BAYERISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE

SITZUNGSBERICHTE

JAHRGANG

1957

MÜNCHEN 1958

VERLAG DER BAYERISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

In Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

hängiger Proportionalitätsfaktor ist. Die Bewegungsgleichung einer solchen „Saite mit Kräften" lautet:

$$-\sigma \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + K\Psi = -\varrho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}. \tag{4}$$

Diese Gleichung entspricht der Feldgleichung (1) nicht. Sucht man aber nun die stehenden Wellen der Saite

$$\Psi = \psi(x) \cos \omega_s t \qquad \omega_s\text{: Kreisfrequenz der Saite} \tag{5}$$

auf, so ergibt sich aus (5) und (4) als Gleichung für die Amplitudenfunktionen ψ

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{1}{\sigma}(K - \varrho\,\omega_s^2)\,\psi. \tag{6}$$

Um die Entsprechung zwischen den Gleichungen (3) und (6) für die Konstruktion von Modellen ausnützen zu können, ist es zweckmäßig, für die Koordinate des quantentheoretischen Problems eine neue Maßeinheit x_0' so festzulegen, daß x_0' von der Größenordnung der Erstreckung der durch v dargestellten Potentialmulden ist. Das bedeutet, daß man in (3) die neue Variable x durch

$$x = \frac{x'}{x_0'} \tag{7}$$

einführt. So nimmt (3) die Form

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{2\,m x_0'^2}{\hbar^2}\,[v(x x_0') - \hbar\,\omega]\,\psi. \tag{8}$$

an.

Jetzt wählt man die Kraftfunktion $K = K(x)$ des Saitenmodells so, daß

$$\frac{1}{\sigma} K(x) = \frac{2\,m x_0'^2}{\hbar^2}\,v(x x_0') \tag{9}$$

ist.

Dann bestimmt man durch Resonanzversuche die Eigenkreisfrequenzen ω_{sn} der Saite. Zu jeder von diesen bildet sich auf der Saite eine stehende Welle aus, deren Amplitudenfunktion genau einer Amplitudenfunktion des analogen feldtheoretischen Problems entspricht. Aus den Eigenfrequenzen ω_{sn} der Saite, errechnen sich die Kreisfrequenzen ω_n der stehenden Kathodenfeldwellen nach

$$\frac{2\,m x_0'^2\,\omega_n}{\hbar} = \frac{\varrho}{\sigma}\,\omega_{sn}^2 \quad \text{zu} \quad \omega_n = \frac{\varrho\,\hbar}{2\,m x_0'^2\,\sigma}\,\omega_{sn}^2\,. \tag{10}$$

Den ω_n kommt natürlich wegen der Willkürlichkeit des v-Nullpunktes keine Absolutbedeutung zu. Nur Differenzen von ω_n-Werten haben unmittelbare physikalische Bedeutung. Schwingungsvorgänge auf der Saite, bei denen gleichzeitig mehrere stehende Wellen angeregt sind, besitzen, da die Frequenzen in beiden Fällen in verschiedener Weise eingehen, kein quantentheoretisches Analogon.

Zur annähernden Realisierung für Demonstrationen wird es genügen, die „Saite mit Kräften" durch ein System von Drehpendeln zu ersetzen, die auf ein Torsionsband aufgereiht sind und an denen durch Federmechanismen oder geeignet angewendete Schwerkraftwirkung zusätzliche rücktreibende Kräfte angreifen.

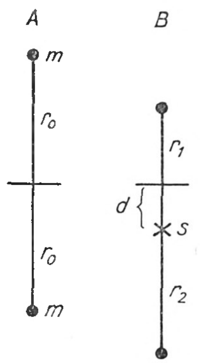

Abb. 1

A und B (Abb. 1) seien zwei Typen von in der Normallage vertikalen Torsionspendeln, die aus je zwei Massen m bestehen. Wenn r_1 und r_2 so gewählt sind, daß

$$r_1 = \sqrt{2\,r_0^2 - r_2^2} \tag{11}$$

ist, haben A und B dasselbe Trägheitsmoment $\Theta = 2\,m r_0^2$. Die auf Pendel B von der Schwere herrührende rücktreibende Kraft