach einem Geländepunkt ist für jeden Flugstandpunkt durch Sternortung auf der Himmelskugel festgelegt. Verschiebt man diese Richtung parallel längs der geradlinigen geometrischen Ortes, auf dem der Standpunkt in der Wiederherstellung liegen muß, so entsteht eine Ebene, die jedenfalls den wiederhergestellten Geländepunkt enthält. Bei drei Standpunkten entstehen so drei Ebenen, die den Geländepunkt enthalten müssen, der also in ihrem Schnitte liegt. Hat man so den wiederhergestellten Geländepunkt gefunden, so braucht man nur durch ihn Parallele zu den Zielstrahlen dieses Geländepunktes zu legen, die dann auf den schon bekannten geradlinigen geometrischen Örtern die Standpunkte ausschneiden. Bei mehr als drei Aufnahmen wird der wiederhergestellte Geländepunkt durch ebensoviele Ebenen bestimmt, für die der günstigste gemeinsame Schnittpunkt durch Ausgleichung zu finden ist.

Der Übergang von der Sternortung zur Standortung gibt bei mehr als zwei Aufnahmen noch Proben für die Richtigkeit der Sternortung. So müssen bei drei Aufnahmen die Abbilder der drei möglichen Kernachsen auf der Himmelskugel auf einem Großkreis liegen und bei n Aufnahmen ergeben sich $n(n-1)(n-2):6$ Proben entsprechend der Zahl der Ebenen, die durch je drei Standpunkte gelegt werden können. Bei Erfüllung dieser Proben schließt sich an die Standortung die punktweise Wiederherstellung des Geländes, soweit es mindestens auf zwei Aufnahmen der Gruppe abgebildet ist, wobei der Maßstab der Wiederherstellung noch unbestimmt bleibt. Bezüglich der Vereinheitlichung des Maßstabes der wiederhergestellten Geländeteile, ihres Zusammenschlusses und der Anbindung an Bodenmessungen zur Herstellung der geographischen Ortung nach den Himmelsrichtungen verweise ich auf das in der ersten Note Mitgeteilte.¹ Der wesentliche Unterschied gegenüber der früheren Auffassung ist der, daß damals die Aneinanderreihung der Geländemodelle in ost-westlicher Richtung den Längenunterschied der Standpunkte

¹ Außerdem auf die in Heft 4/1937 der Zeitschrift „Bildmessung und Luftbildwesen“ erschienene eigene Abhandlung: Die gemeinsame Ortung einer Mehrzahl von Aufnahmen des gleichen Geländes.

bestimmte, während er jetzt unabhängig davon durch die Kenntnis der genauen Aufnahmezeiten bedingt ist.

Jedenfalls steht grundsätzlich fest, daß durch Vermittlung sonnengeorteter Flugaufnahmen eine geometrische, von Annahmen über die Massenverteilung im Erdinnern freie Vermessung der festen Erdoberfläche möglich ist. Es sollen nun noch einige Hinweise darauf erfolgen, was bei der Durchführung einer solchen Vermessung zu beachten wäre. Herr Dr. O. Raab¹ hat gezeigt, daß die Genauigkeit der photogrammetrischen Winkelmessung auf günstig gestaltete künstliche Ziele nicht durch die Abmessungen des Plattenkorns beschränkt ist und schon jetzt bei etwa 200 mm Bildweite auf einige Sekunden gesteigert werden kann. Solche künstliche Ziele müßten Verwendung finden. Bei den Ballonfahrten früherer Zeit boten die damals häufigen kreisförmigen Göpelwege, die in der Nachbarschaft der Gutshöfe von den Zugtieren ausgetreten waren, ein gutes Vorbild für die Anlage solcher weithin sichtbaren und genau ausmeßbaren Ziele. Die neuen Weitwinkellinsen der Firma Zeiß, die einen Bereich von fast $2 \times 45^\circ$ umfassen, bieten die Möglichkeit der Aufnahme von Geländestücken, deren Größe der doppelten Flughöhe nahekommt, ohne daß die mit Koppelkammern verbundenen Unsicherheiten stören. Für die Sonnenaufnahmen steht die noch weitwinkligeren Hypergonlinse bereit. Von ganz besonderem Gewicht ist der Umstand, daß bei der Vermessung aus der Luft die Brechung der Lichtstrahlen bei weitem nicht jene verhängnisvolle Rolle spielt, die eine geometrische Vermessung „auf weite Sicht“ in flachem Gelände unmöglich macht. Von den Luftstandpunkten aus kommt nur die viel sicherere astronomische Refraktion in Betracht, von der ein Teil die Sonnenbilder, der andere die Geländebilder beeinflusst.² Die Gewinnung des Maßstabes bleibt Bodenmessung zwischen den künstlichen Zielen vorbehalten.

¹ Genauigkeit der stereophotogrammetrischen Punktbestimmung. Zeitschrift für Vermessungswesen Heft 4/1938.

² Hierüber sind kürzlich fast gleichzeitig drei Arbeiten erschienen: Cl. Aschenbrenner: Der Einfluß der atmosphärischen Strahlenbrechung in der Luftbildmessung. Bildmessung und Luftbildmessung Heft 1/1937. K. Schütte; Der Einfluß der Refraktionen auf luftphotogrammetrische Aufnahmen. Zeit-

Für jeden Einsichtigen ist es klar, daß die hier auseinandergesetzte Möglichkeit der Erdmessung die heute übliche an Genauigkeit nicht erreicht und sie daher weder ersetzen noch gar zu verdrängen vermag. Wohl aber ergänzen. Die Lotabweichungen in heute aufragenden wie über früheren versunkenen Gebirgen und die dadurch verursachten „Geoidundulationen“ erreichen Beträge, die keineswegs mehr weit unterhalb des photographisch Erfassbaren liegen. Aber ganz abgesehen von diesen noch in der Ferne schwebenden wissenschaftlichen Anwendungen bietet die Pflege der sonnengeorteten Flugaufnahmen auch schon jetzt gute Aussichten für die Entwicklung und Erweiterung der Kolonialvermessung, von der Deutschland nicht für immer ausgeschlossen sein wird.

schrift für Vermessungswesen Heft 17/1937. P. Gast: Photogrammetrische und astronomische Strahlenbrechung. Bildmessung und Luftbildwesen Heft 3/1937.